

Гидравлика

Лекции

- • Предмет гидравлики. Краткая история развития. Понятие реальной и идеальной жидкости. Вязкость. Физические свойства жидкости и газов.
- • Гидростатика. Гидростатическое давление. Свойства гидростатического давления. Абсолютный и относительный покой. Дифференциальные уравнения равновесия жидкости. Интегрирование уравнений равновесия. Вел
- • Определение величины и точки приложения силы гидростатического давления, действующего на плоскую поверхность.
- • Определение величины и точки приложения силы гидростатического давления, действующего на криволинейную поверхность. Равновесие плавающих тел.
- • Кинематика. Диф. уравнения движения идеальной жидкости. Методы описания движения жидкости. Параллельно струйное, плавно изменяющееся и резко изменяющееся движение жидкости. Траектория, линия тока, эл
- • Уравнение неразрывности. Расход. Поток. Гидравлические элементы потока. Уравнение Бернулли.
- • Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости. Полный напор. Пьезометрический и гидравлический уклоны.
- • Основное уравнение установившегося равномерного движения. Режимы движения жидкости. Гидравлические сопротивления.
- • Местные сопротивления.
- • Истечение из малого отверстия в атмосферу. Инверсия струи. Траектория струи. Истечение из малого отверстия под уровень. Типы насадков. Истечение из насадков. Истечение при переменном напоре.
- • Классификация трубопроводов. Понятие коротких и длинных трубопроводов. Параллельное и последовательное соединение трубопроводов. Расчет простых и сложных трубопроводов. Расчет сложных замкнутых трубо
- • Сифоны. Гидравлический удар.
- • Равномерное безнапорное движение. Гидравлические элементы живого сечения потока в канале. Гидравлически наиболее выгодное сечение. Основные задачи при расчете трапецеидальных каналов при равномерном дви
- • Дифференциальное уравнение установившегося неравномерного движения. Удельная энергия сечения. Бурное, спокойное и критическое состояние потока. Нормальная глубина. Критическая глубина и уклон
- • Истечение из малых отверстий и насадков.
- • Гидравлический прыжок. Основное уравнение прыжка. Прыжковая функция. Определение сопряженных глубин. Длина прыжка. Потери энергии в прыжке.
- • Классификация трубопроводов. Расчет простых и сложных трубопроводов.
- Фильтрация. Основной закон ламинарной фильтрации.

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

Содержание

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

Плотность

Удельный вес

Коэффициент объемного сжатия

Коэффициент температурного расширения

Вязкость

СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ЖИДКОСТЬ

ГИДРОСТАТИКА

ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ И ЕГО СВОЙСТВА

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ЖИДКОСТИ

ИНТЕГРИРОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

ПЬЕЗОМЕТРИЧЕСКАЯ ВЫСОТА

ВАКУУМ

УДЕЛЬНАЯ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ. ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ НАПОР.

СИЛА ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ПЛОСКУЮ ФИГУРУ

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ

СИЛА ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА КРИВОЛИНЕЙНУЮ

ПОВЕРХНОСТЬ

ЗАКОН АРХИМЕДА. ПЛАВНИЕ ТЕЛ

ОСТОЙЧИВОСТЬ

Жидкостью называется физическое тело, обладающее двумя отличительными особенностями: незначительным изменением своего объема под действием больших внешних сил и текучестью, то есть изменением своей формы под действием даже незначительных внешних сил.

Одной из основных механических характеристик жидкости является плотность.

Плотность

Плотностью ρ (кг/м³) называется масса единицы объема жидкости:

$$\rho = \frac{m}{W},$$

где m - масса жидкого тела, кг; W - объем, м³.

Плотность жидкостей уменьшается с увеличением температуры. Исключение представляет вода в диапазоне температур от 0 до 4⁰С, когда ее плотность увеличивается, достигая наибольшего значения при температуре 4⁰С $\rho = 1000$ кг/м³.

Удельный вес

Удельным весом γ (Н/м³) жидкости называется вес единицы объема этой жидкости:

$$\gamma = \frac{G}{W},$$

где G - вес жидкого тела, Н; W - объем, м³.

Для воды при температуре 4⁰С $\gamma = 9810$ Н/м³.

Между плотностью и удельным весом существует связь:

$$\gamma = \rho \cdot g,$$

где g - ускорение свободного падения, равное 9,81 м/с².

Сопротивление жидкостей изменению своего объема под действием давления и температуры характеризуется коэффициентами объемного сжатия и температурного расширения.

Коэффициент объемного сжатия

Коэффициент объемного сжатия β_w (Па⁻¹) - это относительное изменение объема жидкости при изменении давления на единицу:

$$\beta_w = -\frac{\Delta W}{W \cdot \Delta p} = \frac{\Delta \rho}{\rho \cdot \Delta p},$$

где ΔW - изменение объема W ; $\Delta \rho$ - изменение плотности ρ , соответствующие изменению давления на величину Δp .

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называется модулем упругости жидкостей $E_{жс}$ (Па)

$$E_{жс} = 1/\beta_w.$$

Значение модуля упругости жидкостей зависит от давления и температуры.

Коэффициент температурного расширения

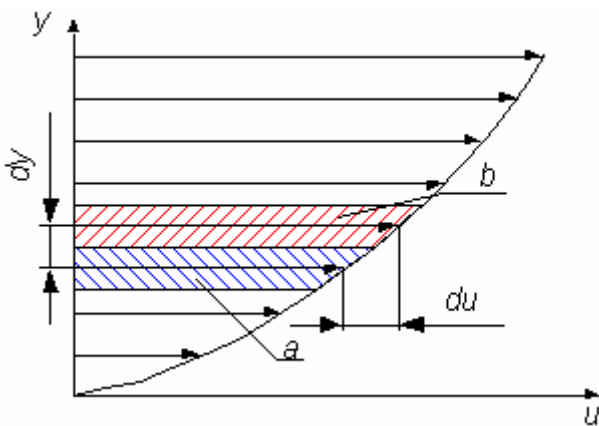
Коэффициент температурного расширения β_t (°С)⁻¹, выражает относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на один градус:

$$\beta_t = \frac{\Delta W}{W \cdot \Delta t},$$

где ΔW - изменение объема W , соответствующее изменению температуры на величину Δt .

Коэффициент температурного расширения воды увеличивается с возрастанием температуры и давления; для большинства других капельных жидкостей β_t с увеличением давления уменьшается

Вязкость



Вязкостью называется свойство жидкости оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. Вязкость проявляется только при движении жидкости и сказывается на распределении скоростей по живому сечению потока (рис. 1.1).

Согласно гипотезе Ньютона сила внутреннего трения F в жидкостях пропорциональна

$$\frac{du}{dy}$$

градиенту изменения скорости $\frac{du}{dy}$, площади соприкосновения слоев S , зависит от рода жидкости и очень незначительно зависит от давления.

$$F = \mu \cdot S \cdot \frac{du}{dy},$$

где S - площадь соприкасающихся слоев, m^2 ; du - скорость смещения слоя "b" относительно слоя "a", m/c ; dy - расстояние, на котором скорость движения слоев

изменилась на du , m ; $\frac{du}{dy}$ - градиент скорости, изменение скорости по нормали к направлению движения (c^{-1}); μ - коэффициент динамической вязкости (Па ? с).

Если силу трения F отнести к единице площади соприкасающихся слоев, то получим величину касательного напряжения τ

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

При градиенте скорости $\frac{du}{dy} = 1$; $\mu = \tau$ и выражает силу внутреннего трения, приходящуюся на единицу площади поверхности соприкасающихся слоев жидкости.

В практике для характеристики вязкости жидкости чаще применяют не коэффициент динамической вязкости, а коэффициент кинематической вязкости ν (м²/с). Коэффициентом кинематической вязкости называется отношение коэффициента динамической вязкости к плотности жидкости:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Вязкость жидкости зависит от рода жидкости, от температуры и от давления.

СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ЖИДКОСТЬ

Силы, действующие на жидкость можно разделить на две группы: внутренние и внешние.

Внутренние силы - силы взаимодействия между частицами жидкости.

Внешние – силы, приложенные к частицам рассматриваемого объема со стороны других тел.

Внешние силы, в свою очередь, делятся на массовые и поверхностные.

Поверхностные силы приложены к отдельным частицам, находящимся на поверхности раздела. Пропорциональны площади поверхности, на которую действуют. Передаются от частицы к частице без изменения. Например, атмосферное давление, действующее на свободную поверхность, а также силы трения.

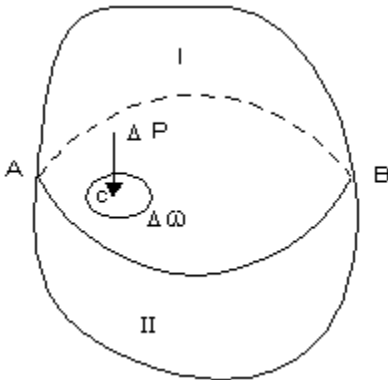
Массовые силы - эти силы действуют на все частицы, рассматриваемого объема, величина сил пропорциональна массе этих частиц. Передаются от частицы к частице, суммируясь.

ГИДРОСТАТИКА

Изучает законы давления жидкости на плоскости и криволинейные поверхности, и законы равновесия плавающих тел.

ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ И ЕГО СВОЙСТВА

Гидростатическое давление - это сжимающее напряжение, которое возникает в жидкости находящейся в состоянии относительного покоя.

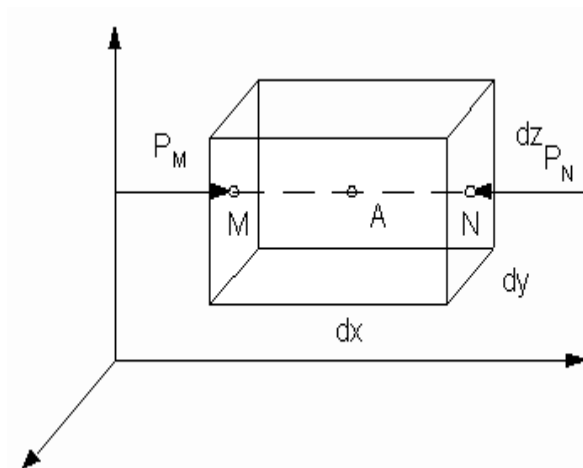


1 свойство: Гидростатическое давление действует нормально к площадке действия и является сжимающим, т.е. оно направлено внутрь того объема жидкости, который рассматриваем.

2 свойство: Гидростатическое давление в данной точке не зависит от направления.

3 свойство: Гидростатическое давление есть функция координаты.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ЖИДКОСТИ



Рассмотрим равновесие жидкости. В объеме жидкости произвольно проведем систему координат. Выделим некоторую точку A. Вокруг, которой проведем бесконечно малый параллелепипед. Рассмотрим внешние силы, действующие на этот параллелепипед.

1. массовые силы

$$G \cdot m = G \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

проекция на ось x $X\rho dx dy dz$

2. поверхностные силы

$$P_M - P_N = \left(p - \frac{dx}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dy dz - \left(p + \frac{dx}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dy dz = -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$$

Сумма проекций всех сил на ось x

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} + X \cdot \rho = 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + Y \cdot \rho = 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + Z \cdot \rho = 0 \end{cases}$$

ИНТЕГРИРОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Умножим каждое из уравнений соответственно на dx , dy и dz и просуммируем.

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx - \frac{\partial p}{\partial y} dy - \frac{\partial p}{\partial z} dz + X dx \rho + Y dy \rho + Z dz \rho = 0$$

$$dp = \rho(X dx + Y dy + Z dz)$$

$$dp = \rho dU$$

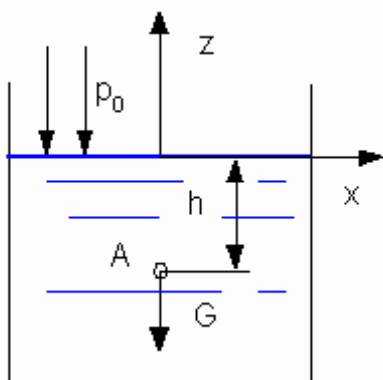
Проинтегрируем

$$p = \rho U + C$$

Введем граничные условия $p = p_0, U = U_0$, тогда

$$C = p_0 - \rho U_0$$

$$p = p_0 + \rho(U - U_0)$$



Рассмотрим частный случай, когда на жидкость действует только сила тяжести. Проведем оси координат по поверхности жидкости. Проекции массовых сил будут следующими

$$X=0, Y=0, Z=-g$$

Тогда

$$dU = Xdx + Ydy + Zdz$$

$$dU = -g \cdot dz$$

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz$$

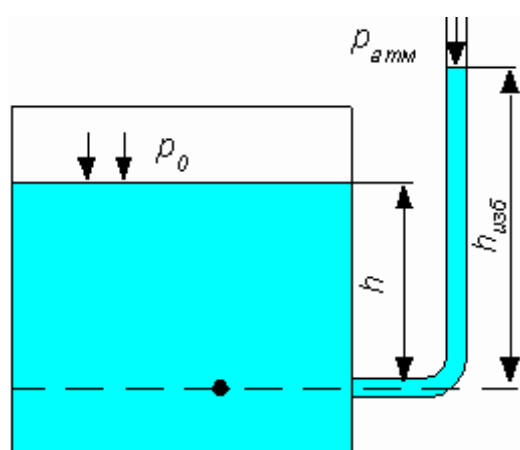
$$p = -\rho \cdot g \cdot z + C$$

$$p = p_0 - \rho \cdot g \cdot z$$

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

$$p = p_0 + \gamma \cdot h$$

ПЬЕЗОМЕТРИЧЕСКАЯ ВЫСОТА



Рассмотрим закрытый резервуар не полностью заполненный жидкостью давление, на свободной поверхности которого больше атмосферного. Подключим к т. N тонкую открытую стеклянную трубку – пьезометр благодаря действию давления в т. N уровень жидкости в трубке поднимется на некоторую высоту $h_{изб}$.

Со стороны жидкости в сосуде давление в т. N равно

Со стороны жидкости в трубке давление в т. N

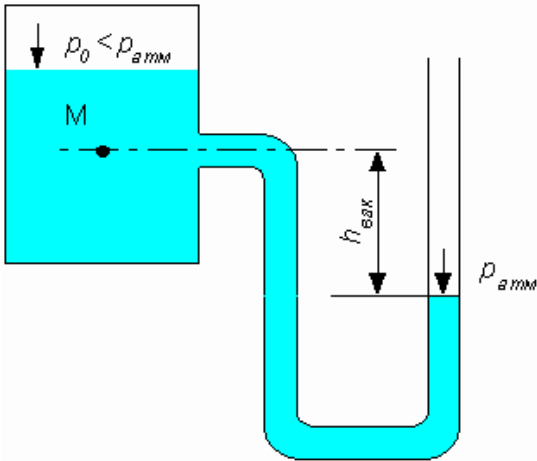
$$p_{атм} + \gamma h_{изб}$$

Так как давления в т. N слева и справа равны можно записать

$$p_A = p_{атм} + \gamma h_{изб} \text{ или } h_{изб} = \frac{p_A - p_{атм}}{\gamma} = \frac{p}{\gamma}$$

Высота $h_{изб}$ называется пьезометрической высотой

ВАКУУМ



Рассмотрим закрытый резервуар не полностью заполненный жидкостью давление, на свободной поверхности которого меньше атмосферного. Подключим к т. М обратный пьезометр. Очевидно, что в этом случае уровень жидкости в пьезометре опустится ниже уровня жидкости в резервуаре

Со стороны жидкости в сосуде давление в т. М равно

Со стороны жидкости в трубке давление в т. М

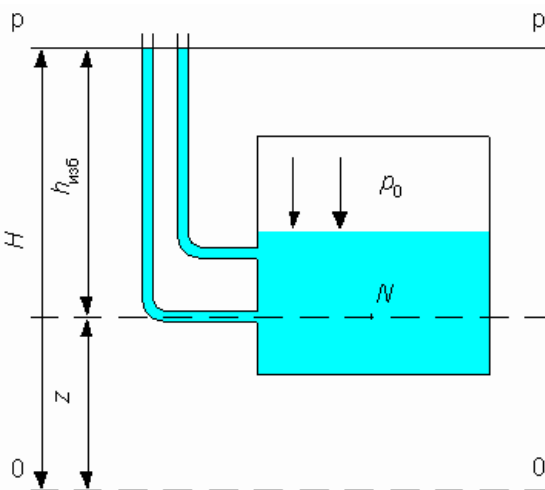
$$p_{атм} - \gamma h_{вак}$$

Так как давления в т. М слева и справа равны можно записать

$$p_A = p_{атм} - \gamma h_{вак} \text{ ИЛИ } h_{вак} = \frac{p_{атм} - p_A}{\gamma} = -\frac{p}{\gamma}$$

Высота $h_{вак}$ называется вакуумметрической высотой. Вакуумметрическая высота характеризует разность атмосферного и абсолютного давлений. Именно эта разность, а не само давление называется вакуумом. **Вакуум в данной точке есть недостаток давления до атмосферного.**

УДЕЛЬНАЯ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ. ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ НАПОР.



Жидкость, находящаяся в покое или движении обладает определенным запасом энергии. Покоящаяся жидкость обладает потенциальной энергией.

Подключим к т. N открытый пьезометр. Под действием избыточного давления в т. N объем жидкости весом G поднимется на высоту $h_{изб}$ над плоскостью NN и на высоту H над плоскостью OO.

Рассматриваемый объем может произвести работу.

1. За счет падения на плоскость OO с высоты z . Эта работа будет равна $E_z = z G$.
2. За счет поднятия под давлением p на высоту $h_{изб}$

$$E_p = h_{изб} G.$$

Полная работа, таким образом, которую может произвести объем жидкости весом G

$$E = E_z + E_p = z G + h_{изб} G$$

Удельной потенциальной энергией - называется энергия, отнесенная к единице веса

$$e = E / G = z + h_{изб} = H.$$

Как видно, удельная потенциальная энергия состоит из удельной потенциальной энергии положения z и удельной потенциальной энергии давления $h_{изб} = p / \gamma$.

Потенциальный напор - удельная потенциальная энергия, т.е. энергия которой обладает единица веса жидкости

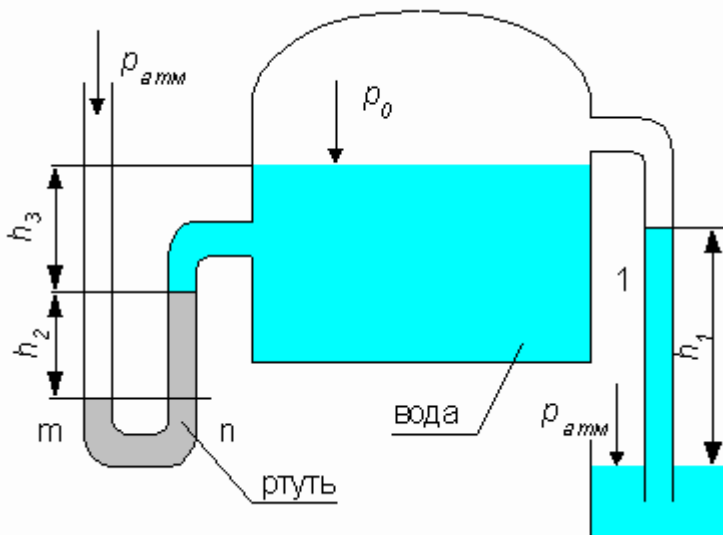
$$H = z + h_{изб}$$

$$H = z + \frac{p}{\gamma} = const$$

Необходимо запомнить отличие давления от напора.

Напор - удельная энергия - величина постоянная для данного объема жидкости.

Давление - сжимающее напряжение, зависящее от координаты точки.



Определить давление в резервуаре p_0 и высоту подъема уровня h_1 в трубке 1, если показания ртутного манометра $h_2 = 0,15 м$, $h_3 = 0,8 м$, $\rho_{рт} = 13,6 т/м^3$, $\rho_e = 1 т/м^3$.

Решение:

Запишем условия равновесия для ртутного манометра для плоскости

а) со стороны резервуара

$$p = p_0 + \rho_e \cdot g \cdot h_3 + \rho_{рт} \cdot g \cdot h_2$$

б) со стороны манометра $p = p_{атм}$, тогда

$$p_{атм} = p_0 + \rho_e \cdot g \cdot h_3 + \rho_{рт} \cdot g \cdot h_2$$

$$p_0 = 98,1 - 1 \cdot 9,81 \cdot 0,8 - 13,6 \cdot 9,81 \cdot 0,15 = 70,24 \text{ кПа}$$

Таким образом, в резервуаре - вакуум, величина которого равна:

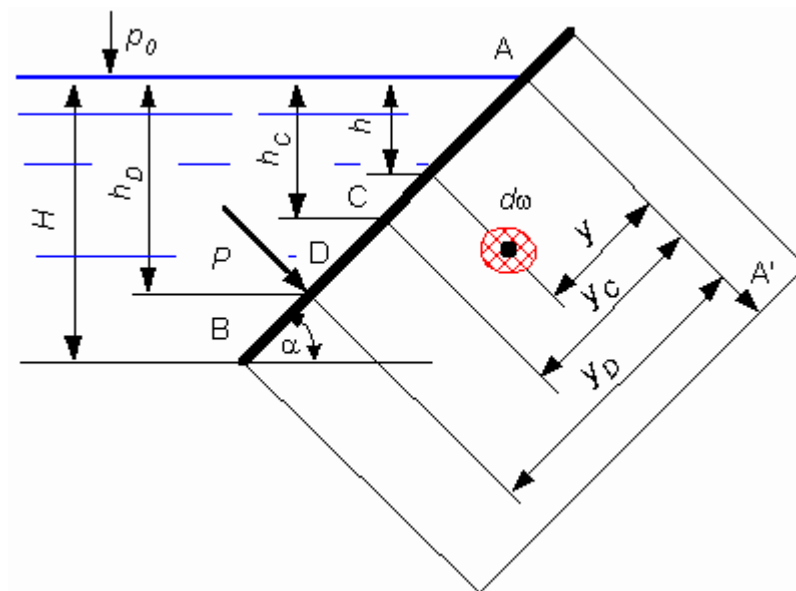
$$p_e = p_{\text{атм}} - p_0 = 98,1 - 70,24 = 27,86 \text{ кПа}$$

Условия равновесия трубки 1

$$p_0 + \rho_e \cdot g \cdot h_1 = p_{\text{атм}}$$

$$h_1 = \frac{p_{\text{атм}} - p_0}{\rho_e \cdot g} = \frac{27,86}{1 \cdot 9,81} = 2,84 \text{ м}$$

СИЛА ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ПЛОСКУЮ ФИГУРУ



1. Найти величину силы абсолютного гидростатического давления.

2. Найти положение линии действия силы.

$$h = z \cdot \sin \alpha$$

$$dP = p \cdot d\omega = \gamma \cdot h \cdot d\omega = \gamma \cdot \sin \alpha \cdot z \cdot d\omega$$

$$P = \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \int_{\omega} z \cdot d\omega$$

$$\int_{\omega} z \cdot d\omega$$

- статический момент площади.

$$\int_{\omega} z \cdot d\omega = z_c \cdot \omega$$

$$P = \gamma \cdot \sin \alpha \cdot z_c \cdot \omega.$$

$$P = \gamma \cdot h_C \cdot \omega$$

$$P_A = (p_0 + \gamma \cdot h_C) \cdot \omega$$

Сила гидростатического давления, действующая на плоскую фигуру любой формы равна площади этой фигуры умноженной на гидростатическое давление в центре тяжести этой фигуры.

Разложим силу P_A на $P_{атм}$ и P . Центр действия силы $P_{атм}$ будет совпадать с центром тяжести фигуры, поскольку атмосферное давление равномерно распределяется по поверхности. Центр действия силы P будет расположен ниже, т.к. избыточное давление зависит от глубины погружения.

Искомая сила P_A является геометрической суммой сил $P_{атм}$ и P .

Сумма моментов составляющих сил равна моменту равнодействующей силы

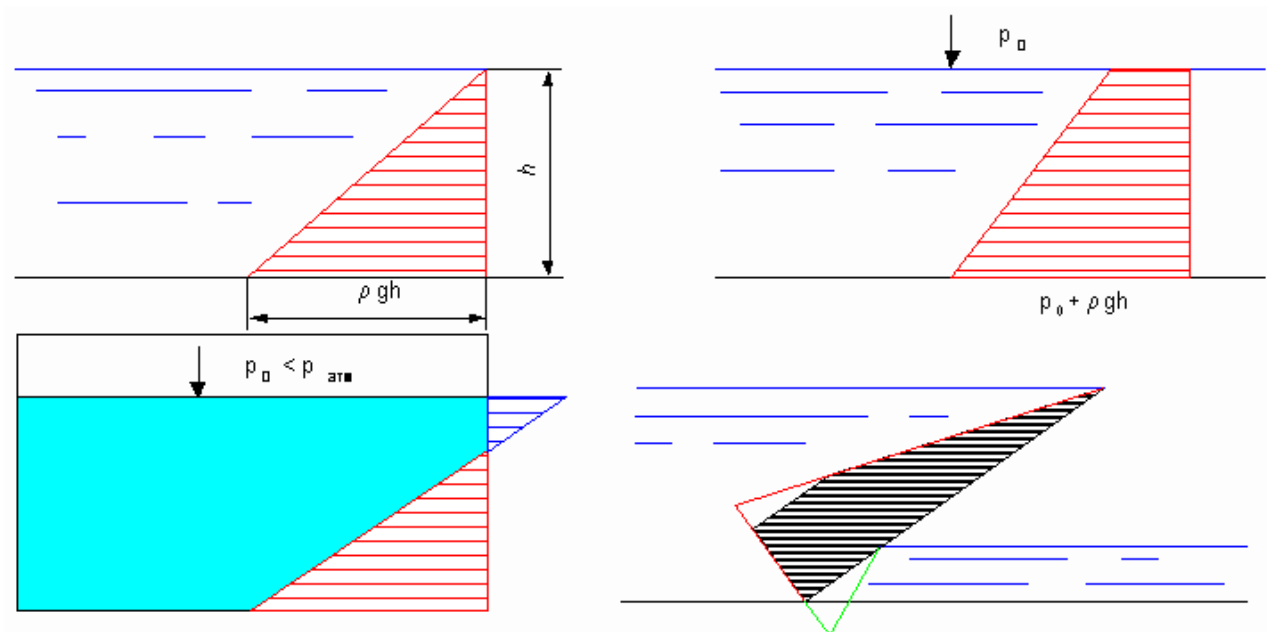
$$P \cdot z_D = \gamma \cdot h_C \cdot \omega \cdot z_D = \gamma \cdot \sin \alpha \cdot z_C \cdot \omega \cdot z_D$$

$$\int_{\omega} z \cdot dP = \int_{\omega} z \cdot \gamma \cdot h \cdot d\omega = \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \int_{\omega} z^2 \cdot d\omega = \gamma \cdot \sin \alpha \cdot I_X$$

$$z_D = \frac{\gamma \cdot \sin \alpha \cdot I_X}{\gamma \cdot \sin \alpha \cdot z_C \cdot \omega} = \frac{I_X}{z_C \cdot \omega} = \frac{I_C + z_C^2 \cdot \omega}{z_C \cdot \omega} = z_C + \frac{I_C}{z_C \cdot \omega}$$

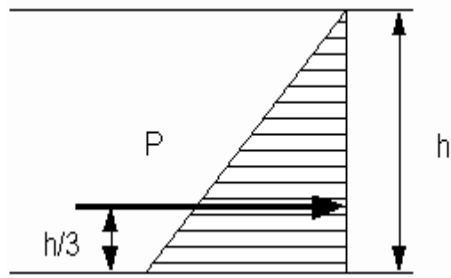
$$h_D = h_C + \frac{I_C}{h_C \cdot \omega} \cdot \sin^2 \alpha$$

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ

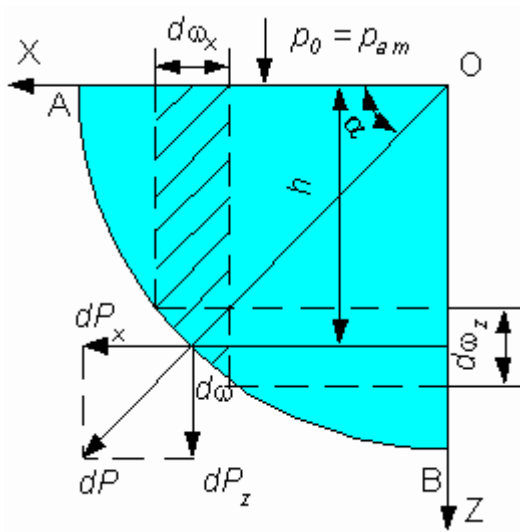


Сила давления равна объему эпюры давления.

Сила проходит через центр тяжести эпюры давления.



СИЛА ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА КРИВОЛИНЕЙНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ



$$dP_x = dP \cdot \cos \alpha$$

$$dP_x = \int_{\omega} \gamma \cdot h \cdot d\omega \cdot \cos \alpha = \int_{\omega} \gamma \cdot h \cdot d\omega_z$$

$$P_x = \gamma \cdot h_c \cdot \omega_z$$

$$dP_z = dP \cdot \sin \alpha$$

$$P_z = \int_{\omega} \gamma \cdot h \cdot d\omega \cdot \sin \alpha = \int_{\omega} \gamma \cdot h \cdot d\omega_x$$

$$P_z = \gamma \cdot W$$

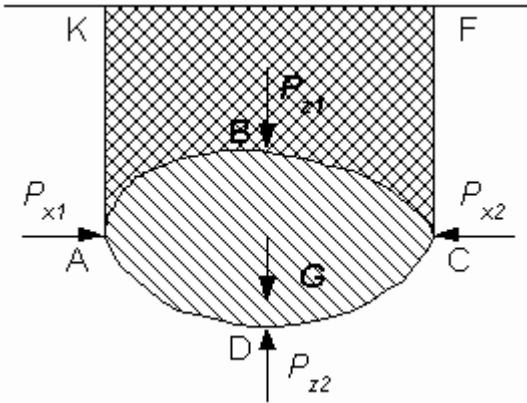
Горизонтальная составляющая силы гидростатического давления, действующей на криволинейную поверхность, равна силе гидростатического давления действующей на вертикальную проекцию данной поверхности.

Вертикальная составляющая силы гидростатического давления, действующей на криволинейную поверхность, равна весу тела давления. Вертикальная составляющая проходит через центр тяжести тела давления.

Тело давления ограничено самой криволинейной поверхностью, вертикальными плоскостями, проведенными через контур поверхности и свободной поверхностью жидкости.

Тело давления может быть положительным и отрицательным. Если тело давления находится в пределах реальной жидкости, оно называется положительным, а вертикальная составляющая направлена вниз. Если тело давления находится за пределами реальной жидкости, оно называется отрицательным, а вертикальная составляющая направлена вверх.

ЗАКОН АРХИМЕДА. ПЛАВНИЕ ТЕЛ



Тело произвольной формы, погружено в жидкость. На него действуют сила тяжести и сила гидростатического давления. Разложим силу гидростатического давления на горизонтальные и вертикальные составляющие. Горизонтальные составляющие будут взаимно компенсироваться. Результирующая вертикальных составляющих будет направлена вверх и будет равна весу тела давления.

Таким образом, *на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила равная весу вытесненного объема жидкости.*

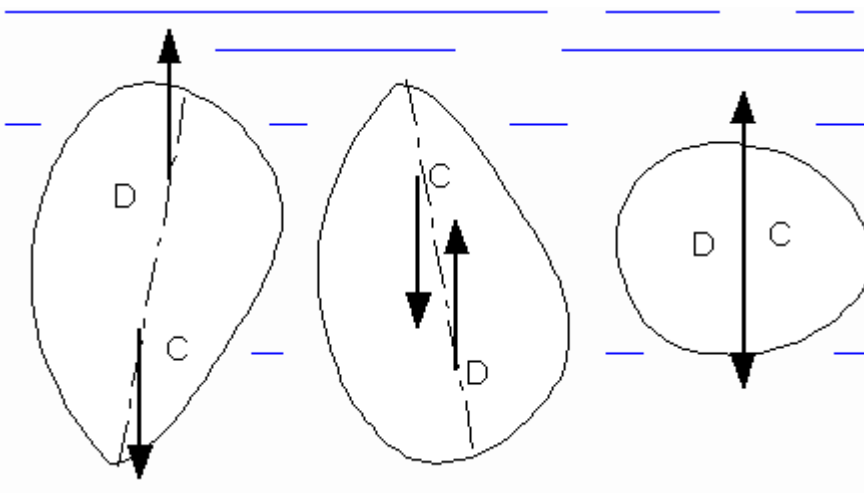
Сила приложена в точке, называемой центром водоизмещения – центр тяжести вытесненного объема жидкости.

Плаваемость – способность тела плавать в полупогруженном состоянии.

Возможны следующие состояния тела погруженного в жидкость:

1. $G > P$ – тело тонет;
2. $G = P$ – тело плавает в погруженном состоянии;
3. $G < P$ – тело всплывает.

ОСТОЙЧИВОСТЬ

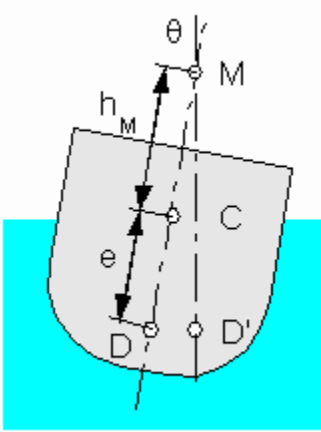


Остойчивостью называется способность плавающего тела возвращаться в состояние равновесия при отклонениях после прекращения действия отклоняющих сил.

1. $G = P$. Здесь можно выделить три случая:

- устойчивое равновесие;
- неустойчивое равновесие;
- безразличное состояние.

2. $G < P$.



Плоскость плавания – плоскость сечения судна ограниченная по контуру ватерлинией.

Ось плавания – ось нормальная плоскости плавания и проходящая через центр тяжести судна.

Метацентр – точка пересечения оси плавания и вертикальной линией действия выталкивающей силы.

