

Б и б л и о т е к а

К о н с т р у к т о р а

С. В. СЕРЕНСЕН, М. Б. ГРОМАН,
В. П. КОГАЕВ, Р. М. ШНЕЙДЕРОВИЧ

ВАЛЫ И ОСИ

КОНСТРУИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ

Издание второе переработанное
и дополненное



ИЗДАТЕЛЬСТВО «МАШИНОСТРОЕНИЕ»
Москва, 1970

Валы и оси. Конструирование и расчет. Изд. 2-е переработ. Серепен С. В., Громан М. Б., Шнейдерович Р. М., Козлев В. П. «Машиностроение», 1970, стр. 320.

В книге приведены современные методы расчета валов и осей на прочность и жесткость, основы рационального конструирования и технологии их упрочнения, анализ действующих нагрузок. Рассмотрены переход от действительных нагрузок к расчетным, определение напряжений и запасов прочности, специальные случаи расчета прямых и коленчатых валов. Даны вероятностная оценка надежности и долговечности, справочные сведения, примеры расчета.

Книга предназначена для конструкторов и расчетчиков. Табл. 36, рис. 110, библи. 84 наименов.

Рецензент канд. техн. наук Л. Д. Часовников

ВВЕДЕНИЕ

Увеличение скорости вращения и механической напряженности валов и осей приводит к необходимости применять для их изготовления новые металлы, более прогрессивную технологию обработки, требует постоянного совершенствования конструкций*, точного определения их прочности за счет улучшения методов расчета, использования экспериментальных методов измерения нагруженности и натуральных испытаний.

Прогресс в конструировании и расчете валов тесно связан с опытом их эксплуатации, который позволяет во многих случаях оценивать предельно допустимую напряженность материала валов, совершенствовать их расчеты и подсказывает наиболее целесообразные конструктивные решения. Для ряда таких машин, как судовые, автотракторные и авиационные двигатели, практика конструирования и эксплуатационный опыт позволили установить ряд характерных соотношений между основными параметрами двигателей и необходимыми размерами вала. На этом основывались формулы для определения размеров валов, рекомендуемые морскими регистрами и другими классификационными источниками.

Для машин этого типа представилось также возможным с достаточной достоверностью применять упрощенные способы расчета с использованием данных о допускаемых напряжениях. Так излагается этот вопрос, например, в ряде руководств по конструированию и расчету автотракторных двигателей. Накопленный значительный практический материал по доводке и эксплуатации таких двигателей позволил установить диапазон допускаемых напряжений в шейках и щеках коленчатых валов в зависимости от применяемого материала и особенностей конструкции (полноопорные и неполноопорные валы, валы 4- и 6-цилиндровых двигателей). Подобным образом для конструирования и расчета осей подвижного состава железных дорог были

* В дальнейшем изложении в тех случаях, когда речь пойдет о валах и осях совместно, будем опускать название оси.

выработаны упрощенные способы расчета и соответствующие им допускаемые напряжения.

Дальнейшие исследования нагруженности деталей машин, и в том числе валов, в связи с колебательными явлениями, ролью упругих и пластических перемещений, значением действительных напряжений, а также в связи с закономерностями сопротивления материалов усталости и хрупкому разрушению, позволили построить расчеты валов, более отвечающие действительным условиям работы.

Ввиду этого условные способы расчета валов теперь все в большей степени заменяются более эффективными методами определения запасов прочности, отражающими в количественной форме особенности конструкции и применяемых материалов валов, изменение нагрузок во времени и колебательные явления. Кроме того, большое значение приобретает расчет на жесткость, поскольку жесткость может определять работоспособность самого вала и связанных с ним деталей (подшипников, зубчатых колес, исполнительных механизмов и т. д.).

Методы, отражающие более современные представления о несущей способности деталей машин, описаны в литературе, посвященной как общим вопросам расчета деталей машин [57], так и расчету валов для машин различных типов [27, 15]. В связи с использованием этих методов расчета представление о запасе прочности получает более обоснованную трактовку, отражая не столько условность и неточность определения действующих в валах напряжений, сколько возможные случайные отклонения в величинах действующих нагрузок и механических свойств материала от принятых в расчет величин.

В турбомашинах надежность работы быстро вращающихся роторов оказалась тесно связанной с обеспечением динамической устойчивости в связи с существованием критических состояний.

В технической литературе освещены случаи характерных разрушений коленчатых валов поршневых двигателей от крутильных колебаний [27].

Валы длинных и разветвленных трансмиссий силовых установок под воздействием крутильных колебаний оказываются также подверженными усталостным разрушениям.

Критические состояния валов роторов турбомашин часто являются причиной опасных колебаний всего агрегата, особенно при недостаточной сбалансированности, и приводят к усталостным поломкам валов и других узлов [8].

Анализ резонансных состояний и вынужденных колебаний линейных систем [56] позволил вычислительными средствами и путем электро моделирования определять опасные режимы вращения валов, а также напряжения, возникающие при колебаниях.

Получило широкое распространение торсионграфирование валов поршневых машин механическими и электрическими способами [81], а также измерение динамических жесткостей роторных машин для определения критических скоростей в зависимости от особенностей конструкции [22].

Опытное определение жесткости валов при кручении и изгибе (а для коленчатых валов — и при продольной нагрузке) широко используется для установления параметров упругих систем, включающих вал, при расчете частот собственных колебаний этих систем и вибрационных напряжений в валах и сопряженных с ними деталях.

Систематизация соответствующих данных позволила обосновать характеристики сил рассеяния и другие параметры, необходимые при предварительном расчете валов на прочность при упругих колебаниях. Вопросы конструирования и расчета на прочность валов, а также связанных с ними узлов с учетом воздействия колебаний являются большой самостоятельной областью, которая не могла быть изложена в этой книге. Они обстоятельно освещены в соответствующей литературе [77, 4, 72].

Наряду со стационарными или медленно изменяющимися колебаниями валы (горных машин, валы автотракторных трансмиссий с фрикционными сцеплениями, валопроводы прокатных станов и др.) могут подвергаться импульсивным воздействиям.

Воздействие силовых импульсов порождает в вале и связанной с ним системе колебательные явления нестационарного характера, уровень которых зависит от параметров импульса (процесса нарастания сил во времени) и параметров системы.

Соотношение периода собственных колебаний машинных систем с валами и периода нарастания силовых импульсов позволяет рассматривать эти системы, не принимая во внимание высокочастотные колебания, возникающие в связи с влиянием собственных распределенных масс валов. Тем самым отпадает необходимость в рассмотрении волновых явлений в валах, которым свойственны заведомо высокие частоты собственных колебаний, в том числе — высших форм. Вопросам расчета упругих систем на действие силового импульса посвящена соответствующая литература [71, 36].

Другим вопросом строительной механики, получившим существенное значение в связи с расчетом валов, явился вопрос об определении усилий в элементах коленчатого вала и при его внешней статистической неопределенности.

Расчет многоопорных валов по неразрезной схеме имел значение не только для правильного определения изгибающих моментов и опорных реакций, но сыграл решающую роль при выяснении влияния неравномерной осадки и износа коленных опор на прочность. Этот вопрос уже давно затрагивался в лите-

ратуре [12], так как большая жесткость на изгиб машинных валов приводит к тому, что даже незначительная несоосность опор неразрезного вала вызывает в нем значительные внутренние усилия и переменные напряжения, оказывающиеся в ряде случаев причиной поломок коленчатых и прямых валов от изгиба [37].

Анализ влияния несоосности на прочность валов показал роль упругости блока или станины машины, значение монтажной несоосности и неравномерного износа для надежности вала. Это способствовало разработке конструктивных и технологических мер увеличения прочности валов в условиях длительной эксплуатации, например, путем ограничения допустимых износов коренных шеек или предельных смещений осей коренных подшипников при монтаже.

Перемещения, возникающие при работе валов, оказывают существенное влияние на работоспособность валов и сопряженных с ними деталей (подшипников, зубчатых колес, муфт), а также на точность работы узлов, например, шпинделей в металлообрабатывающих станках.

При определении упругих перемещений широко используется экспериментальное определение коэффициентов влияния для перемещений. Это позволяет учесть действительные жесткости опор и заделок, а также влияние на жесткость вала посаженных деталей (например, турбинных дисков) и особенности деформаций сложных по форме валов (коленчатые и т. п.).

Определение упруго-пластических перемещений, которые могут возникать в валах при редко действующих, но больших перегрузках, основывается на тех же методах сопротивления материалов, но с использованием представлений о переменных (зависящих от деформации) параметрах упругости. При расчете статически неопределимых валов в этом случае оказывается необходимым применение метода последовательных приближений [82].

Следует также отметить существенные успехи, достигнутые в вопросах выяснения действительного распределения напряжений в валах различных конструкций, чему способствовало развитие методов измерения деформаций на объемных моделях с помощью тензометров малой базы.

В результате многосторонних экспериментов были получены данные для прямых валов о концентрации напряжений в галтелях сопряжений и около поперечных отверстий, а для коленчатых валов — о распределении напряжений в зависимости от конструкции колена, соотношений основных размеров шеек и шеек и очертаний сопряжений.

Опытные данные послужили основой для определения максимальных напряжений в валах в зависимости от их конструкции и соотношения размеров частей.

Вопрос об условиях прочности применительно к особенно стям напряженных состояний в валах получил развитие в результате исследований влияния абсолютных размеров деталей и неравномерности распределения напряжений, а также характера напряженного состояния на усталостное разрушение.

Представилось возможным охарактеризовать эффективность концентрации напряжений и учесть влияние размеров поковок и отливок на механические свойства и тем самым отразить в расчете валов действительное распределение напряжений и их абсолютные размеры. При этом результаты исследований по критериям сопротивления усталости для плоского напряженного состояния послужили основанием к уточнению расчетных формул для определения запасов прочности валов при одновременном изгибе и кручении.

В связи с усложнением расчета валов на прочность по сопротивлению усталости и сопротивлению пластическим деформациям с учетом распределения и режима изменения напряжений, размеров и сечений и других факторов потребовалось выделить критерии предварительной оценки необходимости расчета валов на статическую прочность или усталость. Такие критерии позволяют заранее установить необходимость проведения того или иного расчета вала на прочность.

Во многих машинах валы испытывают действие нагрузок, величина и повторяемость которых подчиняются вероятностным закономерностям. Типичными примерами таких конструкций являются оси подвижного состава железных дорог, полуоси и валы трансмиссий автомобилей, валы горных машин, экскаваторов и многих других. Данные измерений нагруженности таких валов в условиях эксплуатации дали возможность составить статистические характеристики действующих в них напряжений [59]. Определение величины запаса прочности при нестационарном изменении переменной напряженности основывается на закономерностях накопления усталостного повреждения. Изучение накопления усталостного повреждения привело к формулировке условия суммирования относительных долговечностей, эти условия легли в основу расчетных выражений для величины напряжений эквивалентной стационарной нагруженности.

При этом удалось свести расчет нестационарно нагруженных валов, в том числе валов с нагрузками, подчиняющимися вероятностным закономерностям, к расчету по эквивалентным напряжениям постоянной амплитуды.

Существенным фактором прочности валов является использование для их изготовления новых материалов и технологии. Применение для отливки валов (особенно коленчатых) таких материалов, как сталь и высокопрочный чугун, дало возможность создать конструкции валов с улучшенным распределением напряжений и повышенной прочностью, особенно под действием

ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ И РАСЧЕТА ВАЛОВ И ОСЕЙ

Глава I

НАГРУЗКИ, ВОСПРИНИМАЕМЫЕ ВАЛАМИ И ОСЯМИ

Для правильной оценки прочности вала следует более обоснованно назначать воспринимаемую им расчетную нагрузку — как в части ее наибольших, хотя бы и редко встречающихся значений, так и в части ее изменений во времени с учетом абсолютной и относительной продолжительности действия нагрузок различных уровней. Не менее важной является задача выявления характера и величины нагрузок при анализе выхода из строя валов.

Вводимые в расчет величины нагрузок обладают различной достоверностью в зависимости от того, каким путем эти значения установлены: непосредственным многократным тензометрированием в типичных условиях эксплуатации с последующей обработкой результатов методами математической статистики; измерением мощности на клеммах электродвигателя; стендовыми испытаниями с моделированием эксплуатационных условий или, наконец, по характеристике двигателя, расчетной и экспериментальной оценке технологических сопротивлений.

Определение нагрузок путем расчета возможно с достаточной точностью лишь для машин, детали привода которых, в частности валы, несут практически постоянную нагрузку (ленточные конвейеры с непрерывным питанием, центробежные насосы с устойчивым сопротивлением сети и стабильным расходом жидкости и др.) либо имеют определенный регламент порядка, продолжительности и напряженности совершаемых ими операций (грузоподъемные машины с определенным весом объектов и с автоматизированным управлением движениями, некоторые виды технологических машин, например, ножицы для резки металлов, используемые в поточном производстве, многие виды кузнечно-прессового оборудования при достаточной стабильности параметров заготовок и изделий и т. п.).

Большая же часть машин, а следовательно, и валов воспринимает нагрузки, не только меняющиеся во времени, но, главное, трудно поддающиеся систематизации по режиму.

крутящих нагрузок [58]. Для литых валов, кроме того, уменьшается объем сложной механической обработки. Применение поверхностного химико-термического упрочнения (азотирования, нитроцементации) и холодного наклепа (дробеструйной обработки, накатки роликами) позволяет повысить прочность валов без увеличения их размеров.

Конструирование и расчет валов и осей изложены в ряде руководств [21, 23, 47, 48, 73, 75, 82, 83]. В них получили в той или иной мере отражение перечисленные выше вопросы. В этом издании книги они изложены на основании более полного анализа новых методов и данных, а также практики их использования при проектировании.

систематизации подпадают нагрузки, практически постоянные. Если учесть приближенный характер расчетов деталей машин, а следовательно, и валов на прочность и жесткость, то за постоянные можно принимать такие нагрузки, величина которых отклоняется от некоторого среднего значения в пределах 10—15%. Кроме указанных выше машин, практически постоянные нагрузки воспринимают валы оборудования, например, ряда химических и пищевых производств, где часто встречаются непрерывные и стабильные процессы размешивания, размола и т. п., а также энергомашин (особенно эксплуатируемых в условиях центральных станций).

Для случаев действия такого рода нагрузок следует учитывать повторяемость перегрузок на пусковых режимах и уровень вызываемых ими напряжений. Вообще же вопрос о необходимости учета перегрузок (в частности — пусковых нагрузок) той или иной величины и повторяемости должен решаться в зависимости от условий работы детали на основании характеристик усталостного сопротивления, включая область малого числа циклов. Подробнее об этих ограничениях см. гл. 7.

Определяя расчетные нагрузки, действующие на валы, важно учитывать положение вала в кинематической цепи трансмиссии машины. В общем случае при определении нагрузки надо исходить из закона ее изменения на каком-либо из конечных валов трансмиссии, а также учитывать упругую податливость и величину масс элементов трансмиссии и соответствующие колебательные явления.

Нагрузки, меняющиеся во времени периодически

Меняющиеся во времени в достаточно определенном порядке нагрузки возникают, как правило, в машинах периодического действия.

В качестве первого примера рассмотрим работу корчевальной лебедки. За один период работы лебедки, т. е. за время (около 15 сек), необходимое для выкорчевывания одного пня средней величины, нагрузка меняется, как показано на рис. 1, а, следующим образом. С момента, когда выбрана слабина каната (точка А), нагрузка быстро нарастает: происходит упругое деформирование каната, деталей лебедки и трактора, грунта под гусеницами трактора и самого пня (в основном — его корней). С момента, когда начинают обрываться тонкие корни и надламываются главные корни (точка В), нарастание нагрузки замедляется и она достигает максимума (точка В). С этого момента начинается заметное опрокидывание пня без существенных его разрушений, причем процесс уменьшения нагрузки (участок ВГ) растягивается во времени в зависимости от скорости каната и того хода (перемещения), который необходим для полного

извлечения пня с обрывом последних мелких корней. Обычно для расчета криволинейный график нагрузки заменяют ступенчатым графиком, как показано для того же примера (на рис. 1, б), где по оси ординат отложена относительная (в долях максимальной) нагрузка m , а по оси абсцисс — относительное число циклов t , т. е. отношение числа циклов данного уровня

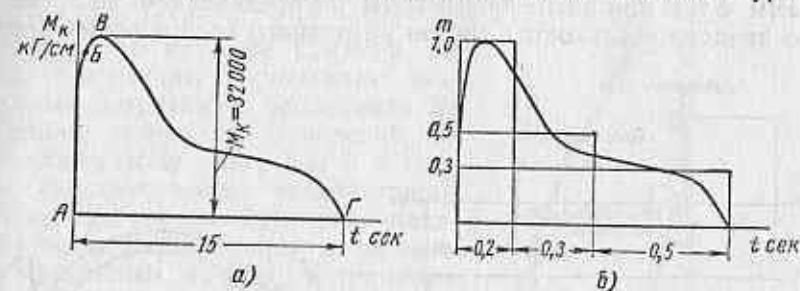


Рис. 1. Графики нагрузки на канат корчевальной лебедки

напряжений к общему числу циклов (следует учитывать, что относительное число циклов и относительное время совпадают лишь при постоянной скорости вращения вала).