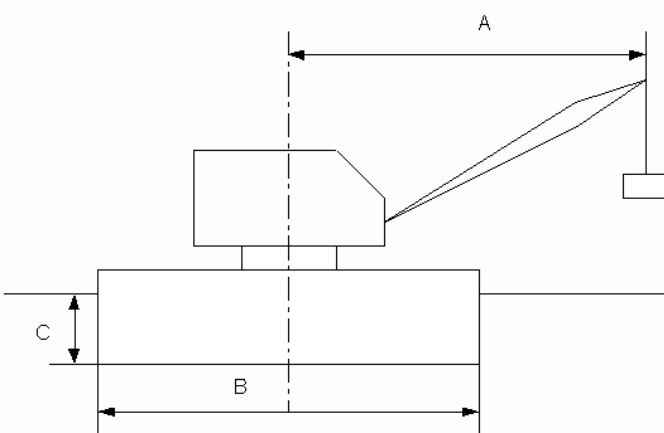
Метацентрический радиус

$$r_M = \frac{I}{W}$$

I – момент инерции площади грузовой ватерлинии;

W – водоизмещение судна;

$$r_M = e + h_M$$



e – эксцентриситет;

h_M – метацентрическая высота.

На барже с размерами дна $L \times B = 60 \times 10$ м и осадкой $C = 1,5$ м установлен кран грузоподъемностью 50 кН с максимальным вылетом стрелы $A = 15$ м.

Определить угол крена баржи при максимальной нагрузке крана, если центр тяжести системы расположен выше дна баржи на 4,25 м.

$$M = G \cdot h_M \cdot \sin \theta$$

$$G = \gamma \cdot W$$

$$h_M = r_M - e$$

$$e = 4,25 - C/2 = 3,5$$

$$r_M = \frac{I}{W}$$

$$M = \gamma \cdot W \cdot \left(\frac{I}{W} - e \right) \cdot \sin \theta$$

$$M = P \cdot A$$

$$\theta = \arcsin \left(\frac{P \cdot A}{\gamma \cdot L \cdot B \cdot C \cdot \left(\frac{L \cdot B^3}{12 \cdot L \cdot B \cdot C} - e \right)} \right) = 2.37^\circ$$

ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ПОКОЙ ЖИДКОСТИ

Л. Эйлером в 1755 г. были получены дифференциальные уравнения равновесия жидкости:

$$\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} &= 0, \\ Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} &= 0, \\ Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial P}{\partial y}$, $\frac{\partial P}{\partial z}$ - градиенты давления в направлении соответствующих координатных осей; X , Y , Z - проекции ускорений единичных массовых сил на соответствующие оси; ρ - плотность. В обычных условиях действует одна массовая сила - сила тяжести.

После незначительных преобразований данную систему уравнений можно представить в виде уравнения

$$dP = \rho \cdot (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz). \tag{2}$$

Полученное уравнение (2) выражает приращение давления dP при изменении координат на dx , dy , dz в общем случае равновесия жидкости.

Поверхность жидкости, во всех точках которой давление одинаково, называется поверхностью равного давления или поверхностью уровня. Для поверхности равного давления $dP = 0$, а с учетом, что $\rho = \text{const}$ уравнение (2) примет вид

$$X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz = 0. \tag{3}$$

Уравнение (3) устанавливает связь между координатами свободной поверхности и действующими на жидкость массовыми силами, единичные проекции которых равны X , Y , Z .

Поверхности уровня жидкостей, соприкасающиеся с газообразной средой (чаще атмосферной), называются свободными поверхностями.

Комбинация массовых сил, действующих на жидкость может быть разной. Если жидкость покоится в сосуде, неподвижном относительно Земли (то есть вращением жидкости вместе с Землей можно пренебречь), то такое равновесное состояние

жидкости можно назвать “абсолютным” покоем. При “абсолютном” покое жидкость находится под действием лишь одной массовой силы - силы тяжести.

Если сосуд с жидкостью находится в неравномерном или непрямолинейном движении, то на жидкость кроме сил тяжести действуют силы инерции.

Силы инерции могут быть постоянны по времени, поэтому равновесие жидкости в этом случае называется “относительным” покоем.

При “относительном” покое свободная поверхность жидкости или поверхность уровня принимает другие формы по сравнению с формой при “абсолютном” покое.

Рассмотрим формы поверхности равного давления и свободные поверхности жидкости при разных комбинациях массовых сил.

Случай 1. Жидкость находится под действием только силы тяжести .

При условии, что ось z направлена вертикально вверх, проекции силы тяжести на ось (x) $X = 0$; на ось (y) $Y = 0$; на ось (z) $Z = -g$. (Вообще-то $Z = -mg$, но данных уравнениях идет расчет на единицу массы, т.е. $m = 1$)

Дифференциальное уравнение (3) в этом случае примет вид

$$-g \cdot dz = 0, \tag{4}$$

или после интегрирования:

$$z = const. \tag{5}$$

Уравнение (5) является уравнением горизонтальной плоскости, форму которой имеют все поверхности равного давления и свободная поверхность, когда на жидкость действует только сила тяжести (рис. 1).

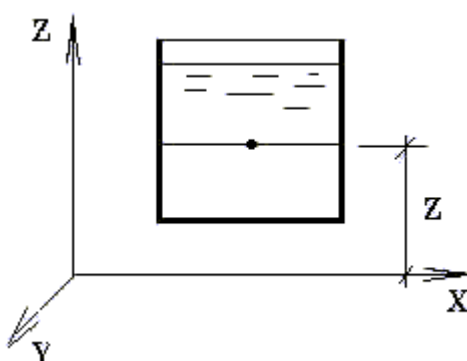


Рис.1 Абсолютный покой жидкости

Случай 2. Жидкость находится в сосуде, который движется прямолинейно равномерно - ускорено. На жидкость, в этом случае действуют не только силы тяжести , но и силы инерции, которые характеризуются ускорением a и направлены противоположно

движению. Проекции этих единичных сил на соответствующие координатные оси равны $X = -a$; $Y = 0$; $Z = -g$.

Дифференциальное уравнение (3) примет вид

$$-a \cdot dx - g \cdot dz = 0, \quad (6)$$

или после интегрирования

$$a \cdot x + g \cdot z = const. \quad (7)$$

Уравнение (7) является уравнением наклонной горизонтальной плоскости (рис. 2), угол наклона которой к горизонту β определяется отношением

$$tg \beta = \frac{z}{x} = -\frac{a}{g}. \quad (8)$$

Случай 3. Жидкость находится в сосуде, который равномерно вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω (рис.3)

В этом случае на жидкость действуют помимо сил тяжести и центробежные силы. Проекции ускорения этих сил на координатные оси соответственно равны $X = \omega^2 x$, $Y = \omega^2 y$, $Z = -g$.

Дифференциальное уравнение (3) примет вид

$$\omega^2 \cdot x \cdot dx + \omega^2 \cdot y \cdot dy - g \cdot dz = 0, \quad (9)$$

или после интегрирования

$$\frac{\omega^2 \cdot x^2}{2} + \frac{\omega^2 \cdot y^2}{2} - g \cdot z = const, \quad (10)$$

$$\frac{\omega^2}{2} \cdot (x^2 + y^2) - g \cdot z = const. \quad (11)$$

Учитывая, что $x^2 + y^2 = r^2$, (12)

окончательно получим
$$\frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} - g \cdot z = const. \quad (13)$$

Уравнение (13) является уравнением параболоида вращения, который в сечении вертикальными плоскостями дает параболы, а в горизонтальной плоскости окружности.

Положение любой точки свободной поверхности, например точки В (рис. 4) определяется координатой

$$z_B = \frac{\omega^2 \cdot r_B^2}{2 \cdot g}, \quad (14)$$

где r_B - радиус точки В.

Самой высокой точкой свободной поверхности является точка на стенке резервуара D (рис. 4).

Ее координата соответственно будет равна

$$z_D = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2 \cdot g}, \quad (15)$$

где R - радиус резервуара.

Одновременно координата Z_D является высотой параболоида вращения. По отношению к дну точка D, как самая высокая точка свободной поверхности, находится на расстоянии

$$H_0 = H + \frac{\omega^2 \cdot R^2}{4 \cdot g}, \quad (16)$$

Самой низкой точкой параболоида вращения является точка O на оси цилиндра (начало координат). Точка O соответствует максимальному понижению свободной поверхности по оси резервуара относительно статического уровня H . Ее расстояние от дна резервуара h_0 равно

$$h_0 = H - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{4 \cdot g}, \quad (17)$$

Следовательно, при вращении жидкость поднимается у стенки и опускается по оси резервуара по отношению к статическому уровню на одну и ту же величину $\frac{\omega^2 \cdot R^2}{4 \cdot g}$. При большой угловой скорости вращения возможно оголение дна, а при недостаточной высоте стенки переливание жидкости через нее.

Значение избыточного давления внутри жидкости при вращении согласно уравнению (13) определится

$$P_M = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{\omega^2 \cdot r_i^2}{2} - z_i \right), \quad (14)$$

где r_i - радиус рассматриваемой i - точки; z_i - расстояние от начала координат до рассматриваемой i - точки (рис.4).

Самое малое избыточное давление на дно будет по оси вращения в центре резервуара

$$P_{MC} = \rho \cdot g \cdot h_0 = \rho \cdot g \cdot \left(H - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{4 \cdot g} \right), \quad (15)$$

Самое большое избыточное давление на дно возникает у стенки

$$P_{MCST} = \rho \cdot g \cdot \left(h_0 + \frac{\omega^2 \cdot R^2}{2 \cdot g} \right) = \rho \cdot g \cdot \left(H + \frac{\omega^2 \cdot R^2}{4 \cdot g} \right), \quad (16)$$

Эпюра избыточного давления на дно и стенки резервуара имеет вид (рис.5).

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как изменяется давление вдоль оси X при “абсолютном” покое?
2. Как изменяется давление вдоль оси X, если сосуд с жидкостью движется прямолинейно с постоянным ускорением совпадающим с направлением оси X?
3. Как изменяется давление вдоль оси X, если сосуд с жидкостью движется прямолинейно с постоянным ускорением направленным противоположно направлению оси X?
4. Как изменяется давление вдоль оси X, если сосуд с жидкостью движется в направлении оси X равномерно и прямолинейно?
5. Что называется свободной поверхностью и поверхностями уровня?
6. Как изменяется давление вдоль радиуса сосуда с жидкостью, вращающегося с постоянной частотой вдоль вертикальной оси, проходящей через его середину?
7. Что представляет собой свободная поверхность, если сосуд с жидкостью движется равномерно и прямолинейно?
8. Что представляет собой свободная поверхность, если сосуд с жидкостью движется прямолинейно с постоянным ускорением?
9. Что представляет собой свободная поверхность, если сосуд с жидкостью вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр сосуда?
10. Что представляет собой свободная поверхность, если сосуд с жидкостью равномерно движется по окружности?

ИЗМЕРЕНИЕ ДАВЛЕНИЙ ЖИДКОСТИ

Современная наука и техника предъявляют самые разнообразные требования к приборам для измерения давления. Прежде всего это связано с широким диапазоном измеряемых величин давления, от микропаскаля (мкПа) до гигапаскаля (ГПа). Возрастают требования к точности измерений, усложняются объекты исследований, которые накладывают дополнительные условия на конструктивное оформление

приборов. Так например, приборы, используемые для измерения установившихся давлений, оказываются непригодными при измерениях пульсаций давления, причем в реальных процессах встречаются частоты до мегагерц (МГц).

Условно все приборы для измерения давления можно **классифицировать** по следующим признакам:

- а) по роду измеряемой величины;
- б) по принципу действия;
- в) по классу точности.

По роду измеряемой величины.

В зависимости от вида измеряемого давления (избыточного $P_{\text{изб}}$, или абсолютного $P_{\text{абс}}$) существует несколько видов приборов:

- а) *манометры* - приборы для измерения положительного избыточного давления;
- б) *вакуумметры* - приборы для измерения отрицательного избыточного давления;
- в) *мановакуумметры* - приборы, позволяющие измерять как положительное избыточное давление, так и отрицательное;
- г) *дифференциальные манометры* - приборы, для измерения разности давлений в двух точках;
- д) *барометры* - приборы для измерения абсолютного давления, равного атмосферному. Для измерения абсолютного давления больше атмосферного используют два прибора - барометр и манометр; меньше атмосферного - барометр и вакуумметр.

2.1.2. По принципу действия

Приборы для измерения давления подразделяются по принципу действия на:

- а) *жидкостные* - основанные на гидростатическом принципе действия, то есть измеряемое давление уравнивается давлением столба жидкости, высота которого определяется непосредственно или путем расчета.

Впервые идея измерения давления по величине столба жидкости была высказана итальянским ученым Торричелли в 1640 году, а осуществлена итальянским механиком Вивiani в 1642 году и французским ученым Паскалем в 1646 году. Жидкостные приборы не утратили своего значения до настоящего времени. Это объясняется тем, что принцип действия этих приборов очень прост. Они не сложны в изготовлении, точны и надежны;

- б) *механические* - принцип действия которых заключается в том, что под действием давления происходит деформация некоторого упругого элемента, и величина этой деформации служит мерой измеряемого давления;

- в) *грузопоршневые* - в которых измеряемое давление, действуя на одну сторону поршня, уравнивается внешней силой, приложенной с противоположной стороны поршня.

В качестве уравнивающей силы используют грузы. Вес груза, деленный на площадь поршня, определяет величину измеряемого давления;

г) *электрические* - принцип действия основан на изменении электрических свойств некоторых материалов или изменении каких либо электрических параметров под действием давления.

д) *комбинированные* - принцип действия которых носит смешанный характер.

2.1.3. По классу точности

По точности показаний все выпускаемые серийно приборы делятся на классы. Классом точности прибора называется основная наибольшая допустимая приведенная погрешность.

Приведенная погрешность δ (%)

$$\delta = (\Delta P / P_{НОР}) 100\%.$$

Абсолютная погрешность ΔP (кг/см²)

$$\Delta P = P_{ЭТ} - P_{Факт. ср}.$$

Норма измерения $P_{НОР} = P_K - P_H$

где P_K - конечное давление (кг/см²), то есть предел измерения данным манометром; P_H - начальное давление (кг/см²).

Установленные классы точности для приборов давления соответствуют следующему ряду: 0,005, 0,02, 0,05, 0,1, 0,2, 0,5, 1,0, 1,5, 2,5, 4,0.

Механические приборы разделяют также на *технические и образцовые*. Образцовые используют для целей поверки так, как они сверяются с эталонными. Технические используют непосредственно для измерения давления.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 6.1. Что называется гидростатическим давлением?
- 6.2. В каких единицах измеряется гидростатическое давление?
- 6.3. Как классифицируются приборы для измерения давления по роду измеряемой величины?
- 6.4. Как классифицируются приборы измерения давления по принципу действия?
- 6.5. Как классифицируются приборы для измерения давления по классу точности?
- 6.7. Какое давление называется абсолютным?
- 6.8. Какое давление называется избыточным?
- 6.9. Какое давление называется полным?
- 6.10. С помощью каких приборов можно измерит избыточное давление?

- 6.11. С помощью каких приборов можно измерить абсолютное давление?
- 6.23. Чему равно избыточное давление, если абсолютное давление равно 120 кПа?
- 6.24. Чему равно вакуумметрическое давление, если абсолютное давление равно 68 кПа?

Содержание

ГИДРОДИНАМИКА

Виды движения

Напорное, безнапорное движение и свободные струи

Траектория, линия тока, элементарная струйка

Поток

Элементы потока

Расход жидкости и средняя скорость

Уравнение неразрывности

Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости

Интегрирование дифференциальных уравнений движения идеальной жидкости.

Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости

Уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли

Два режима движения жидкости

Основное уравнение установившегося равномерного движения

Ламинарный режим

Турбулентный режим

ПОНЯТИЕ О ГИДРАВЛИЧЕСКИ ГЛАДКИХ И ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Определение потерь напора по длине

Местные потери напора

Расчет трубопроводов

Расчет длинного трубопровода

Расчет короткого трубопровода

Траектория движения струи

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ НАСАДКИ

Величина вакуума в сжатом сечении насадка

Предельная длина насадка

Истечение жидкости при переменном напоре

ГИДРОДИНАМИКА

Изучает законы движения жидкости и взаимодействие с омываемыми телами.

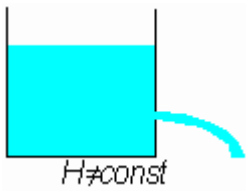
Причина движения - действие сил на жидкость.

Основными параметрами, характеризующими движение, являются внутреннее давление и скорость в отдельных точках. Давление называется гидродинамическим.

В общем случае скорость и давление являются функциями координаты и времени.

Задача гидродинамики изучать взаимодействие между скоростью и давлением в отдельных точках.

Виды движения



В зависимости от изменения основных параметров p и u различают два вида движения: **установившееся** и **неустановившееся**.

Неустановившееся - самый общий случай движения. p и u зависят от координаты и времени

$$p=f(x,y,z,t), u=g(x,y,z,t).$$

Установившееся - p и u не зависят от времени, т.е.

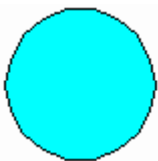
$$p=f(x,y,z), u=g(x,y,z) \text{ или } dp/dt=0, du/dt=0.$$



Установившееся движение может быть **равномерным** и **неравномерным**.

Равномерное - скорость, а в ряде случаев и давление не меняются вдоль потока.

Напорное, безнапорное движение и свободные струи



Напорным называется движение жидкости со всех сторон ограниченное твердыми стенками.



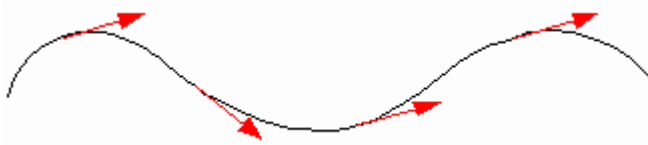
Безнапорное - часть периметра жидкости не ограничено твердыми стенками, т.е. имеется свободная поверхность.



Свободная струя - поток не ограничен стенками.

Траектория, линия тока, элементарная струйка

Траектория - след движущейся частицы.



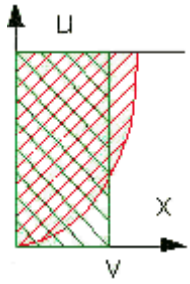
Линия тока - линия, в каждой точке которой вектор скорости направлен по касательной. При установившемся движении линия тока совпадает с траекторией движущейся частицы.

Трубка тока - элементарная площадка, через контур которой проведены линии тока.

Элементарная струйка - часть жидкости ограниченная трубкой тока.

Совокупность линий тока проходящих через элементарную площадку.

Элементарная струйка обладает следующими свойствами:



1. форма элементарной струйки остается неизменной во времени.
2. обмен частицами между отдельными струйками не возможен (вектор скорости направлен по касательной, нормальная составляющая равна 0).
3. скорость и давление во всех точках сечения одинаковы в виду малости сечения.

Поток

Совокупность элементарных струек протекающих через площадь достаточно большую, но ограниченных размеров.

При изучении потока рассматривают *плавно изменяющееся* движение и *резко изменяющееся* движение.

В дальнейшем будем рассматривать только плавно изменяющееся движение.

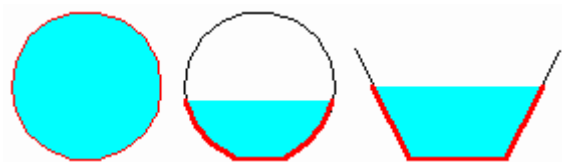
Плавно изменяющееся движение - движение близкое к параллельно струйчатому движению.

Свойства:

1. Кривизна линии тока незначительна, т.е. радиус кривизны стремится к бесконечности.
2. Угол, образующий линии тока близок к 0.
3. Поперечное сечение потока плоское нормальное к оси потока.
4. Давление в пределах сечения подчиняется законам гидростатики.

Элементы потока

Площадь живого сечения - площадь плоского поперечного сечения нормального к направлению движения.



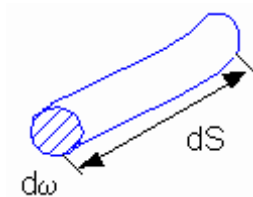
Смоченный периметр - часть периметра, на котором поток соприкасается с твердыми стенками.

Гидравлический радиус – отношение площади живого сечения к смоченному периметру

$$R = \omega / \chi$$

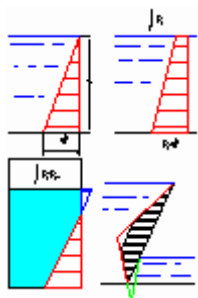
Для круглого сечения $R = \pi r^2 / (2 \pi r) = r / 2 = d / 4$.

Расход жидкости и средняя скорость



Расходом называется количество жидкости, проходящее через данное сечение в единицу времени

$$dQ = dW / dt = d\omega dS / dt = u d\omega$$



Расход равен объему эпюры скорости.

Уравнение неразрывности

Учитывая, что

1. проникновение жидкости через боковую поверхность невозможно (т.к. поверхность образована линиями тока)
2. жидкость несжимаема
3. жидкость является сплошной средой (отсутствуют разрывы) можно записать

$$u_1 d\omega_1 dt = u_2 d\omega_2 dt \quad Q = const$$

$$u_1/u_2 = d\omega_2/d\omega_1 \quad v_1/v_2 = \omega_2/\omega_1$$

Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости

При изучении движения жидкости необходимо рассматривать ряд величин, которые отсутствовали при изучении жидкости, находящейся в состоянии покоя. Это проекции ускорений объемных сил, проекции скорости, гидродинамическое давление и плотность. Основная задача гидродинамики установить зависимость этих переменных от координат и времени.

Ранее были получены дифференциальные уравнения равновесия жидкости. Для того, чтобы перейти от них к уравнениям движения согласно принципу Д'Аламбера необходимо добавить силы инерции. Для элементарного параллелепипеда проекция силы инерции на ось X будет равна $\rho dx dy dz du_x/dt$ т.е. произведение массы на

ускорение. Уравнения равновесия были записаны через единичные массовые силы, поэтому уравнения движения можно представить следующим образом.

$$\begin{cases} X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_x}{dt} \\ Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{du_y}{dt} \\ Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{du_z}{dt} \end{cases}$$

Эти уравнения называются уравнениями Эйлера, а также уравнениями динамического равновесия.

Данные уравнения справедливы для идеальной жидкости. При рассмотрении реальной жидкости требуется добавить силы вязкости. Полученная таким образом система уравнений носит название уравнений Навье – Стокса.

Интегрирование дифференциальных уравнений движения идеальной жидкости. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости

Перед тем, как начать интегрирование необходимо сделать ряд преобразований - умножить каждое уравнение соответственно на dx , dy , dz и просуммировать.

$$\begin{aligned} X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz - \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz \right) = \\ = \frac{du_x}{dt} \cdot dx + \frac{du_y}{dt} \cdot dy + \frac{du_z}{dt} \cdot dz \end{aligned}$$

Используя те же соображения, что и при интегрировании дифференциальных уравнений равновесия жидкости

$$dU - \frac{1}{\rho} \cdot dp = \frac{du_x}{dt} \cdot dx + \frac{du_y}{dt} \cdot dy + \frac{du_z}{dt} \cdot dz$$

Учитывая, что

$$\frac{dx}{dt} = u_x$$

$$dU - \frac{1}{\rho} \cdot dp = u_x \cdot du_x + u_y \cdot du_y + u_z \cdot du_z$$

$$u_x \cdot du_x = \frac{1}{2} \cdot du_x^2$$

кроме того $u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2$

Следовательно
$$dU - \frac{1}{\rho} \cdot dp = \frac{1}{2} d(u^2)$$

Или окончательно
$$dU - \frac{1}{\rho} \cdot dp - \frac{1}{2} d(u^2) = 0$$

Полученное дифференциальное уравнение устанавливает взаимосвязь между силовой функцией, гидродинамическим давлением и скоростью в любом сечении элементарной

струйки. Проинтегрировав, имеем
$$U - \frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} = const$$

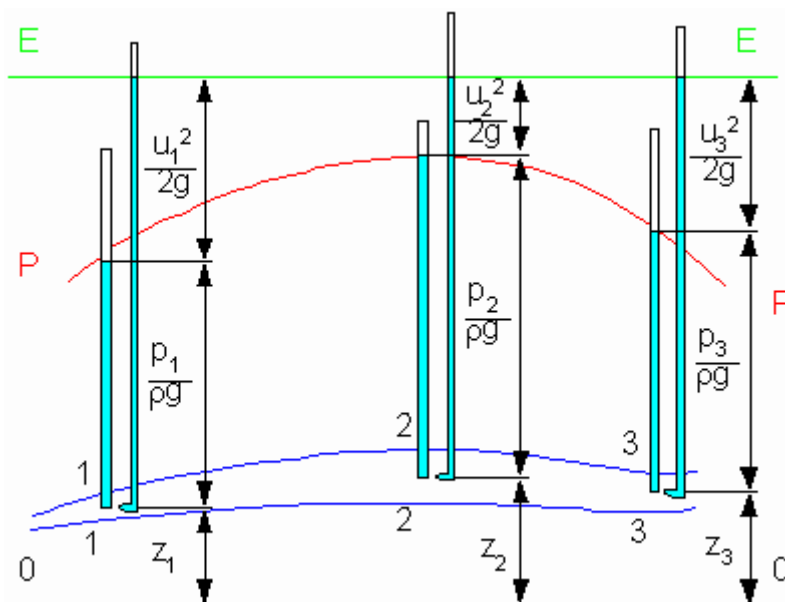
Далее рассматривается частный случай, когда на жидкость из объемных сил действует только сила тяжести, следовательно $U = -z \cdot g$

$$z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} = const$$

Данное уравнение называется уравнением Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости.

Если рассмотреть два сечения, то можно записать

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{u_2^2}{2 \cdot g}$$



По аналогии с гидростатикой можно показать, что два первых слагаемых представляет собой удельную энергию: первое - удельную энергию положения; второе - удельную энергию гидродинамического трения.

Третье - удельную кинетическую энергию.

Сумма трех слагаемых является полной удельной энергией, т.е. напором.

С физической точки зрения уравнение Бернулли описывает частный случай закона сохранения энергии.

Геометрический смысл уравнения в том, что напорная плоскость горизонтальна.

Уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости

Как известно реальная жидкость отличается от идеальной наличием вязкости, т.е. между отдельными слоями жидкости при движении существует трение. Поскольку существует трение, следовательно, должны появиться и потери энергии. Т.е. часть энергии движущейся реальной жидкости переходит в тепло. Происходит так называемая диссипация. Причем этот переход энергии необратим. С учетом сказанного можно записать.

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{u_2^2}{2 \cdot g} + h_w$$

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

Для того, чтобы получить уравнение для потока реальной жидкости, т.е. уравнение для полной энергии жидкости, проходящей через живое сечение необходимо просуммировать полные энергии всех струек в него входящих. Умножим уравнение на весовой расход γdQ .

$$dE = \left(z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} \right) \cdot \gamma \cdot dQ = \left(z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} \right) \cdot \gamma \cdot u \cdot d\omega$$

Полная энергия потока

$$E = \int_{\omega} \left(z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} \right) \cdot \gamma \cdot u \cdot d\omega$$

Величину средней удельной энергии потока в сечении получим, разделив величину полной энергии на весовой расход

$$e = \frac{E}{\gamma \cdot Q} = \frac{1}{\gamma \cdot Q} \cdot \int_{\omega} \left(z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} \right) \cdot \gamma \cdot u \cdot d\omega =$$

$$= \frac{z + \frac{p}{\rho \cdot g}}{Q} \cdot \int_{\omega} u \cdot d\omega + \frac{1}{Q \cdot 2 \cdot g} \int_{\omega} u^3 \cdot d\omega$$

Т.к. $\int_{\omega} u \cdot d\omega = Q$ первое слагаемое равно $z + \frac{p}{\gamma}$.

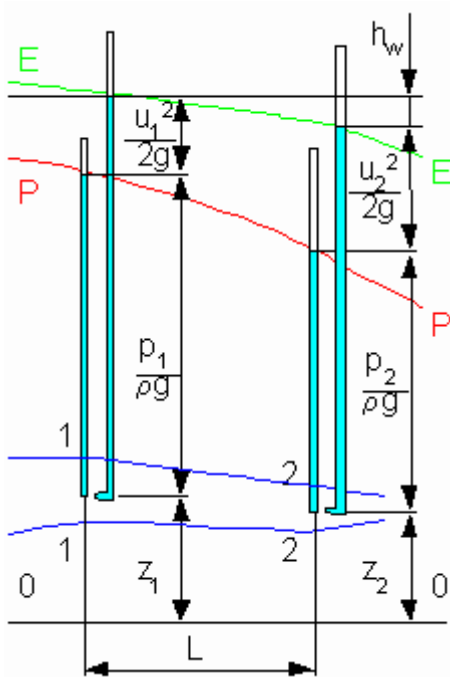
Умножим числитель и знаменатель второго слагаемого на v^2

$$\frac{v^2}{v \cdot \omega \cdot 2 \cdot g} \int_{\omega} \frac{u^3}{v^2} \cdot d\omega = \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{\int_{\omega} u^3 \cdot d\omega}{v^3 \cdot \omega} = \frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g}$$

$$\alpha = \frac{\int_{\omega} u^3 \cdot d\omega}{v^3 \cdot \omega}$$

где $\alpha = \frac{\int_{\omega} u^3 \cdot d\omega}{v^3 \cdot \omega}$ - коэффициент Кориолиса, учитывающий неравномерность распределения скоростей.

Умножим числитель и знаменатель на $\rho / 2$.



$$\alpha = \frac{\int u^3 \cdot d\omega \cdot \frac{\rho}{2}}{v^3 \cdot \omega \cdot \frac{\rho}{2}} = \frac{\int \frac{u^2 \cdot dm}{2}}{\frac{v^2 \cdot m}{2}}$$

Коэффициент Кориолиса представляет собой отношение действительной кинетической энергии потока в данном сечении к средней энергии потока в данном сечении.

Для труб круглого сечения при турбулентном режиме примерно равен 1,1. Для ламинарного режима - 2. В гидравлических прыжках - 5 - 7.

Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли

Падение напорной линии на единицу длины называется гидравлическим уклоном

$$i = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} \right)}{L}$$

$$i = \frac{h_w}{L}$$

Напорная линия всегда понижается.

Пьезометрическая линия м.б., как нисходящей, так и восходящей.

При постоянном диаметре напорная и пьезометрическая линии параллельны.

Два режима движения жидкости

Течение реальной жидкости характеризуется различными режимами ее движения, которые могут переходить один в другой при определенных условиях. Экспериментальные исследования гидравлических сопротивлений показывают, что потери напора (потери энергии) зависят от существующего в потоке режима движения.

Существование двух принципиально разных режимов движения жидкости было отмечено Г. Хагеном в 1839 и 1854 гг. При изучении течения всевозможных капельных жидкостей с различными физическими свойствами Рейнольдс установил, что движение бывает ламинарным и турбулентным.

“Ламинарный” происходит от латинского слова *lamina* - слой. Ламинарным называется такой режим, когда поток жидкости движется отдельными струйками или слоями и траектории отдельных частиц между собой не пересекаются. В практике ламинарный режим имеет место при движении жидкостей с большой вязкостью (нефти, смазочных масел), при движении воды через тонкие трубки, в трубопроводах при малых скоростях потока.

“Турбулентный” происходит от латинского слова *turbulentus* - беспорядочный. Турбулентным называется такой режим, когда струйчатость потока нарушается, все струйки перемешиваются, и траектории движущихся частиц приобретают сложную форму, пересекаясь между собой. В практике чаще всего имеет место турбулентный режим движения жидкости.

В 1883 г. Рейнольдс в результате экспериментальных исследований установил, что критерием режима движения жидкости является безразмерная величина, представляющая собой отношение произведения средней скорости потока V и характерного для рассматриваемого случая линейного размера L к кинематической вязкости жидкости ν : $V \cdot L / \nu$. Этот критерий называется числом Рейнольдса и обозначается Re . Таким образом, число Рейнольдса имеет вид

$$Re = \frac{v \cdot L}{\nu}$$

При напорном движении жидкости в круглых трубах за характерный линейный размер L обычно принимают внутренний диаметр трубы D и тогда

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu}$$

а в остальных случаях - гидравлический радиус R

$$Re = \frac{v \cdot R}{\nu}$$

Физический смысл числа Рейнольдса состоит в том, что оно выражает отношение сил инерции к силам вязкости:

$$Re = \frac{F_{ин}}{F_{вяз}}$$

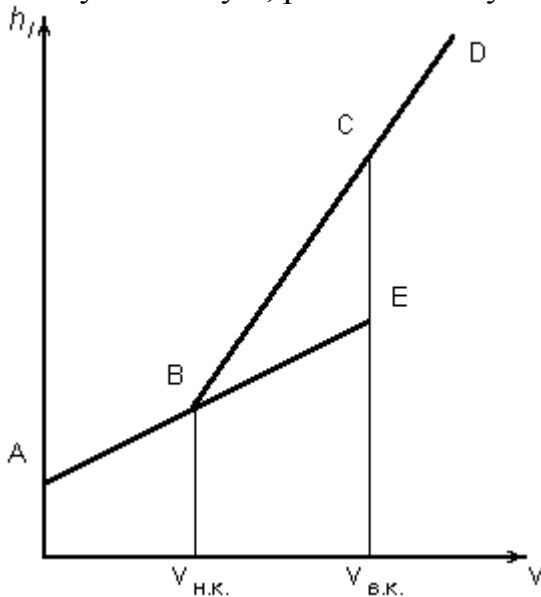
$$F_{ин} = m \cdot a = \rho \cdot L^3 \cdot \frac{v^2}{L} = \rho \cdot L^2 \cdot v^2 ;$$

$$F_{вяз} = \mu \cdot S \cdot \frac{du}{dy} = \rho \cdot \nu \cdot L^2 \cdot \frac{v}{L} = \rho \cdot \nu \cdot L \cdot v ;$$

$$Re = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot v}{\rho \cdot \nu \cdot L \cdot v} = \frac{v \cdot L}{\nu} \quad (5.4)$$

При преобладании сил вязкости - режим ламинарный, при преобладании сил инерции - режим турбулентный. Многочисленные экспериментальные исследования гидравлических сопротивлений показывают, что между ними и скоростью движения жидкости имеется зависимость $h_l = f(v)$.

Если опытные данные нанести на график в логарифмических координатах, то можно выявить три области: ламинарную (линия АВ), турбулентную (линия CD) и неустойчивую, расположенную между точками В и С.



Точки В и С называются критическими, то есть точками, в которых происходит изменение режима. Точка В называется нижней критической точкой. Скорости, соответствующие этим точкам, называются критическими скоростями. Для точек В и С характерно то, что при скоростях меньше $v_{н.к.}$ всегда наблюдается ламинарный режим, а при скоростях больших $v_{в.к.}$ - турбулентный режим. При изменении скоростей от малых к большим ламинарный режим может удерживаться до точки Е. При изменении скоростей от больших к малым, турбулентный режим может удерживаться до точки В.

Значение числа Рейнольдса, соответствующее нижней критической точке В, называется нижним критическим числом Рейнольдса и равно

$$Re_{н.к.} = \frac{v_{н.к.} \cdot D}{\nu} \quad (5.5)$$

Число Рейнольдса, соответствующее верхней критической точке С, называется верхним критическим числом и равно

$$Re_{в.к.} = \frac{v_{в.к.} \cdot D}{\nu} \quad (5.6)$$

Для напорного движения в цилиндрических трубах нижнее критическое число равно 956, то есть ламинарный режим устойчив, если $Re \leq 956$.

В результате изучения движения жидкости, проведенного многими исследователями, в круглых гидравлически “гладких” трубах на участках, достаточно удаленных от входа, при отсутствии различных источников возмущения установлено критическое число Рейнольдса $Re_{кр} = 2000 - 2320$. При $Re < Re_{кр}$ имеет место ламинарный режим движения. При $Re > Re_{кр}$ - турбулентный.

Потери напора по длине связаны со скоростью зависимостью, которая выражается уравнением

$$h_l = a \cdot v^m, \quad (5.7)$$

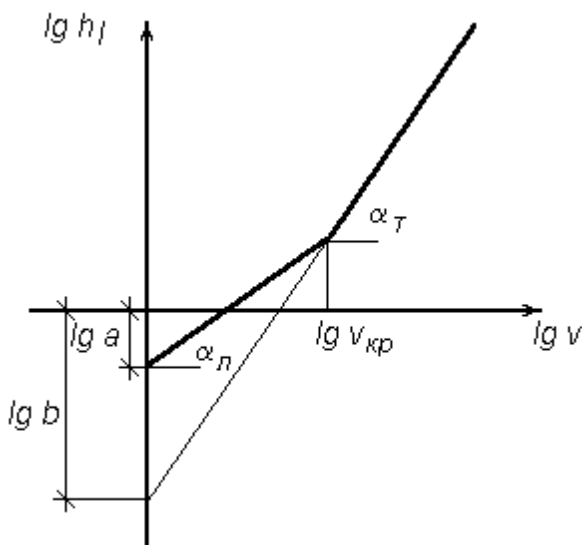
где h_l - потери напора по длине; a - коэффициент пропорциональности; v - средняя скорость потока; m - показатель степени.

Прологарифмировав данное уравнение, можно получить линейную зависимость

$$\lg h_l = \lg a + m \cdot \lg v, \quad (5.8)$$

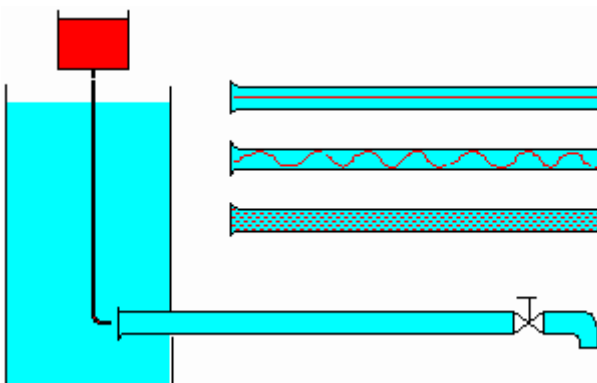
откуда

$$m = \frac{\lg h_l - \lg a}{\lg v} \quad (5.9)$$



Если точки, соответствующие значениям $\lg h_l$, $\lg v$, нанести на график, то значение показателя степени m определится как $\operatorname{tg} \alpha$ угла наклона прямых в ламинарной и турбулентной областях к горизонтальной оси.

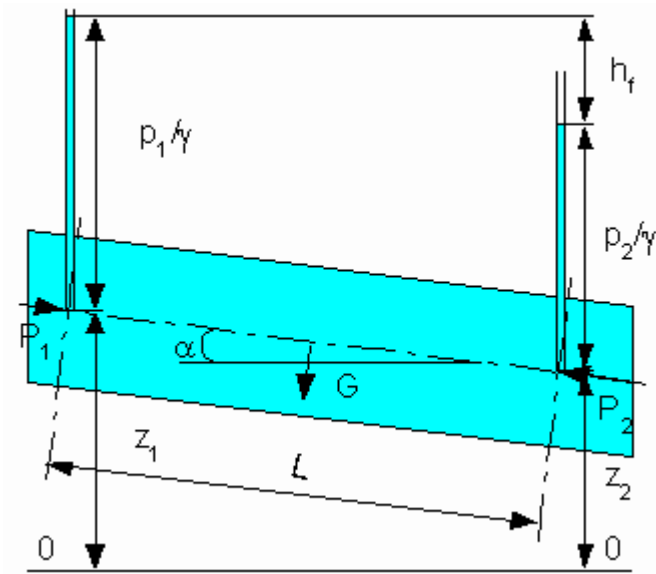
Режимы движения жидкости можно наблюдать визуально, на установке, которая состоит из резервуара с водой, стеклянной трубы с краном на конце, и сосуда с водным раствором красителя, который вводится тонкой струйкой внутрь стеклянной трубы при открытии крана.



Если в трубе 2 создать небольшую скорость движения воды и в поток ввести краситель, то увидим, что краситель не будет перемешиваться с потоком воды. Струйка красителя будет отчетливо видна вдоль всей стеклянной трубы, что указывает на слоистый характер движения жидкости, то есть ламинарный режим.

При постепенном увеличении скорости движения воды в трубе картина движения в начале не меняется, но затем при определенной скорости движения наступает быстрое ее изменение. Струйка красителя по выходе из трубки начинает колебаться, в ней появляются разрывы. Затем она размывается и перемешивается с потоком воды, причем становятся заметными вихреобразования и вращательное движение жидкости. Движение становится турбулентным.

Основное уравнение установившегося равномерного движения



Установим закономерность между потерями напора и силами трения. Для этого выделим в трубе или открытом канале с движущейся жидкостью объем жидкости, ограниченный двумя поперечными сечениями 1-1 и 2-2, находящимися на расстоянии L друг от друга. При равномерном движении площади живых сечений, а, следовательно, и скоростные напоры равны. Поэтому $h_f = z_1 + p_1/\gamma - z_2 - p_2/\gamma$. Выделенный объем жидкости находится в равномерном движении. Равномерное движение возможно лишь в случае, когда все силы, действующие на тело уравновешены. На выделенный объем жидкости действуют сила тяжести $G = \gamma \omega L$, приложенная в его центре тяжести, силы гидродинамического давления $P_1 = p_1 \omega$ и $P_2 = p_2 \omega$, нормальные к сечениям и направленные в разные стороны, и

сила трения возникающая на поверхности соприкосновения жидкости со стенками $T = \tau L \chi$, направленная противоположно движению. Так как движение равномерное (без ускорения) силы инерции не возникают. Спроецируем силы на ось направления движения.

$$P_1 - P_2 + G \cdot \sin \alpha - T = 0$$

$$p_1 \cdot \omega - p_2 \cdot \omega + \gamma \cdot L \cdot \omega \cdot \sin \alpha - \tau \cdot L \cdot \chi = 0$$

$$L \cdot \sin \alpha = z_1 - z_2$$

$$\omega \cdot (p_1 - p_2) + \gamma \cdot \omega \cdot (z_1 - z_2) = \tau \cdot L \cdot \chi$$

Разделим на $\gamma \omega$

$$\frac{(p_1 - p_2)}{\gamma} + (z_1 - z_2) = \frac{\tau \cdot L \cdot \chi}{\gamma \cdot \omega}$$

$$h_f = \frac{\tau \cdot L \cdot \chi}{\gamma \cdot \omega}$$

$$\frac{\tau}{\rho} = \frac{h_f \cdot \omega \cdot g}{L \cdot \chi}$$

$$\frac{\tau}{\rho} = J \cdot R \cdot g$$

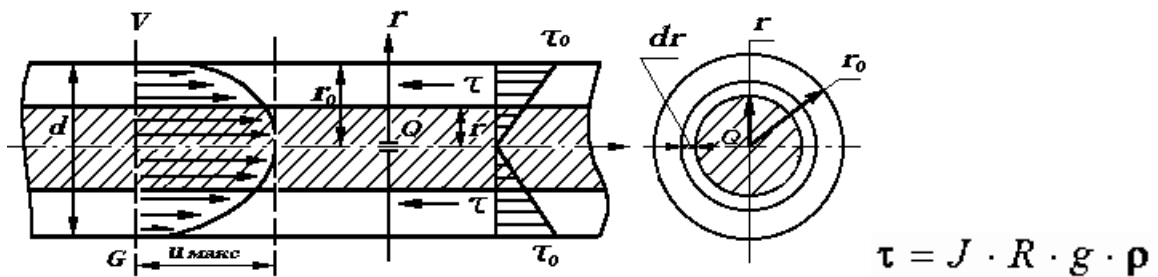
Напряжение силы трения отнесенное к единице веса равно произведению гидравлического радиуса на гидравлический уклон.

$$\sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = \sqrt{g \cdot J \cdot R} = u_*$$

- динамическая скорость. Эта величина не имеет физического смысла, но имеет размерность скорости.

Ламинарный режим

Исследуем ламинарный режим движения жидкости теоретически.



$$\tau = \rho \cdot g \cdot J \cdot \frac{r}{2}$$

$$r = 0 \quad \tau = 0$$

$$r = r_0 \quad \tau_0 = \rho \cdot g \cdot J \cdot \frac{r_0}{2}$$

Из последнего выражения виден линейный закон изменения касательного напряжения по сечению.

$$\tau = \tau_0 \cdot \frac{r}{r_0}$$

С другой стороны

$$\tau = -\mu \cdot \frac{du}{dr}$$

Следовательно

$$\rho \cdot g \cdot J \cdot \frac{r}{2} = -\mu \cdot \frac{du}{dr}$$

$$du = -\frac{\rho \cdot g \cdot J}{2 \cdot \mu} \cdot r \cdot dr$$

$$u = -\frac{\rho \cdot g \cdot J}{\mu} \cdot \frac{r^2}{4} + C$$

Постоянная интегрирования C определяется из условия равенства нулю скорости u у стенок трубы при $r = r_0$

$$0 = \frac{\rho \cdot g \cdot I}{4 \cdot \mu} \cdot r_0^2 + C$$

Окончательно, подставив значение C в уравнение (1.6) получим уравнение, выражающее закон распределения скоростей при ламинарном режиме

$$u = \frac{\rho \cdot g \cdot I}{4 \cdot \mu} \cdot (r_0^2 - r^2) = \frac{g \cdot I \cdot (r_0^2 - r^2)}{4 \cdot \nu}$$

где ν - коэффициент кинематической вязкости.

Уравнение, известное как формула Стокса, представляет уравнение параболы, имеющей максимум при $r = 0$, то есть по оси трубы

$$u_{\max} = \frac{\rho \cdot g \cdot I}{4 \cdot \mu} \cdot r_0^2 = \frac{\rho \cdot g \cdot I}{16 \cdot \mu} \cdot d^2 = \frac{g \cdot I \cdot d^2}{16 \cdot \nu}$$

Зная закон распределения скорости по живому сечению трубы, получим зависимость для определения расхода

$$\begin{aligned} Q &= \int_{\omega} u \cdot d\omega = \int_{\omega} \frac{\rho \cdot g \cdot I}{4 \cdot \mu} (r_0^2 - r^2) \cdot d\omega = \\ &= \int_{\omega} \frac{\rho \cdot g \cdot I}{4 \cdot \mu} (r_0^2 - r^2) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot I}{8 \cdot \mu} r_0^4 \end{aligned}$$

Зависимость, определяющая расход носит название формулы Пуазейля.

Так как $\nu = \frac{Q}{\omega}$, получаем

$$v = \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot I \cdot r_0^4}{8 \cdot \mu \cdot \pi \cdot r_0^2} = \frac{\rho \cdot g \cdot I \cdot r_0^2}{8 \cdot \mu} = \frac{u_{\max}}{2}$$

то есть средняя скорость в трубе при ламинарном режиме равна половине максимальной скорости, наблюдаемой на оси. Преобразуем зависимость

$$v = \frac{\rho \cdot g \cdot I \cdot r_0^2}{8 \cdot \mu} = \frac{\rho \cdot g \cdot I \cdot d^2}{32 \cdot \rho \cdot \nu} = \frac{g \cdot I \cdot d^2}{32 \cdot \nu} = \frac{g \cdot h_l \cdot d^2}{32 \cdot \nu \cdot L}$$

откуда

$$h_l = \frac{32 \cdot \nu \cdot \nu \cdot L}{g \cdot d^2}$$

где h_l - потери напора по длине.

Зависимость, определяющая величину потерь напора при ламинарном режиме движения, показывает, что потери напора при ламинарном режиме пропорциональны первой степени средней скорости, зависят от рода жидкости, обратно пропорциональны площади сечения трубы и не зависят от шероховатости стенок трубы.

Преобразуем зависимость, умножив числитель и знаменатель на $2 \cdot \nu$ и перегруппировав сомножители

$$h_l = \frac{32 \cdot \nu}{d} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\nu}{g} \cdot \frac{2 \cdot \nu}{2 \cdot \nu} = \frac{64 \cdot \nu}{\nu \cdot d} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\nu^2}{2 \cdot g}$$

Турбулентный режим

$$\tau = \tau_H + \tau_T$$

$$\tau_H = \mu \cdot \frac{du}{dh}$$

$$\tau_T = \rho \cdot u \cdot \nu$$

$$u = k_1 \cdot l_1 \cdot \frac{du}{dh}$$

$$\nu = k_2 \cdot l_1 \cdot \frac{du}{dh}$$

$$\tau_T = \rho \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot l_1^2 \cdot \frac{du}{dh}$$

$$l = l_1 \cdot \sqrt{k_1 \cdot k_2}$$

$$\tau_T = \rho \cdot l^2 \cdot \left(\frac{du}{dh} \right)^2$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dh} + \rho \cdot l^2 \cdot \left(\frac{du}{dh} \right)^2$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dh} + \varepsilon \frac{du}{dh}$$

$$\sqrt{\frac{\tau_1}{\rho}} = l \cdot \frac{du}{dh}$$

$$u_* = l \cdot \frac{du}{dh}$$

$$l = \beta \cdot h; \quad \beta = 0,4$$

$$u_* = \beta \cdot h \cdot \frac{du}{dh}$$

$$du = \frac{u_*}{\beta} \cdot \frac{1}{h} \cdot dh$$

$$u = \frac{u_*}{\beta} \cdot \ln h + C$$

$$h = r; \quad u = u_{\max}$$

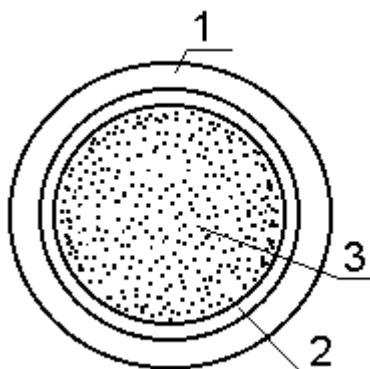
$$C = u_{\max} - \frac{u_*}{\beta} \cdot \ln r$$

$$u = u_{\max} - \frac{u_*}{\beta} \cdot \ln r + \frac{u_*}{\beta} \cdot \ln h$$

$$u = u_{\max} - \frac{u_*}{\beta} \cdot \ln \frac{r}{h}$$

При $h = (0,22-0,24)r$ $v = u$.

ПОНЯТИЕ О ГИДРАВЛИЧЕСКИ ГЛАДКИХ И ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ



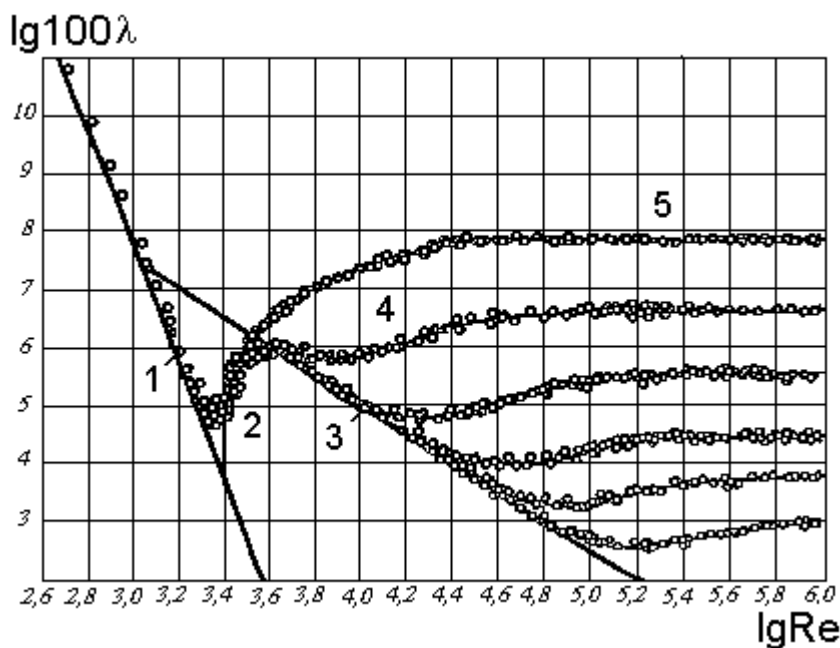
На основании экспериментальных и теоретических исследований считают, что на границе потока (у стенок) существует тонкий слой жидкости с ламинарным режимом движения, а в центре находится, так называемое, турбулентное ядро. Между этими областями расположен переходный слой. При этом толщина ламинарного подслоя составляет десятые доли миллиметра.

Поверхность стенок всегда обладает неровностями. Эти неровности имеют различную величину, форму и периодичность, которые зависят от рода материала и способа его изготовления. Величина неровностей характеризуется абсолютной шероховатостью, представляющая собой среднюю линейную величину неровностей.

Если величина выступов меньше толщины ламинарного подслоя, то такая поверхность называется гидравлически гладкой. В этом случае потери энергии на трение не будут зависеть от шероховатости поверхности. Если неровности выступают сквозь ламинарную пленку, то поверхность называется гидравлически шероховатой.

Толщина ламинарного слоя зависит от числа Рейнольдса (с увеличением Re толщина уменьшается), следовательно, одна и та же поверхность в различных гидравлических режимах может быть гидравлически гладкой или шероховатой.

Определение потерь напора по длине



I. Ламинарный режим

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad Re \leq 2320$$

Потери напора пропорциональны скорости в первой степени.

II. Переходная область

$$2320 \leq Re \leq 4000$$

$$\lambda = 1,47 \cdot 10^{-5} \cdot Re$$

III. Турбулентный режим

III.1. Область гладких русел

$$4000 \leq Re \leq 10^5 \quad \lambda = f(Re)$$

Формула Блазиуса
$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

Формула Прандтля
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg Re \cdot \sqrt{\lambda} - 0,8$$

III.2. Доквадратичная область

С увеличением числа Re ламинарная пленка становится тоньше, неровности начинают “обнажаться”, труба становится **гидравлически шероховатой**. В этом случае λ является функцией не только числа Re , но и относительной шероховатости

$$\lambda = f\left(Re, \frac{\Delta_g}{d}\right)$$

Формула Альтшуля
$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_g}{d}\right)^{0,25};$$

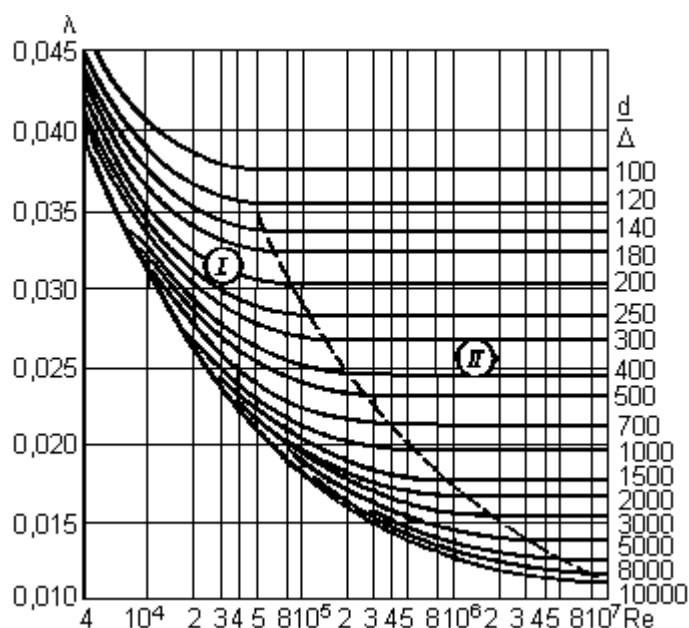
Формула Кольбука
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg\left(\frac{2,5}{Re} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta_g}{3,7 \cdot d}\right)$$

III.3. Квадратичная область

И, наконец, при больших числах Re , толщина ламинарной пленки очень мала, выступы шероховатости обтекаются турбулентным потоком с вихреобразованием за каждым выступом. Коэффициент гидравлического трения в этом случае не зависит от числа Рейнольдса, а определяется только относительной эквивалентной шероховатостью. Потери напора пропорциональны скорости во второй степени.

Формула Прандтля
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg \frac{\Delta_g}{3,7 \cdot d}$$

Формула Шифринсона
$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta_g}{d}\right)^{0,25}$$



Местные потери напора

Местные потери напора - это потери, обусловленные местными гидравлическими сопротивлениями, то есть такими элементами трубопроводов, в которых вследствие изменения поперечных размеров или конфигурации происходит деформация потока.

Всякая перестройка структуры потока связанная с появлением дополнительных касательных напряжений, причиной которых являются возникающие в потоке дополнительные вихреобразования.

Местные потери энергии имеют ту же физическую природу, что и потери по длине - это результат преобразования части механической энергии в тепловую за счет преодоления касательных напряжений трения.

Основные виды местных потерь напора можно условно подразделить на ряд групп, соответствующих определенным видам местных сопротивлений:

- потери, связанные с изменением поперечного сечения потока (внезапное или плавное расширение и сужение);
- потери, вызванные изменением направления потока (колена, угольники, отводы);
- потери, связанные с протеканием жидкости через арматуру различного типа (краны, вентили, задвижки, заслонки, приемные и обратные клапаны, сетки, фильтры);
- потери, связанные с разделением и слиянием потоков (тройники, крестовины).

Общим для всех видов местных сопротивлений является:

- искривление линий тока;
- изменение площади живого сечения;
- отрыв основной струи от стенок с образованием водоворотных зон;
- повышение пульсации скорости и давления.

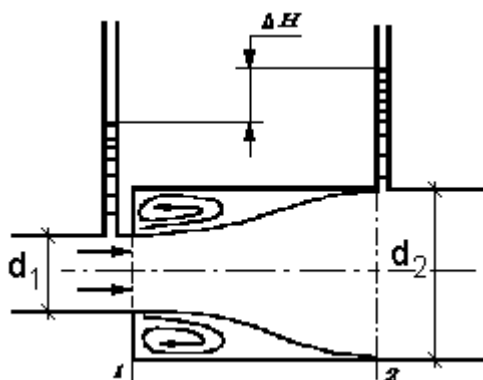
Местные потери напора определяются по формуле Вейсбаха

$$h_m = \zeta \frac{v^2}{2 \cdot g},$$

где ζ - коэффициент местного сопротивления.

Коэффициент местного сопротивления зависит в основном от формы местного сопротивления и его геометрических размеров.

Теоретически достаточно точно коэффициент местного сопротивления при турбулентном режиме движения можно определить для внезапного расширения, когда труба диаметром d_1 переходит в трубу с большим диаметром d_2 ($d_2 > d_1$). Струя, выходящая из первой трубы, на некоторой длине расширяется и в сечении 2-2 заполняет все сечение второй трубы (рис. 2.1).



Расширение струи сопровождается отрывом ее от стенок и образованием водоворотной зоны, имеющей кольцевую форму. В водоворотной зоне образуются вихри, происходит непрерывный обмен частицами жидкости, между основным потоком и завихренной его частью. Основной вихрь порождает другие, более мелкие вихри, что и является причиной потерь энергии, то есть местных потерь напора, которые будем обозначать через $h_{с.р.}$

Рис. 2.1. Внезапное расширение

Обозначим давление, скорость и площадь потока в сечении 1-1 через P_1, v_1, ω_1 , а в сечении 2-2 - через P_2, v_2, ω_2 (рис.2.1). Будем считать, что распределение скоростей в сечениях 1-1 и 2-2 равномерное, то есть $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, касательное напряжение на стенке трубы между сечениями равно нулю, давление $\frac{\partial P}{\partial r}$ в сечении 1-1 действует по всей площади ω_1

Запишем для данных сечений уравнение Бернулли, с учетом, что $z_1 = z_2 = 0$

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_{с.р.}$$

Тогда

$$h_{e.p.} = \left(\frac{v_1^2}{2 \cdot g} - \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \right) + \left(\frac{p_1}{\rho \cdot g} - \frac{p_2}{\rho \cdot g} \right)$$

Изменение количества движения отсека жидкости между сечениями 1-1 и 2-2 равно импульсу сил действующих на этот отсек. Проекция на ось X изменение количества движения определяется по формуле

$$x_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = x_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h_x$$

Исходя из ранее принятого допущения, на рассматриваемый отсек жидкости действуют только силы гидродинамического давления, проектируемые на ось X

$$H_x = \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} + \zeta \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

$$\rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1) = p_1 \cdot \omega_1 - p_2 \cdot \omega_2 + R_x$$

$$\rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1) = p_1 \cdot \omega_2 - p_2 \cdot \omega_2$$

Разделим левую и правую части уравнения на $\rho \cdot g \cdot \omega_2$ и учитывая, что $Q/\omega_2 = v_2$

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} - \frac{p_2}{\rho \cdot g} = \frac{v_2 \cdot (v_2 - v_1)}{g}$$

$$h_{e.p.} = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} - \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{2 \cdot v_2 \cdot (v_2 - v_1)}{2 \cdot g}$$

После преобразования окончательно имеем

$$h_{e.p.} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2 \cdot g}$$

Формула называется формулой Борда. Согласно ей потери напора при внезапном расширении равны скоростному напору потерянной скорости, так как разность $(v_1 - v_2)$ называют потерянной скоростью.

Выражение можно привести к другому виду. Выразим первую скорость через вторую, используя уравнение расхода

$$v_1 \cdot \omega_1 = v_2 \cdot \omega_2; \quad v_1 = \frac{v_2 \cdot \omega_2}{\omega_1}$$

Тогда

$$h_{e.p.} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Обозначив

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 = \zeta_{e.p.},$$

где $\zeta_{e.p.}$ - коэффициент гидравлического сопротивления при внезапном расширении потока.

Окончательно получим

$$h_{e.p.} = \zeta_{e.p.} \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Формула может быть преобразована, если выразить вторую скорость через первую

$$h_{e.p.} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

Обозначив

$$\left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 = \zeta'_{e.p.},$$

Окончательно получим

$$h_{e.p.} = \zeta'_{e.p.} \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

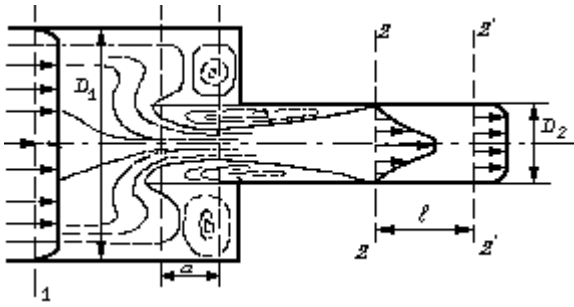


Рис. 2.2. Внезапное сжатие потока

Рассмотрим внезапное сужение, то есть переход трубы диаметром d_1 в трубу меньшего диаметра d_2 (см. рис. 2.2).

При переходе из трубы большего диаметра происходит сжатие потока до $\omega_{сж}$, а затем наступает его расширение до ω_2 . Многочисленные исследования показали, потери напора на участке сжатия (от ω_1 до $\omega_{сж}$)

пренебрежимо малы по сравнению с потерями напора на участке расширения (от $\omega_{сж}$ до ω_2).

Поэтому потери напора при входном сужении могут быть найдены по формуле Борда

$$h_{вс} = \frac{(v_{сж} - v_2)^2}{2 \cdot g}$$

Из уравнения неразрывности потока определим

$$v_{вс} = \frac{\omega_2}{\omega_{сж}} \cdot v_2$$

Используя понятие коэффициента сжатия струи $\varepsilon = \omega_{сж} / \omega_2$,

$$h_{вс} = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Обозначив

$$\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 = \zeta_{вс}$$

Окончательно получим

$$h_{\text{вс}} = \zeta_{\text{вс}} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g},$$

где $\zeta_{\text{вс}}$ - коэффициент местного сопротивления при внезапном сжатии потока.

Коэффициент сжатия струи ζ зависит от степени сжатия потока $n = \omega_2 / \omega_1$.

Значение ζ для различных видов местных сопротивлений находят экспериментально и выражают в виде эмпирических формул, графиков или в табличной форме. Причем эти значения приводятся, как правило, для скорости за местным сопротивлением.

Как показали экспериментальные исследования, коэффициент местного сопротивления зависит не только от вида самого местного сопротивления, но и от режима движения жидкости, то есть от числа Рейнольдса

Эти значения относятся к сопротивлениям, находящимся на значительном расстоянии (до 20 – 40 диаметров) одно от другого. При близком расположении местных сопротивлений их необходимо рассматривать как сложное единое сопротивление.

Расчет трубопроводов

В зависимости от соотношения потерь напора по длине и местных потерь напора различают *длинные* и *короткие трубопроводы*.

Если местные потери напора превышают 10 % потерь напора по длине, то такой трубопровод, как правило, имеющий сравнительно небольшую длину, называют коротким.

В случае длинных трубопроводов местными потерями напора пренебрегают.

Кроме того, различают *простые* трубопроводы – не имеющие ответвлений и *сложные* - с ответвлениями.

При гидравлическом расчете трубопроводов встречаются три задачи:

1. определение расхода Q при заданных длине l , диаметре d и потерях напора h_f ;
2. определение потерь напора h_f при заданных длине l , диаметре d и расходе Q ;
3. определение диаметра трубопровода при заданных длине l , расходе Q и потерях напора h_f .

$$h = J \cdot l;$$

$$h = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g};$$

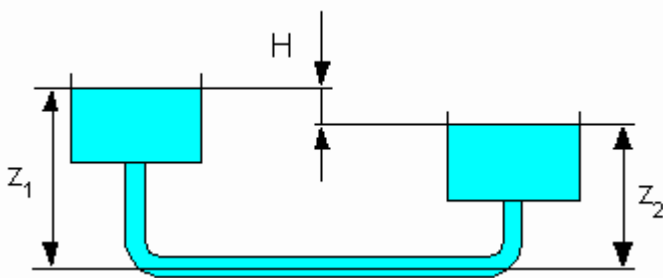
$$h = A \cdot l \cdot k \cdot Q^2;$$

$$h = S \cdot Q^2;$$

$$Q = \omega \cdot C \sqrt{R \cdot J}; \quad Q = K \sqrt{J}; \quad \gamma = \frac{G}{W};$$

$$Q = p \sqrt{h}.$$

Расчет длинного трубопровода



$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_f$$

$$p_1 = p_2 = p_{атм}$$

$$v_1 \approx v_2 \approx 0$$

$$z_1 - z_2 = h_f$$

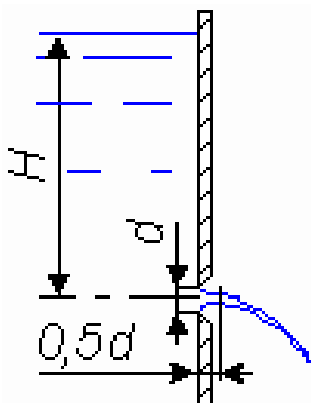
$$H = h_f$$

Следовательно, разность уровней в резервуарах полностью расходуется на преодоление сопротивления трубопровода

Расчет короткого трубопровода

Истечение жидкости через малое отверстие в тонкой стенке

Отверстием в тонкой стенке называется такое отверстие, когда толщина стенки не влияет на форму струи и условия истечения жидкости.



Малым отверстием называется отверстие вертикальный размер, которого менее одной десятой величины напора перед отверстием.

$$z_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h_m$$

$$z_1 - z_2 + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = H_0$$

$$H_0 = \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + \zeta \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

$$Q = \omega_c \cdot v_c = \omega \cdot \varepsilon \cdot \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

$$Q = \omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

Истечение из малого отверстия в тонкой стенке под уровень воды

$$v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (H_1 - H_2)}$$

Траектория движения струи

$$x = v \cdot t$$

$$y = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v^2}$$

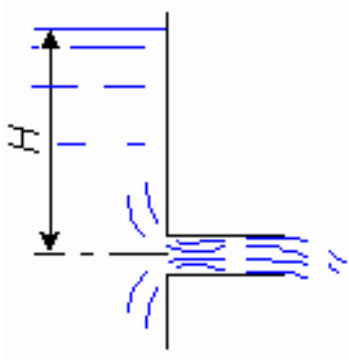
$$v = \sqrt{\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot y}}$$

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ НАСАДКИ

Насадком называется короткая труба, присоединенная к отверстию в тонкой стенке.

Насадки бывают:

- цилиндрические;
 - внешние (Вентури);
 - внутренние (Борда).
- конические;
 - расходящиеся;
 - сходящиеся.
- коноидальные.