Другим примером нагрузки, меняющейся во времени с достаточной определенностью, может служить приведенная на рис. 2 диаграмма крутящего момента на одной из коренных шеек четырехтактного двигателя внутреннего сгорания. Пример этот существенно отличается от предыдущего в отношении оценки прочности вала. Приводной вал корчевальной лебедки совершает за период работы машины (15 сек) около 40 оборотов, и можно приближенно считать, что в данной крайней точке какого-либо сечения вала возникают напряжения всех уровней, прямо соответствующих графику нагрузки. Вал же двигателя совершает два оборота за один цикл, т. е. в каждой крайней точке какого-либо сечения вала возникают напряжения, соответствующие не только графику нагрузки, но и положению точки по отношению, например, к выбранной осевой плоскости цилиндра и вала. А так как для расчета на выносливость нас интересуют только экстремальные значения напряжений и их повторяемость, то в каждой крайней точке данного сечения вала расчетное напряжение будет соответствовать лишь одному значению абсциссы графика нагрузки.

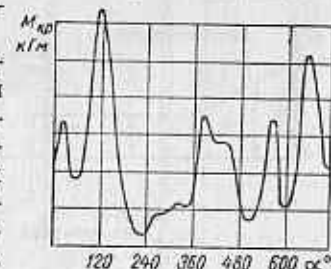


Рис. 2. Диаграммы крутящего момента двигателя внутреннего сгорания

Упрощенные диаграммы движущих сил и сил сопротивления (рис. 3, а, б) отражают определенный уровень основной нагрузки: для механизма подъема — вес этого груза, для механизма поворота — момент трения и момент сил инерции, зависящие от вылета стрелы и веса груза и т. д. Подъем различных грузов можно выразить соответствующими семействами диаграмм с тем или иным процентным распределением во времени (по продолжительности) грузов различного веса в общей массе

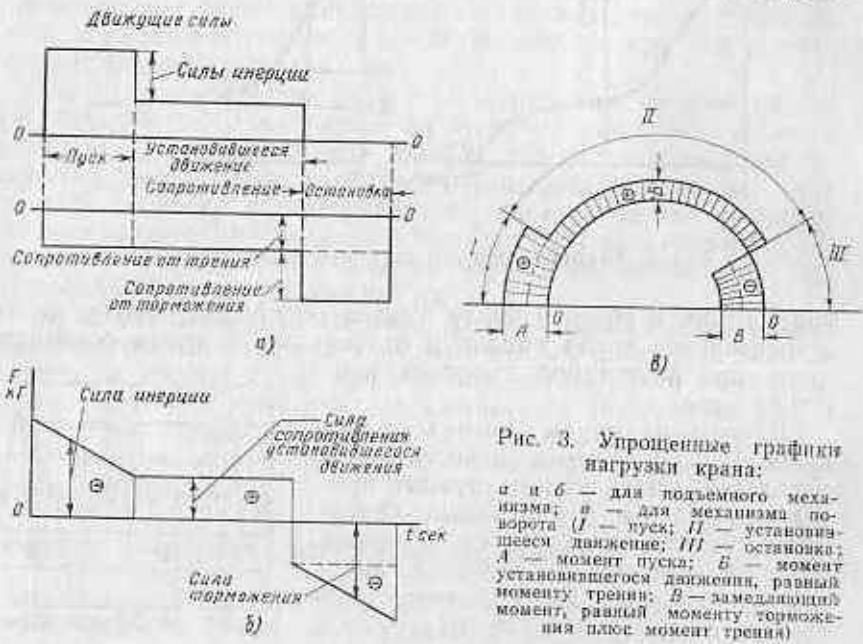


Рис. 3. Упрощенные графики нагрузки крана:
 а и б — для подъемного механизма; а — для механизма поворота (I — пуск; II — установившееся движение; III — остановка; А — момент пуска; В — момент установившегося движения, равный моменту трения; В — замедляющий момент, равный моменту торможения плюс момент трения)

перемещаемых краном грузов. Вся массу нагрузок можно выразить суммарной диаграммой, в осях которой учтена продолжительность работы или число перемещаемых объектов.

Расчеты деталей грузоподъемных устройств ведут обычно по нагрузкам, изменение которых во времени принимают подобным тому, как показано на рис. 3, а и б, причем используются некоторые постоянные (условно) значения ускорений. Такие расчеты были достаточно оправданы, когда знания в области всех других факторов, влияющих на выносливость деталей машин, были весьма ограничены и когда значения минимально допустимых запасов прочности вследствие недостатка этих знаний принимались значительными.

В настоящее время расчеты с использованием условных средних значений ускорений в сочетании с уточненными значениями

таких факторов, как коэффициенты концентрации напряжений, влияние абсолютных размеров, состояние поверхности, упрочнение, реальная асимметрия цикла и параметры нестационарной напряженности, оказываются уже неоправданными. В качестве примера на рис. 4 показаны упрощенная диаграмма нагрузки 1, основанная на средних значениях ускорений, и осциллограммы нагрузки 2 и скорости 3, полученные тензометрированием на поверхности вала шахтной подъемной машины с автоматизированным пуском и торможением, но без резко сглаживающей нагрузки турбомуфты.

Влияние динамических факторов на параметры принимаемых в расчет нагрузок может быть выявлено при рассмотрении движущих сил и сил сопротивления. Представим некоторую машину в виде трех основных элементов: электродвигатель, механизм (трансмиссия) и исполнительный орган. Если записать в виде осциллограммы, например, ток на зажимах электродвигателя, как меру движущих сил, и момент (или напряжение) на валу исполнительного органа, как меру сил сопротивления, то при достаточно постоянном сопротивлении обе кривые, будучи нанесены в сопоставимом масштабе, практически совпадут. Одним из примеров близкого соответствия между движущими силами и силами сопротивления может служить показанная на рис. 5 осциллограмма, на которой волна 1 относится к току на зажимах электродвигателя, кривая 2 относится к моменту на валу исполнительного органа. Высокая частота колебаний нагрузки на кривой 2 соответствует частоте вхо-

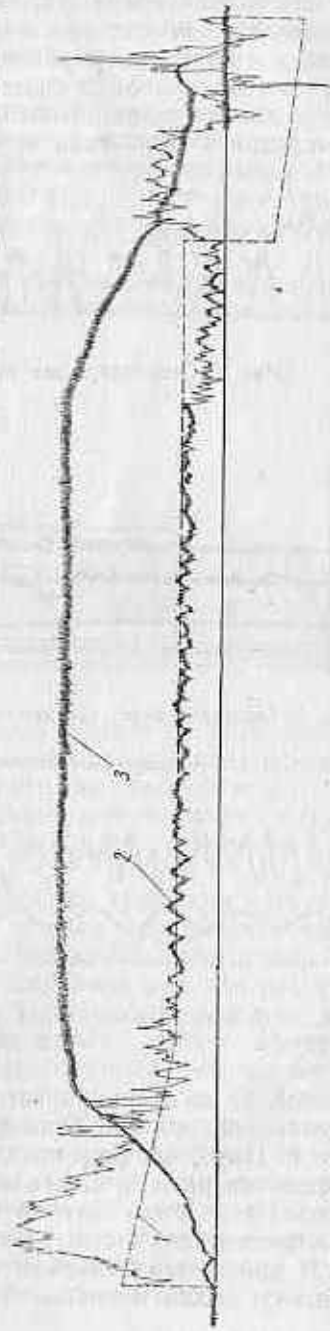


Рис. 4. Упрощенная диаграмма нагрузки и осциллограммы нагрузки и скорости для шахтной подъемной машины

ждения в зацепление зубьев передачи, причем одно из ее колес непосредственно связано с валом, на поверхности которого производилось тензометрирование. Более низкая частота колебаний нагрузки на кривой 2 соответствует частоте сколов материала, разрушаемого исполнительным органом машины. Если мысленно осреднить колебания первой и второй указанных частот для

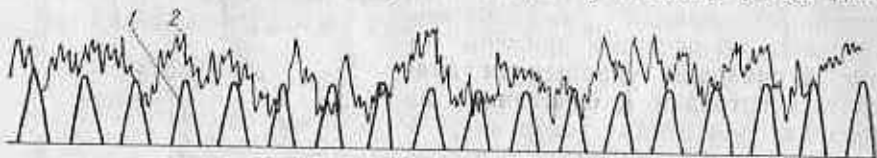


Рис. 5. Осциллограмма тока и момента на валу машины-орудия

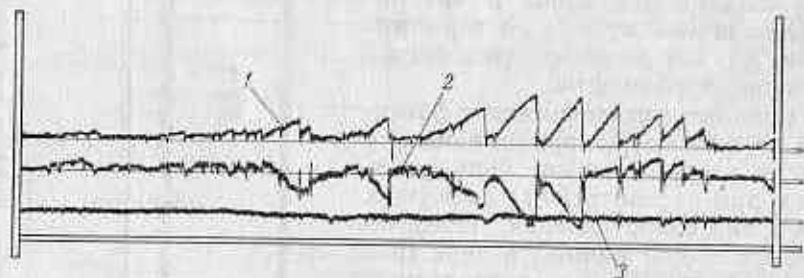


Рис. 6. Осциллограмма составляющих усилий резания на резе горной машины
1 и 2 — поперечные составляющие; 3 — продольная составляющая

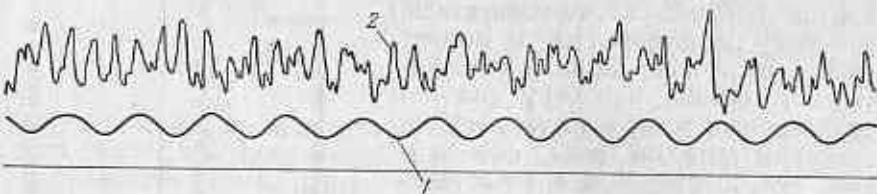


Рис. 7. Осциллограмма тока 1 на жабимах электродвигателя и момента 2 на валу машины-орудия

кривой 2, то нетрудно заметить, что общий ход кривых 1 и 2 является подобным. Процесс резания (разрушения) виден на рис. 6. Иную картину представляет собой осциллограмма, показанная на рис. 7, где видно резкое несоответствие между кривыми 1 и 2. Это — случай значительного колебания сопротивления на данном участке работы исполнительного органа.

В простейших случаях удается расчетным путем установить близкую к действительности картину динамических нагрузок.

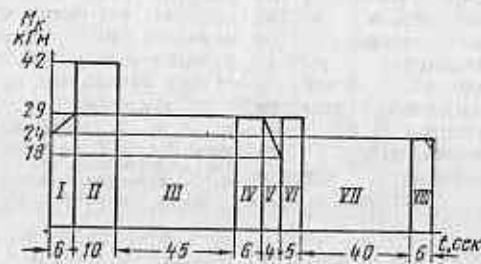
Вообще же, как правило, динамические явления в машинах сложны, и определение динамических сил выполнимо лишь при наличии экспериментальных данных, полученных в условиях, близких к рабочим.

Имеется, однако метод аналитического определения нагрузок, меняющихся во времени, для любого звена кинематической цепи машины при весьма ограниченной номенклатуре исходных факторов. Метод основан на анализе амплитудно-частотных характеристик механизма и применительно к горным машинам изложен в работе [24].

Расчетные нагрузки более соответствуют действительным в тех случаях, когда ускорения и массы сравнительно невелики, а

Рис. 8. График нагрузки для моторного грейфера:

I — захват груза — момент меняется от 24 до 29 кгм; затем на границе участков I и II момент возрастает с 29 кгм, соответствующих наибольшему сопротивлению при захвате, до 42 кгм, соответствующих весу грузевого грейфера; II — подъем выполненного грейфера; III — поворот крана для выгрузки; IV — опускание выполненного грейфера; V — раскрытие (опорожнение) грейфера при снижении момента с 29 до 18 кгм; VI — подъем порожнего грейфера; VII — поворот крана на погрузку; VIII — опускание порожнего грейфера



связи достаточно жестки. Так, например момент на валу двигателя грейфера (рис. 8) меняется во времени пропорционально нагрузке на рабочий орган (динамика почти не сказывается).

Другие примеры достаточно определенного изменения нагрузок во времени при наличии динамических сил показаны на рис. 9—12, а.

Во всех случаях использования подобных графиков нагрузки необходимо различать, используются ли они для расчета вала исполнительного органа (для такого вала время одного оборота часто совпадает с периодом работы механизма) или для расчета какого-либо из промежуточных валов трансмиссии машины, совершающего несколько оборотов за время одного оборота исполнительного органа (за время одного цикла работы механизма). В первом и во втором случаях при наличии кратности между временем одного цикла работы механизма расчет на выносливость приходится вести по максимальному усилию, так как каждой из точек на контуре расчетного сечения вала соответствует одна из точек графика нагрузки, причем расчет ведется для опасной точки расчетного сечения, в которой действуют наибольшие напряжения. В случаях отсутствия кратности между временем одного оборота вала и временем одного цикла работы

механизма (например, зубчатые или цепные передачи в отсутствии или при малом числе общих множителей в величине передаточного числа, либо передачи гибкой связью или фрикционные — при неточном передаточном числе), расчет на выносливость ведется с учетом всего процесса изменения нагрузки — как для нестационарного режима (см. гл. 7).

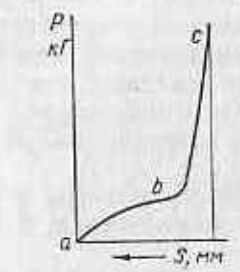


Рис. 9. График рабочего усилия в горизонтально-ковочной машине при штамповке высадкой: *ab* — осадка и свободной полости штампа; *bc* — окончательное за-полнение полости штампа

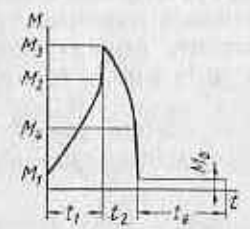


Рис. 10. График изменения во времени момента на валу фрикционного пресса при работе его на высадке: $M_1 - M_2$ — движение вниз; $M_2 - M_3$ — рабочая деформация; $M_3 - M_4$ — движение вверх; $M_4 - M_5$ — холостой ход

Можно привести примеры достаточно опреде-

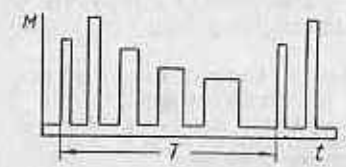


Рис. 11. График изменения во времени момента на приводном валу прокатного стана при прокатке полосы в пять проходов; T — время одного периода работы стана

ленного изменения нагрузки и при наличии больших динамических сил. Так, показанный на рис. 12, *б* характерный график изменения момента на валу пневматического молота по углу

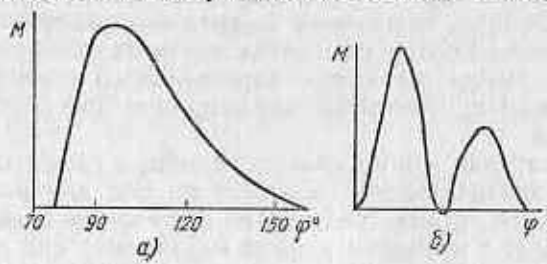


Рис. 12. Графики изменения момента на валу: *а* — ножик для резки слэба; *б* — пневматического молота

поворота кривошипа является достаточно устойчивым при небольших колебаниях размеров и температуры заготовок.

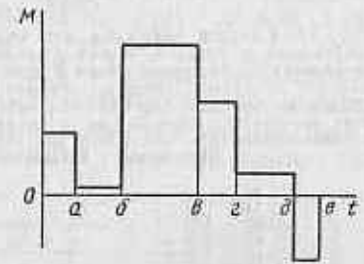
Схематизированным, но характерным является показанный на рис. 13 график изменения момента по времени на приводном валу реверсивного прокатного стана.

Весьма хорошим примером детального учета всех особенностей эксплуатации может служить построенный по данным ра-

боты [45] и показанный на рис. 14 график крутящего момента в сечении *a - a* (рис. 15) баллера (вала) судового якорно-швартового шпиля. График построен не в виде изменения нагрузки во времени, а в виде диаграммы, связывающей величину нагрузки с суммарным (за 30 лет службы) числом циклов N_c ее действия (один цикл соответствует одному обороту баллера).