φ	μ
0,97	0,62
0,82	0,82

$$v = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta_c + \zeta_p + \lambda \cdot \frac{l}{d}}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

$$\frac{Q_{нас}}{Q_{отс}} = \frac{0,82}{0,62} \approx 1,34$$

$$\frac{v_{нас}}{v_{отс}} = \frac{0,82}{0,97} \approx 0,85$$

Величина вакуума в сжатом сечении насадка

$$\frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_c^2}{2 \cdot g} = \frac{p_{атм}}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h$$

$$\frac{p_{атм}}{\gamma} - \frac{p_c}{\gamma} = \frac{\alpha \cdot v_c^2}{2 \cdot g} - \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} - \zeta \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 \right)$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right)^2 \right)$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1 - \varepsilon^2 - (1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^2} \right)$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1 - \varepsilon^2 - 1 + 2 \cdot \varepsilon - \varepsilon^2}{\varepsilon^2} \right)$$

$$h_{\text{вак}} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot 2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}$$

$$h_{\text{вак}} = \frac{\varphi^2 \cdot 2 \cdot g \cdot H}{2 \cdot g} \cdot 2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}$$

$$h_{\text{вак}} = 2 \cdot \varphi^2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \cdot H$$

$$h_{\text{вак}} = 2 \cdot 0,82^2 \cdot \frac{1 - 0,64}{0,64} \cdot H$$

$$h_{\text{вак}} \approx 0,75 \cdot H$$

$$h_{\text{вак}}^{\text{дон}} \approx 8,0 \text{ м} \quad H_{\text{дон}} = 10,0 \text{ м}$$

Предельная длина насадка

$$h_{\text{вак}} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \zeta - \lambda \cdot \frac{l}{d} \right) = 0$$

$$h_{\text{вак}} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 - \lambda \cdot \frac{l}{d} \right) = 0$$

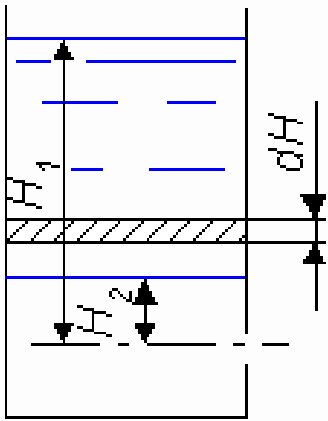
$$\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 - \lambda \cdot \frac{l}{d} = 0$$

$$2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} = \lambda \cdot \frac{l}{d}$$

$$l_{\text{пред}} = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \cdot 2 \cdot \frac{d}{\lambda}$$

$$l_{\text{пред}} \approx 7d$$

Истечение жидкости при переменном напоре



$$dW = \Omega \cdot dH$$

$$dW = Q \cdot dt$$

$$-\Omega \cdot dH = \omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \cdot dt$$

$$dt = -\frac{\Omega}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \frac{dH}{\sqrt{H}}$$

$$t = \frac{2 \cdot \Omega}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})$$

$$t = \frac{2 \cdot \Omega \cdot \sqrt{H}}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g}} = \frac{2 \cdot \Omega \cdot \sqrt{H} \cdot \sqrt{H}}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}} = \frac{2 \cdot W}{Q}$$

ИЗМЕРЕНИЕ РАСХОДОВ ЖИДКОСТИ

1. Расходомеры ОБЪЕМНОГО типа

Для учета количества жидкости, расходуемой отдельными небольшими потребителями (жилые и общественные здания, небольшие предприятия, отдельные цеха), наибольшее распространение получили механические скоростные счетчики воды.

По конструктивному исполнению скоростные (тахометрические) счетчики жидкости подразделяют на две основные группы: крыльчатые, ось вращения крыльчатки которых перпендикулярна направлению движения жидкости, и турбинные, у которых ось вращения турбины параллельна направлению движения жидкости.

Принцип действия скоростных счетчиков жидкости основан на измерении числа оборотов крыльчатки или турбины, приводимых в движение потоком протекающей через счетчик жидкости. Число оборотов крыльчатки или турбины пропорционально количеству протекающей через счетчик жидкости. Ось крыльчатки или турбины с помощью передаточного механизма соединена со счетным механизмом, который, учитывая число оборотов, показывает количество протекающей через счетчик жидкости.

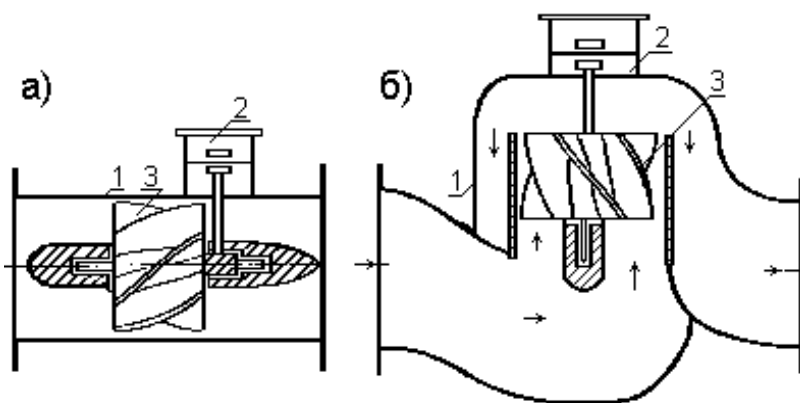
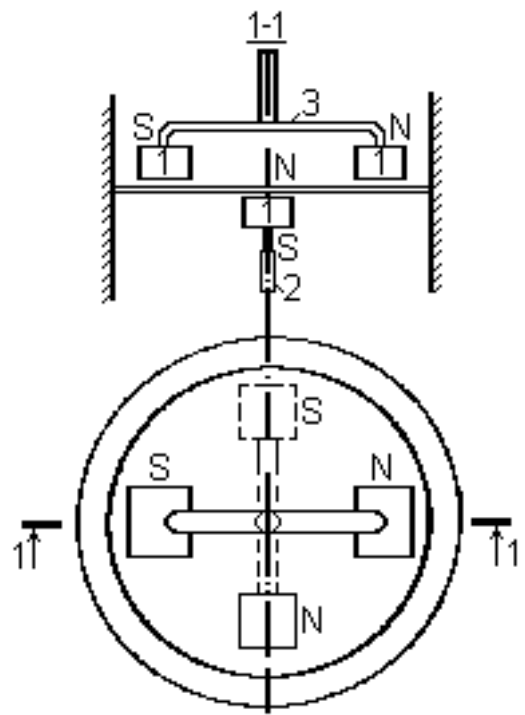
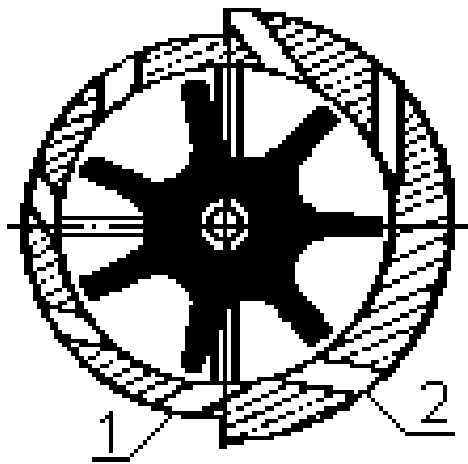
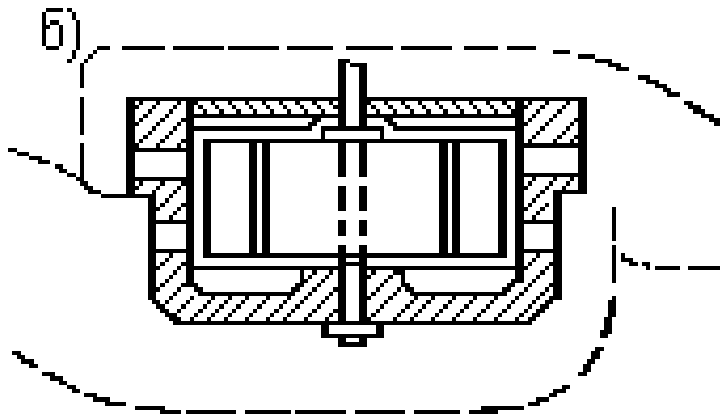
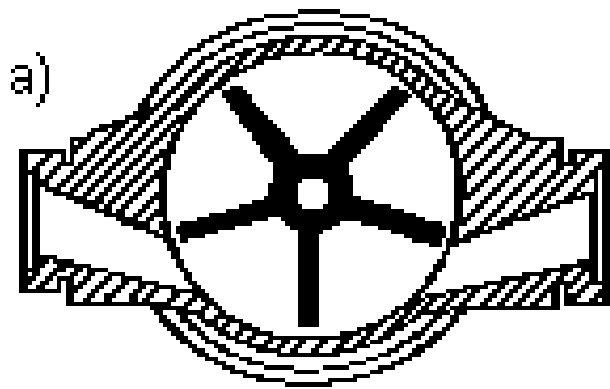
$Q_{\text{макс}}$ - максимальный расход, при котором счетчик может работать кратковременно, не более одного часа в сутки;

$Q_{\text{ном}}$ - номинальный расход, при котором счетчик может работать длительное время;

$Q_{\text{э}}$ - эксплуатационный расход, при котором счетчик может работать непрерывно в течение всего срока эксплуатации;

$Q_{\text{мин}}$ - наименьший расход, для которого нормируется предел допускаемой относительной погрешности;

$Q_{\text{п.ч.}}$ - порог чувствительности, такой наименьший расход, при котором начинается устойчивое вращение рабочего органа счетчика.

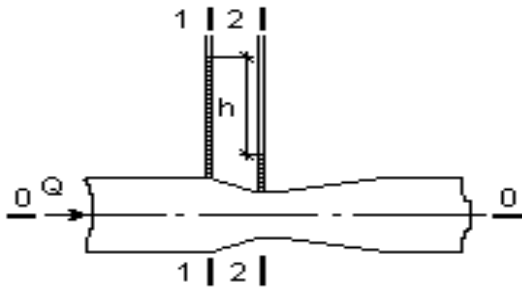


2. РАСХОДОМЕРЫ ПЕРЕМЕННОГО ПЕРЕПАДА ДАВЛЕНИЯ

Принцип измерения расхода расходомером переменного перепада давления основан на том, что в зависимости от расхода вещества изменяется перепад давления на неподвижном сужающем устройстве, установленном в трубопроводе или элементе трубопровода (колена).

Расходомеры переменного перепада давления состоят из трех элементов: сужающего устройства, дифференциального манометра для измерения перепада давления и соединительных линий с запорной и предохранительной арматурой.

Применяются следующие стандартные сужающие устройства: диафрагмы, сопла, сопла Вентури и **трубы Вентури**.



Установленное в трубопроводе сужающее устройство (рис.2.1) приводит к увеличению скорости в суженном сечении. В результате часть потенциальной энергии давления переходит в кинетическую, поэтому статическое давление в суженном сечении становится меньше статического давления перед сужающим устройством. Перепад давлений зависит от

скорости движения жидкости, а следовательно, и от расхода.

Для вывода основного уравнения расхода жидкости, протекающего через сужающие устройство, используется уравнение Д. Бернулли, составленное для сечений 1-1 и 2-2. Сечение 1-1 выбирается перед сужающим устройством, а сечение 2-2 в сжатом сечении. Плоскость сравнения проводится по оси трубопровода. Потери напора между сечениями не учитываются.

В этом случае уравнение Бернулли запишется следующим образом:

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \cdot v_2^2}{2 \cdot g} \quad (2.1)$$

Принимая во внимание $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, используя уравнение неразрывности $V_1 \omega_1 =$

$V_2 \omega_2$ и учитывая, что $\frac{P_1}{\rho \cdot g} - \frac{P_2}{\rho \cdot g} = h$, решается уравнение относительно V_1 :

$$v_1 = \frac{\sqrt{2 \cdot g}}{\sqrt{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1}} \cdot \sqrt{h}. \quad (2.2)$$

Теоретический расход в трубопроводе определяется по формуле

$$Q_T = \omega_1 \cdot v_1 = \frac{\omega_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{\sqrt{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1}} \cdot \sqrt{h}. \quad (2.3)$$

$$\omega_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g} / \sqrt{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1}$$

Выражение зависит только от геометрических размеров
данного расходомера и является постоянной величиной:

$$\frac{\omega_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{\sqrt{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1}} = C. \quad (2.4)$$

Тогда уравнение расхода примет вид

$$Q_T = C \cdot \sqrt{h}, \quad (2.5)$$

где C - постоянная расходомера.

При выводе зависимости (2.5) не учитывались потери энергии, поэтому фактический расход будет меньше теоретического. Это несоответствие расходов характеризуется коэффициентом расхода

$$\mu = \frac{Q}{Q_T}. \quad (2.6)$$

Окончательная формула для определения расхода принимает следующий вид

$$Q = \mu \cdot C \cdot \sqrt{h} = A \cdot \sqrt{h}, \quad (2.7)$$

где A - коэффициент расхода расходомера,

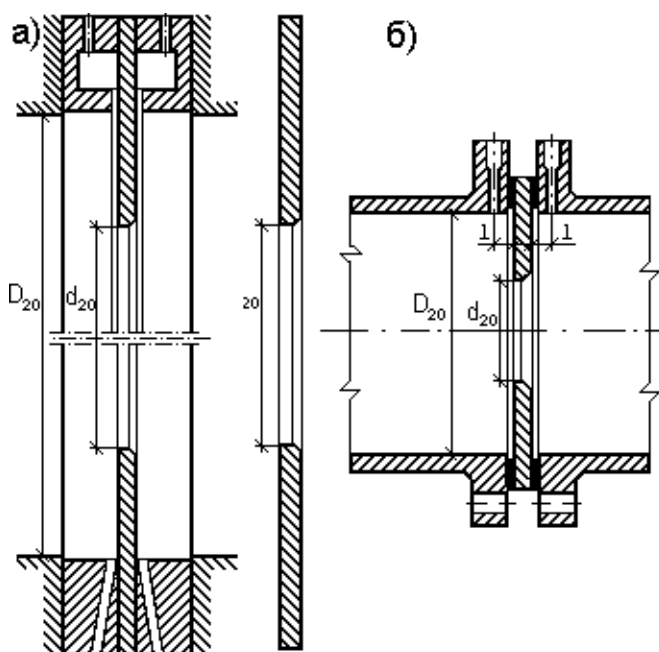
$$A = \mu \cdot C. \quad (2.8)$$

3. Конструктивные особенности сужающих устройств

При измерении расхода методом переменного перепада давления используются правила измерения расхода газов и жидкостей стандартными сужающими устройствами РД50 - 213 - 80.

Стандартные (нормализованные) сужающие устройства должны отвечать требованиям этих правил и применяться для измерения расхода вещества без их индивидуальной градуировки.

Диафрагмы



При измерении расхода жидкости широкое распространение получили диафрагмы, благодаря простоте конструкции, удобству монтажа и демонтажа. Стандартные диафрагмы (рис.2.2), представляющие собой диск с отверстием, могут быть с угловым или фланцевым способами отбора перепада давления.

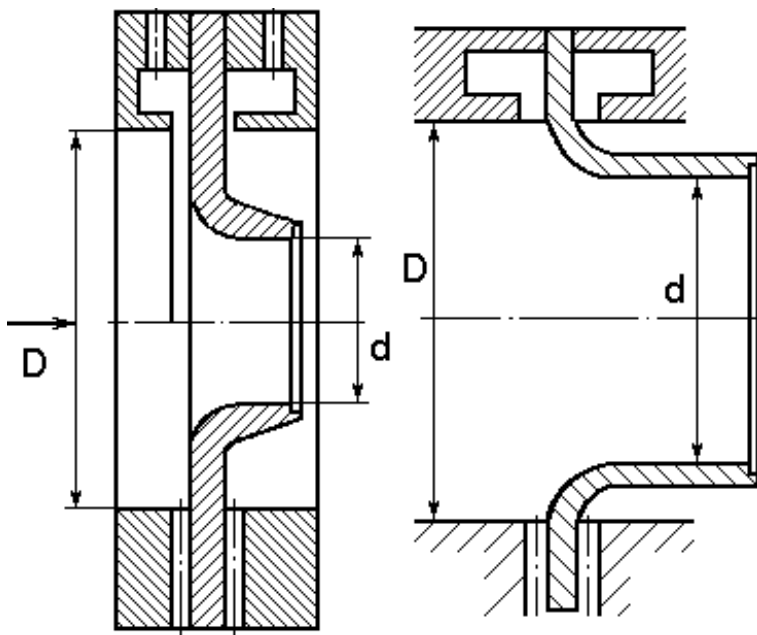
Конструктивно диафрагмы выполняются камерными или бескамерными. В бескамерных диафрагмах отбор перепада давления осуществляется через отверстия в трубопроводе или фланцах.

Кольцевые камеры предназначены для осреднения и выравнивания давления по периметру сечения. В результате этого повышается точность измерения. Камеры выполняют в ободах или обоймах диафрагмы. Для труб диаметром более 400 мм камеры выполняются в виде кольцевой трубки, охватывающей трубопровод.

Точность измерений расхода с помощью диафрагм существенно зависит от качества их установки и наличия перед ними участков труб расчетного диаметра без дополнительных источников возмущений (заусенцы, сварные швы, колена, тройники, запорная арматура).

Основным недостатком диафрагмы является то, что она обладает большим гидравлическим сопротивлением и вызывает значительные потери напора.

Сопла и сопла Вентури



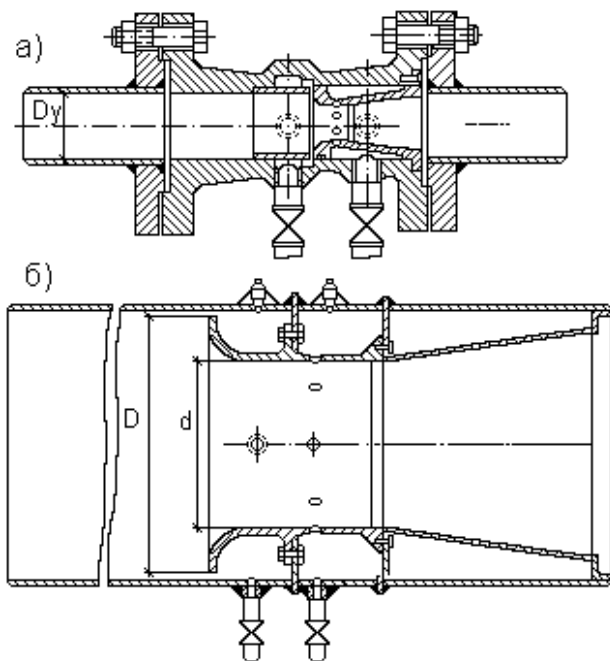
Основное уравнение расхода (2.3) справедливо и для сопел. Расходомерное сопло (рис. 2.3) представляет собой устройство с круглым отверстием, имеющим плавно сужающуюся часть на входе и цилиндрическую часть на выходе.

Точность измерения расхода соплами несколько выше точности измерения диафрагмами благодаря отсутствию дополнительной погрешности на недостаточную остроту входной кромки. Сопла в качестве сужающих устройств для расходомеров распространения не

получили, так как потери напора в них немногим меньше, чем в диафрагмах, а изготовление их значительно сложнее.

Сужающим устройством, обладающим высокой точностью измерения расхода и не создающим больших потерь напора, является сопло Вентури.

Соплом Вентури называется сужающее устройство, входная часть которого выполнена по форме стандартного сопла, а в устье имеется конус, служащий для уменьшения потерь напора.



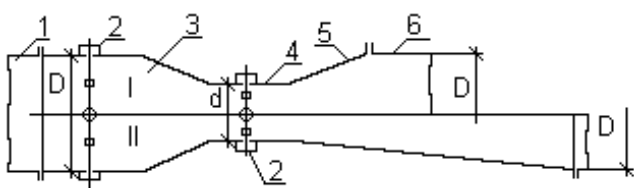
В зависимости от длины и центрального угла конуса различают длинные и укороченные сопла Вентури. В системах водоснабжения и канализации чаще используются укороченные сопла Вентури. Сопла Вентури изготавливают двух типов (рис. 2.4).

Первый тип предназначен для труб условным проходом от 50 до 200 мм, выполняют с соплом из цветных металлов и чугуном корпусом. Второй тип предназначен для труб условным проходом от 250 до 1400 мм, выполняют с чугунным соплом, покрытым антикоррозионным корпусом без фланцев.

При установке сопла Вентури необходимо соблюдать соосность трубы и сопла. Вблизи сопла Вентури должны отсутствовать источники, приводящие к искажению потока.

Трубы Вентури

Трубы Вентури были предложены ранее других сужающих устройств. В зависимости от размеров диффузора трубы Вентури бывают короткими и длинными. Различают три конструктивных исполнения труб Вентури: А - стальные сварные из листового материала на $Dy = 200 \dots 1400$ мм, P_y до 16 МПа; Б - с литыми необработанными входными частями, обработанной горловиной на $Dy = 100 \dots 800$ мм P_y до 25 МПа; В - с обработанными входным патрубком, конусом и горловиной на $Dy = 50 \dots 250$ мм, P_y до 4 МПа.



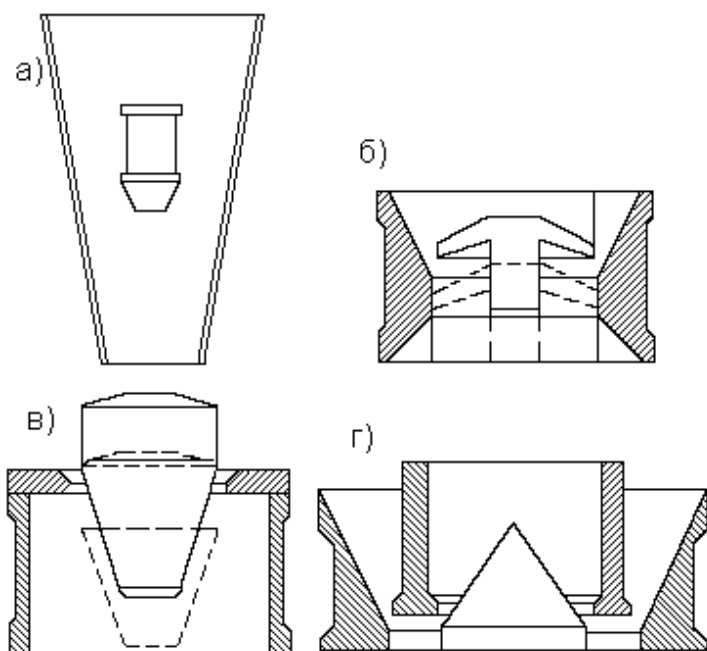
Наиболее простыми и удобными в изготовлении являются сварные трубы Вентури.

Стандартные трубы Вентури (рис. 2.5) состоят из следующих основных частей: входного цилиндра, сужающего конуса, горловины, расширяющегося конуса и выходного цилиндра. Все части собираются путем сварки. Отбор давления осуществляется из усредняющих кольцевых камер. В нижней части кольцевых камер устанавливаются пробковые краны для спуска жидкости.

Трубы Вентури присоединяют к стальным трубопроводам сваркой. В некоторых случаях допускается присоединение на фланцах.

Особенностью стандартных труб Вентури является их малая металлоемкость. Необходимые длины прямых участков перед трубами Вентури существенно

4. РАСХОДОМЕРЫ ПОСТОЯННОГО ПЕРЕПАДА ДАВЛЕНИЯ



Расходомеры постоянного перепада давления относятся к группе расходомеров обтекания, т.е. к расходомерам, основанным на зависимости перемещения тела, воспринимающего динамическое давление обтекающего его потока, от расхода измеряемой среды.

Измерительный орган этих расходомеров, перемещаясь вертикально, в зависимости от расхода, изменяет площадь кольцевого зазора таким образом, что перепад давления

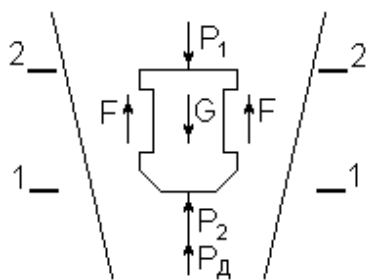
по обе его стороны остается постоянным.

Наиболее распространенными расходомерами постоянного перепада давления являются ротаметры. Основной измерительной частью ротаметров является ротаметрическая пара. Различают три типа ротаметрических пар (рис. 3.1).

Ротаметрическая пара первого типа состоит из измерительного конуса и поплавка (ротора). Эта конструкция применяется в стеклянных и металлических поплавках. Пара второго типа состоит из диафрагмы и поплавка и применяется в металлических ротаметрах. Ротаметрическая пара третьего вида состоит из кольцевого поплавка, размещенного в зазоре между внешним и внутренним конусами. Такие пары применяются в металлических ротаметрах для измерения больших расходов жидкости.

Теоретические основы измерения расхода при помощи ротаметров

Рассмотрим ротаметрическую пару первого типа. Поплавок в потоке обтекающей его жидкости находится под действием системы сил (рис. 3.2).



На поплавок действуют:

а) сила тяжести поплавка

$$G = W \cdot g \cdot (\rho_n - \rho), \quad (3.1)$$

где W - объем поплавка; g - ускорение свободного падения; ρ , ρ_n - плотность жидкости и плотность материала, из которого изготовлен поплавок;

б) сила давления на верхнюю часть поплавка

$$P_2 = p_2 \cdot \omega_n, \quad (3.2)$$

где p_2 - давление жидкости над поплавком; ω_n - площадь поплавка;

в) сила давления на нижнюю часть поплавка

$$P_1 = p_1 \cdot \omega_n, \quad (3.3)$$

где p_1 - давление жидкости под поплавком;

г) сила трения потока о поплавок

$$F = K \cdot v_K \cdot \omega_b, \quad (3.4)$$

где K - коэффициент сопротивления поплавка; V_K - скорость движения жидкости в кольцевом канале между поплавком и стенкой; ω_b - площадь боковой части поплавка.

д) сила динамического давления

$$P_D = \varphi \cdot \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} \cdot \omega_n, \quad (3.5)$$

где φ - коэффициент сопротивления (обтекания) поплавка; ρ - плотность жидкости; V_1 - скорость движения жидкости в сечении 1-1 (рис. 3.2).

Перепад давления на поплавок определится из условия равновесия поплавка

$$P_2 + G = P_1 + P_D + F; \quad (3.6)$$

$$p_2 \cdot \omega_n + W \cdot g \cdot (\rho_n - \rho) = p_1 \cdot \omega_n + \varphi \cdot \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} \cdot \omega_n + K \cdot v_K \cdot \omega_b; \quad (3.7)$$

$$p_1 \cdot \omega_n - p_2 \cdot \omega_n = W \cdot g \cdot (\rho_n - \rho) - \varphi \cdot \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} \cdot \omega_n - K \cdot v_K \cdot \omega_b; \quad (3.8)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{W \cdot g \cdot (\rho_n - \rho)}{\omega_n} - \varphi \cdot \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} - K \cdot v_K \cdot \frac{\omega_b}{\omega_n}. \quad (3.9)$$

Для вывода основного уравнения расхода жидкости, протекающей через ротаметр, составим уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 (рис. 3.2):

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + \zeta \frac{v_2^2}{2 \cdot g}. \quad (3.10)$$

Решая совместно уравнения (3.9) и (3.10), получим зависимость для определения скорости движения жидкости в кольцевом канале

$$v_K = k_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot W \cdot (\rho_n - \rho)}{\rho \cdot \omega_n}}, \quad (3.11)$$

тогда расход определится как

$$Q = \omega_K \cdot k_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot W \cdot (\rho_n - \rho)}{\rho \cdot \omega_n}}, \quad (3.12)$$

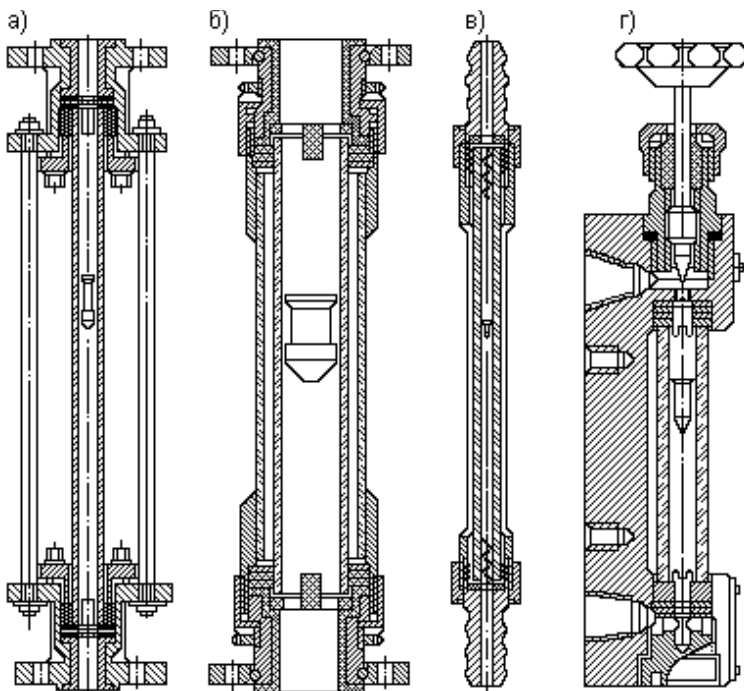
где k_1 - коэффициент расхода ротаметра; ω_K - площадь кольцевого зазора между поплавком и стенкой.

Коэффициент расхода ротаметра зависит от угла конусности, формы и веса поплавка, плотности и вязкости жидкости и установить его, даже для каких-либо эталонных условий, практически невозможно. Поэтому при изготовлении ротаметров прибегают к их экспериментальной градуировке.

2. Конструкции ротаметров

По конструктивному исполнению ротаметры подразделяют на стеклянные с местным отсчетом (РМ) и металлические с электрическим (РЭ) или пневматическим (РП) выходным сигналом.

Ротаметры типа РМ со стеклянной трубкой (рис. 3.3) заменяют ранее выпускавшиеся типа РС.



Поплавок у ротаметров типа РМ в зависимости от пределов измерения изготавливают из стали, анодированного дюралюминия, эбонита или титана. Ротаметры этого типа могут работать при температуре измеряемой среды в пределах от 5 до 50 °С. Они находят широкое применение в научных исследованиях, а также в промышленности для измерения небольших расходов жидкости и газов (например в хлораторах ЛОНИИСТО). Основная наибольшая приведенная погрешность составляет $\pm 2,5\%$.

К достоинствам ротаметров следует отнести сравнительно небольшие потери напора ($\Delta h \approx 1$ м), которые мало зависят от расхода: например, при изменении расхода в 5 раз потери напора увеличиваются в 1,5..2 раза.

Контрольные вопросы

1. К какой группе расходомеров относятся ротаметры?
2. Какие силы действуют на поплавок?
3. Как изменится перепад давления, если вес поплавка увеличить?
4. Как изменится перепад давления, если вес поплавка уменьшить?
5. Как изменится положение поплавка, если его вес уменьшить, а расход оставить постоянным?

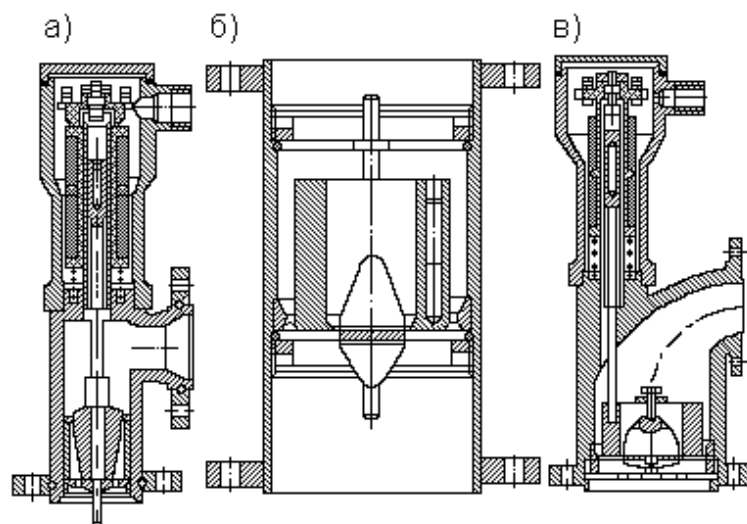


Рис. 3.4. Металлические ротаметры РЭ:

а) для малых расходов; б, в) для больших и средних расходов

1. Как изменится положение поплавка, если его вес увеличить, а расход оставить постоянным?
2. Чем объясняется горизонтальный участок на тарировочном графике?
3. Как изменится горизонтальный участок на тарировочном графике, если увеличить вес поплавка?
4. Как изменится угол между тарировочным графиком и горизонтальной линией при увеличении веса поплавка?
5. В каких единицах отградуирована шкала стеклянного ротаметра?

УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ

Основной задачей гидродинамики является изучение законов движения жидкости. Движение жидкости характеризуется скоростями движения частиц и давлением в отдельных точках потока.

Чтобы установить взаимосвязь между основными параметрами движения, а именно между гидродинамическим давлением и скоростью движущейся жидкости, составим уравнения движения жидкости. Эти уравнения могут быть получены из дифференциальных уравнений равновесия жидкости, если к действующим силам согласно принципу д'Аламбера присоединить силы инерции. Получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{du_x}{dt}, \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{du_y}{dt}, \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} &= \frac{du_z}{dt}. \end{aligned} \quad (1)$$

Преобразуем полученные уравнения, применительно к элементарной струйке идеальной жидкости, находящейся в установившемся движении, умножив каждое уравнение соответственно на dx , dy , dz . После почленного суммирования получаем

$$\begin{aligned} X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz - \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz \right) &= \\ = \frac{du_x}{dt} \cdot dx + \frac{du_y}{dt} \cdot dy + \frac{du_z}{dt} \cdot dz. \end{aligned} \quad (2)$$

Так как dx , dy , dz - это проекции элементарного пути, проходимого частицами жидкости за время dt , следовательно:

$$\frac{dx}{dt} = u_x; \quad \frac{dy}{dt} = u_y; \quad \frac{dz}{dt} = u_z. \quad (3)$$

С учетом (3) уравнение (2) примет вид:

$$X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz - \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz \right) =$$

$$= u_x \cdot du_x + u_y \cdot du_y + u_z \cdot du_z. \quad (4)$$

$Xdx + Ydy + Zdz = d\Phi$ - полный дифференциал силовой функции, выражающей массовые силы, под действием которых осуществляется движение жидкости.

$\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz = dP$ - полный дифференциал давления, так как при установившемся движении гидродинамическое давление не зависит от времени.

$u_x \cdot du_x + u_y \cdot du_y + u_z \cdot du_z = \frac{1}{2} \cdot d(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) = \frac{1}{2} \cdot d(u^2)$ - полный дифференциал скорости, выраженной через ее составляющие по соответствующим осям координат.