Другим примером детального учета эксплуатационных условий является показанный на рис. 16 график нагрузки для одного из валов коробок передач автогрейдера. На этом графике: $\alpha_1 - \alpha_{1v}$ — доли суммарного числа циклов при включении соответственно I—IV передач; $\alpha_{3,x}$ — то же для передачи заднего хода.

Рис. 13. График изменения момента во времени на приводном валу реверсивного прокатного стана: *Оа* — разгон стана; *ab* — холостой ход; *б* — захват слитка (практически мгновенное нарастание усилия); *в* — разгон со слитком; *вг* — прокатка; *гд* — торможение; *де* — обратный ход



Соотношение величин *a* в каждом из объемлющих прямоугольниках отражают в схематизированной форме вероятность различных уровней сопротивляемости грунта.

Возможно более детальный учет всех особенностей условий эксплуатации машины является очень важным при конструировании и при оценке прочности и жесткости валов. Например, при наличии в машине электропривода расчетные длительно действующие нагрузки могут весьма существенно измениться, если учет особенностей эксплуатации машины приведет к достижимой по нагреву электродвигателя средней квадратичной мощности, более близкой к часовой*, чем к часто принимаемой для расчетов на выносливость среднеквадратичной длительной (номинальной) мощности (подробнее об этом см. ниже). При учете пусковых нагрузок принятые для расчета значения их могут резко отличаться для случаев пуска с реостатом и без него (рис. 17).

Приведенные выше примеры отличаются один от другого не только различными сочетаниями величины нагрузок с продолжительностью их действия, но и характером их изменения: в одних случаях нагрузки снижаются, в других — нарастают, в третьих — чередуются.

* Под «часовой» понимается мощность, соответствующая нагреву электродвигателя до предельно допустимой температуры в течение 1 ч; под «длительной» понимается мощность, соответствующая нагреву до той же температуры за неограниченно длительное время.

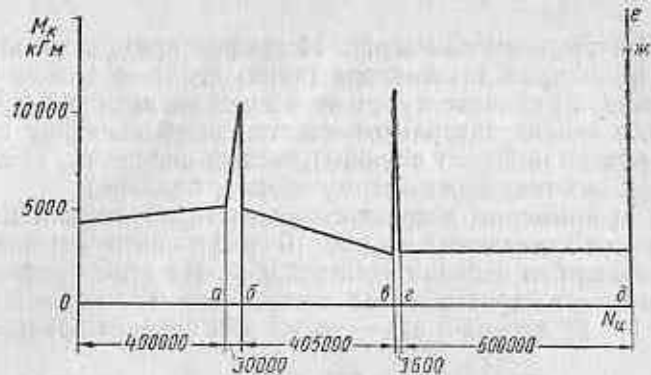


Рис. 14. График нагрузки для баллера якорно-швартового шпилья:

а — подтягивание судна к якорю с выбиранием каната длиной 134 м; б — отрыв якоря от грунта; в — подъем якоря и цепи с глубины 80 м; г — подъем якоря и цепи длиной 276 м (редкая нагрузка, которая встречается только вследствие ошибочного спуска якоря на большой глубине или вследствие сноса судна); д — швартование при длине выбирания цепи 200 м; е — нагрузка на шпиль при разрыве цепи; ж — стоянка электродвигателя под током при швартовке; нагрузки в и ж являются эпизодическими с весьма малой повторяемостью

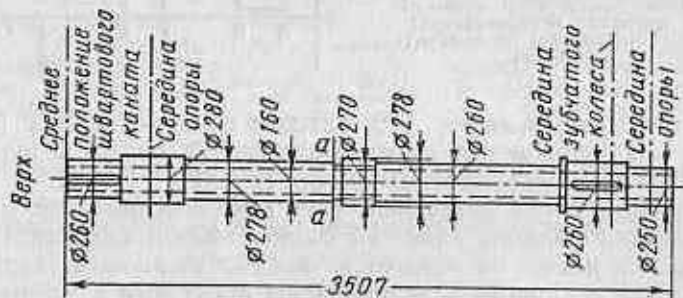


Рис. 15. Эскиз баллера якорно-швартового шпилья

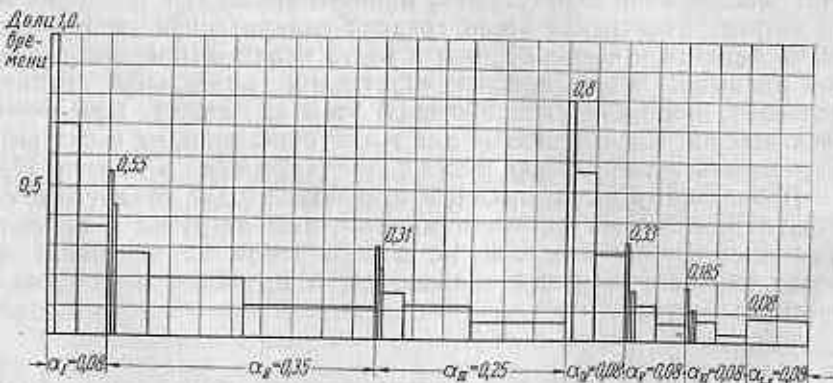


Рис. 16. График нагрузки вала коробки передач автогрейдера

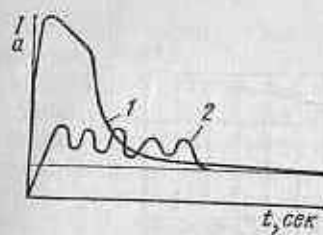


Рис. 17. График тока двигателя при пуске: 1 — без реактатора; 2 — с реактатором

Нагрузки, меняющиеся во времени случайно

Приведенные выше примеры относились к случаям закономерного (или сводимого к закономерному) изменения нагрузок, т. е. к случаям, в которых связь между величиной нагрузок и продолжительностью их действия является не случайной и может быть установлена на основании расчета или результатов прямых измерений, наблюдений, либо путем сочетания того и другого.

Далеко не во всех случаях практики, однако, существует закономерная связь нагрузок (их интенсивности) с продолжительностью их действия. Условия эксплуатации для многих машин таковы, что воспринимаемые ими нагрузки (рабочие

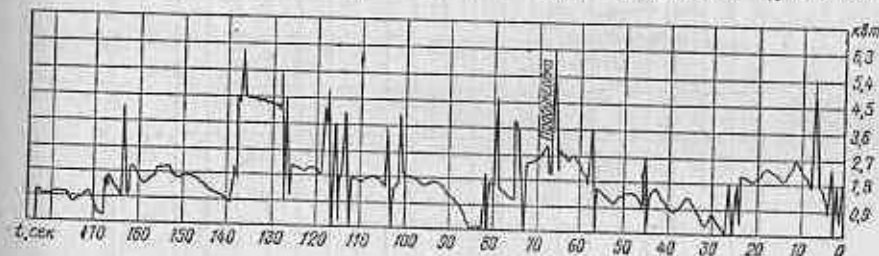


Рис. 18. График мощности для двигателя гусеничного хода проходческого комбайна

сопротивления и динамические нагрузки) носят случайный характер.

В качестве примера таких, случайно меняющихся нагрузок на рис. 18—20 приведены графики изменения во времени мощности на зажимах электродвигателей гусеничного хода, скребкового конвейера и рабочего органа проходческого комбайна.

На рис. 21 приведена осциллограмма нагрузки на задний мост автомобиля при переходе его через препятствие.

Рассмотрим в качестве примера полученный в эксплуатационных условиях с помощью самопишущего ваттметра график мощности на зажимах электродвигателя нарезной машины (рис. 22), на котором приведены три из многих ходов рабочего органа машины.

График этот обработан следующим образом. Для каждого уровня нагрузки (отмеченного на рисунке горизонтальной линией, проведенными через каждые 0,2 кВт) определена

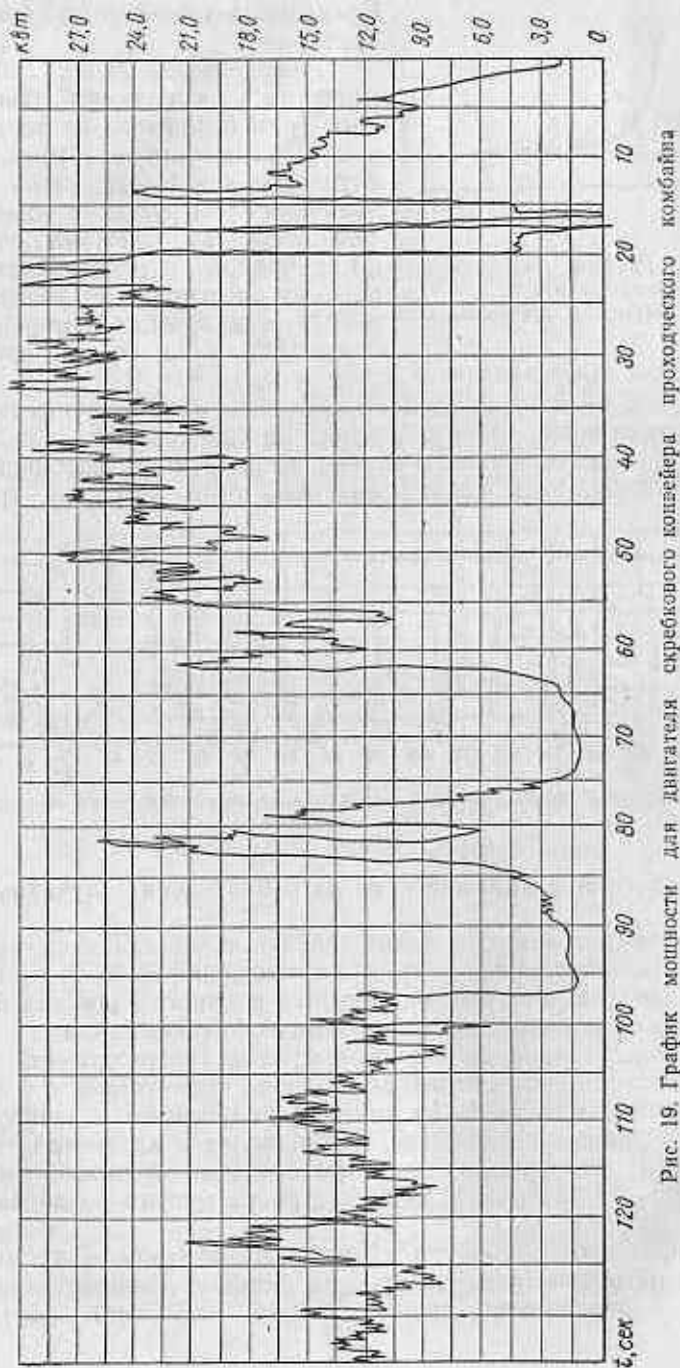


Рис. 19. График мощности для двигателя скрепового конвеера проходческого комбайна

суммарная длина абсцисс, т. е. сумма длин отрезков (напр., отрезки $a-a$, $b-b$, $c-c$), которые экспериментальная кривая отсекает от данной горизонтальной прямой. Привод машины осуществляется асинхронным двигателем трехфазного тока. Число оборотов в минуту такого двигателя мало меняется при значительных изменениях нагрузки (двигатель имеет «жесткую» характеристику), поэтому суммарная длина отрезков данной горизонтальной прямой, пропорциональная времени (скорость ленты самопишущего ваттметра постоянна), может служить достаточно точной мерой числа циклов напряжений для вала.

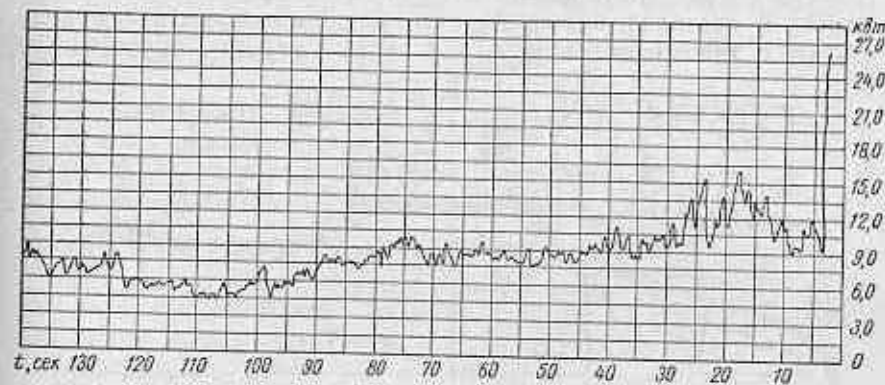


Рис. 20. График мощности для двигателя рабочего органа проходческого комбайна

Суммарные длины отрезков, полученные описанным способом, отложенные по оси абсцисс на расчетном графике нагрузки, образуют совместно с границами уровней нагрузки ступенчатую ломаную линию, показанную на рис. 23, причем ординаты (относительные величины нагрузки) расположены в убывающем порядке.

Для практических расчетов полученные таким путем диаграммы заменяют упрощенным графиком в виде ломаной линии с меньшим числом ступеней (например, график нагрузки в примере 1, стр. 10—11). Здесь же, с целью исследования свойств полученного графика нагрузки многоступенчатая ломаная линия заменена плавной кривой 1 (см. рис. 23). Затем путем графического дифференцирования кривой 1 на том же графике построена кривая 2. Заметив, что дифференциальная кривая по форме напоминает кривую нормального распределения, подбираем наиболее близкую к экспериментальной кривой 2 кривую нормального распределения 3. На рисунке видно, что кривые 2 и 3 весьма близки (отклонение кривой 2 от кривой 3 при совмещении вершин составляет по площади около 2%), из чего можно заклю-

чить, что полученное в условиях эксплуатации статистическое распределение величин нагрузок соответствует нормальному закону распределения, для которого плотность вероятности выражается уравнением

$$\phi'(m) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(m-b)^2}{2\sigma^2}\right],$$

где m — относительная (выраженная в долях наибольшей) нагрузка; b — среднее значение случайной величины m ; σ — среднеквадратичное отклонение m . Интегральная функция распределения нормального закона $\Phi(z)$ представлена в табл. 1 работы [69]. В машинах, исполнительные органы которых взаимодействуют с такими объектами, как горные породы, проселочные

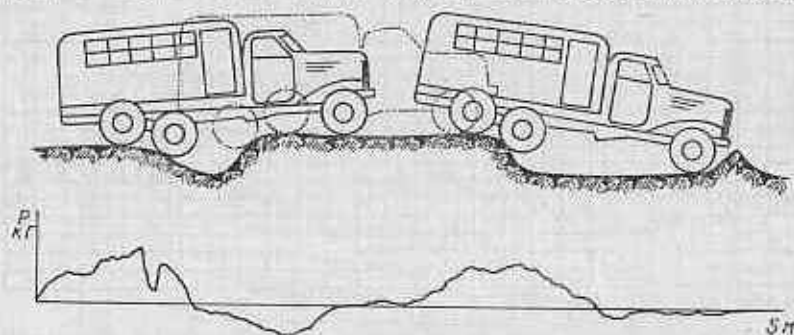


Рис. 21. Нагрузка на задний мост автомобиля

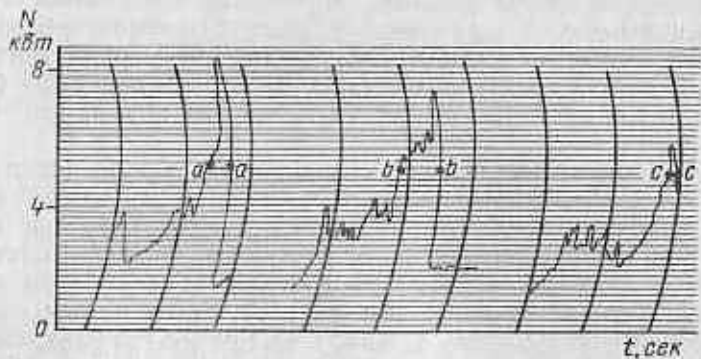


Рис. 22. Запись нагрузки на рабочем органе нарезной машины по времени

дороги, поверхность пашни и т. п., наблюдается близкое к нормальному статистическое распределение величин сопротивлений, а следовательно, и нагрузок на машину.

На рис. 24 показана функция распределения амплитуд нагрузок, воспринимаемых полусью самоходного сельскохозяйственного комбайна, где также видно хорошее совпадение экспериментальных данных (ступенчатая линия) с кривой нормального распределения [59].