С учетом вышесказанного уравнение (4) примет вид:

$$d\Phi - \frac{1}{\rho} \cdot dP = \frac{1}{2} \cdot d(u^2). \quad (5)$$

Или окончательно

$$\frac{1}{\rho} \cdot dP + \frac{1}{2} \cdot d(u^2) - d\Phi = 0. \quad (6)$$

В частном случае, когда из всех массовых сил на движущуюся жидкость действуют только силы тяжести, силовая функция будет равна

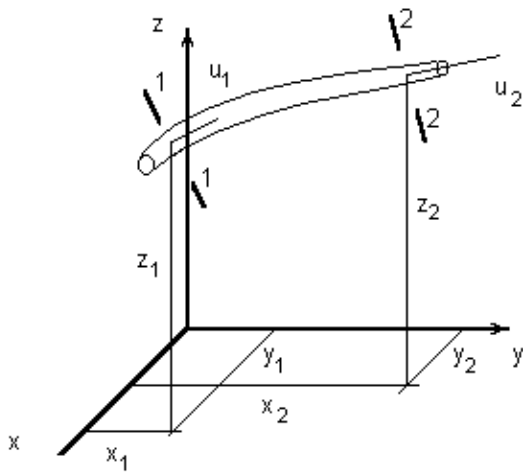
$$d\Phi = -g \cdot dz. \quad (7)$$

Подставив значение силовой функции в уравнение (6) и проинтегрировав, получим уравнение для рассматриваемого сечения:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{u^2}{2} + g \cdot z = const \quad (8)$$

Так как сумма трех членов в уравнении (8) постоянна для любого сечения струйки, то для двух сечений 1 - 1 и 2 - 2 (рис. 1) можно записать

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} + g \cdot z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + g \cdot z_2. \quad (9)$$



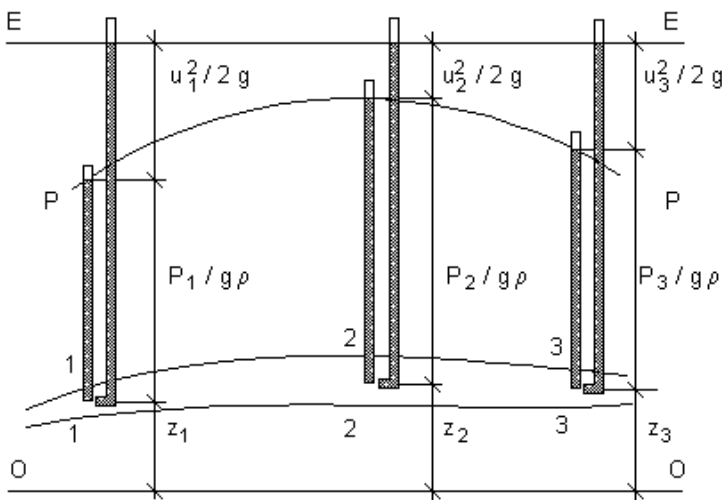
Разделив левую и правую часть уравнения (9) на g , окончательно получим:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2. \quad (10)$$

Уравнение (10) устанавливает связь между скоростью движения, давлением и геометрическим положением частиц жидкости для двух сечений струйки и является уравнением Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости.

Для определения геометрического смысла уравнения Бернулли рассмотрим элементарную стружку движущейся жидкости относительно произвольно выбранной плоскости сравнения (рис. 2). Выберем три сечения: 1 - 1; 2 - 2; 3 - 3; центры тяжести которых относительно плоскости сравнения 0 - 0 расположены на высотах $z_1; z_2; z_3$.

В центры тяжести выбранных сечений установим пьезометры и трубки Пито. Трубка Пито - это изогнутая под углом 90° трубка, устанавливаемая отверстием наконечника против течения. Под действием давления жидкость в пьезометрах поднимается на высоту $h_p = P/(\rho g)$.



В трубках Пито, под действием давления и скорости жидкость поднимается выше уровня в пьезометрах на высоту $h_u = u^2/(2g)$ (рис. 2).

Как видно, все члены в уравнении Бернулли представляют собой геометрические высоты и имеют размерность длины.

Так как сумма трех членов $P/(\rho g)$, z и $u^2/(2g)$ для идеальной жидкости постоянна вдоль оси струйки, то

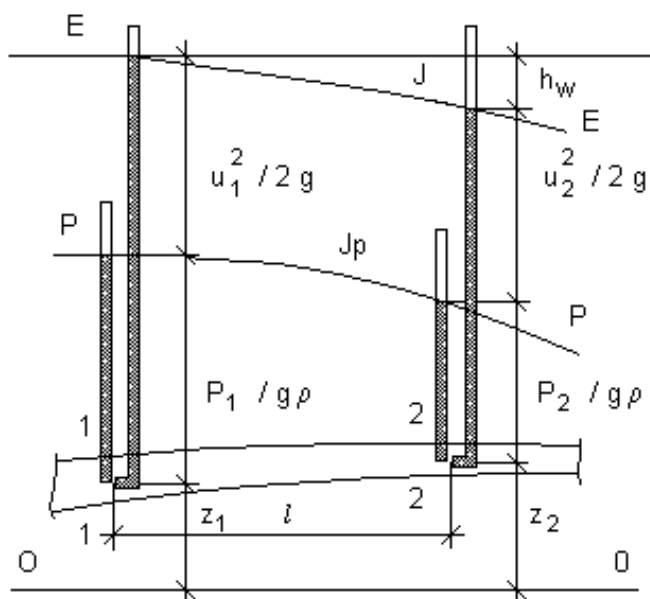
уровни жидкости в трубках Пито, установленных в различных сечениях будут всегда лежать в одной горизонтальной плоскости, называемой напорной плоскостью, т.е. напорная линия E - E (рис. 2) горизонтальна. В этом состоит геометрический смысл уравнения Бернулли для идеальной жидкости.

Если плавной кривой соединим уровни жидкости в пьезометрах, то получим пьезометрическую линию P - P (рис. 2), которая может подниматься или опускаться, но никогда не пересекается с напорной линией.

Сумма трех высот называется полным напором и обозначается H_g , т.е. полный напор представляет собой сумму пьезометрического $H_p = h_p + z = P/(\rho g) + z$ и скоростного $h_u = u^2/(2g)$ напоров:

$$H_g = z + \frac{P}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g}. \quad (11)$$

С энергетической точки зрения уравнение Бернулли выражает закон сохранения энергии. Полный напор H_g - это полная удельная механическая энергия жидкости в рассматриваемом сечении. Сумма трех членов есть сумма трех удельных энергий: удельной потенциальной энергии давления $P/(\rho g)$, удельной потенциальной энергии положения z , удельной кинетической энергии $u^2/(2g)$. Для идеальной жидкости сумма трех удельных энергий (полный напор) по длине струйки есть величина постоянная.



Реальная жидкость, в отличие от идеальной, обладает вязкостью. При движении реальной жидкости ее вязкость обуславливает сопротивление движению и вызывает потерю части энергии, поэтому полный напор уменьшается по длине струйки. Следовательно, уровни жидкости в трубках Пито будут снижаться по ходу движения. Напорная линия E - E, проведенная по этим уровням для вязкой жидкости, будет наклонной, нисходящей. Разность между горизонтальными линиями E - E, проведенными на уровне жидкости в трубках Пито в сечениях 1 - 1 и 2 - 2, представляет потери напора h_w на участке

между этими сечениями (рис. 3).

Таким образом, для реальной жидкости можно записать

$$H_1 = H_2 + h_w. \quad (12)$$

Или в развернутом виде

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{u_2^2}{2 \cdot g} + h_{w1-2}. \quad (13)$$

Потери напора, отнесенные к единице длины, выражают величину, которая называется гидравлическим уклоном:

$$I = \frac{h_w}{l} = \frac{\left(\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} \right) - \left(\frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{u_2^2}{2 \cdot g} \right)}{l}, \quad (14)$$

где I - гидравлический уклон; l - расстояние между сечениями 1 - 1 и 2 - 2.

Величина гидравлического уклона вдоль струйки может изменяться, так как зависит от потерь напора на различных участках.

Изменение пьезометрического напора, отнесенное к единице длины, называется пьезометрическим уклоном.

$$I_p = \frac{\left(\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 \right)}{l}, \quad (15)$$

где I_p - пьезометрический уклон; l - расстояние между сечениями 1 - 1 и 2 - 2.

Пьезометрический уклон может быть направлен как в сторону движения, так и в сторону, противоположную движению.

Для потока реальной жидкости уравнение Бернулли имеет вид

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{\alpha_1 \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{\alpha_2 \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h_{w_{1-2}}, \quad (16)$$

где v_1 и v_2 - средние скорости движения жидкости в рассматриваемых сечениях; α_1 и α_2 - коэффициенты кинетической энергии, величина которых зависит от степени неравномерности распределения скоростей по живому сечению потока.

Коэффициент α выражает отношение действительной кинетической энергии K_0 , определенной по истинным скоростям движения жидкости, к условной кинетической энергии K_y , определенной по средней скорости потока v :

$$\alpha = \frac{K_0}{K_y} = \frac{\int u^3 d\omega}{v^2 \cdot Q}. \quad (17)$$

При турбулентном режиме движения α принимается равным 1,05- 1,1. При ламинарном режиме $\alpha = 2$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое установившееся и неустановившееся движение?
2. Какое движение жидкости называют равномерным и неравномерным?
3. Какое движение жидкости называют напорным и безнапорным?
4. Что называют элементарной стружкой, и какими свойствами она характеризуется?
5. Что называют потоком жидкости?
6. Какое установившееся движение называют плавно изменяющимся, и какими свойствами оно характеризуется?
7. Что такое живое сечение потока, смоченный периметр и гидравлический радиус?
8. Что называют расходом и средней скоростью потока жидкости?
9. Сформулируйте и запишите уравнение неразрывности для потока жидкости?
10. Что называют полной удельной энергией потока в произвольном сечении?
11. Запишите уравнение Бернулли для элементарной стружки идеальной жидкости?
12. Запишите уравнение Бернулли для элементарной стружки реальной жидкости?
13. Запишите уравнение Бернулли для потока реальной жидкости?
14. В чем состоит геометрический смысл уравнения Бернулли?
15. В чем состоит энергетический смысл уравнения Бернулли?
16. Что такое пьезометрический уклон?
17. Что такое гидравлический уклон?
18. Чем отличается пьезометрический уклон от гидравлического?
19. Почему напорная линия всегда нисходящая?
20. Почему пьезометрическая линия бывает нисходящей и восходящей?
21. На каком расстоянии друг от друга располагаются напорная и пьезометрическая линии?
22. Могут ли напорная и пьезометрическая линии пересекаться?
23. В каком случае пьезометрическая линия может проходить ниже оси трубопровода?
24. Как изменится расстояние между напорной и пьезометрическими линиями при увеличении расхода жидкости в трубопроводе?
25. Как изменяется площадь живого сечения вдоль потока, если расстояние между напорной и пьезометрическими линиями вдоль потока при протекании по трубопроводу жидкости с постоянным расходом увеличится?

ДВА РЕЖИМА ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Течение реальной жидкости характеризуется различными режимами ее движения, которые могут переходить один в другой при определенных условиях. Экспериментальные исследования гидравлических сопротивлений показывают, что потери напора (потери энергии) зависят от существующего в потоке режима движения.

Существование двух принципиально разных режимов движения жидкости было отмечено Г. Хагеном в 1839 и 1854 г.г. В 1880 г. Д. И. Менделеев также высказал суждение о существовании двух режимов движения жидкости вследствие различия законов сопротивления движению. Позже английский физик О. Рейнольдс, а затем профессор Петербургского технологического института Н. П. Петров экспериментально подтвердили наличие двух режимов.

При изучении течения всевозможных капельных жидкостей с различными физическими свойствами. Рейнольдс установил, что движение бывает ламинарным и турбулентным.

“Ламинарный” происходит от латинского слова *lamina* - слой. Ламинарным называется такой режим, когда поток жидкости движется отдельными струйками или слоями и траектории отдельных частиц между собой не пересекаются. В практике ламинарный режим имеет место при движении жидкостей с большой вязкостью (нефти, смазочных масел), при движении воды через тонкие трубки, в трубопроводах при малых скоростях потока.

“Турбулентный” происходит от латинского слова *turbulentus* - беспорядочный. Турбулентным называется такой режим, когда струйчатость потока нарушается, все струйки перемешиваются и траектории движущихся частиц приобретают сложную форму, пересекаясь между собой. В практике чаще всего имеет место турбулентный режим движения жидкости.

В 1883 г. Рейнольдс в результате экспериментальных исследований установил, что критерием режима движения жидкости является безразмерная величина, представляющая собой отношение произведения средней скорости потока v и характерного для рассматриваемого случая линейного размера L к кинематической вязкости жидкости ν : $v \cdot L / \nu$. Этот критерий называется числом Рейнольдса и обозначается Re . Таким образом, число Рейнольдса имеет вид

$$Re = \frac{v \cdot L}{\nu}. \quad (1)$$

При напорном движении жидкости в круглых трубах за характерный линейный размер L обычно принимают внутренний диаметр трубы D и тогда

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu}, \quad (2)$$

а в остальных случаях - гидравлический радиус R

$$\text{Re} = \frac{v \cdot R}{\nu} . \quad (3)$$

Физический смысл числа Рейнольдса состоит в том, что оно выражает отношение сил инерции к силам вязкости:

$$\text{Re} = \frac{F_{\text{ети}}}{F_{\text{авз}}}; F_{\text{ети}} = m \cdot a = \rho \cdot L^3 \cdot \frac{v^2}{L} = \rho \cdot L^2 \cdot v^2 ;$$

$$F_{\text{авз}} = \mu \cdot S \cdot \frac{du}{dy} = \rho \cdot \nu \cdot L^2 \cdot \frac{v}{L} = \rho \cdot \nu \cdot L \cdot v ;$$

$$\text{Re} = \frac{F_{\text{ети}}}{F_{\text{авз}}} = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot v}{\rho \cdot \nu \cdot L \cdot v} = \frac{v \cdot L}{\nu} .$$

При преобладании сил вязкости - режим ламинарный, при преобладании сил инерции - режим турбулентный.

Многочисленные экспериментальные исследования гидравлических сопротивлений показывают, что между ними и скоростью движения жидкости имеется зависимость $h_l = f(v)$.

Если опытные данные нанести на график в логарифмических координатах (рис. 6), то можно выявить три области: ламинарную (линия АВ), турбулентную (линия CD) и неустойчивую, расположенную между точками В и С. Точки В и С называются критическими, то есть точками, в которых происходит изменение режима. Точка В называется нижней критической точкой. Скорости, соответствующие этим точкам, называются критическими скоростями. Для точек В и С характерно то, что при скоростях меньше $v_{Н.К.}$ всегда наблюдается ламинарный режим, а при скоростях больших $v_{В.К.}$ - турбулентный режим. При изменении скоростей от малых к большим ламинарный режим может удерживаться до точки Е. При изменении скоростей от больших к малым, турбулентный режим может удерживаться до точки В.

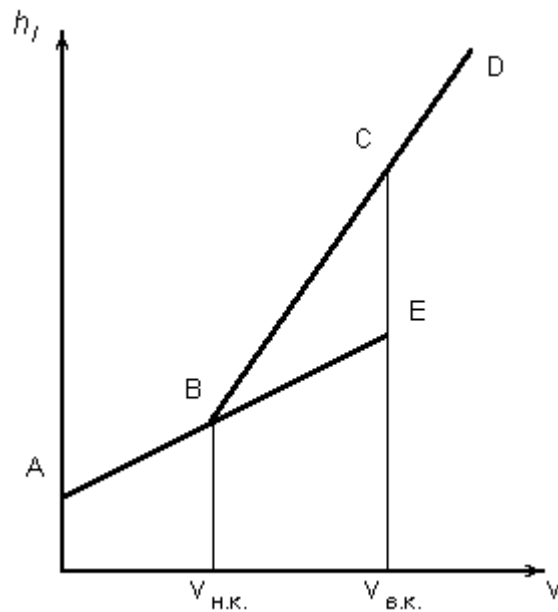


Рис. 4. Переход ламинарного режима движения жидкости в турбулентный

Значение числа Рейнольдса, соответствующее нижней критической точке В, называется нижним критическим числом Рейнольдса и равно

$$Re_{i.\dot{e}.} = \frac{v_{i.\dot{e}.} \cdot D}{\nu} . \quad (5)$$

Число Рейнольдса, соответствующее верхней критической точке С, называется верхним критическим числом и равно

$$Re_{\dot{a}.\dot{e}.} = \frac{v_{\dot{a}.\dot{e}.} \cdot D}{\nu} . \quad (6)$$

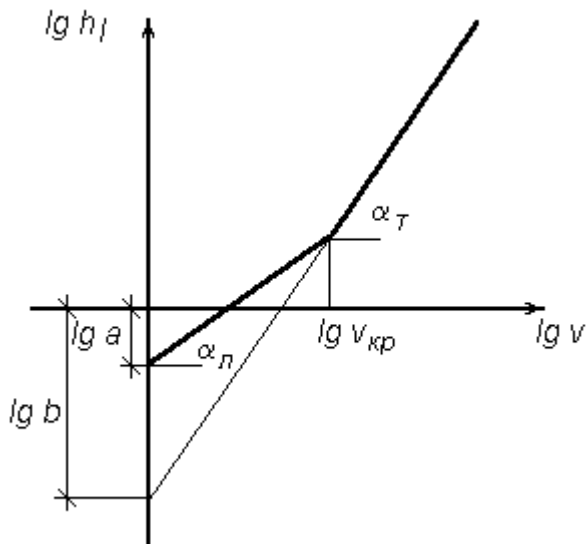
Для напорного движения в цилиндрических трубах нижнее критическое число равно 956, то есть ламинарный режим устойчив, если

$$Re < 956.$$

В результате изучения движения жидкости, проведенного многими исследователями, в круглых гидравлически “гладких” трубах на участках, достаточно удаленных от входа, при отсутствии различных источников возмущения установлено критическое число Рейнольдса $Re_{кр} = 2000 - 2320$. При $Re < Re_{кр}$ имеет место ламинарный режим движения. При $Re > Re_{кр}$ - турбулентный.

Потери напора по длине связаны со скоростью зависимостью, которая выражается уравнением

$$h_l = a \cdot v^m , \quad (7)$$



где h_l - потери напора по длине; a - коэффициент пропорциональности; v - средняя скорость потока; m - показатель степени.

Прологарифмировав данное уравнение, можно получить линейную зависимость

$$\lg h_l = \lg a + m \cdot \lg v, \quad (8)$$

откуда

$$\text{Re}_{i.\dot{e}.} = \frac{v_{i.\dot{e}.} \cdot D}{\nu} \quad (9)$$

Если точки, соответствующие значениям $\lg h_l$, $\lg v$, нанести на график, то значение показателя степени m определится как $\text{tg } \alpha$ угла наклона прямых в ламинарной и турбулентной областях к горизонтальной оси (рис. 7).

Режимы движения жидкости можно наблюдать визуально, на установке (рис. 8), которая состоит из резервуара 1 с водой, стеклянной трубы 2 с краном 3 на конце, и сосуда 4 с водным раствором красителя, который вводится тонкой струйкой внутрь стеклянной трубы 2 при открытии крана 5.

Если в трубе 2 создать небольшую скорость движения воды и в поток ввести краситель, то увидим, что краситель не будет перемешиваться с потоком воды. Струйка красителя будет отчетливо видна вдоль всей стеклянной трубы, что указывает на слоистый характер движения жидкости, то есть ламинарный режим (рис. 8, а).

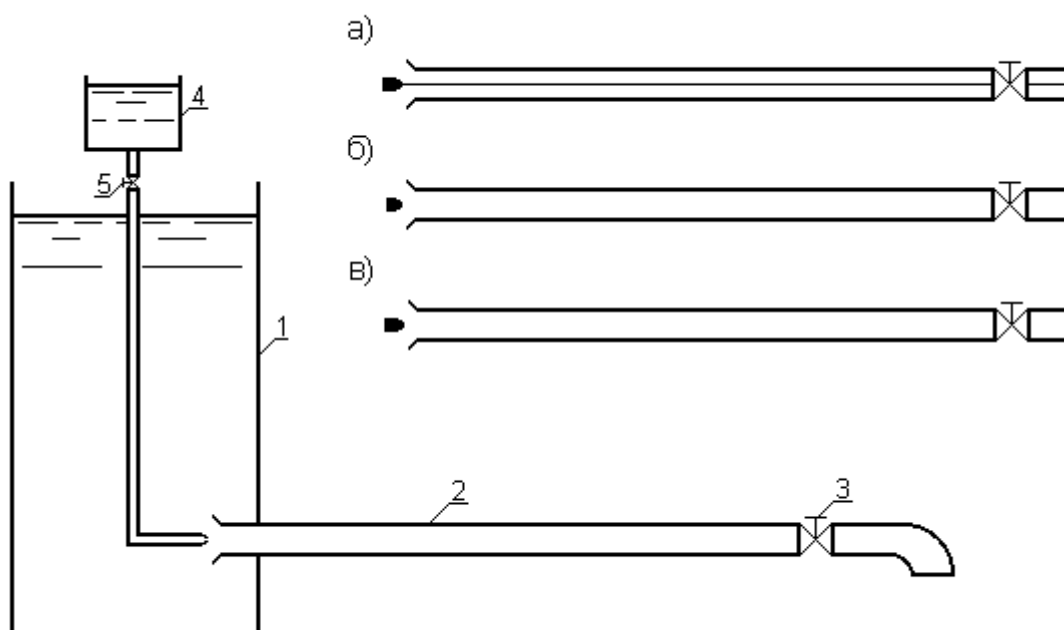


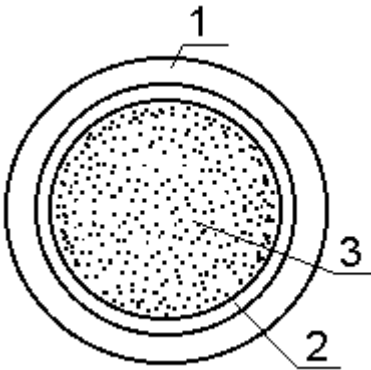
Рис. 6. Установка для демонстрации режимов движения жидкости

При постепенном увеличении скорости движения воды в трубе картина движения в начале не меняется, но затем при определенной скорости движения наступает быстрое ее изменение. Струйка красителя по выходе из трубки начинает колебаться, в ней появляются разрывы (рис. 6, б). Затем она размывается и перемешивается с потоком воды, причем становятся заметными вихреобразования и вращательное движение жидкости. Движение становится турбулентным (рис. 6, в).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как определить режим движения жидкости?
2. В чем состоит физический смысл числа Рейнольдса?
3. Доказать, что число Рейнольдса представляет соотношение сил инерции и сил вязкости.
4. Для решения каких задач необходимо знать режим движения жидкости?
5. Во сколько раз изменится число Рейнольдса, если диаметр изменить в 2 раза, а расход и температура не меняются?
6. Как изменится число Рейнольдса, если температура жидкости увеличится?
7. Возможен ли переход турбулентного режима в ламинарный при повышении температуры жидкости?
8. Возможен ли переход ламинарного режима в турбулентный при понижении температуры?
9. Как изменится скорость течения жидкости, если ламинарный режим движения жидкости перейдет в турбулентный, а температура жидкости останется постоянной?
10. Как изменится расход жидкости, если турбулентный режим движения жидкости перейдет в ламинарный, а температура жидкости останется постоянной?

ПОНЯТИЕ О ГИДРАВЛИЧЕСКИ ГЛАДКИХ И ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ



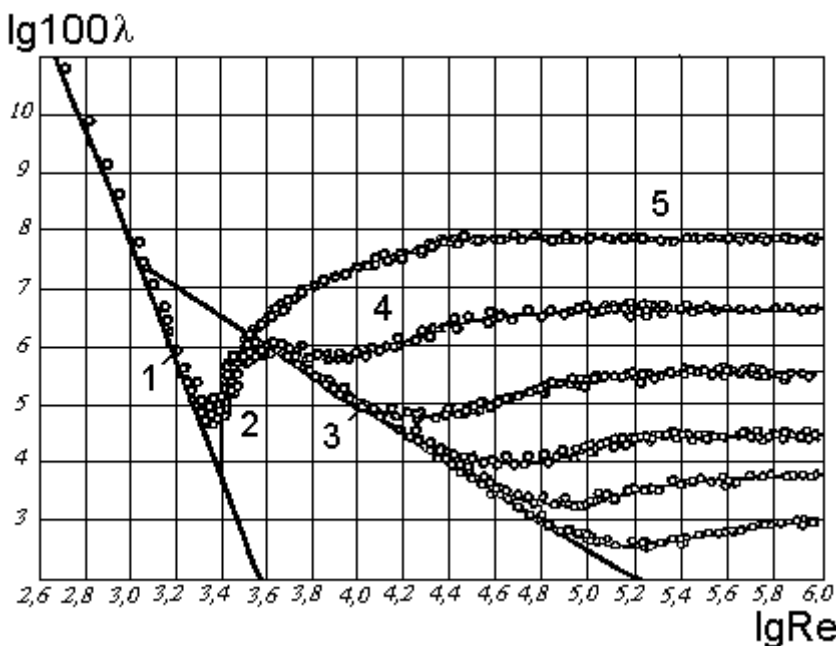
На основании экспериментальных и теоретических исследований считают, что на границе потока (у стенок) существует тонкий слой жидкости с ламинарным режимом движения, а в центре находится, так называемое, турбулентное ядро. Между этими областями расположен переходный слой. При этом толщина ламинарного подслоя составляет десятые доли миллиметра.

Поверхность стенок всегда обладает неровностями. Эти неровности имеют различную величину, форму и периодичность, которые зависят от рода материала и способа его изготовления. Величина неровностей характеризуется абсолютной шероховатостью, представляющая собой среднюю линейную величину неровностей.

Если величина выступов меньше толщины ламинарного подслоя, то такая поверхность называется гидравлически гладкой. В этом случае потери энергии на трение не будут зависеть от шероховатости поверхности. Если неровности выступают сквозь ламинарную пленку, то поверхность называется гидравлически шероховатой.

Толщина ламинарного слоя зависит от числа Рейнольдса (с увеличением Re толщина уменьшается), следовательно, одна и та же поверхность в различных гидравлических режимах может быть гидравлически гладкой или шероховатой.

Определение потерь напора по длине



I. Ламинарный режим

$$Re \leq 2320 \quad \lambda = \frac{64}{Re}$$

Потери напора пропорциональны скорости в первой степени.

II. Переходная область

$$2320 \leq Re \leq 4000$$

$$\lambda = 1,47 \cdot 10^{-5} \cdot Re$$

III. Турбулентный режим

III.1. Область гладких русел

$$4000 \leq Re \leq 10^5 \quad \lambda = f(Re)$$

Формула Блазиуса
$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

Формула Прандтля
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg Re \cdot \sqrt{\lambda} - 0,8$$

III.2. Доквадратичная область

С увеличением числа Re ламинарная пленка становится тоньше, неровности начинают “обнажаться”, труба становится **гидравлически шероховатой**. В этом случае λ является функцией не только числа Re , но и относительной шероховатости

$$\lambda = f\left(Re, \frac{\Delta_g}{d}\right)$$

Формула Альтшуля
$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_g}{d}\right)^{0,25};$$

Формула Кольбука
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg\left(\frac{2,5}{Re} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta_g}{3,7 \cdot d}\right)$$

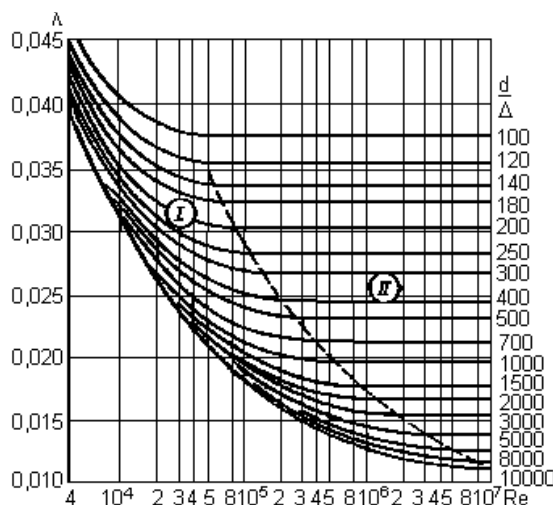
III.3. Квадратичная область

И, наконец, при больших числах Re , толщина ламинарной пленки очень мала, выступы шероховатости обтекаются турбулентным потоком с вихреобразованием за каждым выступом. Коэффициент гидравлического трения в этом случае не зависит от числа Рейнольдса, а определяется только относительной эквивалентной шероховатостью. Потери напора пропорциональны скорости во второй степени.

Формула Прандтля
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg \frac{\Delta_g}{3,7 \cdot d}$$

Формула Шифринсона

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta_{\text{э}}}{d} \right)^{0,25}$$



Местные потери напора

Местные потери напора - это потери, обусловленные местными гидравлическими сопротивлениями, то есть такими элементами трубопроводов, в которых вследствие изменения поперечных размеров или конфигурации происходит деформация потока.

Всякая перестройка структуры потока связанная с появлением дополнительных касательных напряжений, причиной которых являются возникающие в потоке дополнительные вихреобразования.

Местные потери энергии имеют ту же физическую природу, что и потери по длине - это результат преобразования части механической энергии в тепловую за счет преодоления касательных напряжений трения.

Основные виды местных потерь напора можно условно подразделить на ряд групп, соответствующих определенным видам местных сопротивлений:

- потери, связанные с изменением поперечного сечения потока (внезапное или плавное расширение и сужение);
- потери, вызванные изменением направления потока (колена, угольники, отводы);
- потери, связанные с протеканием жидкости через арматуру различного типа (краны, вентили, задвижки, заслонки, приемные и обратные клапаны, сетки, фильтры);
- потери, связанные с разделением и слиянием потоков (тройники, крестовины).

Общим для всех видов местных сопротивлений является:

- искривление линий тока;
- изменение площади живого сечения;
- отрыв основной струи от стенок с образованием водоворотных зон;

- повышение пульсации скорости и давления.

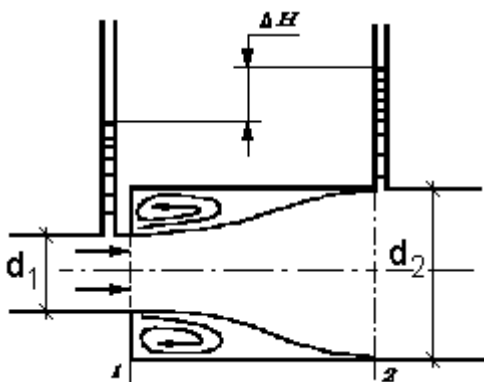
Местные потери напора определяются по формуле Вейсбаха

$$h_{\text{м}} = \zeta \frac{v^2}{2 \cdot g},$$

где ζ - коэффициент местного сопротивления.

Коэффициент местного сопротивления зависит в основном от формы местного сопротивления и его геометрических размеров.

Теоретически достаточно точно коэффициент местного сопротивления при турбулентном режиме движения можно определить для внезапного расширения, когда труба диаметром d_1 переходит в трубу с большим диаметром d_2 ($d_2 > d_1$). Струя, выходящая из первой трубы, на некоторой длине расширяется и в сечении 2-2 заполняет все сечение второй трубы (рис. 2.1).



Расширение струи сопровождается отрывом ее от стенок и образованием водоворотной зоны, имеющей кольцевую форму. В водоворотной зоне образуются вихри, происходит непрерывный обмен частицами жидкости, между основным потоком и завихренной его частью. Основной вихрь порождает другие, более мелкие вихри, что и является причиной потерь энергии, то есть местных потерь напора, которые будем обозначать через $h_{\text{в.п.}}$.

Рис. 2.1. Внезапное расширение

Обозначим давление, скорость и площадь потока в сечении 1-1 через P_1, v_1, ω_1 , а в сечении 2-2 - через P_2, v_2, ω_2 (рис.2.1). Будем считать, что распределение скоростей в сечениях 1-1 и 2-2 равномерное, то есть $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, касательное напряжение на стенке трубы между сечениями равно нулю, давление $\frac{P_1}{\rho \cdot g}$ в сечении 1-1 действует по всей площади ω_1 .

Запишем для данных сечений уравнение Бернулли, с учетом, что $z_1 = z_2 = 0$

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_{\text{в.п.}}$$

Тогда

$$h_{с.р.} = \left(\frac{v_1^2}{2 \cdot g} - \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \right) + \left(\frac{p_1}{\rho \cdot g} - \frac{p_2}{\rho \cdot g} \right)$$

Изменение количества движения отсека жидкости между сечениями 1-1 и 2-2 равно импульсу сил действующих на этот отсек. Проекция на ось X изменение количества движения определяется по формуле

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h_x$$

Исходя из ранее принятого допущения, на рассматриваемый отсек жидкости действуют только силы гидродинамического давления, проектируемые на ось X

$$R_x = \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

$$\rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1) = p_1 \cdot \omega_1 - p_2 \cdot \omega_2 + R_x$$

$$\rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1) = p_1 \cdot \omega_2 - p_2 \cdot \omega_2$$

Разделим левую и правую части уравнения на $\rho \cdot g \cdot \omega_2$ и учитывая, что $Q/\omega_2 = v_2$

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} - \frac{p_2}{\rho \cdot g} = \frac{v_2 \cdot (v_2 - v_1)}{g}$$

$$h_{с.р.} = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} - \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{2 \cdot v_2 \cdot (v_2 - v_1)}{2 \cdot g}$$

После преобразования окончательно имеем

$$h_{с.р.} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2 \cdot g}$$

Формула называется формулой Борда. Согласно ей потери напора при внезапном расширении равны скоростному напору потерянной скорости, так как разность $(v_1 - v_2)$ называют потерянной скоростью.

Выражение можно привести к другому виду. Выразим первую скорость через вторую, используя уравнение расхода

$$v_1 \cdot \omega_1 = v_2 \cdot \omega_2; \quad v_1 = \frac{v_2 \cdot \omega_2}{\omega_1}$$

Тогда

$$h_{e.p.} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Обозначив

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 = \zeta_{e.p.},$$

где $\zeta_{e.p.}$ - коэффициент гидравлического сопротивления при внезапном расширении потока.

Окончательно получим

$$h_{e.p.} = \zeta_{e.p.} \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Формула может быть преобразована, если выразить вторую скорость через первую

$$h_{e.p.} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

Обозначив

$$\left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 = \zeta'_{e.p.},$$

Окончательно получим

$$h_{e.p.} = \zeta'_{e.p.} \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

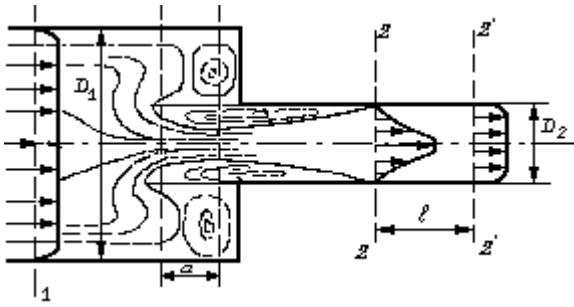


Рис. 2.2. Внезапное сжатие потока

Рассмотрим внезапное сужение, то есть переход трубы диаметром d_1 в трубу меньшего диаметра d_2 (см. рис. 2.2).

При переходе из трубы большего диаметра происходит сжатие потока до $\omega_{сж}$, а затем наступает его расширение до ω_2 . Многочисленные исследования показали, потери напора на участке сжатия (от ω_1 до $\omega_{сж}$)

пренебрежимо малы по сравнению с потерями напора на участке расширения (от $\omega_{сж}$ до ω_2).

Поэтому потери напора при входном сужении могут быть найдены по формуле Борда

$$h_{вс} = \frac{(v_{сж} - v_2)^2}{2 \cdot g}$$

Из уравнения неразрывности потока определим

$$v_{вс} = \frac{\omega_2}{\omega_{сж}} \cdot v_2$$

Используя понятие коэффициента сжатия струи $\varepsilon = \omega_{сж} / \omega_2$,

$$h_{вс} = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Обозначив

$$\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 = \zeta_{вс}$$

Окончательно получим

$$h_{\text{вс}} = \zeta_{\text{вс}} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g},$$

где $\zeta_{\text{вс}}$ - коэффициент местного сопротивления при внезапном сжатии потока.