Еще один пример распределения амплитуд нагрузок приведен на рис. 24, б, кривые которого выражают плотность вероятности возникновения напряжений изгиба, пропорциональных нагрузке в корпусе заднего моста автомобиля.

Форма выровненных экспериментальных кривых для всех пяти режимов работы автомобиля указывает на их близость к кривым нормального распределения величин нагрузок.

В приведенном примере с нарезной машиной запись нагрузок в эксплуатационных условиях была произведена путем измерения мощности на зажимах электродвигателя. Выше было указано, что мощность на зажимах электродвигателя характеризует лишь движущие силы, но не силы сопротивления, которые могут существенно отличаться от движущих сил. Отличие это тем больше, чем в большей степени и с большей скоростью меняется величина сопротивления, чем больше вращающиеся массы и чем больше упругая податливость трансмиссии, связывающей двигатель с исполнительным органом. Поэтому полученная в примере нарезной машины кривая распределения мощности на зажимах электродвигателя только приблизительно отражает статистическое распределение рабочих сопротивлений. Наименьшие нагрузки, напряжения от которых в валах, как правило, значительно ниже предела выносливости для материала вала, практически не сказываются на результатах расчета (см. гл. 4).

Непосредственное использование в расчетах результатов измерения мощности на зажимах или на валах двигателей может быть рекомендовано или для случаев умеренного по амплитудам и частотам изменения рабочих сопротивлений, или при наличии опытных данных, характеризующих типичные соотношения между распределением движущих сил и сил сопротивления. Во всех остальных случаях рекомендуется использовать измерения

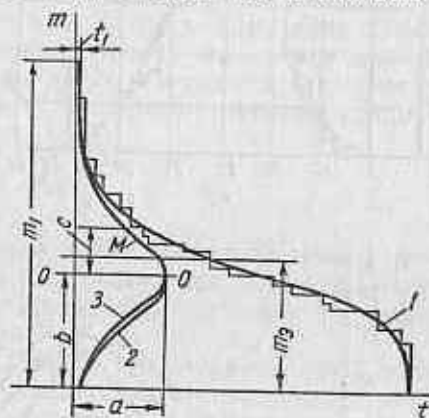
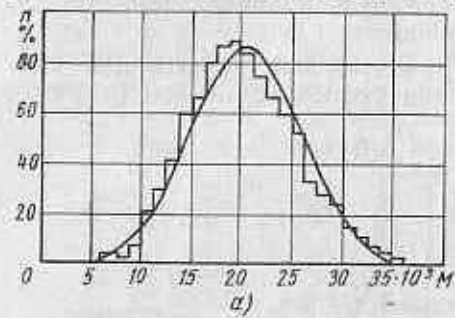


Рис. 23. Обработанная запись нагрузки на рабочем органе нарезной машины

непосредственно на той или иной детали (звене) кинематической цепи (трансмиссии).

Получение расчетных графиков нагрузки при случайном ее изменении для электропривода рабочих органов машин несколько отличается от получения таких графиков для других видов приводов.

Вращающие моменты на валах двигателей внутреннего сгорания, а также двигателей пневматических, гидравлических,



ограничены максимальными величинами, сравнительно близкими к номинальным (длительным). Обычно отношение максимального момента к номинальному для таких двигателей составляет 1,2—1,3. Для обычных электродвигателей трехфазного тока максимальные развиваемые двигате-

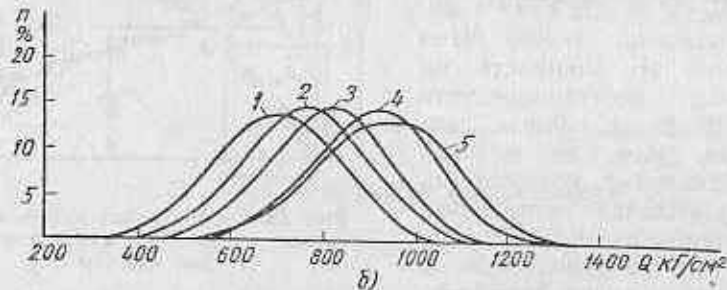


Рис. 24. Статистическое распределение:

а — нагрузок на полосу сельскохозяйственного комбайна; б — напряжений изгиба в балке заднего моста автомобиля при перемещении его: 1 — по булыжному шоссе с грузом 2,5 т без прицепа; 2 — по грунтовой дороге с грузом 2,5 т без прицепа; 3 — по булыжному шоссе с грузом 2,5 т и с прицепом 3,6 т; 4 — по асфальтированному шоссе с грузом 4,5 т; 5 — по грунтовой дороге с грузом 2,5 т и с прицепом 3,6 т.

лем вращающие моменты (пусковые, опрокидывающие) составляют примерно удвоенную (а для некоторых типов — значительно больше) величину по сравнению с моментами, соответствующими длительной мощности. Поэтому электродвигатели удобны для привода машин, предназначенных для преодоления резко меняющихся рабочих сопротивлений, особенно когда не все максимумы рабочих сопротивлений удастся преодолеть, например, путем кратковременного форсирования привода за счет живой силы маховика (в частности — ротора двигателя). Изложенный ниже метод определения расчетных нагрузок отнесен к машинам с электроприводом.

Для использования при расчете нагрузок, возможно более близких к действительным, практически важным является согласование параметров электродвигателя с безразмерными характеристиками статистического распределения величины рабочих сопротивлений.

Если условия работы машины относятся к тому типу условий, для которых наблюдается статистическое распределение величины нагрузок, близкое к нормальному, то в случае обоснованного расчета деталей этой машины по нагрузкам, определяемым параметрами установленного двигателя, параметры искомой кривой распределения (рис. 23) можно выразить через следующие величины: m_1 — относительная величина наибольшей из длительно действующих нагрузок; t_1 — соответствующее относительное число циклов действия нагрузки m_1 ; m_2 — эквивалентная по нагреву электродвигателя нагрузка, соответствующая интегральной кривой распределения (т. е. соответствующая кривой I на рис. 23) или

$$m_2 = \left(\int_0^{\Sigma t} m^2 dt \right)^{\frac{1}{\Sigma t}},$$

где Σt — суммарное относительное число циклов. Обычно принимают $m_1 = 1$ и $\Sigma t = 1$, и тогда для построения искомой интегральной кривой распределения достаточно знать два параметра t_1 и m_2 .

Остановимся несколько подробнее на математической обработке опытных данных по случайным нагрузкам. Далее, специально этого не оговаривая, оперируем только дифференциальными кривыми нормального распределения.

Случайные нагрузки, воспринимаемые любым элементом любой машины, ограничены по величине как в меньшую, так и в большую сторону, поэтому статистические распределения величин нагрузок являются всегда распределениями усеченными.

Для сравнительно редких случаев симметрично усеченных распределений определение параметров \bar{x} (среднее значение случайно меняющейся величины) и σ (среднеквадратичное отклонение) излагается во всех руководствах по математической статистике и не представляет трудностей, тем более, что зачастую можно прямо принимать эти параметры равным статистическим оценкам:

$$M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

и

$$S = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - M)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

т. е. принимать $\bar{x} = M$; $\sigma = S$.

Иначе обстоит дело с распределениями, усеченными асимметрично. В этих случаях применение равенств $\bar{x} = M$; $\sigma = S$ может вести к ошибкам, тем более существенным, чем больше степень асимметрии усечения.

Для определения параметров \bar{x} и σ асимметрично усеченных распределений нужны иные приемы. Одним из возможных практических приемов является следующий.

Пусть имеется n наблюдаемых значений x_i случайной величины x , при этом встречаемость каждого из значений x_i характеризуется частотой (встречаемостью) p_i , причем

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1.$$

Изобразив парные значения (x_i, p_i) в виде точек на графике (рис. 25) в координатах (x, p) , получаем совокупность точек, расположение которых тяготеет к нормальному распределению, усеченному слева (при $x = x_1$) и справа (при $x = x_n$), причем усеченному асимметрично ($p_1 > p_n$).

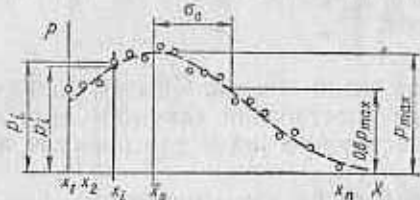


Рис. 25. Асимметрично усеченное распределение

т. е. совокупности точек (x_i, p_i) . Под наиболее близким соответствием понимаем здесь такое, которое выражается минимальным значением суммы квадратов отклонений частот p_i от значений плотности вероятности p'_i искомого нормального распределения. В качестве исходного допущения (с условием последующей проверки) полагаем, что

$$\sum_{i=1}^n p'_i = \sum_{i=1}^n p_i = 1, \quad (1)$$

хотя в действительности может иметь место лишь приближительное равенство

$$\sum_{i=1}^n p'_i \approx 1.$$

Для нормального распределения имеем

$$p'_i = \frac{m}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp t_i, \quad (2)$$

где $t_i = -\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2}$; m — отличный от единицы множитель, учитывающий усеченность распределения, так как для безграничного (не усеченного) распределения

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{m}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2} \right] dx = 1,$$

причем $m = 1$, в нашем же случае

$$\int_{x_1}^{x_n} \frac{m}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2} \right] dx = 1,$$

следовательно $m > 1$.

Из уравнений (1) и (2) вытекает, что

$$\frac{m}{\sigma \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n \exp t_i = 1,$$

откуда

$$\frac{m}{\sigma \sqrt{2\pi}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \exp t_i}.$$

Подставив последнее выражение в уравнение (2), исключаем m :

$$p'_i = \frac{\exp t_i}{\sum_{i=1}^n \exp t_i}. \quad (3)$$

По сформулированному выше условию определяется минимум функции

$$F = \sum_{i=1}^n (p_i - p'_i)^2$$

двух независимых переменных \bar{x} и σ . Проще всего непосредственно искать F_{\min} , варьируя значения \bar{x} и σ . Ориентировочные значения \bar{x} и σ могут быть намечены по графику, на котором кривая нормального распределения проведена на глаз, причем за ориентировочное значение \bar{x} (обозначаем его \bar{x}_0) принимается абсцисса проведенной так же на глаз оси симметрии кривой, а за ориентировочное значение σ (обозначаем его σ_0) принимается измеренное параллельно оси абсцисс расстояние от оси симметрии до точки перегиба кривой; примерное положение этой точки легко наметить, полагая для нее $p = 0,6p_{\max}$.

Задаваясь несколькими значениями \bar{x} , большими и меньшими x_0 , и несколькими значениями σ , также большими и меньшими σ_0 , составляем таблицу значений F для всех сочетаний \bar{x} и σ и выбираем то парное значение (\bar{x}, σ) , которому соответствует наименьшее значение F . Такое решение особенно удобно получить с помощью ЭЦВМ.

Пример (рис. 26). Даны наблюдаемые значения:

i	x_i	p_i	i	x_i	p_i
1	0	0,100	5	4	0,170
2	1	0,170	6	5	0,070
3	2	0,210	7	6	0,070
4	3	0,190	8	7	0,020

Проведя на глаз кривую распределения, по характеру напоминающую кривую нормального распределения (штриховая ли-

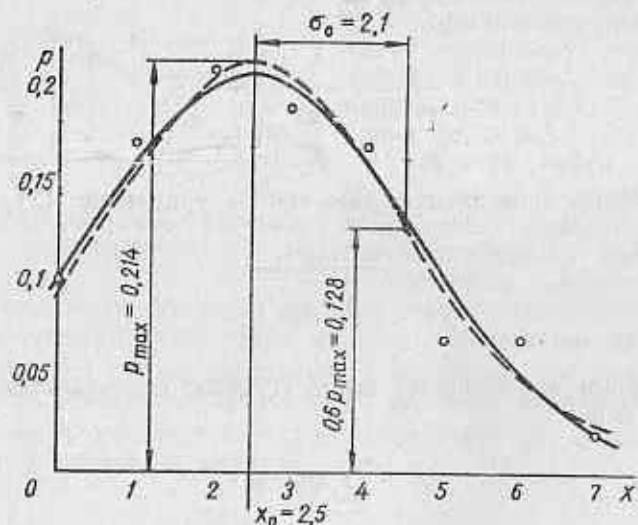


Рис. 26. Определение параметров кривой распределения

ния на рис. 26), намечаем среднее значение $\bar{x}_0 = 2,5$ и среднеквадратичное отклонение $\sigma_0 = 2,1$. Исследуем функцию

$$F = \sum_{i=1}^8 (p_i - p'_i)^2$$

в окрестностях парного значения (\bar{x}_0, σ_0) .

Вычисленные величины F заносим в таблицу:

$\bar{x} \backslash \sigma$	1,6	2,1	2,6
1,5	0,0347	0,0147	0,0088
2,5	0,0071	0,00174	0,0044
3,5	0,0334	0,0202	0,0169

В окрестности наименьшего значения $F = 0,00174$ измельчаем интервалы \bar{x} и σ , и новые величины F снова заносим в таблицу:

$\bar{x} \backslash \sigma$	2,0	2,1	2,2
2,3	0,00202	0,00179	0,00187
2,5	0,00181	0,00174	0,00196
2,7	0,00397	0,00303	0,00225

Замечаем, что F_{\min} по-прежнему соответствует значениям $\bar{x} = 2,5$ и $\sigma = 2,1$, которые и принимаем в качестве достаточного приближения. Тогда для усеченного нормального распределения [по формуле (3)] имеем

$$p'_i = \frac{\exp \left[-\frac{(x_i - 2,5)^2}{2 \cdot 2,1^2} \right]}{\sum_{i=1}^8 \exp \left[-\frac{(x_i - 2,5)^2}{2 \cdot 2,1^2} \right]}$$

откуда

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
p_i	0,102	0,160	0,201	0,201	0,160	0,102	0,052	0,021

Соответствующая кривая проведена сплошной линией на том же рис. 26. Проверяем сделанное при выводе формул допущение

о том, что $\sum_{i=1}^8 p'_i = 1$. Из значений последней таблицы имеем

$$\sum_{i=1}^8 p'_i = 0,999,$$

т. е. получили величину, весьма близкую к единице.

Остановимся также несколько подробнее на согласовании статистических данных по нагрузкам с параметрами электродвигателя.

При проектировании новых машин и расчете их элементов (в частности, валов) статистические данные по нагрузкам служат, как правило, не столько для выбора параметров электродвигателя, сколько для получения безразмерных характеристик расчетных нагрузок. Дело в том, что статистические данные

по нагрузкам получают на основе замеров, проводимых при эксплуатации машин, подобных проектируемой, но так или иначе отличающихся от нее. Если учесть это обстоятельство, а также то, что электродвигатели имеют грубую градацию мощностей, то становится ясной невозможность назначения параметров электродвигателя непосредственно на основе статистических данных. Кроме того, электродвигатели, как правило, выбирают с некоторым избытком мощности и, следовательно, в большей части случаев они недоиспользуются по их длительной мощности. Но в ряде случаев в более напряженных условиях эксплуатации электродвигатель может быть нагружен до полного использования его длительной мощности.

Исходя из этих соображений, типичным случаем формирования расчетных нагрузок следует признать использование безразмерных характеристик статистического распределения при согласовании этих характеристик с длительной (номинальной) мощностью электродвигателя.

Меняющиеся во времени нагрузки вызывают соответственно меняющееся во времени выделение тепла в обмотках электродвигателя, причем интенсивность тепловыделения пропорциональна квадрату силы тока и, следовательно, близка к пропорциональности квадрату развиваемой электродвигателем мощности. Поэтому эквивалентная по нагреву двигателя (условно постоянная) нагрузка принимается равной среднеквадратичной величине всех меняющихся нагрузок за достаточно продолжительное (не менее нескольких часов) время. Если же мы имеем дело с машиной периодического или эпизодического действия, которая нагружена в течение t ч или менее, а затем длительное (измеряемое опять-таки часами) время простаивает, причем электродвигатель охлаждается до температуры окружающей среды, то он может в период работы безопасно воспринимать нагрузку, соответствующую его часовой мощности; в этих случаях безразмерные характеристики статистического распределения нагрузок согласовываются уже не с длительной, а с часовой его мощностью.

В дальнейшем будем оперировать длительной мощностью электродвигателя, имея в виду, что все выводы остаются в силе и для часовой мощности — лишь с соответствующей заменой обозначений.