Коэффициент сжатия струи ζ зависит от степени сжатия потока $n = \omega_2 / \omega_1$.

Значение ζ для различных видов местных сопротивлений находят экспериментально и выражают в виде эмпирических формул, графиков или в табличной форме. Причем эти значения приводятся, как правило, для скорости за местным сопротивлением.

Как показали экспериментальные исследования, коэффициент местного сопротивления зависит не только от вида самого местного сопротивления, но и от режима движения жидкости, то есть от числа Рейнольдса

Эти значения относятся к сопротивлениям, находящимся на значительном расстоянии (до 20 – 40 диаметров) одно от другого. При близком расположении местных сопротивлений их необходимо рассматривать как сложное единое сопротивление.

Расчет трубопроводов

В зависимости от соотношения потерь напора по длине и местных потерь напора различают *длинные* и *короткие трубопроводы*.

Если местные потери напора превышают 10 % потерь напора по длине, то такой трубопровод, как правило, имеющий сравнительно небольшую длину, называют коротким.

В случае длинных трубопроводов местными потерями напора пренебрегают.

Кроме того, различают *простые* трубопроводы – не имеющие ответвлений и *сложные* - с ответвлениями.

При гидравлическом расчете трубопроводов встречаются три задачи:

1. определение расхода Q при заданных длине l , диаметре d и потерях напора h_f ;
2. определение потерь напора h_f при заданных длине l , диаметре d и расходе Q ;
3. определение диаметра трубопровода при заданных длине l , расходе Q и потерях напора h_f .

$$h = J \cdot l;$$

$$h = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g};$$

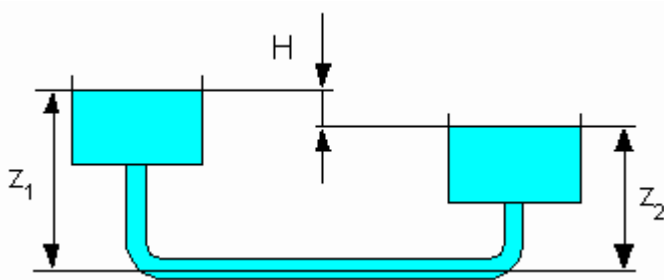
$$h = A \cdot l \cdot k \cdot Q^2;$$

$$h = S \cdot Q^2;$$

$$Q = \omega \cdot C \sqrt{R \cdot J}; \quad Q = K \sqrt{J}; \quad \gamma = \frac{G}{W};$$

$$Q = p \sqrt{h}.$$

Расчет длинного трубопровода



$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_f$$

$$p_1 = p_2 = p_{атм}$$

$$v_1 \approx v_2 \approx 0$$

$$z_1 - z_2 = h_f$$

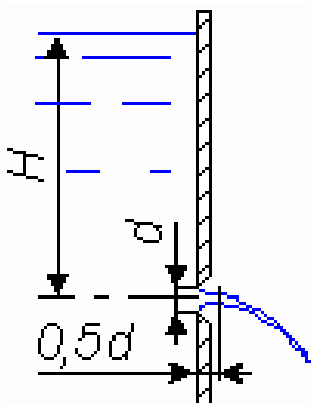
$$H = h_f$$

Следовательно, разность уровней в резервуарах полностью расходуется на преодоление сопротивления трубопровода

Расчет короткого трубопровода

Истечение жидкости через малое отверстие в тонкой стенке

Отверстием в тонкой стенке называется такое отверстие, когда толщина стенки не влияет на форму струи и условия истечения жидкости.



Малым отверстием называется отверстие вертикальный размер, которого менее одной десятой величины напора перед отверстием.

$$z_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h_m$$

$$z_1 - z_2 + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = H_0$$

$$H_0 = \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + \zeta \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

$$Q = \omega_c \cdot v_c = \omega \cdot \varepsilon \cdot \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

$$Q = \omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

Истечение из малого отверстия в тонкой стенке под уровень воды

$$v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (H_1 - H_2)}$$

Траектория движения струи

$$x = v \cdot t$$

$$y = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v^2}$$

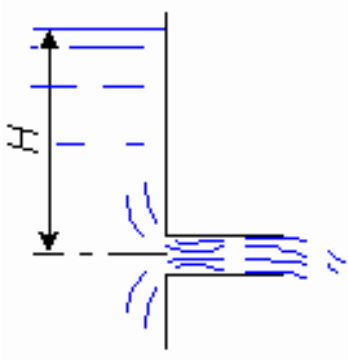
$$v = \sqrt{\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot y}}$$

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ НАСАДКИ

Насадком называется короткая труба, присоединенная к отверстию в тонкой стенке.

Насадки бывают:

- цилиндрические;
 - внешние (Вентури);
 - внутренние (Борда).
- конические;
 - расходящиеся;
 - сходящиеся.
- коноидальные.



φ	μ
0,97	0,62
0,82	0,82

$$v = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta_c + \zeta_p + \lambda \cdot \frac{l}{d}}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

$$\frac{Q_{нас}}{Q_{отс}} = \frac{0,82}{0,62} \approx 1,34$$

$$\frac{v_{нас}}{v_{отс}} = \frac{0,82}{0,97} \approx 0,85$$

Величина вакуума в сжатом сечении насадка

$$\frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_c^2}{2 \cdot g} = \frac{p_{атм}}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h$$

$$\frac{p_{атм}}{\gamma} - \frac{p_c}{\gamma} = \frac{\alpha \cdot v_c^2}{2 \cdot g} - \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} - \zeta \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 \right)$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right)^2 \right)$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1 - \varepsilon^2 - (1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^2} \right)$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1 - \varepsilon^2 - 1 + 2 \cdot \varepsilon - \varepsilon^2}{\varepsilon^2} \right)$$

$$h_{\text{вак}} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot 2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}$$

$$h_{\text{вак}} = \frac{\varphi^2 \cdot 2 \cdot g \cdot H}{2 \cdot g} \cdot 2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}$$

$$h_{\text{вак}} = 2 \cdot \varphi^2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \cdot H$$

$$h_{\text{вак}} = 2 \cdot 0,82^2 \cdot \frac{1 - 0,64}{0,64} \cdot H$$

$$h_{\text{вак}} \approx 0,75 \cdot H$$

$$h_{\text{вак}}^{\text{дон}} \approx 8,0 \text{ м} \quad H_{\text{дон}} = 10,0 \text{ м}$$

Предельная длина насадка

$$h_{\text{вак}} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \zeta - \lambda \cdot \frac{l}{d} \right) = 0$$

$$h_{\text{вак}} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 - \lambda \cdot \frac{l}{d} \right) = 0$$

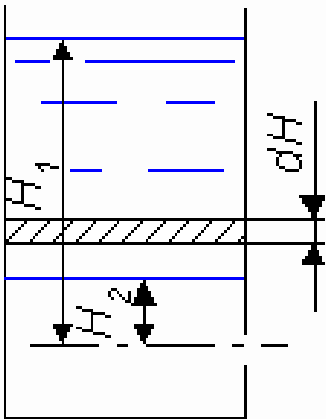
$$\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 - \lambda \cdot \frac{l}{d} = 0$$

$$2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} = \lambda \cdot \frac{l}{d}$$

$$l_{\text{пред}} = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \cdot 2 \cdot \frac{d}{\lambda}$$

$$l_{\text{пред}} \approx 7d$$

Истечение жидкости при переменном напоре



$$dW = \Omega \cdot dH$$

$$dW = Q \cdot dt$$

$$-\Omega \cdot dH = \omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \cdot dt$$

$$dt = -\frac{\Omega}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \frac{dH}{\sqrt{H}}$$

$$t = \frac{2 \cdot \Omega}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})$$

$$t = \frac{2 \cdot \Omega \cdot \sqrt{H}}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g}} = \frac{2 \cdot \Omega \cdot \sqrt{H} \cdot \sqrt{H}}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}} = \frac{2 \cdot W}{Q}$$

ГИДРАВЛИКА БЕЗНАПОРНЫХ ПОТОКОВ

УСТАНОВИВШЕЕСЯ БЕЗНАПОРНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В КАНАЛАХ

Равномерным называется такое движение, когда площадь живого сечения ω , глубина потока h , средняя скорость V , а также эпюра распределения скорости по живому сечению не меняются вдоль потока.

Будем рассматривать только квадратичную область. Тем более, что каналы как правило работают в данной области.

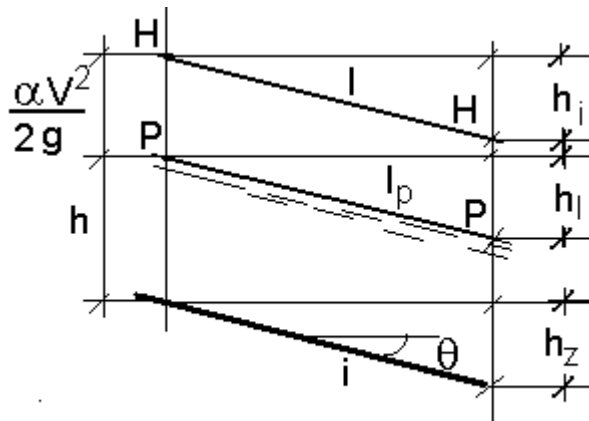


Рис. 1

При равномерном движении напорная линия $H - H$, линия свободной поверхности (пьезометрическая линия $P - P$) и линия дна совпадают. Следовательно $I = I_p = i$. Так как величина уклона обычно невелика считают, что поперечные сечения вертикальны.

Основные зависимости используемые при расчете каналов:

$$Q = V \omega = \text{const } V = C O (R i) \quad (1)$$

Гидравлические элементы живого сечения в канале

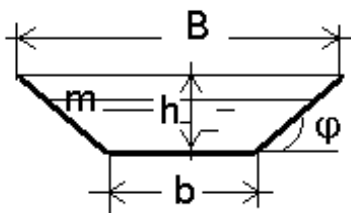


Рис. 2

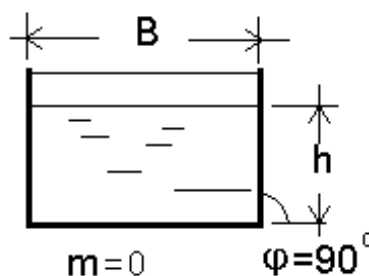


Рис. 3

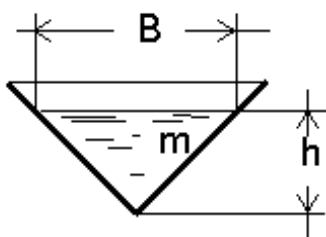


Рис. 4

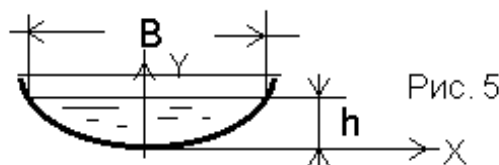


Рис. 5

Наиболее часто встречаемые поперечные сечения представлены на рис.

Трапецидальное сечение (Рис. 2)

$$B = b + 2 \cdot m \cdot h$$

$$\omega = (b + B) \cdot \frac{h}{2} = (b + b + 2 \cdot m \cdot h) \cdot \frac{h}{2} = (b + m \cdot h) \cdot h$$

Прямоугольное сечение (Рис. 3) $\chi = b + 2 \sqrt{(m \cdot h)^2 + h^2} = b + 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}$

$$m = 0$$

$$\omega = b \cdot h$$

$$\chi = b + 2 \cdot h$$

$$b = 0$$

$$\omega = m \cdot h^2$$

$$\chi = 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}$$

Треугольное сечение (Рис. 4)

Параболическое сечение (Рис. 5)

$$x^2 = 2 \cdot p \cdot y$$

$$\omega = \frac{2}{3} \cdot B \cdot h$$

- уравнение параболы, где p –периметр параболы, для такого русла :

-

Гидравлически наивыгоднейшее сечение

Гидравлически наивыгоднейшим называется такая форма сечения, которая при заданных площади живого сечения и уклоне обладает наибольшей пропускной способностью.

Из анализа формулы $Q = \omega C O R i$ можно сделать вывод, что при заданных ω и i наибольшей пропускной способностью будет обладать сечение с наибольшим

гидравлическим радиусом. Но так как $R = \omega / \chi$, то максимальной пропускной способностью будет обладать сечение с наименьшим смоченным периметром.

Из всех видов сечений наименьшим смоченным периметром при заданной площади живого сечения будет обладать полукруглое сечение. На практике стенки каналов выполняются из естественных грунтов поэтому полукруглое сечение является не приемлемым с точки зрения устойчивости стенок. По этой же причине не выполняют каналы прямоугольного сечения. Нижняя часть треугольного сечения обычно заполняется наносами. Поэтому наиболее распространенным сечением каналов является трапециидальное.

$$\chi = b + 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\omega = (b + m \cdot h) \cdot h, \text{ отсюда } b = \frac{\omega}{h} - m \cdot h$$

$$\chi = \frac{\omega}{h} - m \cdot h + 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\frac{d\chi}{dh} = -\frac{\omega}{h^2} - m + 2 \cdot \sqrt{m^2 + 1} = 0$$

$$\frac{d\chi}{dh} = -\frac{(b + m \cdot h) \cdot h}{h^2} - m + 2 \cdot \sqrt{m^2 + 1} = 0$$

$$\frac{b}{h} = 2 \cdot (\sqrt{m^2 + 1} - m)$$

(6)

Выведем соотношение для гидравлически наивыгоднейшего трапециидального сечения

В случае прямоугольного русла $m = 0$, следовательно $b / h = 2$.

Подставив полученное соотношение в формулу определения гидравлического радиуса получим $R = h / 2$.

В общем случае гидравлически наивыгоднейшее и экономически наивыгоднейшее сечения не совпадают. Последнее определяется объемом земляных работ. (В гидравлически наивыгоднейших сечениях получается довольно большой глубина).

Основные задачи при расчете трапециидальных каналов на равномерное движение

Из уравнения Шези видно, что пропускная способность канала зависит от его размеров h , b , m , шероховатости n и уклона русла i , т.е. имеется взаимосвязь между шестью следующими параметрами: h , b , m , n , i и Q (или V). На практике обычно известно пять параметров и необходимо найти шестой.

Можно выделить 6 типов задач.

1 задача. Известны: h , b , m , n , i . Требуется найти Q . Задача сводится к выполнению следующих шагов.

- 1) определяются χ и ω ;
- 2) находится R ;
- 3) для известных n и R , например по формуле Маннинга находится C ;
- 4) по формуле Шези определяется;
- 5) $Q = \omega V$.

Пример 1. Земляной трапецеидальный (рис. 2) канал. $n = 0,025$, $h = 3,5$ м, $b = 10$ м, $m = 1,5$, $i = 0,0002$. Найти Q .

Решение:

$$R = \omega / \chi = 53,3 / 22,6 = 2,36 \text{ м.}$$

$$V = C \sqrt{R i} = 47 \sqrt{2,36 \cdot 0,0002} = 1,03 \text{ м/с,}$$

$$Q = V \omega = 1,03 \cdot 53,3 = 54,7 \text{ м}^3/\text{с} .$$

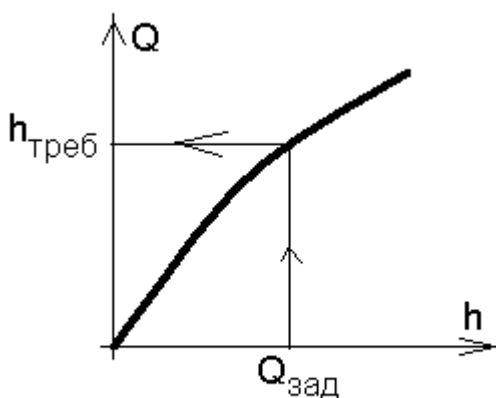


Рис. 6

2 задача. Известны b , h , m , n , Q . Найти i . Выполняются первые три действия по аналогии с первой задачей. Затем i определяется по формуле

$$i = Q^2 / (\omega^2 C^2 R).$$

3 задача. Определение нормальной глубины.

Нормальной называют глубину жидкости h в русле, которая устанавливается при заданном расходе Q .

Известны b, m, n, i, Q . Определить глубину наполнения канала h .

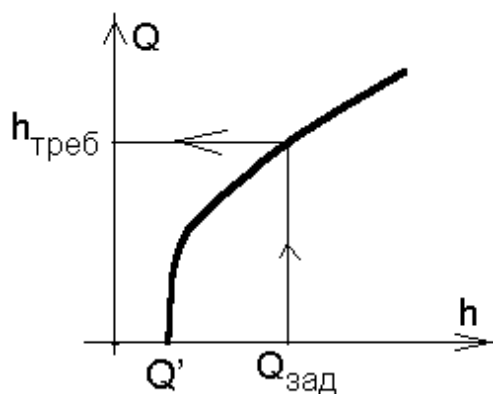


Рис. 7

Составляется таблица, при различных значениях h .

h	1	2	3
χ			
ω			
R			
C			
V			
Q			

По данным таблицы строится график

$Q = f(h)$. По этому графику зная $Q_{\text{зад}}$ находится $h_{\text{треб}}$. Кривая имеет выпуклость в сторону оси h и проходит через начало координат.

4 задача. Определение ширины по дну. Известны h, m, n, i, Q . Составляется таблица

b	1	2	3
χ			
ω			
R			
C			
v			
Q			

По данным таблицы строится график $Q=f(h)$ (рис. 7). По этому графику зная $Q_{\text{зад}}$ находится $b_{\text{треб}}$. Кривая не проходит через начало координат расход Q' соответствует расходу треугольного русла ($b = 0$).

5 задача. Заданы m, n, i, Q . Требуется найти h и b соответствующие гидравлически наивыгоднейшему сечению.

Задаемся рядом глубин. Для них из соотношения

$b / h = 2 (C (m^2 + 1) - m)^*$ находим соответствующие b . Далее аналогично задачи 3 находим Q и строим график. Из графика для заданного Q находим h , а затем из b^* .

6 задача. Задачи в которых задана средняя скорость и требуется найти h и b .

$$1) \omega = Q / V = A$$

$$2) V / C i = B$$

$$3) h (b + m h) = A$$

$$C O R = B$$

Решается данная система двух уравнений графически или подбором.

Ограничение скорости движения воды в каналах.

Средняя скорость движения воды в канале должна находиться в пределах

$$V_{\min} < V < V_{\max}$$

V_{\max} - максимально допустимая скорость (скорость при которой не происходит разрушения русла канала);

V_{\min} - минимально допустимая скорость (скорость при которой не происходит отложений взвешенных частиц).

Действительная скорость зависит от уклона дна канала, а максимальная только от материала из которого выполнены стенки канала и от глубины воды в нем.

песок - 0,2-0,6 м/с; гравий - 0,6-1,2 м/с; глина - 1,0-1,8; осадочные скальные породы - 2,5-4,5; бетон - 5-10 м/с.

мероприятия по увеличению максимально допустимой скорости. покрытие стенок и дна канала покрытием в виде каменных мостовых и бетонной облицовки.

мероприятия по снижению скорости. чтобы уменьшить скорость необходимо уменьшить либо R , либо C или i . В связи с этим различают три способа уменьшения скорости.

1) изменение формы поперечного сечения с целью уменьшения R . Это мероприятие малоэффективно, т.к. за счет изменения R мало удается снизить скорость.

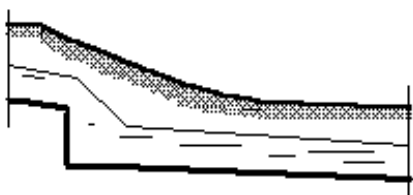


Рис. 8. Перепад в канале для снижения скорости

2) создание искусственной шероховатости, в результате увеличивается n и уменьшается C . Экономически неэффективно.

3) уменьшение уклона за счет изменения трассы канала или устройства перепадов (рис. 8).

Расчет каналов имеющих замкнутый поперечный профиль

Примеры: канализационные трубы, дренажные трубы, работающие в безнапорном режиме

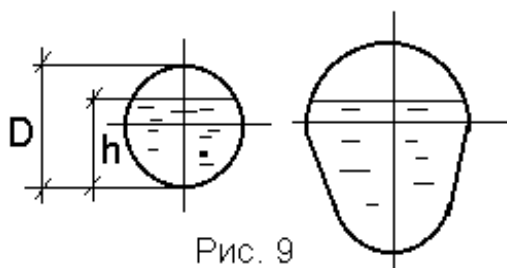


Рис. 9

h/D – называется степенью наполнения (0,5 – 0,75).

Подсчетами по формуле Шези доказано, что глубина, отвечающая максимальной скорости лежит в пределах $h_1 = (0,8 – 0,85) D$.

А глубина, отвечающая максимальному расходу лежит в пределах $h_2 = (0,93 – 0,95) D$.

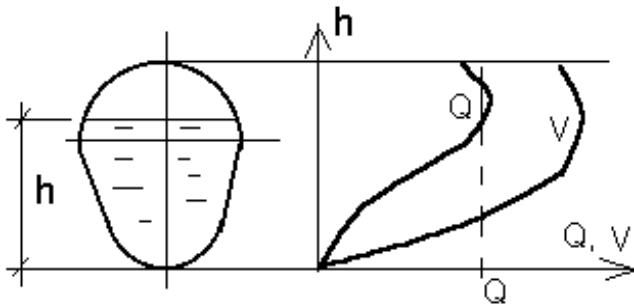


Рис.10 Зависимость расхода и скорости от степени наполнения трубы

Расчет ведется по формуле Шези, но в связи с тем что при разных h/D , ω и χ определять затруднительно, расчет ведут по специальным таблицам.

НЕРАВНОМЕРНОЕ БЕЗНАПОРНОЕ УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В КАНАЛАХ

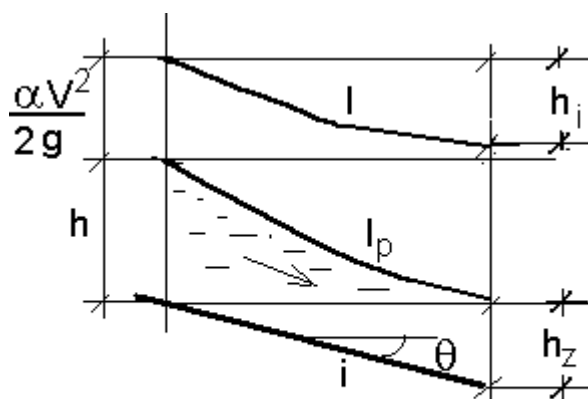


Рис. 11. Неравномерное движение в русле

Как и в предыдущей теме будем рассматривать только турбулентное движение воды в квадратичной области. Причем для начала будем изучать плавно изменяющееся движение.

Неравномерное движение характеризуется условиями, если вдоль течения:

$$h \neq \text{const}, V \neq \text{const}.$$

В начале вода попавшая в канал, имеющий цилиндрическое русло, движется неравномерно (ускоренно), но затем по мере увеличения скорости возрастает сопротивление, поэтому со временем устанавливается равномерное движение жидкости (рис. 11). (Тело стремится находиться в состоянии равновесия или равномерно прямолинейно двигаться).

Равномерное движение устанавливается, когда площадь живого сечения, глубина и его скорость не меняются вдоль потока, а также не деформируется эпюра скоростей. Будем рассматривать случай только, когда меняются скорость и глубина.

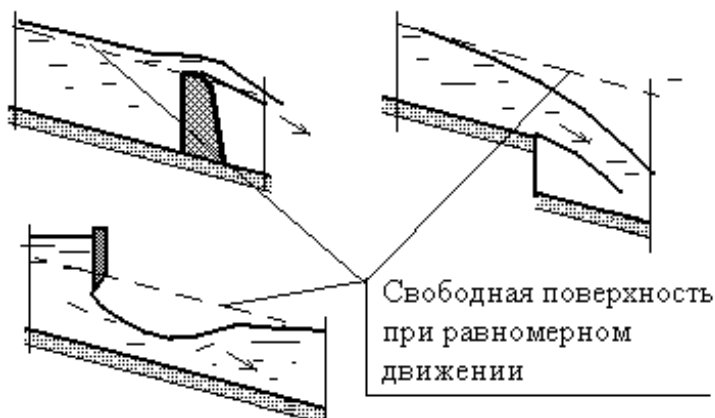


Рис. 12. Примеры неравномерного движения ($i > 0$)

Если уклон дна > 0 равномерный режим может нарушаться в 3 случаях:

- 1) в канале устанавливается плотина, вода переливается через плотину, т.е. фиксируем точку на свободной поверхности, а также глубину отличную от глубины при равномерном режиме движения, на некоторой ограниченной длине возникает неравномерное движение.
- 2) в канале устраивается перепад, фиксируется искусственным путем глубина.
- 3) в канале устанавливается щит.

В цилиндрическом канале (то есть с постоянным сечением) с уклоном дна > 0 неравномерное движение устанавливается только в случае, когда имеется преграда.

$i = 0$. Из формулы Шези получаем $V = 0$. Следовательно равномерный режим не возможен. Аналогично для $i < 0$.

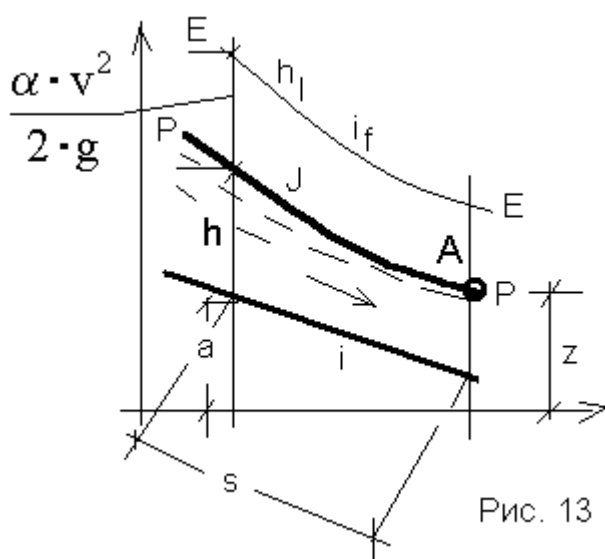
Изучение неравномерного режима движения воды сводится к изучению задачи построения кривой свободной поверхности потока. Решение задачи сводится:

- 1) считаем что заданы расход, форма и размеры канала, его шероховатость и уклон.
- 2) выделяем элементарный участок длиной ds и составляем дифференциальное уравнение неравномерного движения.
- 3) интегрируем данное дифуравнение, в результате чего получаем уравнение свободной поверхности.

Составление дифференциальных уравнений занимались Кориолис, Беланже, Буссинек. Интегрированием Бахметьев, Рахманов.

Основное дифференциальное уравнение неравномерного движения в призматическом русле

Учитывая что давление на поверхности воды одинаковое



$$z_1 + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h_f$$

$$z_1 - z_2 = \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} - \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} + h_f$$

Для бесконечно малого участка ds уравнение имеет вид

$$-dz = d\left(\frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g}\right) + dh_f$$

$$-dz = dh_v + dh_f \quad (7)$$

Это – основное уравнение неравномерного движения, dz может иметь как положительное значение (подъем уровня), так и отрицательное (спад).

Из уравнения (7) видно, что изменение потенциальной энергии, равно изменению кинетической плюс потери энергии.

Разделим это уравнение на ds

$$-\frac{dz}{ds} = \frac{d}{ds}\left(\frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g}\right) + \frac{dh_f}{ds} \quad (8)$$

Рассмотрим составляющие уравнения (8)

1. $\frac{dh_f}{ds}$ представляет собой гидравлический уклон $I (i_f)$.

$$\frac{dh_f}{ds} = \frac{v^2}{C^2 \cdot R} = \frac{Q^2}{\omega^2 \cdot C^2 \cdot R}$$

Используя формулу Шези можно записать ($V = CO (R I)$).

2. Теперь рассмотрим $-\frac{dz}{ds}$

Из рисунка 13 видно, что

$$z = a - i s + h, \text{ так как } a = \text{const, то} \quad dz = dh - i \cdot ds$$

$$\text{или } \frac{dz}{ds} = \frac{dh}{ds} - i$$

$$\text{Следовательно } -\frac{dz}{ds} + \frac{dh}{ds} = i$$

3. Перейдем к рассмотрению

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g} \right) = \frac{d}{ds} \left(\frac{\alpha \cdot Q^2}{\omega^2 \cdot 2 \cdot g} \right) \quad \text{Так как } Q = \text{const}, \alpha = 1, \omega = f(h), h = f(s)$$

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\alpha \cdot Q^2}{\omega^2 \cdot 2 \cdot g} \right) = -\frac{\alpha \cdot Q^2}{\omega^3 \cdot g} \frac{d\omega}{dh} \frac{dh}{ds}$$

$$\frac{d\omega}{dh} = B \quad \text{Учитывая, что}$$

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g} \right) = -\frac{\alpha \cdot Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3} \frac{dh}{ds}$$

Подставляя полученные выражения в уравнение (8) получим

$$i - \frac{dh}{ds} = -\frac{\alpha \cdot Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3} \frac{dh}{ds} + \frac{Q^2}{\omega^2 \cdot C^2 \cdot R}$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{Q^2}{\omega^2 \cdot C^2 \cdot R}}{1 - \frac{\alpha \cdot Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3}}$$

(9)

Для того, чтобы привести данное уравнение к виду удобному для исследования необходимо ввести ряд понятий.

Параметры неравномерного движения в потоке

Удельная энергия сечения, критическая глубина

$$\mathfrak{E} = h + \frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g} \quad (10)$$

$$\mathfrak{E} = h + \frac{\alpha \cdot Q^2}{2 \cdot g \cdot \omega^2}$$

Глубина при которой удельная энергия \mathfrak{E} сечения потока будет минимальной называется критической h_K , Найдем ее:

$$1 - \frac{\alpha \cdot Q^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{2}{\omega^3} \cdot \frac{d\omega}{dh} = 0;$$

$$\frac{d\mathfrak{E}}{dh} = 0;$$

$$\frac{\alpha \cdot Q^2}{g} = \frac{\omega_K^3}{B_K} \quad (11)$$

$$h_K = \sqrt[3]{\frac{\alpha \cdot Q^2}{g \cdot b^2}} \quad (12)$$

Уравнение (11) – условие в потоке при критической глубине.

Для прямоугольного русла $Q = V b h$ получим:

$$\frac{h_K}{2} = \frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g} h_K^3 = \frac{\alpha \cdot Q^2}{g \cdot b^2} = \frac{\alpha \cdot v^2 \cdot b^2 \cdot h_K^2}{g \cdot b^2} \quad (13)$$

Критическая глубина зависит только от расхода и не зависит от уклона русла

Нормальная глубина h_0 – устанавливающаяся при заданном расходе и при равномерном движении

Уравнение Шези для равномерного движения

$$Q = \omega_0 \cdot C_0 \cdot \sqrt{R_0} \cdot i$$

$$Q = K_0 \cdot \sqrt{i}$$

Нормальная глубина h_0 зависит от уклона русла, определение ее см. выше.

Критический уклон

Существует такой уклон при котором $h_k = h_0$

В уравнение Шези подставим параметры при этом условии и найдем Q .

$$Q^2 = \omega_k^2 \cdot C_k^2 \cdot R_k i_k$$

В уравнение 11 подставим значение Q

$$\frac{\alpha \cdot \omega_k^2 \cdot C_k^2 \cdot R_k \cdot i_k}{g} = \frac{\omega_k^3}{B_k} \frac{\alpha \cdot Q^2}{g} = \frac{\omega_k^3}{B_k};$$

Получим:

$$i_k = \frac{g \cdot \lambda_k}{\alpha \cdot C_k^2 \cdot B_k}$$

$$i_k = \frac{\omega_k \cdot g}{B_k \cdot \alpha \cdot C_k^2 \cdot R_k}$$

или

так как $R = \omega / \chi$

Спокойное, бурное и критическое состояние потока.

Действительную глубину потока обозначим h .

1. $h > h_c$, спокойное состояние потока (при равномерном или неравномерном движении)
2. $h < h_c$ – бурное состояние потока

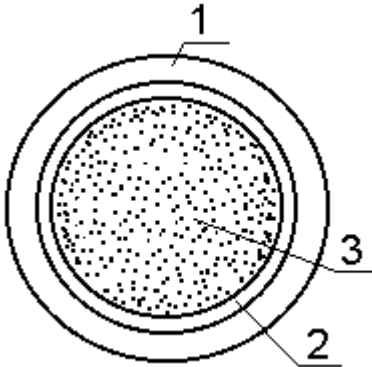


Рис. 14

3. $h = h_c$ – критическое состояние потока, всегда равномерное движение.

$h = h_c$ – критическое состояние потока, всегда

ПОНЯТИЕ О ГИДРАВЛИЧЕСКИ ГЛАДКИХ И ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ



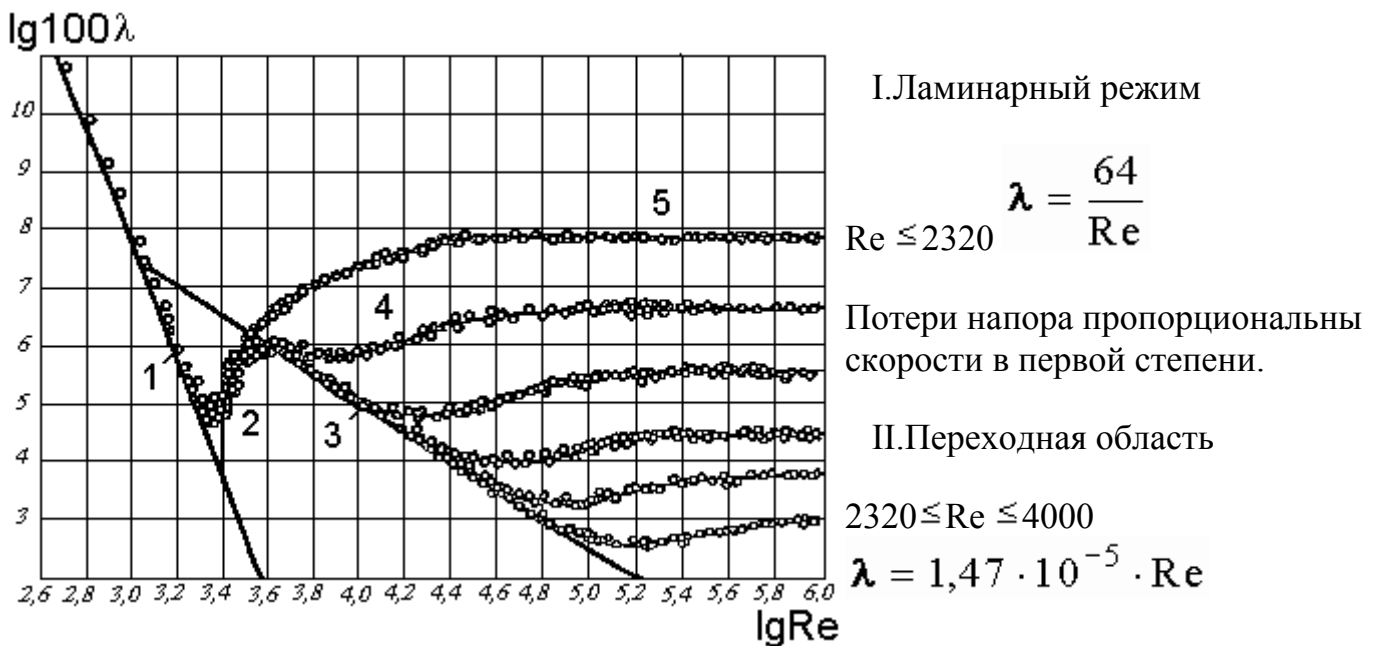
На основании экспериментальных и теоретических исследований считают, что на границе потока (у стенок) существует тонкий слой жидкости с ламинарным режимом движения, а в центре находится, так называемое, турбулентное ядро. Между этими областями расположен переходный слой. При этом толщина ламинарного подслоя составляет десятые доли миллиметра.