Многочисленные примеры указывают на то, что для каждого данного типа машин наиболее стабильной из безразмерных характеристик статистического распределения нагрузок является коэффициент вариации v , равный отношению среднеквадратичного отклонения нагрузок σ к их среднему значению \bar{m} :

$$v = \frac{\sigma}{\bar{m}}$$

откуда

$$\sigma = v\bar{m}.$$

Задача согласования статистических данных по нагрузкам с параметрами электродвигателя сводится, таким образом, к отысканию двух параметров (σ и \bar{m}) вводимого в расчет статистического (нормального) распределения нагрузок по двум заданным величинам — коэффициенту вариации v и среднеквадратичной нагрузке:

$$m_2 = \left(\int_0^1 m^2 dt \right)^{1/2},$$

где

$$dt = \Phi'(m) dt = C \exp \left[-\frac{(m - \bar{m})^2}{2\sigma^2} \right] dm;$$

$$C = \frac{1}{\int_0^1 \exp \left[-\frac{(m - \bar{m})^2}{2\sigma^2} \right] dm}.$$

Задача эта решается методом последовательных приближений, причем в качестве первого приближения величины \bar{m} принимается значение $(\bar{m})_1$, немного меньшее m_2 , и в качестве второго приближения величины σ принимается значение $\sigma_1 = v(\bar{m})_1$.

Распределение мгновенных значений нагрузок может использоваться для расчета деталей на статическую прочность, оценки износов, расчета подшипников качения и в некоторых других случаях.

Для расчета деталей на усталость необходимо располагать функциями распределения амплитуд напряжений, называемых спектрами амплитуд, которые в настоящее время находятся по осциллограммам напряжений одним из методов систематизации: методом размахов, максимумов, полных циклов, корреляционных таблиц и др. [62] (см. гл. 7).

Для деталей различных машин характерны спектры, описываемые различными законами распределения: нормальным, логарифмически нормальным, усеченным нормальным, экспоненциальным, бета-распределением и др.

Параметры спектров амплитуд напряжений: средняя амплитуда σ_a , среднее квадратичное отклонение S_{σ_a} , коэффициент вариации $v_{\sigma_a} = \frac{S_{\sigma_a}}{\sigma_a}$ зависят от режима эксплуатации, например, для автомобиля — от типа дороги, скорости движения, нагрузки в кузове и других факторов.

* Индекс 2 указывает на осреднение по 2-й степени.

z	Φ(z)	z	Φ(z)	z	Φ(z)	z	Φ(z)	z	Φ(z)
0,00	0,5000	0,53	0,7019	1,06	0,8554	1,59	0,9441	2,12	0,9830
0,01	0,5040	0,54	0,7054	1,07	0,8577	1,60	0,9452	2,13	0,9834
0,02	0,5080	0,55	0,7088	1,08	0,8599	1,61	0,9463	2,14	0,9838
0,03	0,5120	0,56	0,7123	1,09	0,8621	1,62	0,9474	2,15	0,9842
0,04	0,5160	0,57	0,7157	1,10	0,8643	1,63	0,9484	2,16	0,9846
0,05	0,5200	0,58	0,7190	1,11	0,8665	1,64	0,9495	2,17	0,9850
0,06	0,5239	0,59	0,7224	1,12	0,8686	1,65	0,9505	2,18	0,9854
0,07	0,5279	0,60	0,7257	1,13	0,8708	1,66	0,9515	2,19	0,9857
0,08	0,5319	0,61	0,7291	1,14	0,8729	1,67	0,9525	2,20	0,9861
0,09	0,5359	0,62	0,7324	1,15	0,8749	1,68	0,9535	2,21	0,9864
0,10	0,5398	0,63	0,7357	1,16	0,8770	1,69	0,9545	2,22	0,9868
0,11	0,5438	0,64	0,7389	1,17	0,8790	1,70	0,9554	2,23	0,9871
0,12	0,5478	0,65	0,7422	1,18	0,8810	1,71	0,9564	2,24	0,9875
0,13	0,5517	0,66	0,7454	1,19	0,8830	1,72	0,9573	2,25	0,9878
0,14	0,5557	0,67	0,7486	1,20	0,8849	1,73	0,9582	2,26	0,9881
0,15	0,5596	0,68	0,7517	1,21	0,8869	1,74	0,9591	2,27	0,9884
0,16	0,5636	0,69	0,7549	1,22	0,8888	1,75	0,9599	2,28	0,9887
0,17	0,5675	0,70	0,7580	1,23	0,8907	1,76	0,9608	2,29	0,9890
0,18	0,5714	0,71	0,7611	1,24	0,8925	1,77	0,9616	2,30	0,9893
0,19	0,5753	0,72	0,7642	1,25	0,8944	1,78	0,9625	2,31	0,9896
0,20	0,5793	0,73	0,7673	1,26	0,8962	1,79	0,9633	2,32	0,9898
0,21	0,5832	0,74	0,7704	1,27	0,8980	1,80	0,9641	2,33	0,9901
0,22	0,5871	0,75	0,7734	1,28	0,8997	1,81	0,9649	2,34	0,9904
0,23	0,5910	0,76	0,7764	1,29	0,9015	1,82	0,9656	2,35	0,9906
0,24	0,5948	0,77	0,7794	1,30	0,9032	1,83	0,9664	2,36	0,9909
0,25	0,5987	0,78	0,7823	1,31	0,9049	1,84	0,9671	2,37	0,9911
0,26	0,6026	0,79	0,7852	1,32	0,9066	1,85	0,9678	2,38	0,9913
0,27	0,6064	0,80	0,7881	1,33	0,9082	1,86	0,9686	2,39	0,9916
0,28	0,6103	0,81	0,7910	1,34	0,9099	1,87	0,9693	2,40	0,9918
0,29	0,6141	0,82	0,7939	1,35	0,9115	1,88	0,9699	2,41	0,9920
0,30	0,6179	0,83	0,7967	1,36	0,9131	1,89	0,9706	2,42	0,9922
0,31	0,6217	0,84	0,7995	1,37	0,9147	1,90	0,9713	2,43	0,9925
0,32	0,6255	0,85	0,8023	1,38	0,9162	1,91	0,9719	2,44	0,9927
0,33	0,6293	0,86	0,8051	1,39	0,9177	1,92	0,9726	2,45	0,9929
0,34	0,6331	0,87	0,8079	1,40	0,9192	1,93	0,9732	2,46	0,9931
0,35	0,6368	0,88	0,8106	1,41	0,9207	1,94	0,9738	2,47	0,9932
0,36	0,6406	0,89	0,8133	1,42	0,9222	1,95	0,9744	2,48	0,9934
0,37	0,6443	0,90	0,8159	1,43	0,9236	1,96	0,9750	2,49	0,9936
0,38	0,6480	0,91	0,8186	1,44	0,9251	1,97	0,9756	2,50	0,9938
0,39	0,6517	0,92	0,8212	1,45	0,9265	1,98	0,9761	2,51	0,9940
0,40	0,6554	0,93	0,8238	1,46	0,9279	1,99	0,9767	2,52	0,9941
0,41	0,6591	0,94	0,8264	1,47	0,9292	2,00	0,9772	2,53	0,9943
0,42	0,6628	0,95	0,8289	1,48	0,9306	2,01	0,9778	2,54	0,9945
0,43	0,6664	0,96	0,8315	1,49	0,9319	2,02	0,9783	2,55	0,9946
0,44	0,6700	0,97	0,8340	1,50	0,9332	2,03	0,9788	2,56	0,9948
0,45	0,6736	0,98	0,8365	1,51	0,9345	2,04	0,9793	2,57	0,9949
0,46	0,6772	0,99	0,8389	1,52	0,9357	2,05	0,9798	2,58	0,9951
0,47	0,6808	1,00	0,8413	1,53	0,9370	2,06	0,9803	2,59	0,9952
0,48	0,6844	1,01	0,8438	1,54	0,9382	2,07	0,9808	2,60	0,9953
0,49	0,6879	1,02	0,8461	1,55	0,9394	2,08	0,9812	2,61	0,9955
0,50	0,6915	1,03	0,8485	1,56	0,9406	2,09	0,9817	2,62	0,9956
0,51	0,6950	1,04	0,8508	1,57	0,9420	2,10	0,9821	2,63	0,9957
0,52	0,6985	1,05	0,8531	1,58	0,9429	2,11	0,9826	2,64	0,9959

z	Φ(z)	z	Φ(z)	z	Φ(z)	z	Φ(z)	z	Φ(z)
2,65	0,9960	2,73	0,9968	2,80	0,9974	2,87	0,9979	2,94	0,9984
2,66	0,9961	2,74	0,9969	2,81	0,9975	2,88	0,9980	2,95	0,9984
2,67	0,9962	2,75	0,9970	2,82	0,9976	2,89	0,9981	2,96	0,9985
2,68	0,9963	2,76	0,9971	2,83	0,9977	2,90	0,9981	2,97	0,9985
2,69	0,9964	2,77	0,9972	2,84	0,9977	2,91	0,9982	2,98	0,9986
2,70	0,9965	2,78	0,9973	2,85	0,9978	2,92	0,9982	2,99	0,9986
2,71	0,9966	2,79	0,9974	2,86	0,9979	2,93	0,9983	3,00	0,9987
2,72	0,9967								

Важнейшие факторы (тип дороги, скорость движения и т. п.) регламентируются и тензометрирование в эксплуатации производится в условиях сочетания определенных значений регламентированных факторов (например, асфальтовая мостовая в черте города при скорости движения $v = 30$ км/ч).

Однако, помимо регламентированных факторов, имеется значительное количество менее существенных случайных факторов, которые оказывают влияние на параметры спектров (состояние погоды, квалификация и утомление водителя, пересеченность пути и интенсивность движения на участке тензометрирования, индивидуальные особенности данного экземпляра машины и т. д.). Влияние этих факторов приводит к тому, что параметры спектра амплитуд напряжений для определенного сочетания регламентированных факторов, например, $\bar{\sigma}_a$, являются случайными величинами, характеризующимися своими параметрами: среднее значение средних амплитуд спектра $\bar{\sigma}_a$, среднее квадратичное отклонение средних амплитуд спектра $S_{\bar{\sigma}_a}$, коэффициент вариации $v_{\bar{\sigma}_a}$ и т. д.

Для определения величин $\bar{\sigma}_a$, $v_{\bar{\sigma}_a}$ необходимо проводить несколько раз тензометрирование в условиях определенного сочетания регламентированных факторов и определять эти величины статистическими методами (см. гл. 7).

Как показывают опытные данные, форма спектра амплитуд напряжений в определенных сочетаниях регламентированных факторов остается практически неизменной, т. е. не зависит от действия случайных нерегламентируемых факторов (в этом случае, например, при нормальном распределении, $v_{\bar{\sigma}_a} = \text{const}$).

Так как величина средней амплитуды спектра $\bar{\sigma}_a$ зависит от большого числа случайных факторов, каждый из которых оказывает незначительное влияние, то функция распределения величин $\bar{\sigma}_a$ может быть принята нормальной, что подтверждается некоторыми экспериментальными данными.

Наряду со спектрами амплитуд напряжений и их параметрами для различных сочетаний регламентируемых факторов, определяют количество циклов на 1 км пути, 1 ч работы и т. п., которое также является существенной характеристикой для расчета на усталость.

Так как для различного сочетания регламентируемых факторов спектры получаются обычно различными, то для расчета на усталость с учетом статистической изменчивости нагрузок образуют смешанный спектр, определяя по наблюдениям за эксплуатацией относительные доли времени работы машины в условиях различного сочетания регламентируемых факторов.

Более подробно учет случайного характера эксплуатационных нагрузок в расчете на усталость изложен в главе 7.

Нагрузки, меняющие положение относительно вала

Наряду с величиной нагрузок, существенное влияние на несущую способность вала может оказывать как угловое, так и продольное положение нагрузок по отношению к валу.

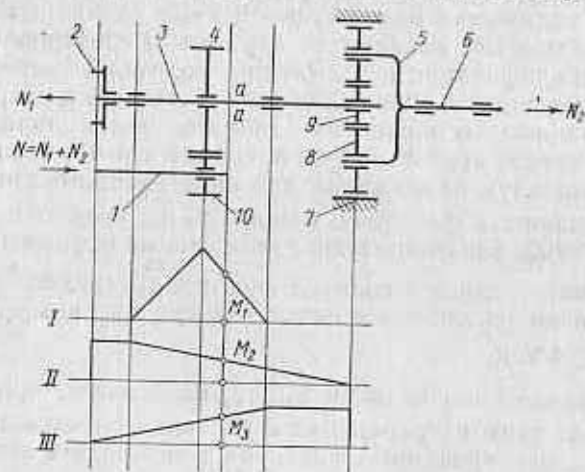


Рис. 27. Схема привода с разветвленным потоком мощности и эпюры изгибающих моментов для вала 3:

1 — вал, через который подводится мощность; 2 — ведущая полумуфта, через которую от вала 3 отводится часть N_1 мощности; 3 — рассматриваемый вал; 4, 10 — зубчатая передача; 5 — водило планетарной передачи; 6 — вал, через который отводится оставшаяся часть мощности N_2 ; 7, 8, 9 — солнечное колесо; сателлиты и венец планетарной передачи

В практических расчетах имеет значение подразделение нагрузок на вращающиеся и невращающиеся по отношению к валу. Такое подразделение представляет практическое удобство

при определении составляющих цикла напряжений изгиба в вале.

Нагрузки, не вращающиеся по отношению к валу, создают в нем постоянную составляющую цикла напряжений изгиба, т. е. среднее напряжение цикла σ_m . Нагрузки, вращающиеся по отношению к валу, создают в нем переменную составляющую цикла напряжений изгиба — амплитуду цикла σ_a (см. гл. 4). Используя указанное обстоятельство, можно определить компоненты цикла напряжений изгиба, минуя рассмотрение максимальных и минимальных алгебраических значений напряжений.

Вращающиеся по отношению к валу нагрузки могут быть неподвижными по отношению к корпусу машины, а могут также вращаться, но с другой угловой скоростью, чем вал. В общем случае такие нагрузки определяют амплитуду цикла. Различие между ними сводится к тому, что число циклов напряжений в вале, вызываемых неподвижной по отношению к корпусу машины нагрузкой, за некоторое время равно числу оборотов вала за то же время, число же циклов напряжений, вызываемых вращающейся по отношению к корпусу машины нагрузкой за некоторое время, определяется алгебраической разностью угловых скоростей вала и нагрузки.

В качестве примера рассмотрим показанную на рис. 27 схему привода. Приложенный к ведущей полумуфте 2 реактивный момент от ведомой полумуфты создает на конце вала некоторую неуравновешенную поперечную силу, вращающуюся вместе с валом 3, т. е. не вращающуюся по отношению к нему. К зубчатому колесу 4 приложено усилие, не меняющее своего направления по отношению к корпусу машины, т. е. вращающееся по отношению к валу с угловой скоростью, численно равной угловой скорости вращения вала. К ведущему колесу 9 планетарной передачи приложен реактивный момент от сателлитов. В отсутствие самоустанавливающегося (плавающего) зубчатого колеса или иного уравнивающего устройства и при обычной точности изготовления элементов планетарной передачи сателлиты нагружены неравномерно, а поэтому на правый конец вала также действует некоторая поперечная сила, вращающаяся вместе с водилом 5, т. е. вращающаяся и по отношению к валу 3, и по отношению к корпусу машины. Угловые скорости вала 3 и водила 5 направлены в

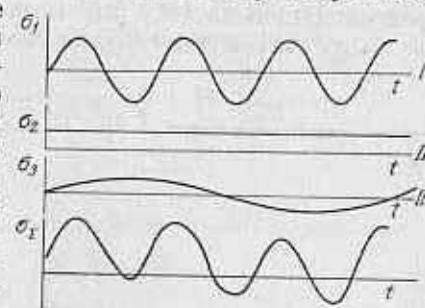


Рис. 28. Графики изменения напряжений изгиба во времени для сечения а-а вала привода с разветвленной мощностью (см. рис. 27)

3*

одну сторону. Под схемой привода на рис. 27 показаны эпюры изгибающих моментов: *I* — от силы на зубчатом колесе 4; *II* — от силы на полумуфте 2; *III* — от силы на зубчатом колесе 9.

Для произвольной точки на контуре некоторого сечения *aa* вала изгибающие моменты M_1 , M_2 и M_3 действуют с разной периодичностью: момент M_1 имеет период $\frac{2\pi}{\omega_4}$; момент M_2 является

постоянно действующим; момент M_3 имеет период $\frac{2\pi}{\omega_4 - \omega_9}$

(ω_4 и ω_9 — угловые скорости вала 3 и водила 5). Напряжение изгиба будет меняющейся во времени алгебраической суммой напряжений, соответствующей моментам M_1 , M_2 и M_3 . Параметры расчетного цикла напряжений в этом случае могут быть установлены на основании аналитического или графического исследования. Примерное изменение напряжений по времени для рассмотренного случая показано на рис. 28.