Поверхность стенок всегда обладает неровностями. Эти неровности имеют различную величину, форму и периодичность, которые зависят от рода материала и способа его изготовления. Величина неровностей характеризуется абсолютной шероховатостью, представляющая собой среднюю линейную величину неровностей.

Если величина выступов меньше толщины ламинарного подслоя, то такая поверхность называется гидравлически гладкой. В этом случае потери энергии на трение не будут зависеть от шероховатости поверхности. Если неровности выступают сквозь ламинарную пленку, то поверхность называется гидравлически шероховатой.

Толщина ламинарного слоя зависит от числа Рейнольдса (с увеличением Re толщина уменьшается), следовательно, одна и та же поверхность в различных гидравлических режимах может быть гидравлически гладкой или шероховатой.

Определение потерь напора по длине



III. Турбулентный режим

III.1. Область гладких русел

$$4000 \leq Re \leq 10^5 \quad \lambda = f(Re)$$

Формула Блазиуса
$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

Формула Прандтля
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg Re \cdot \sqrt{\lambda} - 0,8$$

III.2. Доквадратичная область

С увеличением числа Re ламинарная пленка становится тоньше, неровности начинают “обнажаться”, труба становится **гидравлически шероховатой**. В этом случае λ является функцией не только числа Re , но и относительной шероховатости

$$\lambda = f\left(Re, \frac{\Delta_z}{d}\right)$$

Формула Альтшуля
$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_z}{d}\right)^{0,25};$$

Формула Кольбука
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg\left(\frac{2,5}{Re} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta_z}{3,7 \cdot d}\right)$$

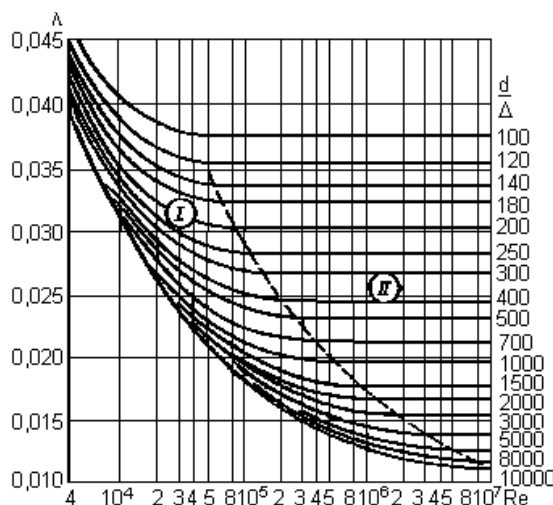
III.3. Квадратичная область

И, наконец, при больших числах Re , толщина ламинарной пленки очень мала, выступы шероховатости обтекаются турбулентным потоком с вихреобразованием за каждым выступом. Коэффициент гидравлического трения в этом случае не зависит от числа Рейнольдса, а определяется только относительной эквивалентной шероховатостью. Потери напора пропорциональны скорости во второй степени.

Формула Прандтля
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg \frac{\Delta_z}{3,7 \cdot d}$$

Формула Шифринсона

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta_{\text{э}}}{d} \right)^{0,25}$$



Местные потери напора

Местные потери напора - это потери, обусловленные местными гидравлическими сопротивлениями, то есть такими элементами трубопроводов, в которых вследствие изменения поперечных размеров или конфигурации происходит деформация потока.

Всякая перестройка структуры потока связанная с появлением дополнительных касательных напряжений, причиной которых являются возникающие в потоке дополнительные вихреобразования.

Местные потери энергии имеют ту же физическую природу, что и потери по длине - это результат преобразования части механической энергии в тепловую за счет преодоления касательных напряжений трения.

Основные виды местных потерь напора можно условно подразделить на ряд групп, соответствующих определенным видам местных сопротивлений:

- потери, связанные с изменением поперечного сечения потока (внезапное или плавное расширение и сужение);
- потери, вызванные изменением направления потока (колена, угольники, отводы);
- потери, связанные с протеканием жидкости через арматуру различного типа (краны, вентили, задвижки, заслонки, приемные и обратные клапаны, сетки, фильтры);
- потери, связанные с разделением и слиянием потоков (тройники, крестовины).

Общим для всех видов местных сопротивлений является:

- искривление линий тока;
- изменение площади живого сечения;
- отрыв основной струи от стенок с образованием водоворотных зон;

- повышение пульсации скорости и давления.

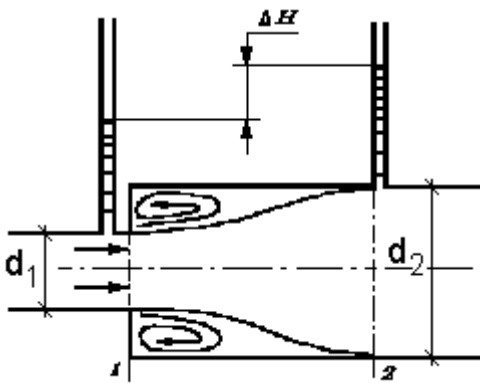
Местные потери напора определяются по формуле Вейсбаха

$$h_{\text{м}} = \zeta \frac{v^2}{2 \cdot g},$$

где ζ - коэффициент местного сопротивления.

Коэффициент местного сопротивления зависит в основном от формы местного сопротивления и его геометрических размеров.

Теоретически достаточно точно коэффициент местного сопротивления при турбулентном режиме движения можно определить для внезапного расширения, когда труба диаметром d_1 переходит в трубу с большим диаметром d_2 ($d_2 > d_1$). Струя, выходящая из первой трубы, на некоторой длине расширяется и в сечении 2-2 заполняет все сечение второй трубы (рис. 2.1).



Расширение струи сопровождается отрывом ее от стенок и образованием водоворотной зоны, имеющей кольцевую форму. В водоворотной зоне образуются вихри, происходит непрерывный обмен частицами жидкости, между основным потоком и завихренной его частью. Основной вихрь порождает другие, более мелкие вихри, что и является причиной потерь энергии, то есть местных потерь напора, которые будем обозначать через $h_{\text{с.п.}}$.

Рис. 2.1. Внезапное расширение

Обозначим давление, скорость и площадь потока в сечении 1-1 через P_1, v_1, ω_1 , а в сечении 2-2 - через P_2, v_2, ω_2 (рис.2.1). Будем считать, что распределение скоростей в сечениях 1-1 и 2-2 равномерное, то есть $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, касательное напряжение на стенке трубы между сечениями равно нулю, давление P_1 в сечении 1-1 действует по всей площади ω_1 .

Запишем для данных сечений уравнение Бернулли, с учетом, что $z_1 = z_2 = 0$

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_{\text{с.п.}}$$

Тогда

$$h_{с.р.} = \left(\frac{v_1^2}{2 \cdot g} - \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \right) + \left(\frac{p_1}{\rho \cdot g} - \frac{p_2}{\rho \cdot g} \right)$$

Изменение количества движения отсека жидкости между сечениями 1-1 и 2-2 равно импульсу сил действующих на этот отсек. Проекция на ось X изменение количества движения определяется по формуле

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h_x$$

Исходя из ранее принятого допущения, на рассматриваемый отсек жидкости действуют только силы гидродинамического давления, проектируемые на ось X

$$R_x = \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

$$\rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1) = p_1 \cdot \omega_1 - p_2 \cdot \omega_2 + R_x$$

$$\rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1) = p_1 \cdot \omega_2 - p_2 \cdot \omega_2$$

Разделим левую и правую части уравнения на $\rho \cdot g \cdot \omega_2$ и учитывая, что $Q/\omega_2 = v_2$

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} - \frac{p_2}{\rho \cdot g} = \frac{v_2 \cdot (v_2 - v_1)}{g}$$

$$h_{с.р.} = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} - \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{2 \cdot v_2 \cdot (v_2 - v_1)}{2 \cdot g}$$

После преобразования окончательно имеем

$$h_{с.р.} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2 \cdot g}$$

Формула называется формулой Борда. Согласно ей потери напора при внезапном расширении равны скоростному напору потерянной скорости, так как разность $(v_1 - v_2)$ называют потерянной скоростью.

Выражение можно привести к другому виду. Выразим первую скорость через вторую, используя уравнение расхода

$$v_1 \cdot \omega_1 = v_2 \cdot \omega_2; \quad v_1 = \frac{v_2 \cdot \omega_2}{\omega_1}$$

Тогда

$$h_{e.p.} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Обозначив

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 = \zeta_{e.p.},$$

где $\zeta_{e.p.}$ - коэффициент гидравлического сопротивления при внезапном расширении потока.

Окончательно получим

$$h_{e.p.} = \zeta_{e.p.} \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Формула может быть преобразована, если выразить вторую скорость через первую

$$h_{e.p.} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

Обозначив

$$\left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 = \zeta'_{e.p.},$$

Окончательно получим

$$h_{e.p.} = \zeta'_{e.p.} \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

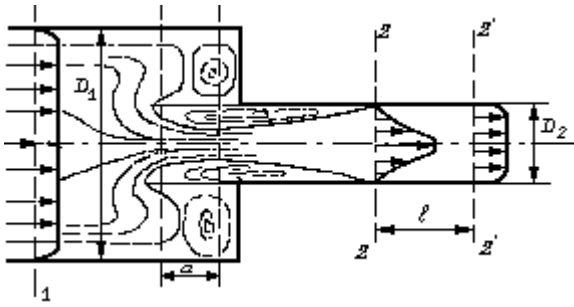


Рис. 2.2. Внезапное сжатие потока

Рассмотрим внезапное сужение, то есть переход трубы диаметром d_1 в трубу меньшего диаметра d_2 (см. рис. 2.2).

При переходе из трубы большего диаметра происходит сжатие потока до $\omega_{сж}$, а затем наступает его расширение до ω_2 . Многочисленные исследования показали, потери напора на участке сжатия (от ω_1 до $\omega_{сж}$)

пренебрежимо малы по сравнению с потерями напора на участке расширения (от $\omega_{сж}$ до ω_2).

Поэтому потери напора при входном сужении могут быть найдены по формуле Борда

$$h_{вс} = \frac{(v_{сж} - v_2)^2}{2 \cdot g}$$

Из уравнения неразрывности потока определим

$$v_{вс} = \frac{\omega_2}{\omega_{сж}} \cdot v_2$$

Используя понятие коэффициента сжатия струи $\varepsilon = \omega_{сж} / \omega_2$,

$$h_{вс} = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Обозначив

$$\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 = \zeta_{вс}$$

Окончательно получим

$$h_{\text{вс}} = \zeta_{\text{вс}} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g},$$

где $\zeta_{\text{вс}}$ - коэффициент местного сопротивления при внезапном сжатии потока.

Коэффициент сжатия струи ζ зависит от степени сжатия потока $n = \omega_2 / \omega_1$.

Значение ζ для различных видов местных сопротивлений находят экспериментально и выражают в виде эмпирических формул, графиков или в табличной форме. Причем эти значения приводятся, как правило, для скорости за местным сопротивлением.

Как показали экспериментальные исследования, коэффициент местного сопротивления зависит не только от вида самого местного сопротивления, но и от режима движения жидкости, то есть от числа Рейнольдса

Эти значения относятся к сопротивлениям, находящимся на значительном расстоянии (до 20 – 40 диаметров) одно от другого. При близком расположении местных сопротивлений их необходимо рассматривать как сложное единое сопротивление.

Расчет трубопроводов

В зависимости от соотношения потерь напора по длине и местных потерь напора различают *длинные* и *короткие трубопроводы*.

Если местные потери напора превышают 10 % потерь напора по длине, то такой трубопровод, как правило, имеющий сравнительно небольшую длину, называют коротким.

В случае длинных трубопроводов местными потерями напора пренебрегают.

Кроме того, различают *простые* трубопроводы – не имеющие ответвлений и *сложные* - с ответвлениями.

При гидравлическом расчете трубопроводов встречаются три задачи:

1. определение расхода Q при заданных длине l , диаметре d и потерях напора h_f ;
2. определение потерь напора h_f при заданных длине l , диаметре d и расходе Q ;
3. определение диаметра трубопровода при заданных длине l , расходе Q и потерях напора h_f .

$$h = J \cdot l;$$

$$h = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g};$$

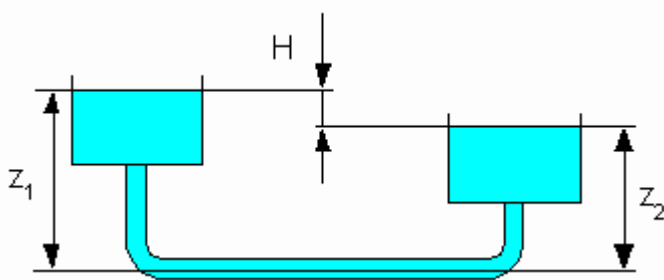
$$h = A \cdot l \cdot k \cdot Q^2;$$

$$h = S \cdot Q^2;$$

$$Q = \omega \cdot C \sqrt{R \cdot J}; \quad Q = K \sqrt{J}; \quad \gamma = \frac{G}{W};$$

$$Q = p \sqrt{h}.$$

Расчет длинного трубопровода



$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_f$$

$$p_1 = p_2 = p_{атм}$$

$$v_1 \approx v_2 \approx 0$$

$$z_1 - z_2 = h_f$$

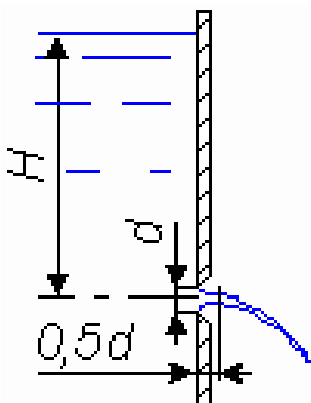
$$H = h_f$$

Следовательно, разность уровней в резервуарах полностью расходуется на преодоление сопротивления трубопровода

Расчет короткого трубопровода

Истечение жидкости через малое отверстие в тонкой стенке

Отверстием в тонкой стенке называется такое отверстие, когда толщина стенки не влияет на форму струи и условия истечения жидкости.



Малым отверстием называется отверстие вертикальный размер, которого менее одной десятой величины напора перед отверстием.

$$z_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h_m$$

$$z_1 - z_2 + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = H_0$$

$$H_0 = \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + \zeta \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

$$Q = \omega_c \cdot v_c = \omega \cdot \varepsilon \cdot \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

$$Q = \omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

Истечение из малого отверстия в тонкой стенке под уровень воды

$$v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (H_1 - H_2)}$$

Траектория движения струи

$$x = v \cdot t$$

$$y = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v^2}$$

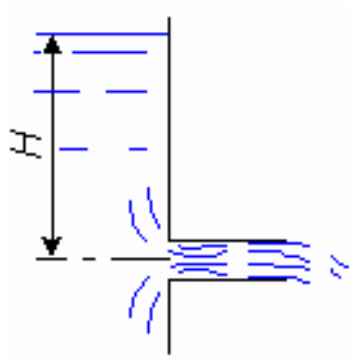
$$v = \sqrt{\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot y}}$$

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ НАСАДКИ

Насадком называется короткая труба, присоединенная к отверстию в тонкой стенке.

Насадки бывают:

- цилиндрические;
 - внешние (Вентури);
 - внутренние (Борда).
- конические;
 - расходящиеся;
 - сходящиеся.
- коноидальные.



φ	μ
0,97	0,62
0,82	0,82

$$v = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta_c + \zeta_p + \lambda \cdot \frac{l}{d}}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$$

$$\frac{Q_{нас}}{Q_{отс}} = \frac{0,82}{0,62} \approx 1,34$$

$$\frac{v_{нас}}{v_{отс}} = \frac{0,82}{0,97} \approx 0,85$$

Величина вакуума в сжатом сечении насадка

$$\frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_c^2}{2 \cdot g} = \frac{p_{атм}}{\gamma} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h$$

$$\frac{p_{атм}}{\gamma} - \frac{p_c}{\gamma} = \frac{\alpha \cdot v_c^2}{2 \cdot g} - \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} - \zeta \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 \right)$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right)^2 \right)$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1 - \varepsilon^2 - (1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^2} \right)$$

$$h_{вак} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1 - \varepsilon^2 - 1 + 2 \cdot \varepsilon - \varepsilon^2}{\varepsilon^2} \right)$$

$$h_{\text{вак}} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot 2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}$$

$$h_{\text{вак}} = \frac{\varphi^2 \cdot 2 \cdot g \cdot H}{2 \cdot g} \cdot 2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}$$

$$h_{\text{вак}} = 2 \cdot \varphi^2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \cdot H$$

$$h_{\text{вак}} = 2 \cdot 0,82^2 \cdot \frac{1 - 0,64}{0,64} \cdot H$$

$$h_{\text{вак}} \approx 0,75 \cdot H$$

$$h_{\text{вак}}^{\text{дон}} \approx 8,0 \text{ м} \quad H_{\text{дон}} = 10,0 \text{ м}$$

Предельная длина насадка

$$h_{\text{вак}} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \zeta - \lambda \cdot \frac{l}{d} \right) = 0$$

$$h_{\text{вак}} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 - \lambda \cdot \frac{l}{d} \right) = 0$$

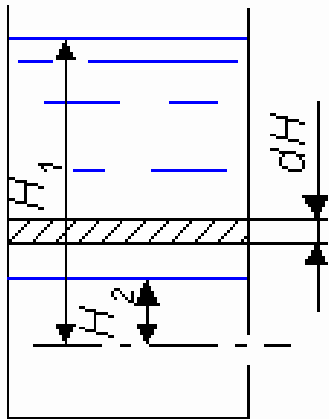
$$\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 - \lambda \cdot \frac{l}{d} = 0$$

$$2 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} = \lambda \cdot \frac{l}{d}$$

$$l_{\text{пред}} = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \cdot 2 \cdot \frac{d}{\lambda}$$

$$l_{\text{пред}} \approx 7d$$

Истечение жидкости при переменном напоре



$$dW = \Omega \cdot dH$$

$$dW = Q \cdot dt$$

$$-\Omega \cdot dH = \omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \cdot dt$$

$$dt = -\frac{\Omega}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \frac{dH}{\sqrt{H}}$$

$$t = \frac{2 \cdot \Omega}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})$$

$$t = \frac{2 \cdot \Omega \cdot \sqrt{H}}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g}} = \frac{2 \cdot \Omega \cdot \sqrt{H} \cdot \sqrt{H}}{\omega \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}} = \frac{2 \cdot W}{Q}$$

УСТАНОВИВШЕЕСЯ БЕЗНАПОРНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В КАНАЛАХ

Равномерным называется такое движение, когда площадь живого сечения, глубина потока, средняя скорость, а также эпюра распределения скорости по живому сечению не меняются вдоль потока.

Будем рассматривать только квадратичную область. Тем более что каналы, как правило, работают в данной области.

При равномерном движении напорная линия Н-Н, линия свободной поверхности (пьезометрическая линия Р-Р) и линия дна совпадают. Следовательно, $I=I_p=i$. Так как величина уклона обычно невелика, считают, что поперечные сечения вертикальны.

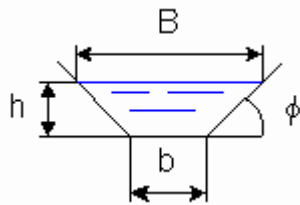
Основные зависимости, используемые при расчете каналов:

$$Q = v \omega = \text{const} \quad v = C \cdot R \cdot i$$

Гидравлические элементы живого сечения в канале

Наиболее часто встречаемые поперечные сечения представлены на рис.

Трапецеидальное сечение



$$B = b + 2 \cdot m \cdot h$$

$$\omega = (b + B) \cdot \frac{h}{2} = (b + b + 2 \cdot m \cdot h) \cdot \frac{h}{2} = (b + m \cdot h) \cdot h$$

$$\chi = b + 2 \cdot \sqrt{(m \cdot h)^2 + h^2} = b + 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}$$

Прямоугольное сечение

$$m = 0$$

$$\omega = b \cdot h$$

$$\chi = b + 2 \cdot h$$

Треугольное сечение

$$b = 0$$

$$\omega = m \cdot h^2$$

$$\chi = 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}$$

Параболическое сечение

$$x^2 = 2 \cdot p \cdot y$$

$$\omega = \frac{2}{3} \cdot B \cdot h$$

Гидравлически наивыгоднейшее сечение

Гидравлически наивыгоднейшим называется такая форма сечения, которая при заданных площади живого сечения и уклоне обладает наибольшей пропускной способностью.

Из анализа формулы $Q = \omega C O R i$ можно сделать вывод, что при заданных ω и i наибольшей пропускной способностью будет обладать сечение с наибольшим гидравлическим радиусом. Но так как $R = \omega / \chi$, то максимальной пропускной способностью будет обладать сечение с наименьшим смоченным периметром.

Из всех видов сечений наименьшим смоченным периметром при заданной площади живого сечения будет обладать полукруглое сечение. На практике стенки каналов выполняются из естественных грунтов, поэтому полукруглое сечение является не приемлемым с точки зрения устойчивости стенок. По этой же причине не выполняют каналы прямоугольного сечения. Нижняя часть треугольного сечения обычно заполняется наносами. Поэтому наиболее распространенным сечением каналов является трапециидальное.

Выведем соотношение для гидравлически наивыгоднейшего трапециидального сечения

$$\chi = b + 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\omega = (b + m \cdot h) \cdot h \quad b = \frac{\omega}{h} - m \cdot h$$

$$\chi = \frac{\omega}{h} - m \cdot h + 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\frac{d\chi}{dh} = -\frac{\omega}{h^2} - m + 2 \cdot \sqrt{m^2 + 1} = 0$$

$$\frac{d\chi}{dh} = -\frac{(b + m \cdot h) \cdot h}{h^2} - m + 2 \cdot \sqrt{m^2 + 1} = 0$$

$$\frac{b}{h} = 2 \cdot (\sqrt{m^2 + 1} - m)$$

В случае прямоугольного русла $m = 0$, следовательно $b / h = 2$.

Подставив полученное соотношение в формулу определения гидравлического радиуса получим $R = h / 2$.

В общем случае гидравлически наивыгоднейшее и экономически наивыгоднейшее сечения не совпадают. Последнее определяется объемом земляных работ (в гидравлически наивыгоднейших сечениях получается довольно большой глубина).

Основные задачи при расчете трапециидальных каналов на равномерное движение.

Из уравнения Шези видно, что пропускная способность канала зависит от его размеров, шероховатости и уклона русла, т.е. имеется взаимосвязь между шестью следующими параметрами: h , b , m , n , i и Q (или v). На практике обычно известно пять параметров и необходимо найти шестой. Можно выделить 6 типов задач.

1 задача. Известны: h , b , m , n , i . Требуется найти Q . Задача сводится к выполнению следующих шагов.

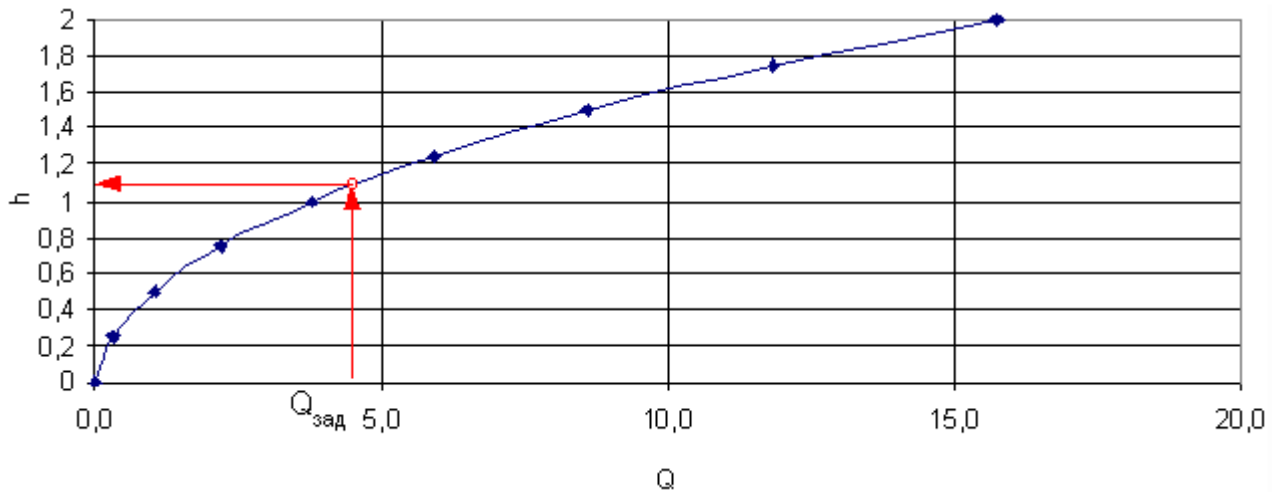
- 1) определяются χ и ω ;
- 2) находится R ;
- 3) для известных n и R , например по формуле Маннинга находится C ;
- 4) по формуле Шези определяется v ;
- 5) $Q = \omega v$.

2 задача. Известны b , h , m , n , Q . Найти i . Выполняются первые три действия по аналогии с первой задачей. Затем i определяется по формуле $i = Q^2 / (\omega^2 C^2 R)$.

3 задача. Определение нормальной глубины. Известны b , m , n , i , Q . Определить глубину наполнения канала h . Составляется таблица

h	1	2	3
χ			
ω			
R			
C			
v			
Q			

По данным таблицы строится график $Q=f(h)$. По этому графику зная $Q_{\text{зад}}$ находится $h_{\text{треб}}$. Кривая имеет выпуклость в сторону оси h и проходит через начало координат.

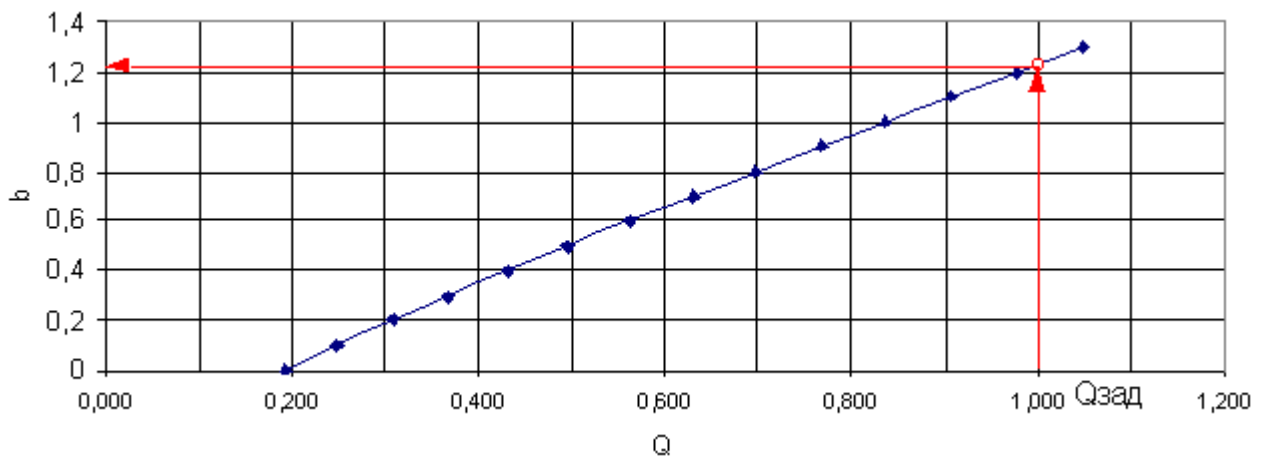


4 задача. Определение ширины по дну.

Известны h, m, n, i, Q. Составляется таблица

b	1	2	3
χ			
ω			
R			
C			
v			
Q			

По данным таблицы строится график $Q=f(h)$. По этому графику зная $Q_{\text{зад}}$ находится $b_{\text{треб}}$.

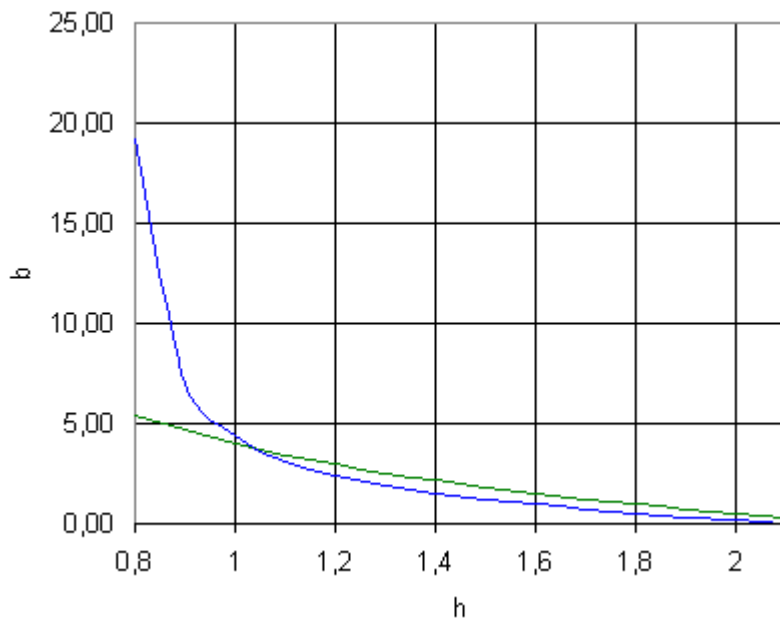


Кривая не проходит через начало координат расход Q' соответствует расходу треугольного русла ($b = 0$).

5 задача. Заданы m, n, i, Q . Требуется найти h и b соответствующие гидравлически наивыгоднейшему сечению.

Задаемся рядом глубин. Для них из соотношения $b/h = 2(O(m^2+1) - m)^*$ находим соответствующие b . Далее аналогично задачи 3 находим Q и строим график. Из графика для заданного Q находим h , а затем из $*$ b .

6 задача. Задача, в которой задана средняя скорость и требуется найти h и b .



$$1) \omega = Q / v = A$$

$$2) v / \sqrt{i} = B$$

$$3) h(b + mh) = A$$

$$C\sqrt{R} = B$$

Решается данная система двух уравнений графически или подбором.

Ограничение скорости движения воды в каналах.

Средняя скорость движения воды в канале должна находиться в пределах $v_{\min} < v < v_{\max}$
 v_{\max} - максимально допустимая скорость (скорость при которой не происходит разрушения русла канала);

V_{\min} - минимально допустимая скорость (скорость при которой не происходит отложений взвешенных частиц).

Действительная скорость зависит от уклона дна канала, а максимальная только от материала, из которого выполнены стенки канала и от глубины воды в нем.
песок - 0,2-0,6; гравий - 0,6-1,2; глина - 1,0-1,8; осадочные скальные породы - 2,5-4,5; бетон - 5-10.

мероприятия по увеличению максимально допустимой скорости. покрытие стенок и дна канала покрытием в виде каменных мостовых и бетонной облицовки.

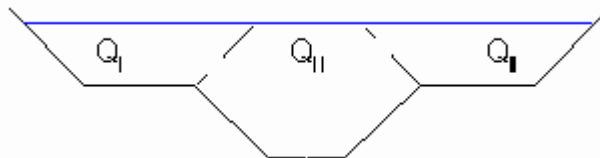
мероприятия по снижению скорости. чтобы уменьшить скорость необходимо уменьшить либо R , либо C или i . В связи с этим различают три способа уменьшения скорости.

1) изменение формы поперечного сечения с целью уменьшения R . Это мероприятие малоэффективно, т.к. за счет изменения R мало удается снизить скорость.

2) создание искусственной шероховатости, в результате увеличивается n и уменьшается C . Экономически неэффективно.

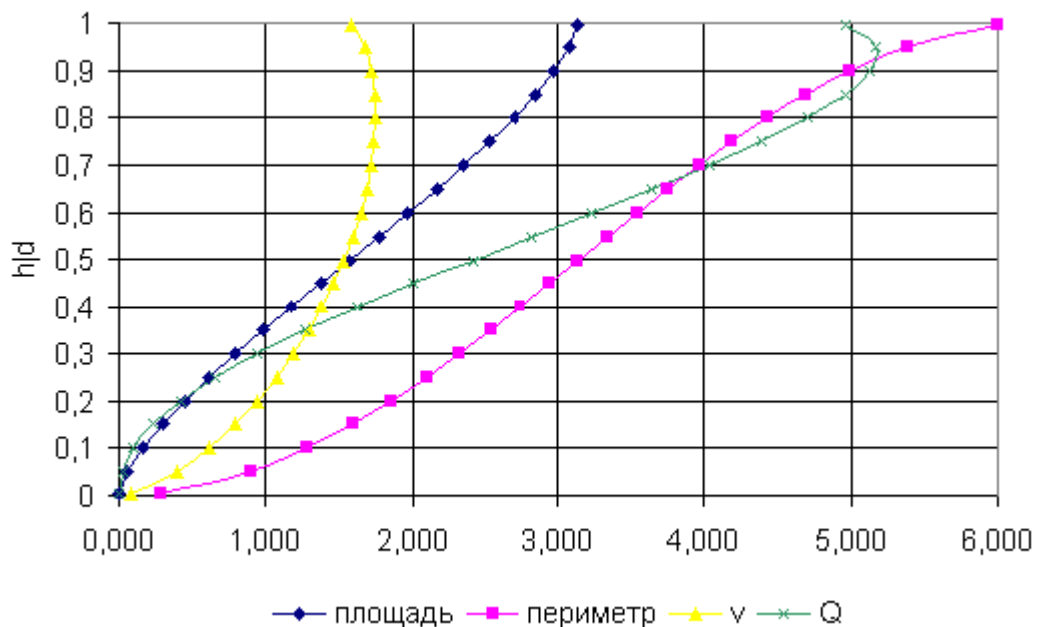
3) уменьшение уклона за счет изменения трассы канала или устройства перепадов.