В ряде случаев нагрузка меняет свое положение вдоль оси вала, в соответствии с чем изменяется цикл напряжений. Например, в ряде трансмиссий транспортных, технологических и других машин при переключении передач нагрузка переходит с одного участка вала на другой, в результате чего могут меняться и опасные сечения. В других случаях нагрузка меняет свое положение вдоль вала непрерывно. В зубчатой передаче с точечным касанием контакт каждой пары зубьев перемещается параллельно оси вала, поэтому на основные напряжения накладываются дополнительные напряжения, меняющиеся с частотой, превосходящей частоту основных напряжений в число раз, кратное числу зубьев сидящего на валу зубчатого колеса.

Глава 2

КОНСТРУКТИВНЫЕ ФОРМЫ И МАТЕРИАЛЫ ВАЛОВ И ОСЕЙ

Конструктивные элементы прямых валов

В зависимости от конструкции валы работают или на совместное действие изгиба и кручения (основной случай) или только на кручение (значительно реже).

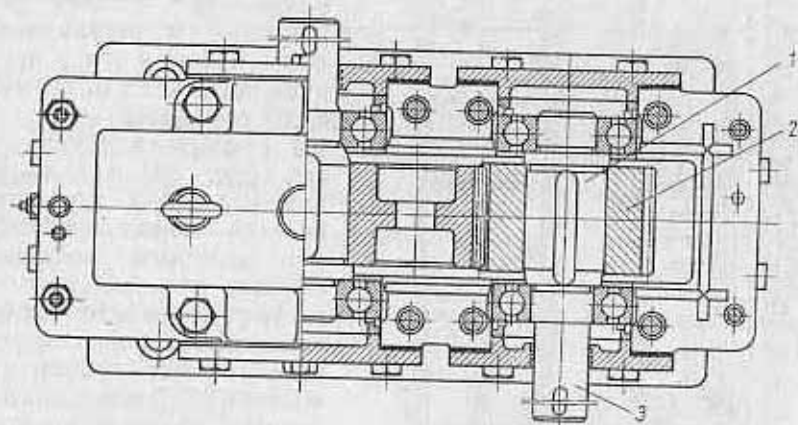


Рис. 29. Разрез одноступенчатого редуктора по плоскости разреза

В качестве примера вала, работающего на изгиб и кручение, на рис. 29 показан вал 1 редуктора, несущий шестерню 2 зубчатой передачи и передающий вращение к этой шестерне от выходного конца 3 вала.

Различия в размерах, конструктивных формах и условиях работы валов весьма разнообразны. Например, на рис. 30 и 31 показаны валы, резко отличающиеся один от другого по числу ступеней: распределительный вал автомата, имеющий при большой длине всего четыре ступени, и вал паровой турбины, имеющий 42 ступени.

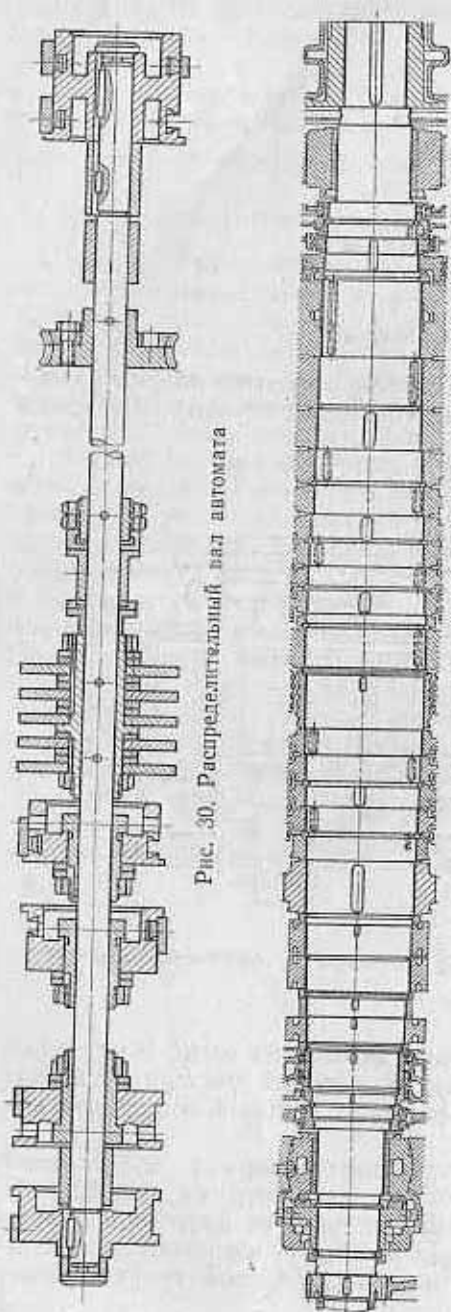


Рис. 30. Распределительный вал автомата

Рис. 31. Вал паровой турбины

На рис. 32, а и б показаны валы, резко отличающиеся по размерам: быстроходный вал редуктора, весящий 0,8 кг, и вал шахтной подъемной машины, весящий 25 т.

В ряде случаев в машиностроении применяют прямые полые валы. Продольное отверстие (канал) вала может иметь различное назначение: снижение веса вала при сохранении прочности, питание через вал смазкой, паром, водой и т. п., размещение деталей управления и регулирования, муфт и т. п., пропуск через вал подлежащего обработке материала (шпиндели станков, см. рис. 33) и т. д. В крупных валах такое отверстие может служить для контроля качества поковки или отливки.

Иногда делают валы с консольно расположенными на них зубчатыми колесами, звездочками цепных передач, шкивами ременных передач и т. д. Такое расположение деталей на валу приводит к возникновению больших напряжений и к большим перекосам деталей, сидящих на валу. В ременных и цепных передачах при такой конструкции необходимо увеличивать диаметр вала для надежного восприятия большого изгибающего момента от консо-

ли. Для зубчатых передач такая конструкция бывает в ряде случаев неприменима вследствие большого перекоса зубчатых колес, ведущего к недопустимой неравномерности распределе-

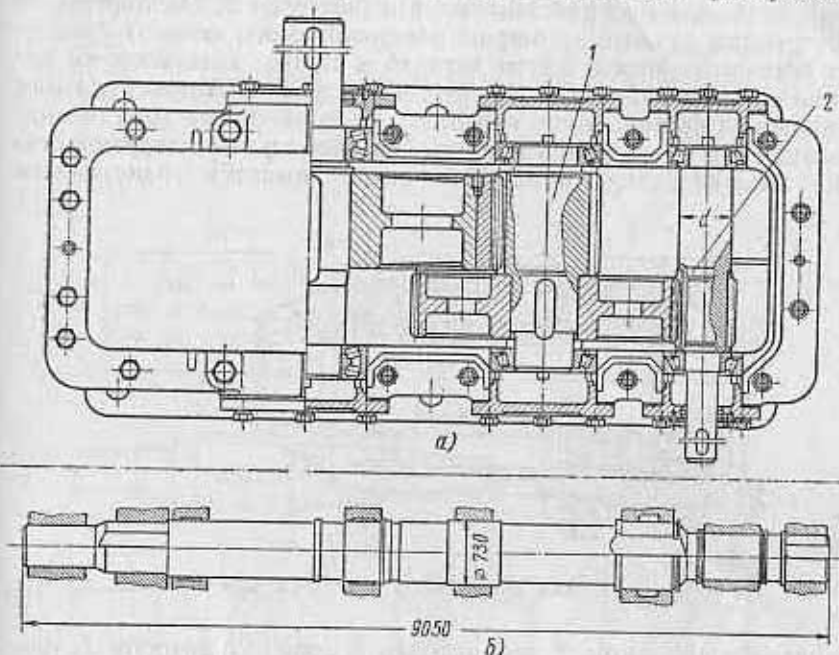


Рис. 32:

а — редуктор (1 — быстроходный вал $d = 30$ мм; 2 — вал); б — вал шахтной подъемной машины

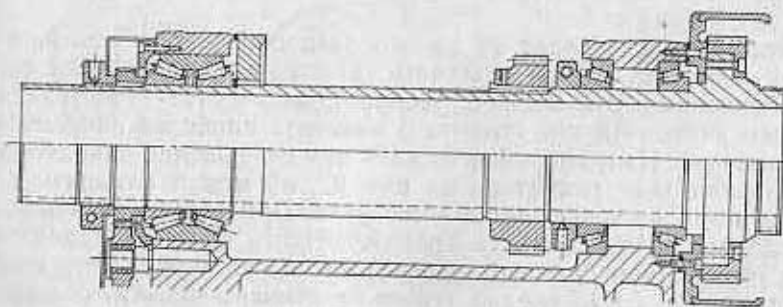


Рис. 33. Полый шпindelь станка

ния нагрузки по длине зуба. Угол наклона упругой линии вала учитывается в расчете зубчатых передач в качестве одной из величин, являющихся мерой перекоса в зацеплении зубчатых колес.

Примером удачной конструкции вала с консолью может служить конструкция вала конического зубчатого колеса (рис. 34), где вылет с консоли сделан минимальным благодаря наибольшему приближению подшипника 4 к шестерне 5. Одновременно конструкция служит примером рекомендуемого осевого крепления всех связанных с валом деталей в одном комплекте с помощью одной гайки 1. На рис. 34 показана также удачная компоновка подшипников качения, два из которых (роликподшипники 3 и 4) воспринимают только радиальные нагрузки, осевая же нагрузка полностью воспринимается однорядным

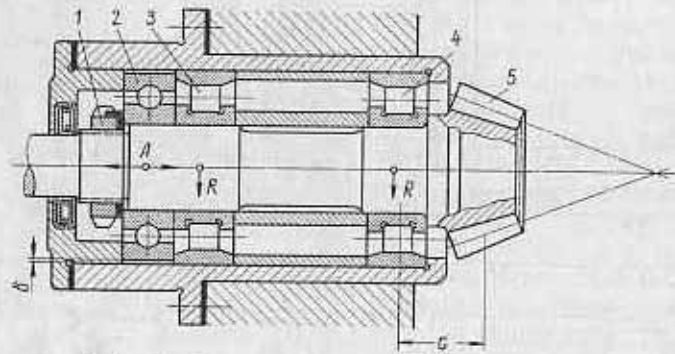


Рис. 34. Вал конического зубчатого колеса

шарикоподшипником 2, посаженным в корпус с зазором δ , препятствующим передаче на подшипник 2 радиальной нагрузки.

Оси работают только на изгиб. Одним из примеров оси является ось железнодорожной колесной пары, вращающаяся вместе с колесами*.

Форма вала зависит от весьма разнообразных условий, поэтому невозможно рекомендовать готовые решения на все случаи практики, но в каждом конкретном случае конструктор должен учитывать эти условия и находить наиболее рациональное решение. Например, форма вала при совершенно одинаковом назначении (вал редуктора на рис. 32, а) может изменяться в зависимости от конструкции всего узла. При тесном расположении достаточная жесткость промежуточного вала 1 обеспечивается увеличением диаметра нарезаемого на валу зубчатого колеса так, что диаметр впадин зубьев превышает диаметр соседних участков вала, в результате чего обеспечивается свободная нарезка зубьев. При ином расположении, когда вал 2 получает

ся гибким, приходится увеличивать жесткость вала, увеличивая его диаметр, в этом случае зубья выполняют врезными.

Способ соединения с валом насаженных на него деталей оказывает на его форму существенное влияние. От типа и размеров

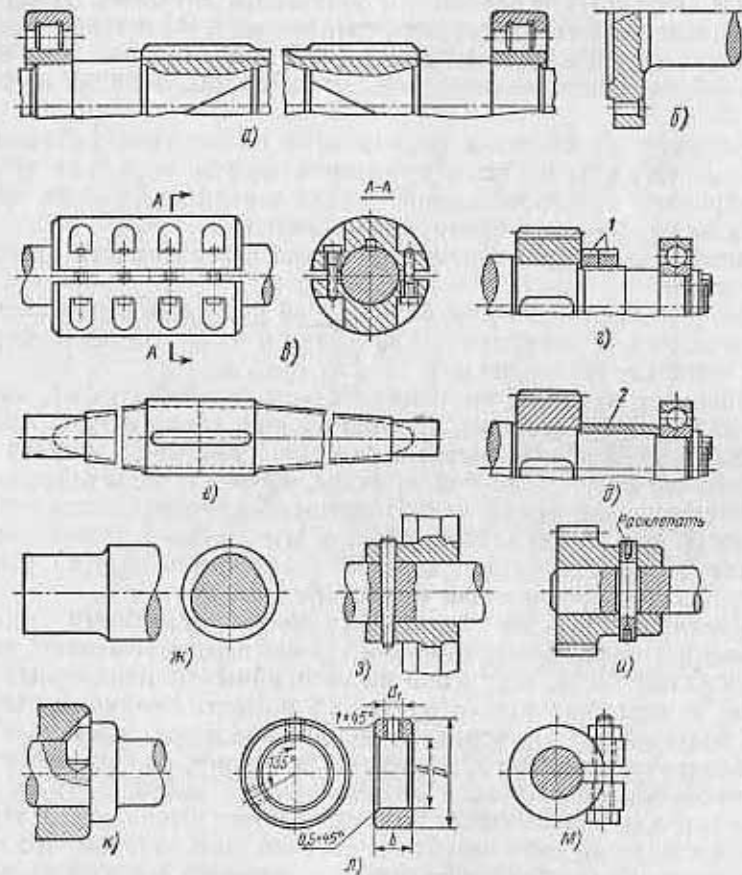


Рис. 35:

а — вал с нарезанными зубьями на опорах качения; б — фланец, откопанный заодно с валом; в — продольно-свертная муфта; г — раздельная сборка на валу шестерни и подшипников (1 — гайки); д — совместная сборка шестерни и подшипников на валу; е — вал, близкий к телу равного сопротивления; ж — участок вала для бесплоного соединения; з, и, к — штифтовые соединения деталей с валами; л — соединение на шпильках; м — клеммовое соединение

подшипников, выбранных для данного вала, также зависит его форма. Например, валы на опорах скольжения выполняют с длинными шейками, а валы на опорах качения (рис. 32, а и 35, а) — с короткими шейками.

* Ось полуската передает крутящий момент во время прохождения закруглений (в связи с разностью относительных скоростей между колесами и рельсами), но он настолько мал, что понятие «ось» не теряет своего значения.

Имеющиеся в наличии оборудование для изготовления вала также может определить его форму. Например, вал с нарезанными зубьями (рис. 35, а) невозможно изготовить, если он не помещается на зубофрезерном станке. В таких случаях его приходится выполнять с насадными зубчатыми колесами. Длинные валы в зависимости от параметров имеющихся токарных станков нередко приходится делать составными на фланцах (рис. 35, б), выполненных заодно с валом, или на муфтах (рис. 35, в).

Изготовление кованого фланца вала может оказаться невозможным, тогда приходится применять муфты насадных типов. С внедрением электрошлаковой сварки теперь даже очень крупные валы выполняют с приварными фланцами.

Часто приходится менять форму вала в зависимости от условий сборки.

Так, показанный на рис. 35, г случай раздельной сборки зубчатого колеса и подшипников приводит к более сложной форме вала, чем в случае совместной сборки (рис. 35, д).

Валы, как правило, выполняют ступенчатой формы. К этому приводят, с одной стороны, условия сборки, когда уступы между ступенями вала используются в качестве упоров для деталей, сидящих на валу. С другой стороны, валы ступенчатой формы применяют тогда, когда необходимо обеспечить достаточную прочность при минимальном весе; в этом случае валам часто стремятся придать форму, возможно более близкую к форме тела равного сопротивления изгибу (рис. 35, е).

Сравнительно редко валы изготавливают гладкими, т. е. с постоянным поперечным сечением. Такие валы применяют главным образом тогда, когда они не воспринимают поперечных нагрузок, а передают только крутящий момент. Гладкими выполняют большей частью короткие простейшие валы, например, оси барабанов небольших грузоподъемных машин, оси промежуточных зубчатых колес, оси и валики ручных приводов и др., а также оси для трансмиссий. Гладкими могут выполняться также валы, несущие на себе несколько деталей, при условии, что имеется возможность обработать места соединений с валом этих деталей по системе вала.

Диаметры гладких и ступенчатых валов, на которые должны насаживаться детали, выбирают из нормального ряда диаметров. Это нужно для того, чтобы вал и насаженную на него деталь можно было изготовить независимо друг от друга — в разных цехах завода и даже на разных заводах, причем с полной уверенностью в том, что соединение получится требуемой плотности. То же самое можно сказать и о запасных частях, т. е. о деталях, насаживаемых на валы взамен изношенных. Во всех таких случаях расточки в деталях и соответствующие им участки вала изготавливают по калибрам.