Расчет каналов имеющих составной профиль



$$Q = Q_I + Q_{II} + Q_{III}$$

Расчет каналов имеющих замкнутый поперечный профиль



$$Q_n = K_n \sqrt{i}$$

$$M = \frac{K_n}{K}$$

$$Q = M \cdot K_n \sqrt{i},$$

$$v_n = W_n \sqrt{i}$$

$$N = \frac{W_n}{W}$$

$$v = N \cdot W_n \sqrt{i}$$

НЕРАВНОМЕРНОЕ БЕЗНАПОРНОЕ УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В КАНАЛАХ

Будем рассматривать только турбулентное движение воды в квадратичное области. Причем для начала будем изучать плавно изменяющееся движение.

В начале вода, попавшая в канал, имеющий цилиндрическое русло, движется неравномерно (ускоренно), но затем по мере увеличения скорости возрастает сопротивление, поэтому со временем устанавливается равномерное движение жидкости. (Тело стремится находиться в состоянии равновесия или равномерно прямолинейно двигаться).

Равномерное движение устанавливается, когда площадь живого сечения, глубина и его скорость не меняются вдоль потока, а также не деформируется эпюра скоростей. Будем рассматривать случай только, когда меняются скорость и глубина.

Если **уклон дна** > 0 равномерный режим может нарушаться в 3 случаях:

- 1) в канале устанавливается плотина, вода переливается через плотину, т.е. фиксируем точку на свободной поверхности, а также глубину отличную от глубины при равномерном режиме движения, на некоторой ограниченной длине возникает неравномерное движение.
- 2) в канале устраивается перепад, фиксируется искусственным путем глубина.
- 3) в канале устанавливается щит.

В цилиндрическом канале с уклоном дна > 0 неравномерное движение устанавливается только в случае, когда имеется преграда.

$i = 0$. Из формулы Шези получаем $v = 0$. Следовательно, равномерный режим не возможен. Аналогично для $i < 0$.

Изучение неравномерного режима движения воды сводится к изучению задачи построения кривой свободной поверхности потока. Решение задачи сводится:

- 1) считаем, что заданы расход, форма и размеры канала, его шероховатость и уклон.
- 2) выделяем элементарный участок длиной ds и составляем дифференциальное уравнение неравномерного движения.
- 3) интегрируем данное диффуравнение, в результате чего получаем уравнение свободной поверхности.

Составление дифференциальных уравнений занимались Кориолис, Беланже, Буссинеск. Интегрированием Бахметьев, Рахманов.

Основное дифференциальное уравнение неравномерного движения в призматическом русле

Учитывая, что давление на поверхности воды одинаковое

$$z_1 + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h_f$$
$$z_1 - z_2 = \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} - \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} + h_f$$

Из последнего уравнения видно, что изменение потенциальной энергии, равно изменению кинетической плюс потери энергии.

Выделим бесконечно малый участок ds . Для этого участка уравнение запишется

$$-dz = d\left(\frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g}\right) + dh_f$$

Разделим это уравнение на ds

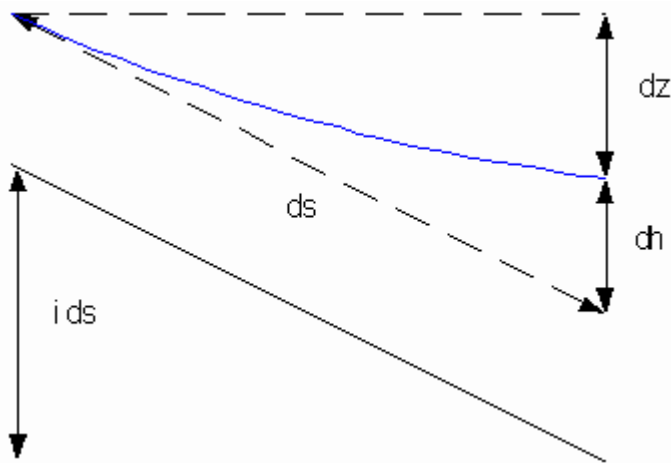
$$-\frac{dz}{ds} = \frac{d}{ds}\left(\frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g}\right) + \frac{dh_f}{ds}$$

Рассмотрим составляющие уравнения

$$\frac{dh_f}{ds}$$

1. $\frac{dh_f}{ds}$ представляет собой гидравлический уклон. Используя формулу Шези можно

записать.
$$\frac{dh_f}{ds} = \frac{v^2}{C^2 \cdot R} = \frac{Q^2}{\omega^2 \cdot C^2 \cdot R}$$



2. Теперь рассмотрим $-\frac{dz}{ds}$. Из рисунка видно, что $-dz + dh = i \cdot ds$ или $-\frac{dz}{ds} + \frac{dh}{ds} = i$. Следовательно $\frac{dz}{ds} = \frac{dh}{ds} - i$.

3. Перейдем к рассмотрению

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g} \right) = \frac{d}{ds} \left(\frac{\alpha \cdot Q^2}{\omega^2 \cdot 2 \cdot g} \right) \quad \text{Так как } Q = \text{const}, \alpha = 1, \omega = f(h), h = f(s)$$

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\alpha \cdot Q^2}{\omega^2 \cdot 2 \cdot g} \right) = -\frac{\alpha \cdot Q^2}{\omega^3 \cdot g} \frac{d\omega}{dh} \frac{dh}{ds} \quad \text{Учитывая, что } \frac{d\omega}{dh} = B$$

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g} \right) = -\frac{\alpha \cdot Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3} \frac{dh}{ds} \quad \text{Подставляя полученные выражения в уравнение}$$

$$i - \frac{dh}{ds} = -\frac{\alpha \cdot Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3} \frac{dh}{ds} + \frac{Q^2}{\omega^2 \cdot C^2 \cdot R}$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{Q^2}{\omega^2 \cdot C^2 \cdot R}}{1 - \frac{\alpha \cdot Q^2 \cdot B}{g \cdot \omega^3}}$$

Для того чтобы привести данное уравнение к виду удобному для исследования необходимо ввести ряд понятий.

Удельная энергия сечения, критическая глубина

$$\mathcal{E} = h + \frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g} \quad \mathcal{E} = h + \frac{\alpha \cdot Q^2}{2 \cdot g \cdot \omega^2}$$

$$\frac{d\mathcal{E}}{dh} = 0 \quad 1 - \frac{\alpha \cdot Q^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{2}{\omega^3} \cdot \frac{d\omega}{dh} = 0$$

$$h_K = \sqrt[3]{\frac{\alpha \cdot Q^2}{g \cdot b^2}}$$

$$h_K^3 = \frac{\alpha \cdot Q^2}{g \cdot b^2} = \frac{\alpha \cdot v^2 \cdot b^2 \cdot h_K^2}{g \cdot b^2} \frac{h_K}{2} = \frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g}$$

Нормальная глубина

$$Q = \omega_0 \cdot C_0 \cdot \sqrt{R_0 \cdot i}$$

$$Q = K_0 \cdot \sqrt{i}$$

Критический уклон

$$i_K = \frac{Q^2}{\omega_K^2 \cdot C_K^2 \cdot R_K}$$

$$\frac{\alpha \cdot \omega_K^2 \cdot C_K^2 \cdot R_K \cdot i_K}{g} = \frac{\omega_K^3}{B_K}$$

$$i_K = \frac{\omega_K \cdot g}{B_K \cdot \alpha \cdot C_K^2 \cdot R_K} \quad i_K = \frac{g \cdot \chi_K}{\alpha \cdot C_K^2 \cdot B_K}$$

Исследование дифференциального уравнения неравномерного движения.

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{Q^2}{\omega^2 \cdot C^2 \cdot R}}{1 - \frac{\alpha \cdot Q^2}{g \cdot \omega^3} \frac{B}{\omega^3}}$$

Рассмотрим два случая:

1. числитель равен 0, то есть

$$i - \frac{Q^2}{\omega^2 \cdot C^2 \cdot R} = 0 \quad \text{или} \quad Q = \omega \cdot C \cdot \sqrt{R \cdot i}$$

уравнение равномерного режима движения ($dh = 0$, $h = \text{const}$)

2. знаменатель равен 0

$$\frac{\alpha \cdot Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3} = 1 \quad \frac{\alpha \cdot Q^2}{g} = \frac{\omega^3}{B}$$

$$dh/ds = \infty \quad h = h_k$$

Производная претерпевает разрыв непрерывности, следовательно, кривая свободной поверхности имеет вертикальную касательную. В районе касательной движение резко изменяющееся, а уравнение выведено в предположении плавно изменяющегося движения.

1. переход бурного потока в спокойный сопровождается гидравлическим прыжком;
2. переход спокойного потока в бурный водопадом.

Второй вид дифференциального уравнения неравномерного движения в цилиндрических руслах при $i > 0$ (удобный для исследования форм кривых свободных поверхностей)

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{Q^2}{\omega^2 \cdot C^2 \cdot R}}{1 - \frac{\alpha \cdot Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3}} \quad Q = K_0 \cdot \sqrt{i} \quad K^2 = \omega^2 \cdot C^2 \cdot R$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{K_0^2}{K^2} \cdot i}{1 - \frac{\alpha \cdot Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3}}$$

$$\frac{dh}{ds} = j \cdot \frac{1 - \frac{K_0^2}{K^2}}{1 - \Pi_K}$$

Π_k – параметр кинетичности; при критическом состоянии потока $\Pi_k = 1$; при спокойном $\Pi_k < 1$; при бурном $\Pi_k > 1$.

Разобьем область возможного расположения свободной поверхности на три зоны (а, б, с) путем проведения линий NN и КК параллельно дну.

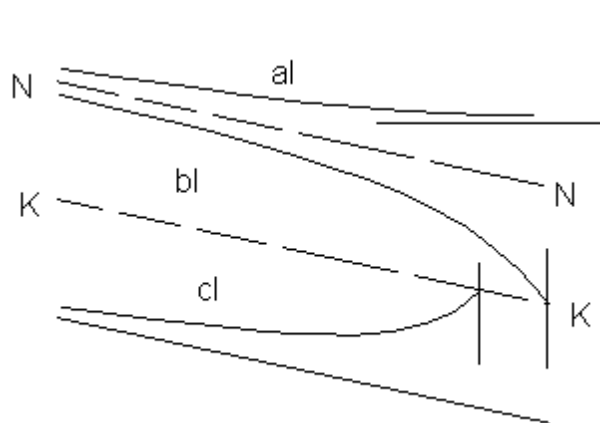
- $i > 0$

возможны три случая:

- $h_0 > h_k$ и $i < i_k$ возможны три формы свободной поверхности;
- $h_0 < h_k$ и $i > i_k$ также возможны три формы свободной поверхности;
- $h_0 = h_k$ и $i = i_k$ возможны две формы свободной поверхности.

Всего восемь различных кривых свободной поверхности. 6 из них кривых подпора и две спада.

Кривой подпора называется такая форма свободной поверхности, когда глубины вдоль потока возрастают.



aI

Устанавливается в русле, когда искусственно фиксируется глубина в зоне а, то есть $h > h_0 > h_k$.

1. $K^2 > K_0^2$; $\Pi_k < 1$. Следовательно $\chi > 0$ и $\zeta > 0$,

$$\frac{dh}{ds} = \frac{\chi > 0}{\zeta > 0} > 0$$

поэтому Глубины вдоль потока увеличиваются следовательно это кривая подпора. При этом отметки свободной поверхности уменьшаются.

2. при $h \rightarrow \infty - K^2$ также $\rightarrow \infty \Pi_k \rightarrow 0$

$$\left(\frac{dh}{ds} \right)_{h \rightarrow \infty} = \left(\frac{\chi}{\zeta} \right)_{h \rightarrow \infty} \rightarrow i$$

в низовой части кривая свободной поверхности имеет горизонтальную асимптоту.

3. при $h \rightarrow h_0 - K^2 \rightarrow K_0^2$

$$\left(\frac{dh}{ds} \right)_{h \rightarrow h_0} = \left(\frac{\chi}{\zeta} \right)_{h \rightarrow h_0} \rightarrow 0$$

, следовательно, в верховой части кривая также имеет асимптоту в виде линии нормальных глубин

4. кривая вогнута

5. удельная энергия сечения вдоль потока увеличивается.

bI

Устанавливается в русле, когда искусственно фиксируется глубина в зоне b, то есть $h_0 > h > h_k$.

$$\frac{dh}{ds} = \frac{ч < 0}{з > 0} < 0$$

1. $K^2 < K^2_0; P_k < 1$. Следовательно $ч < 0$ и $з > 0$, поэтому Глубины вдоль потока уменьшаются следовательно это кривая спада.
2. при $h \rightarrow h_0 - K^2 \rightarrow K^2_0$

$$\left(\frac{dh}{ds}\right)_{h \rightarrow h_0} = \left(\frac{ч}{з}\right)_{h \rightarrow h_0} \rightarrow 0$$

, следовательно, в верховой части кривая также имеет асимптоту в виде линии нормальных глубин

3. при $h \rightarrow h_k$ в низовой части кривая свободной поверхности имеет вертикальную касательную.
4. кривая имеет выпуклость обращенную вверх
5. удельная энергия сечения вдоль потока увеличивается.

cI

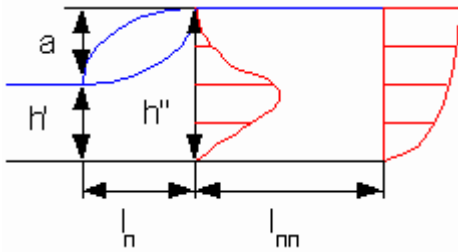
Устанавливается в русле, когда искусственно фиксируется глубина в зоне c, то есть $h_0 > h_k > h$.

$$\frac{dh}{ds} = \frac{ч < 0}{з < 0} > 0$$

1. $K^2 < K^2_0; P_k > 1$. Следовательно $ч < 0$ и $з < 0$, поэтому Глубины вдоль потока увеличиваются следовательно это кривая подпора.
2. при $h \rightarrow h_k$ в низовой части кривая свободной поверхности имеет вертикальную касательную.
3. кривая имеет выпуклость обращенную вниз
4. удельная энергия сечения вдоль потока уменьшается.

Гидравлический прыжок

Гидравлический прыжок – резкое увеличение глубины при переходе потока из бурного состояния в спокойное. От глубины h' меньше критической к глубине h'' больше критической. Глубины h' и h'' называются сопряженными. Величина $a = h'' - h'$ называется высотой прыжка, а величина $l_{\text{п}}$ длиной прыжка.



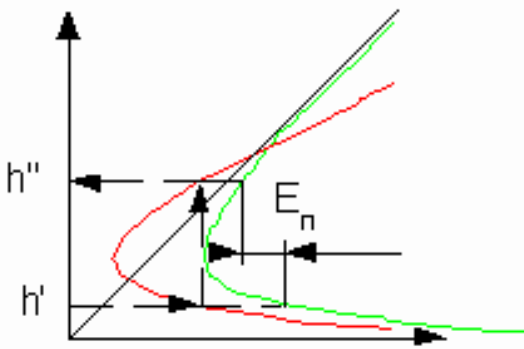
Воспользуемся теоремой количества движения

$$\alpha_0 \cdot \rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1) = T_x + G_x + R_x + P_x$$

$$\alpha_0 \cdot \rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1) = P_x$$

$$P_x = p_1 \cdot \omega_1 - p_2 \cdot \omega_2 =$$

$$= \rho \cdot g \cdot y_1 \cdot \omega_1 - \rho \cdot g \cdot y_2 \cdot \omega_2$$



$$\frac{\alpha_0 \cdot Q \cdot v_1}{g} + y_1 \cdot \omega_1 = \frac{\alpha_0 \cdot Q \cdot v_2}{g} + y_2 \cdot \omega_2$$

$$\frac{\alpha_0 \cdot Q^2}{g \cdot \omega_1} + y_1 \cdot \omega_1 = \frac{\alpha_0 \cdot Q^2}{g \cdot \omega_2} + y_2 \cdot \omega_2$$

$$\Theta(h) = \frac{\alpha_0 \cdot Q^2}{g \cdot \omega} + y \cdot \omega$$

- прыжковая функция

Основное уравнение прыжка в прямоугольном русле

$$\omega = b \cdot h, \quad y = h/2, \quad Q = q \cdot b$$

$$\Theta(h) = \frac{\alpha_0 \cdot q^2 \cdot b^2}{g \cdot b \cdot h} + \frac{h}{2} \cdot b \cdot h$$

$$\Theta(h) = b \cdot \left(\frac{\alpha_0 \cdot q^2}{g \cdot h} + \frac{h^2}{2} \right)$$

$$\theta(h) = \frac{\alpha_0 \cdot q^2}{g \cdot h} + \frac{h^2}{2}$$

$$\frac{\alpha_0 \cdot q^2}{g} = h_x^3$$

$$\theta(h) = \frac{h_x^3}{h} + \frac{h^2}{2}$$

$$\frac{h_x^3}{h'} + \frac{h'^2}{2} = \frac{h_x^3}{h''} + \frac{h''^2}{2}$$

$$h_x^3 \cdot \left(\frac{1}{h'} - \frac{1}{h''} \right) = \frac{h''^2 - h'^2}{2}$$

$$2 \cdot h_x^3 \cdot \frac{h'' - h'}{h' \cdot h''} = (h'' - h') \cdot (h'' + h')$$

$$h'^2 \cdot h'' + h''^2 \cdot h' - 2 \cdot h_x^3 = 0$$

$$h'' = \frac{h'}{2} \cdot \left(\sqrt{1 + 8 \cdot \left(\frac{h_x}{h'} \right)^3} - 1 \right)$$

Длина прыжка

Формула Павловского $l_x = 2,5 \cdot (1,9 \cdot h'' - h')$

Формула Сафранца $l_x = 4,5 \cdot h''$

Потери энергии в прыжке

$$E = \left(h' + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} \right) - \left(h'' + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} \right) = \frac{\alpha^3}{4 \cdot h' \cdot h''}$$

Виды прыжка

$h' \leq 0,6 h_x$ совершенный

- $0,6 h_k < h' \leq 0,7 h_r$ несовершенный
 $0,7 h_k < h' \leq 0,85 h_r$ затухающая волна
 $0,85 h_k < h' \leq h_r$ периодическая волна

- затопленный
- несвободный
- отогнанный
- надвинутый
- косой

Водосливы

Преграда в потоке в виде стенки (порога), через которую осуществляется перелив жидкости.

Перед сооружением происходит торможение, что сопровождается подъемом уровня и накоплением энергии, необходимой для его преодоления.

Классификация

1. по геометрической форме отверстия: прямоугольные; треугольные; трапециидальные; круговые; параболические.
2. по типу водосливной стенки: с тонкой стенкой $\delta < 0,5H$; с широким порогом $2H \leq \delta \leq 8H$; практического профиля.
3. по расположению в плане: лобовые; косые; боковые; полигональные; криволинейные; замкнутые.
4. по характеру сопряжения с нижним бьефом: подтопленные и неподтопленные.
5. по соотношению ширины отверстия и ширины русла: с боковым сжатием и без бокового сжатия.
6. со свободным истечением и с несвободным истечением.

Водослив с тонкой стенкой

Прямоугольный водослив

$$Q = \omega \cdot v, \quad \omega \approx b \cdot H; \quad v \approx \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

$$Q = m \cdot b \cdot H \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

$$Q = m \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot H^{\frac{3}{2}}$$

$$Q = m \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot H_0^{\frac{3}{2}}$$

Нормальный водослив $Q = m_0 \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H^2}$

$$m_0 = 0,4 + 0,05 \cdot \frac{H}{c_s}$$

Подтопленный водослив с тонкой стенкой

1. горизонт воды нижнего бьефа располагается выше гребня водослива $h_n > 0$
2. в нижнем бьефе спокойный режим движения

$$\frac{Z}{c_n} < 0,7 \div 0,75$$

Базен $\sigma_n = 1,05 \cdot \left(1 + 0,2 \frac{h_n}{c_n} \right) \cdot \sqrt[3]{\frac{Z}{H}}$

Треугольный водослив с тонкой стенкой $\beta = 90^\circ$

Томсон $Q = 1,4 \cdot H^{5/2}$

Водослив с широким порогом

$$H + \frac{v_0^2}{2g} = h + \frac{v^2}{2g} + \zeta \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \varphi \sqrt{2g(H_0 - h)}$$

$$Q = bh\varphi \sqrt{2g(H_0 - h)}$$

$$q = h\varphi \sqrt{2g(H_0 - h)}$$

Способ Беланже

$$0 < h < H_0$$

$$h = 0 \quad q = 0$$

$$h = H_0 \quad q = 0$$

Глубина на пороге устанавливается такой, при которой расход максимален

$$\frac{dq}{dh} = \frac{d(h\sqrt{H_0 - h})}{dh} = 0$$

$$h = \frac{2}{3}H_0$$

$$k = \frac{h}{H_0}$$

$$Q = b\varphi \frac{h}{H_0} H_0 \sqrt{2gH_0 \left(1 - \frac{h}{H_0}\right)}$$

$$Q = \varphi k \sqrt{(1-k)} b \sqrt{2gH_0^{3/2}}$$

$$Q = mb \sqrt{2gH_0^{3/2}}$$

$$m = \varphi k \sqrt{1-k} = 0,385\varphi$$

$$m = 0,32 \quad m = 0,35$$

Способ Бахметьева

На пороге водослива устанавливается глубина, соответствующая минимуму удельной энергии сечения

$$h = h_k$$

$$k = \frac{h_k}{H_0}$$

$$k = \frac{\sqrt[3]{\frac{Q^2}{g \cdot b^2}}}{H_0} = \frac{\sqrt[3]{\frac{\varphi^2 k^2 (1-k) b^2 2gH_0^3}{g \cdot b^2}}}{H_0} = \sqrt[3]{2\varphi^2 k^2 (1-k)}$$

$$k^3 = 2\varphi^2 k^2 (1-k)$$

$$k = \frac{2\varphi^2}{1 + 2\varphi^2}$$

$$m = \varphi k \sqrt{1-k} = \sqrt{\frac{k}{2(1-k)}} k \sqrt{1-k} = \sqrt{\frac{k^3}{2}}$$

Водосливы практического профиля

$$Q = \varepsilon \sigma m B \sqrt{2gH_0^{3/2}}$$

$$\varepsilon = \frac{B_c}{B}$$

$$\varepsilon = 1 - 0,2 \frac{\xi_y + (n-1)\xi_\sigma}{n} \frac{H_0}{b}$$

Расчет малых мостов

1. Скорость

$$V = \varepsilon V_{\max}$$

2. Полный напор перед насыпью

$$v = \varphi \sqrt{2g(H_0 - h)} = \varphi \sqrt{2gH_0(1-k)}$$

Сопряжение бьефов

Водобойный колодец

1. Удельный расход

$$q = \frac{Q}{b}$$

2. Критическая глубина

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

3. Скорость воды на уступе перепада

$$v_0 = \frac{q}{h_k}$$

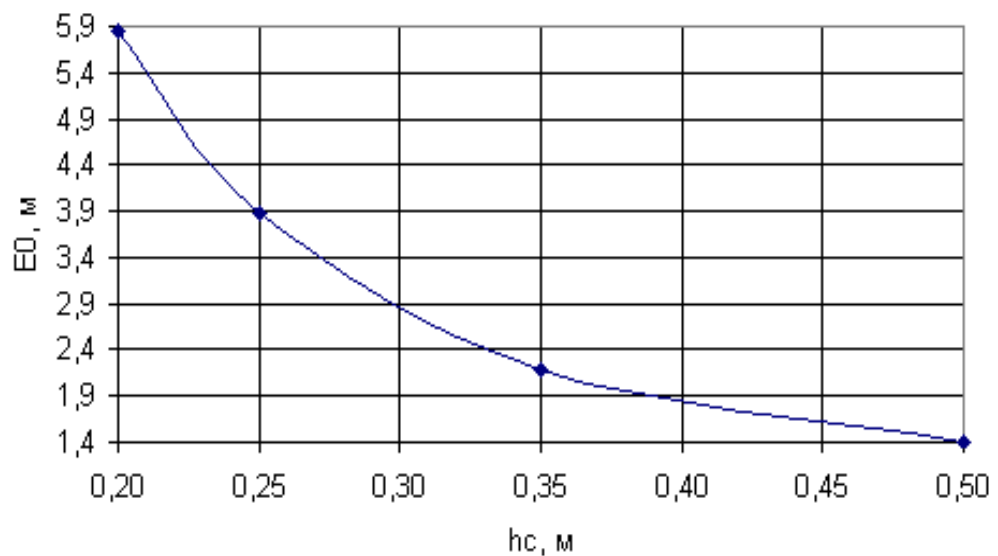
4. Полный напор

$$E_0 = p + h_k + \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

5. Сжатая глубина

$$E_0 = h_c + \frac{A}{h_c^2}$$

$$A = \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot \varphi^2}$$



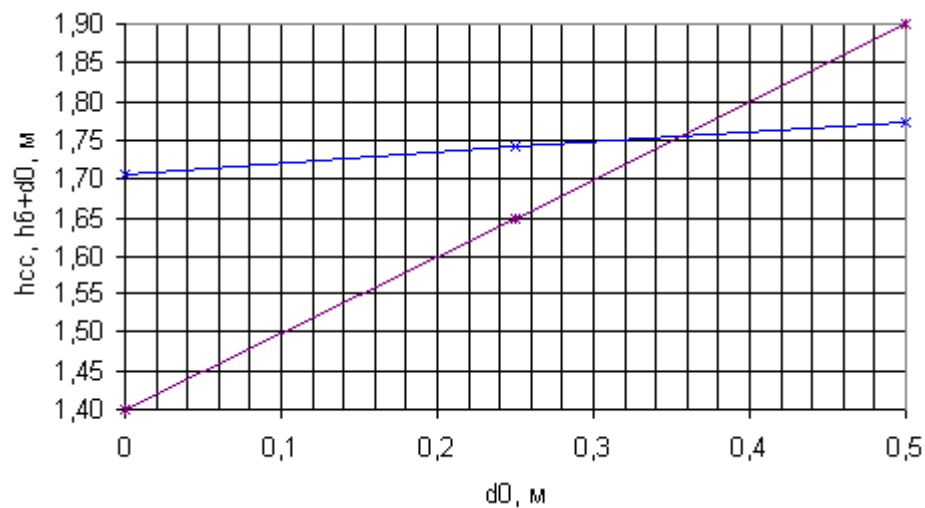
h_c	E_0

6. Глубина сопряженная сжатой

$$h_{cc} = \frac{h_c}{2} \cdot \left[\sqrt{1 + 8 \cdot \left(\frac{h_k}{h_c} \right)^3} - 1 \right]$$

7. Глубина колодца

d_0	$E_0' = E_0 + d_0$	h_c	h_{cc}	$d_0 + h_0$



$$d = 1,05 \cdot d_0$$

8. Длина водобойного колодца

$$l = l_{отпл} + 0,8 \cdot l_p,$$

$$l_{отпл} = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot y_0}{g}},$$

$$y_0 = d + p + \frac{h_k}{2},$$

$$I_n = 2,5 \cdot (1,9 \cdot h_{cc} - h_c)$$

Водобойная стенка

7. Скорость подхода к водобойной стенке

$$v'_0 = \frac{q}{h_{cc}}$$

8. Скоростной напор

$$h_v = \frac{(v'_0)^2}{2 \cdot g}$$

9. Полный напор на водосливной стенке

$$H'_0 = \left(\frac{q}{m \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

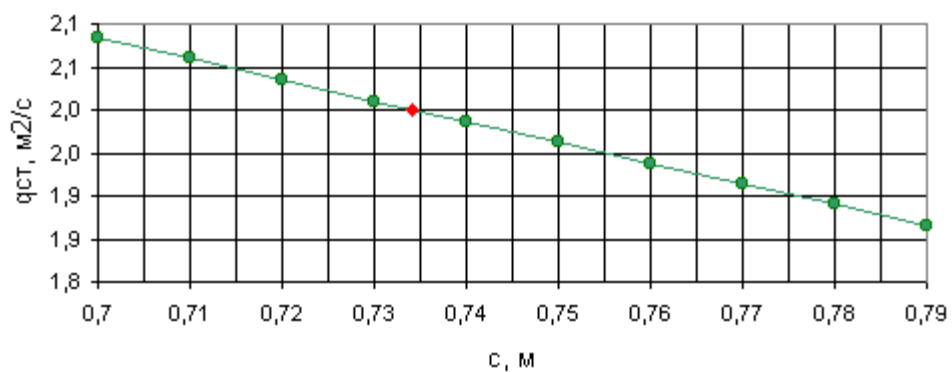
10. Геометрический напор на водосливной стенке

$$H' = H'_0 - h_v$$

11. Высота водобойной стенки

$$c = 1,05 \cdot h_{cc} - H'$$

12.



C	$H' = 1,05 \cdot h_{cc} - c$	$H'_0 = H' + h_v$	$h_{\text{н}} = h_{\text{б}} - c$	$\frac{h_{\text{п}}}{H'}$	$\sigma_{\text{п}}$	$q_{\text{см}} = \sigma_{\text{п}} \cdot m \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (H'_0)^{3/2}}$

БЕЗНАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД

Водопроницаемые грунты состоят из частиц, между которыми имеются поры. Объем пор может достигать 40% от объема грунта. Движение воды через поры грунта называется фильтрацией. Грунтовые воды образуются за счет выпадения осадков, фильтрации из поверхностных источников. Вода, попадая в водопроницаемый грунт, фильтруется, пока не достигнет водонепроницаемого слоя грунта - водоупора. Достигнув водоупора, вода движется по его поверхности, образуя поток безнапорных грунтовых вод. Водоупор выполняет роль русла. Поток безнапорных вод обладает свободной поверхностью, давление в каждой точке которой равно атмосферному. Наряду с безнапорными потоками подземных вод существуют и напорные потоки. Данные потоки образуются при движении воды между двумя водоупорными пластами. Если вскрыть верхний водоупор скважиной, вода подымится на некоторую отметку соответствующую напору.

Режим движения грунтовых вод в песках и водопроницаемых глинах является ламинарным. Турбулентный режим движения может встречаться в галечниках, трещиноватых скальных породах.

В общем случае движение грунтовых вод может быть напорным и безнапорным, установившимся и неустановившимся, плавно изменяющимся и резко изменяющимся, равномерным и неравномерным, ламинарным и турбулентным. Мы остановимся на рассмотрении безнапорного установившегося плавно изменяющегося равномерного и неравномерного движения.

Движение грунтовых безнапорных вод является, как правило, неравномерным, что объясняется нецилиндричностью русел, уклоном θ , или фиксации глубины потока, например, за счет отбора воды колодцем.

Кривая свободной поверхности при неравномерном режиме движения носит название кривой депрессии. Наша цель будет сводиться к построению этой кривой.

При изучении безнапорного движения воды в каналах для связи потерь напора со скоростью пользовались формулой Шези $v = C \cdot \sqrt{R \cdot I}$, кроме того учитывали скоростной напор.

При рассмотрении безнапорного движения воды в грунте используют зависимость Дарси, а скоростным напором пренебрегают в силу его малости.

Поскольку скоростной напор равен 0, то напорная и пьезометрические линии совпадают. Данную линию называют обычно пьезометрической. Отсюда следует, что пьезометрический уклон равен гидравлическому $I_p = I$. Полный напор, в данном случае,

$$H = z + \frac{P}{\gamma}$$

определяется по формуле γ . График удельной энергии сечения имеет вид.

Из графика видно, что критическая глубина равна 0. Так как критическая глубина равна 0, то критический уклон должен быть равен бесконечности. Следовательно, можно сделать вывод, что критический уклон не существует и что возможен только спокойный режим движения. Воды.

Скорость фильтрации. Закон Дарси

Рассмотрим поперечное сечение трубки заполненной песком, по которой движется вода. Очевидно, что площадь сечения трубы будет складываться из площадей частиц и пор. Если мы разделим расход, проходящий по трубке, на площадь сечения пор, то

$$u' = \frac{Q}{\omega_{\text{пор}}}$$

получим действительную скорость. Однако на практике получила распространение скорость фильтрации, представляющая собой отношение расхода к

$$u = \frac{Q}{\omega}$$

суммарной площади сечения ω . Это фиктивная скорость.

Проводя в середине прошлого века опыты с фильтрацией воды в песках, Дарси установил следующий закон ламинарной фильтрации

$$u = k \cdot I$$

k - коэффициент фильтрации, зависящий от вида грунта, рода жидкости и ее температуры.

Коэффициент фильтрации имеет размерность скорости. Он равен скорости при гидравлическом уклоне равном 1. Переходя к расходу можно записать $Q = \omega \cdot k \cdot I$. Данная формула носит имя Дарси. Она справедлива для ламинарного режима, когда выполняется условие $ud < 0,01-0,07$, u - см/с, d - см.

Если режим движения - турбулентный $u = k \cdot I^{\frac{1}{m}}$ или $I = a \cdot u + b \cdot u^2$. В последней зависимости если скорости низкие, то существенную роль играет первое слагаемое и наоборот.

Методы определения коэффициента фильтрации

Существует три метода.

1. Лабораторный: k определяется в лаборатории на приборе Дарси.
2. Расчетный: k определяется по эмпирическим зависимостям в зависимости от гранулометрического состава грунта.
3. Полевой метод: определяется на месте путем бурения ряда скважин и опытных откачек с контролем над понижением уровня.

Установка Дарси представляет собой цилиндр, в нижнюю часть которого подается вода. В данный цилиндр на специальную сетку укладывается грунт. К цилиндру подключаются два пьезометра. В верхней части цилиндра имеется переливная трубка.

Измеряя расход и потери напора, определяют коэффициент фильтрации $Q = \frac{W}{t}$

$$I = \frac{h}{l}$$

Равномерное движение грунтовой воды

Как ранее было отмечено, напорная и пьезометрические линии совпадают, поэтому

$I = I_p = i_u = k \cdot i$ $Q = \omega \cdot k \cdot i$. Если перейти к удельному расходу $q = \frac{Q}{b} = h_0 \cdot k \cdot i$

или $h_0 = \frac{q}{k \cdot i}$. Последняя зависимость носит название уравнения равномерного движения безнапорных грунтовых вод.

Неравномерное движение безнапорных грунтовых вод