Кроме того, подшипники качения, а следовательно, и шейки валов выполняют с рядом диаметров, не входящих в ОСТ 1654.

Система допусков и посадок была первоначально разработана именно в связи с соединениями валов с различными деталями шкивами, зубчатыми колесами, подшипниками и др.

Соединения вала с насаженными на него деталями, обеспечивающие передачу крутящего момента и осевых сил, осуществляют различными способами в зависимости от величины и ха-

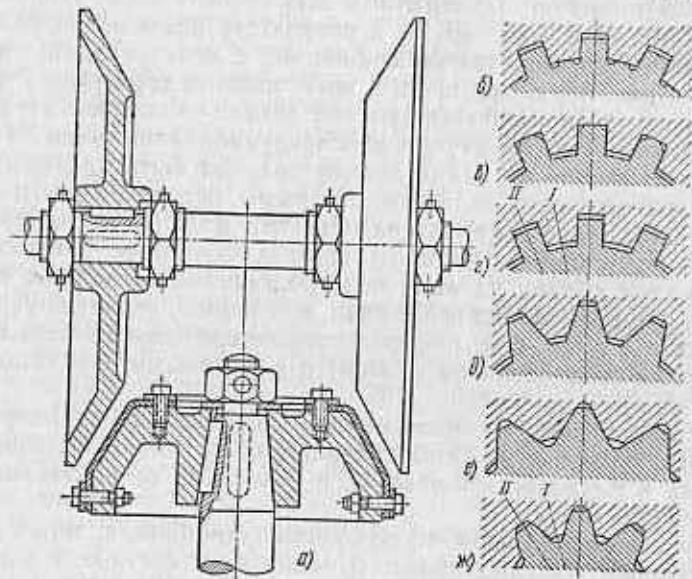


Рис. 36:

а — конусная посадка деталей на вал; б — нормальное; в — с посадкой по наружному диаметру; г — с посадкой по боковым поверхностям; д — трапециевидное шлицевое соединение; е — мелкошлицевое (треугольное) соединение; ж — эвольвентное шлицевое соединение

рактера нагрузок на вал. Наиболее распространены шлицевые и шпоночные соединения. Применяются и бесшпоночные соединения (рис. 35, ж), а в менее ответственных случаях штифты (рис. 35, з, и, к) или винты (рис. 35, л), клеммовые соединения (рис. 35, м) или посадки с натягом; в последних двух случаях связь между деталью и валом осуществляется за счет трения. Используются и подвижные соединения деталей с валом на резьбе; примером такого соединения может служить инерционная муфта автомобильного стартера.

Чтобы деталь, не смещаясь вдоль вала, могла воспринимать осевые нагрузки (рабочие или случайные), применяют или уступы на валу (рис. 35, г и д), или конусную посадку (рис. 36, а). В

дельных случаях применяют упор детали в округленный переход (галтель), а также штифтовые, винтовые, клеммовые соединения.

При конструировании валов и осей, кроме обеспечения прочности, удобства сборки и других основных требований, необходимо максимально упрощать технологию изготовления валов и деталей, соединяемых с ними.

Иногда удается упростить форму и уменьшить число технологических операций по изготовлению самого вала. Например, конструкция вала (рис. 35, *д*) в результате применения распорной втулки 1 упрощается по сравнению с конструкцией, показанной на рис. 35, *г*, кроме того, изготовление двух гаек 2 заменяется изготовлением более простой детали — гладкой втулки 1.

Таким образом, приступая к конструированию вала (оси), необходимо выяснить, какие детали должны быть насажены на него, какой тип опор является наиболее целесообразным для данного вала, какого характера нагрузки должны воспринимать насаживаемые на вал детали. Необходимо также представить себе порядок сборки на валу непосредственно связанных с ним деталей, а также сборки всего узла, и, наконец, уточнить условия изготовления вала, т. е. предполагаемые средства производства.

Способы соединения вала (оси) с различными деталями различны.

Для соединений, воспринимающих переменные по направлению нагрузки, а в особенности нагрузки, сопровождающиеся толчками и ударами, применяют, в сочетании со шпонками, соединение с натягом.

В кузнечно-прессовом оборудовании, дробилках, многих горных машинах, железнодорожном подвижном составе и в других соединениях с валами (осями) детали передают нагрузки с резкими толчками — ударные нагрузки. При этом усилия могут действовать в разнообразных направлениях. В таких случаях соединение деталей с валом следует выполнять с гарантированным натягом.

Приходится избегать соединений с большим натягом в тех случаях, когда в процессе эксплуатации деталь должна быть заменена (колеса открытых зубчатых передач, цепные звездочки и др.), так как при повторном насаживании на вал детали поверхность вала в лучшем случае калибруется и последующее соединение с валом сменной детали ослабляется; в худшем же случае поверхность вала повреждается (появляется задиры). Если заменяемая деталь передает на вал ударные и меняющиеся по направлению нагрузки, то надежность соединения приходится обеспечивать не только посредством натяга, но и путем удлинения ступицы, применения различных ступиц с зажимными устройствами, натянутых конусных посадок и других способов.

Для сменных деталей рекомендуется конусность не менее

1:7 во избежание «закусывания» детали на валу; для закаленных и шлифованных поверхностей допустима конусность 1:12.

В случае действия на валы умеренных толчков (подъемно-транспортные машины, большинство металлообрабатывающих станков, двигатели внутреннего сгорания, редукторы, центрифуги и т. п.) применяют шлицевые или шпоночные соединения.

Шлицевые соединения применяют при высоких напряжениях кручения, когда шпоночное соединение становится неприменимым в связи с недопустимо высоким напряжением смятия. Кроме того, шлицевые соединения применяют при повышенной точности центрирования, а также при необходимости систематических осевых перемещений деталей по валу.

При средней напряженности валов по кручению и при менее строгих требованиях к точности центрирования применяют шпоночные соединения. Например, для зубчатых колес 7-й степени (ГОСТ 1643—56) и более высоких степеней точности рекомендуется применять шлицевые соединения независимо от напряженности вала на кручение. Для зубчатых колес пониженной точности и для таких деталей, как ременные шкивы, цепные звездочки и др., допускается применение шпонок, если они способны передавать заданную нагрузку.

Применяются шлицы с прямобочным (рис. 36, *б*—*г*), трапецеидальным (рис. 36, *д*), треугольным (мелкошлицевые, рис. 36, *е*) и эвольвентным (рис. 36, *ж*) профилями. Взаимное центрирование вала и ступицы осуществляется при прямобочных шлицах по внутреннему диаметру (см. рис. 36, *б*) или по внешнему диаметру (см. рис. 36, *в*), или по боковым поверхностям (рис. 36, *г*) — в зависимости от необходимой точности центрирования и от термообработки. Центрирование при трапецеидальных и треугольных шлицах осуществляется по боковым поверхностям, а при эвольвентных — большей частью по боковым поверхностям.

Размеры прямобочных шлицев выбирают по ГОСТу 1139—58, а эвольвентных — по ГОСТу 6033—51.

Шпонки подразделяются на три основные группы: клиновые (затяжные) — радиальные (рис. 37, *а*) и тангенциальные (рис. 37, *б*); призматические (рис. 37, *в* и *г*); сегментные (рис. 37, *д*). Наиболее часто применяют призматические шпонки. Размеры шпонок выбирают по ГОСТам 8788—68, 8789—68 и 8790—68.

Так как шпоночные канавки ослабляют вал, то поперечное сечение вала целесообразно несколько увеличивать на том участке, где имеется шпоночный паз, что облегчает также закладывание и затягивание шпонки при сборке.

Штифты и винты для соединения деталей с валами (см. рис. 35, *з*—*а*) применяют редко — только для малоответственных и слабо напряженных валов.

Хорошим в отношении выносливости вала является бесплощное соединение. При таком соединении вала с деталью сечение вала может, например, иметь форму, показанную на рис. 35, ж штриховкой, отверстие в детали имеет такую же форму. Деталь надевают на вал и крепят болтами с гайками. При всех достоинствах таких соединений опыт их изготовления и эксплуатации весьма ограничен, поэтому они могут быть рекомендованы только для валов небольших диаметров, при безударной нагрузке, наличии специализированных станков для шлифования посадочного места на валу и протяжек для обработки отверстий в ступицах деталей [6]. Кроме того, следует иметь в виду, что в этих соединениях возникают большие распорные

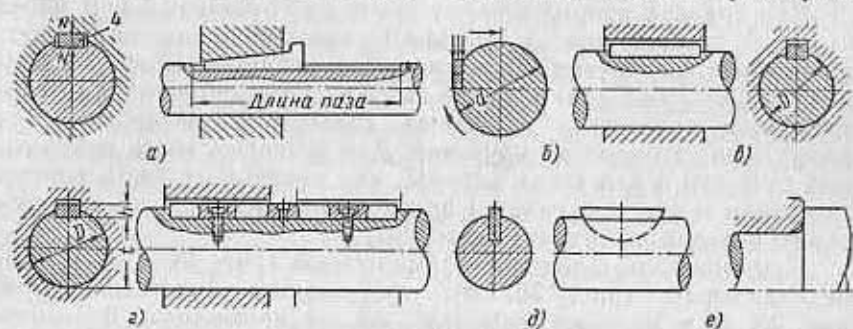


Рис. 37:

а — клиновидная радиальная шпонка; б — клиновидная тангенциальная шпонка; в — неподвижное соединение на призматической шпонке; г — подвижное соединение на призматической шпонке; д — сегментная шпонка; е — эскизы заплечиков под подшипники качения

усилия, а также то, что они не применимы для перемещения вдоль вала под нагрузкой.

Для подшипников качения на валах, как правило, делают заплечики, минимальная высота которых должна соответствовать размерам скруглений на кольцах подшипников (рис. 37, е и табл. 2).

При посадке зубчатых колес, звездочек и шкивов можно применять такие же заплечики, как и для подшипников качения, учитывая также данные табл. 2. Диаметр большего из примыкающих к уступу участков вала следует округлять в большую сторону до ближайшего нормального диаметра, если этот участок обрабатывается под посадку детали.

Применение буртиков, выполненных за одно целое с валом, невыгодно, так как ведет к излишней обточке или требует высадки.

Если требуется устройство упора на гладком валу, то при небольших осевых усилиях применяют установочные кольца на винтах или штифтах (см. рис. 35, л) или пружинящие кольца, а

2. Размеры уступов на валу для упора колец подшипников качения в мм

Координата фаски			Радиус закругления вала	Подушечка вала			Высота заплечика вала h_{\min}
$r_{\text{ном}}$	r_{max}	r_{min}		t	r_2	b	
0,2	0,4	0,1	0,1				1
0,3	0,5	0,2	0,2				
0,4	0,7						
0,5	0,8	0,3	0,3				2 2,5
0,8	1,2	0,5	0,5				
1,0	1,5	0,7	0,6				
1,2	1,7	0,9	0,8				3
1,5	2,1	1,1	1,0	0,2	1,3	2	
2,0	2,7	1,3		0,3	1,5	2,4	
2,5	3,3	1,8	1,5	0,4	2	3,2	3,5
3,0	4,0	2,3	2,0	0,5	2,5	4	4,5
3,5	4,5	2,5					
4,0	5,2	3,0	2,5	0,6	3	4,7	7
5,0	6,3	3,7	3,0				4
6,0	7,5	4,7	4,7	0,7	5	7,4	11
8,0	10,0	6,0	5,0				6
10,0	12,5	7,5	6,0	0,7	7	10	18
12,0	15,0	9,5	8,0				8
15,0	19,0	12,0	10,0	0,7	9	12,5	28
18,0	23,0	14,0	12,0				10

при больших осевых усилиях кольца надевают на гладкий вал в горячем состоянии; запрессовка в таких случаях применима только при условии, что кольцо расположено в конце вала, так как иначе перемещение кольца с натягом по длинному участку вала приведет к порче поверхностей вала и кольца и к ослаблению посадки.

При посадке на вал деталей, не передающих крутящего момента (промежуточных зубчатых колес, опорных катков и др.), следует избегать бесполезных шлицевых и шпоночных

соединений с валом. На рис. 38, а показаны рекомендуемые конструкции осей промежуточных зубчатых колес или сателлитов планетарных передач.

Там, где это возможно, целесообразно разгрузить вал от кручения, соединяя насаживаемые на вал детали при помощи скручиваемой втулки (рис. 38, б). В такой конструкции вал работает только на изгиб, так как крутящий момент передается через скручиваемую втулку.

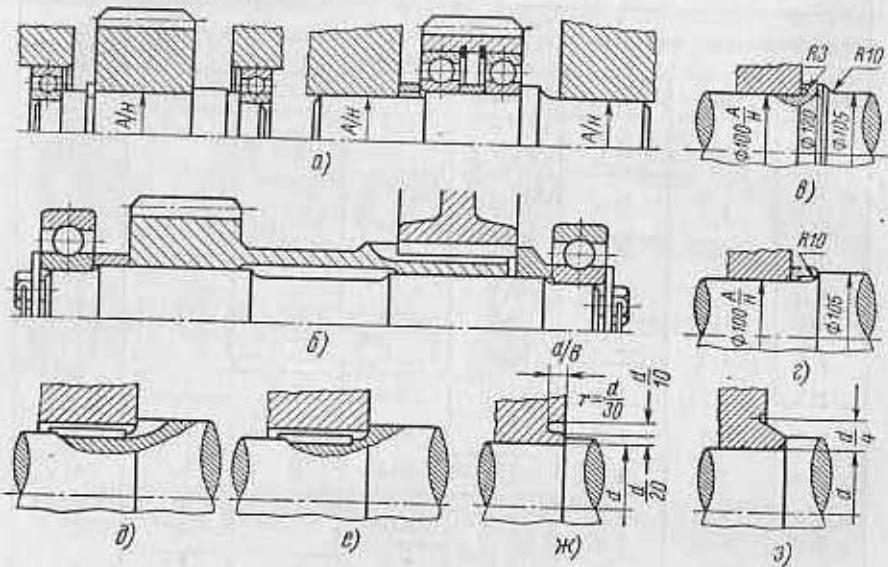


Рис. 38.

а — оси промежуточных зубчатых колес; б — вал, разгруженный от кручения; в — поднутрение вала на уступ; г — дистанционное кольцо на галтели; разновидность шпоночных пазов; д — выполненный дисковой фрезой; е — выполненный пальцевой фрезой; ж — разгружающая выточка в ступице; фасонная ступица

Выносливость вала (прочность при переменных во времени напряжениях — см. гл. 4) в большой степени зависит от его конструктивных форм в местах перехода между ступенями и в местах шлицев, пазов, отверстий и др. Эта зависимость объясняется тем, что в таких переходах возникает концентрация напряжений изгиба и кручения.

По данным статистики выхода из строя вагонных осей [67] следует, что случаи отбраковки осей распределяются в связи с различными причинами следующим образом (за 100% принято общее количество бракуемых осей): по предельному износу шеек 40%; по трещинам в шейках 5%; по трещинам в подступичной и средней частях оси 40%; прочие 15%; т. е. за счет усталостных явлений отбраковывается не менее 40% осей.

Для повышения выносливости валов применяют различные приемы конструктивного усовершенствования и технологического упрочнения.

Улучшение конструкции заключается в применении более рациональной формы, обеспечивающей снижение концентрации напряжений в местах перехода из одного сечения вала в другое.

Переходы из поперечного сечения диаметра d в поперечное сечение диаметра D с помощью галтели (выкружки) следует делать с возможно большим радиусом галтели, так как коэффициент концентрации напряжения увеличивается с уменьшением отношения радиуса r галтели к диаметру d вала (оси). При величине $\frac{r}{d}$ менее 0,1 возникают значительные концентрации напряжений (с коэффициентом 2 и выше).

С целью снижения концентрации напряжений применяют также эллиптические галтели и галтели, очерченные по двум сопряженным круговым дугам.

В тех случаях, когда по тем или иным конструктивным соображениям приходится назначать малые радиусы галтелей, рекомендуется делать поднутрение вала в уступ (рис. 38, в) или в уступ и в вал, или ставить дистанционное кольцо (рис. 38, г), одновременно используя поднутрение в вал для выхода шлифовального круга.

На рис. 38, д и е показаны два типа шпоночных пазов; в случае выполнения паза пальцевой фрезой переход получается резким, в виде уступа, и коэффициент концентрации напряжений изгиба значительно выше, чем при выполнении паза дисковой фрезой (переход имеет плавную форму).

Шлицы, выполненные с закруглением в месте перехода от выступа к впадине (см. рис. 38, д), дают значительно меньший коэффициент концентрации, чем шлицы с резким переходом (см. рис. 38, е).

Крепление деталей на валу с помощью стопорных винтов, установочных гаек, упругих (врезных) колец и т. п. увеличивает концентрацию напряжений, а следовательно, снижает выносливость вала. Поэтому следует избегать таких способов крепления, заменяя их осевым креплением.

В тех случаях, когда не удается избежать отверстий под стопорные (установочные) винты или штифты, резьб под гайки, канавок под упругие кольца и т. п., следует принимать всевозможные меры для снижения концентрации напряжений в этих местах.

Повышение прочности вала конструктивным путем в местах расположения поперечных отверстий можно выполнить следующими способами: раззенковать отверстие, снять лыску по отверстию, запрессовать в отверстие бронзовую (из материала с

крупнейшим модулем (спусто) втулку. Эти меры снижают концентрацию напряжений на 20—40% и более.

Резьба сильно увеличивает концентрацию напряжений. Коэффициент концентрации напряжений для резьбы существенно зависит от радиуса закругления во впадине между ее витками. Поэтому для высоко напряженных валов, если нельзя избежать резьбы, рекомендуется применять специальную резьбу с радиусом закругления $r = (0,15 \div 0,2)t$, где t — шаг резьбы.

Выше были описаны случаи концентрации напряжений в связи с формой переходов сечений вала. Причиной концентрации напряжений является также коррозия трения, возникающая в результате переменных деформаций изгиба или кручения, при наличии давления на поверхность вала края насаженной на него детали. При этом концентрация напряжений оказывается особенно сильной в тех случаях, когда деталь посажена на вал с натягом и когда она передает на вал нагрузку.

Для снижения концентрации напряжений у края посаженной детали следует снижать жесткость ступицы этой детали (у края ступицы), применяя разгружающие выточки (рис. 38). С этой же целью делают фасонные втулки, утоняющиеся к концам (рис. 38). Эти меры снижают концентрацию напряжений на 15—25%.

Показанная на рис. 38, ж толщина края ступицы у выточки, составляющая $0,05 d$, выбрана не случайно. Дело в том, что при наличии выточки максимум давления между валом и напрессованной на него ступицей переходит от сечения по краю ступицы в сечение по дну выточки. При этом слишком толстый край ступицы вообще не дает достаточного снижения давлений, а слишком тонкий край ступицы приводит к излишне высокой концентрации давлений в сечении по дну выточки.

Заметно влияет на выносливость вала чистота его поверхности в опасных сечениях, особенно в местах концентрации напряжений.

Методы технологического упрочнения освещены ниже — в связи с рассмотрением вопросов о выборе материалов и термообработки.

В зависимости от типа опор вала (качения или скольжения) конструкция цапф должна быть различной.

Диаметр цапф для подшипников скольжения надо выбирать в зависимости от требуемых прочности и жесткостью вала и габаритных размеров всей конструкции. Для надежности подшипника скольжения обычно выгодно увеличивать диаметр цапфы; однако цапфами являются концевые участки вала и по условиям сборки их выполняют меньшими по диаметру, чем средние участки вала.

С целью уменьшения износа цапф их подвергают термической или химико-термической (закалке поверхности, цементации,

азотированию) обработкой, оставляя вязкой сердцевину. Особенно это относится к подшипниковым узлам, работающим с загрязненной смазкой, где характерным является абразивный износ.

Если вал имеет опоры качения, то размеры шеек вала под подшипник по диаметру и по длине определяются размерами выбранного подшипника. Чистоту поверхности мест посадки шарико- и роликоподшипников назначают по ГОСТу 3325—55 для подшипников классов точности Н и П — не ниже $\gamma 8$.

Посадки шарико- и роликоподшипников нормальной и повышенной точности на валы (оси) предусматриваются ГОСТом 3325—55. Посадка внутреннего кольца подшипника на вал осуществляется по системе отверстия. Характер сопряжения подшипника с валом и выбор той или иной посадки зависят от направления и характера действующих на подшипник нагрузок: от того, вращается или не вращается внутреннее кольцо подшипника, постоянна ли нагрузка по направлению или нагрузка вращается вместе с валом, все ли шарики (ролики) или только часть их воспринимают нагрузку. Более подробно вопросы посадки на валы подшипников качения рассмотрены в работе [3].

Крепление внутренних колец подшипников качения на валу в осевом направлении осуществляется теми же способами, что и крепление зубчатых колес, звездочек и т. п. Типовые способы крепления подшипников качения на валу и размеры деталей, применяемых для этой цели, приведены в ГОСТах 3130—64, 2832—64*, 2833—65 и в работах [3 и 28].

В процессе работы в результате повышения температуры связанных с валом деталей вал может удлиняться, поэтому крепление вала от осевого перемещения должно быть выполнено так, чтобы удлинение вала (точнее, разность между тепловым удлинением вала и тепловым удлинением корпуса) не вызвало заклинивания подшипников и добавочных напряжений.

Способ закрепления вала от осевого перемещения выбирают в зависимости от типа подшипников, устанавливаемых на валу (регулируемые или нерегулируемые), и от условий работы других связанных с валом деталей.

При нерегулируемых подшипниках качения один из подшипников должен быть закреплен в корпусе в осевом направлении, а другой — установлен в корпусе так, что его наружное кольцо может свободно перемещаться в осевом направлении (плавающая опора вала).

Если по условиям работы связанных с валом деталей безразлично, какая из его опор будет закреплена, то в качестве плавающей опоры следует выбирать менее нагруженную.

Если же тепловое удлинение вала может нарушить правильную работу связанных с ним деталей, то в качестве плавающей опоры следует выбирать ту, осевые перемещения которой

меньше сказываются на работе этих деталей. Например, если на конце длинного вала посажено коническое зубчатое колесо, то закреплять следует подшипник, ближайший к этому колесу, так как иначе тепловое удлинение вала может нарушить правильное зацепление зубчатых колес. В этом случае закрепленный подшипник воспринимает и наибольшую радиальную и всю осевую нагрузку.

Для коротких валов, а также для грубых конических передач, это требование не является обязательным.

Регулируемые подшипники качения (радиально-упорные шариковые или роликовые) следует устанавливать так, чтобы тепловое удлинение вала не уничтожило полностью зазор в отрегулированных подшипниках.

Точность обработки цапф (шеек) под подшипники скольжения и качения имеет большое значение. Из различных типов деталей, насаживаемых на валы и оси, к посадкам зубчатых колес предъявляются наибольшие требования по точности центрирования (соосности) участков вала, несущих зубчатые колеса, по отношению к цапфам (шейкам).

Так, допускаемое радиальное биение зубчатого венца, измеряемое как наибольшее радиальное смещение рабочих поверхностей зубьев при повороте колеса на 180° , по отношению к оси вращения зависит от диаметра колеса и класса точности (например, для колес диаметром 100—200 мм биение составляет 0,03—0,5 мм).

Если при этом учесть сложность обработки зубчатых колес по сравнению с обработкой валов, а также то, что биение вала является частью общего (полного) биения зубчатого венца, то допуски на биение валов для наиболее распространенных классов точности должны составлять несколько сотых долей миллиметра, а для быстроходных редукторов, в которых с биением валов и колес связано возникновение динамических нагрузок и вибраций, еще меньше [46].

Повышенные требования к точности изготовления валов вызваны специфическими особенностями зубчатых передач. Для других же насаживаемых на валы деталей (шкивы, звездочки, муфты, кривошипы, кулачки) требуется меньшая точность центрирования, и это необходимо учитывать при конструировании вала, чтобы без надобности не удорожать его изготовление.

Конструктивные элементы коленчатых валов

Коленчатые валы имеют ломаную геометрическую ось, и их можно рассматривать как плоские или пространственные рамы, конструктивные же формы и размеры их зависят от величины хода поршня и давления на поршень, от размеров и числа цилиндров, быстроходности машины и т. д.

Ход поршня S определяет радиус кривошипа вала R , он зависит от инерционных сил в кривошипно-шатунном механизме, т. е. от числа оборотов вала. Тихоходные машины обычно имеют большой ход поршня, при большом числе оборотов ход поршня существенно уменьшается. У судовых двигателей большой мощности ход поршня S (в мм) составляет 800—1250; у авиационных 100—180, у тракторных 130—150, у автомобильных 70—130, у мотоциклетных 50—105.

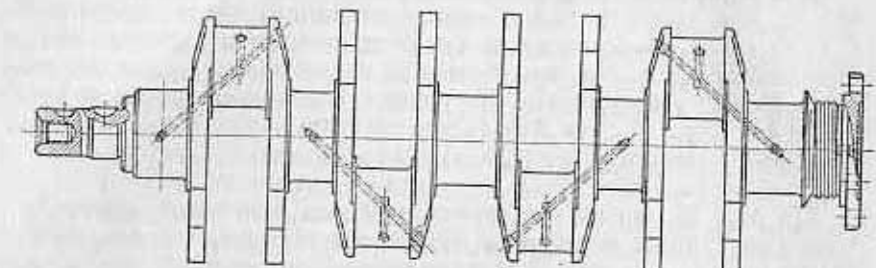
На рис. 39, а показан коленчатый вал дизельного двигателя. Число шатунных шеек вала соответствует числу цилиндров (за исключением двигателей с прицепными шатунами). Число коренных шеек может быть выше числа шатунных на одну у тяжело нагруженных машин, что вызвано требованиями прочности и жесткости вала и условиями смазки коренных подшипников. При небольшом числе цилиндров и малых давлениях газов (карбюраторные двигатели) число коренных шеек может быть уменьшено, что позволяет упростить конструкцию, снизить длину вала, облегчить изготовление и монтаж двигателя.

На рис. 39, б показан семиопорный вал шестицилиндрового двигателя Д-6, колена вала которого расположены под углом 120° . Подобные валы применяют в шестицилиндровых авиационных, автомобильных, судовых и других четырехтактных двигателях. Они весьма чувствительны к износу подшипников и шеек, так как неодинаковое изменение зазоров в подшипниках приводит к изменению распределения нагрузок в многократно статически неопределяемой системе, которую представляет собой многоопорный вал.

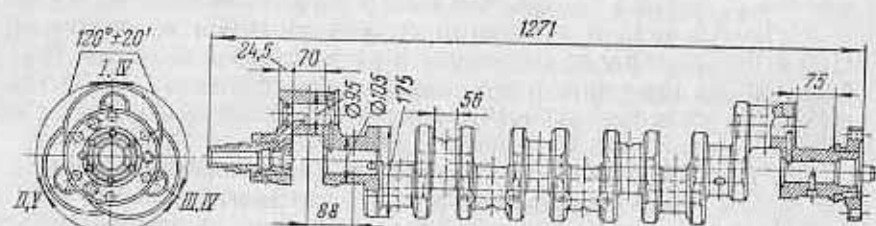
На рис. 39, в показан двухопорный коленчатый вал четырехцилиндрового автомобильного двигателя. В валах такого типа средняя коренная шейка оказывается наиболее нагруженной. В валах с уменьшенным количеством опор жесткость оказывается пониженной и условия смазки коренных подшипников из-за перекосов ухудшаются. В этом случае целесообразно применение подшипников качения. На подшипниках качения монтируют также коленчатые валы звездообразных авиационных двигателей (рис. 40).

Диаметры и длины коренных и шатунных шеек определяют из условий обеспечения нормальной смазки и проверяют последующим расчетом на прочность. Для быстроходных дизельных двигателей некоторые статистические данные по соотношению между диаметром коренной шейки d_k и диаметром цилиндра D приведены на рис. 41 [77].

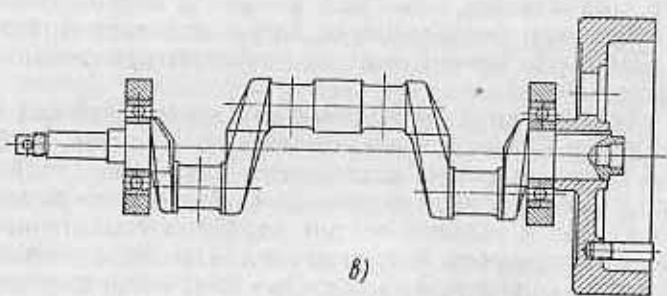
Коленчатые валы изготавливают обычно посредствомковки или штамповки. Валы небольших размеров предпочтительнее штамповать в закрытых штампах с получением волокон поковок, направленных вдоль контура вала. В этом случае при последующей механической обработке волокна не перерезаются и обес-



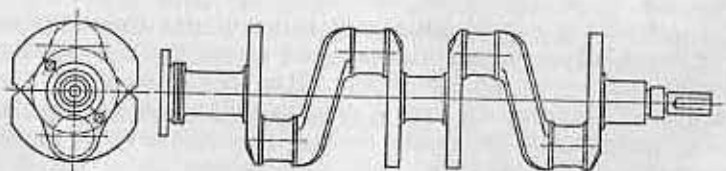
a)



b)



b)



a)

Рис. 39:

a — коленчатый вал дизельного двигателя с пятью коренными шейками; б — семиопорный коленчатый вал шестицилиндрового двигателя; в — трехопорный коленчатый вал; г — коленчатый вал на шарикоподшипниках

печивается наибольшая прочность вала. Более крупные валы получают ковкой или делают составными. На рис. 42, а показана конструкция составного колена вала, когда щеки и шатунная шейка откованы, а коренные шейки запрессованы в щеки с натягом ($0,001 \div 0,00125$) d_k по диаметру, несколько большему, чем

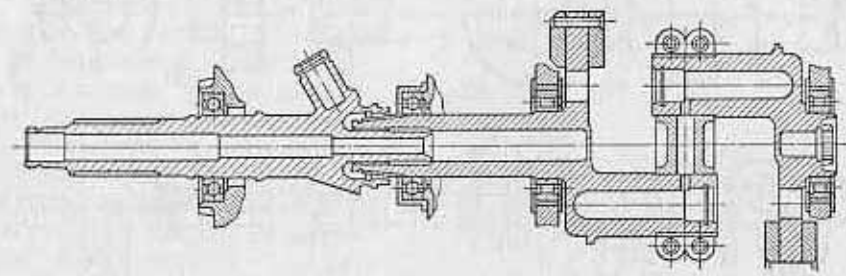


Рис. 40. Коленчатый вал звездообразного двигателя

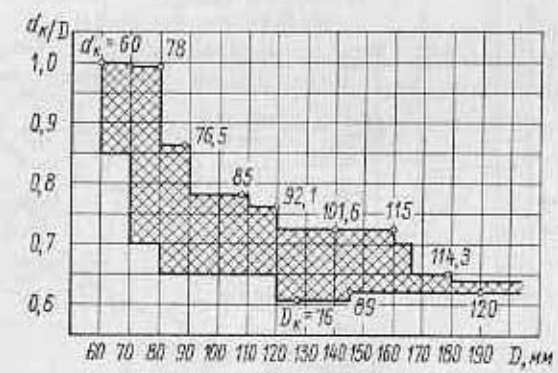


Рис. 41. Соотношение диаметров цилиндра и коренной шейки

диаметр шейки. На рис. 42, б приведена другая конструкция составного колена, образованного посадкой с гарантированным натягом; в щеку запрессованы с натягом и коренная, и шатунная шейки, перемычка в щеке в этом случае должна составлять не менее одной трети диаметра отверстия под шейку. На рис. 42, в показан вал с коленами, выполненными подобно предыдущему. На рис. 42, г приведена конструкция составной коленчатой оси паровоза.

В ряде случаев коленчатые валы выполняют составными не только из-за невозможности отковать их целиком, но и из-за удобства сборки. Коленчатые валы двухрядных звездообразных

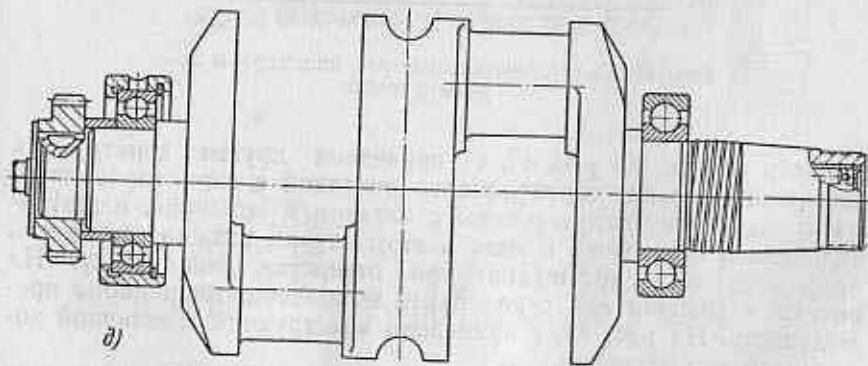
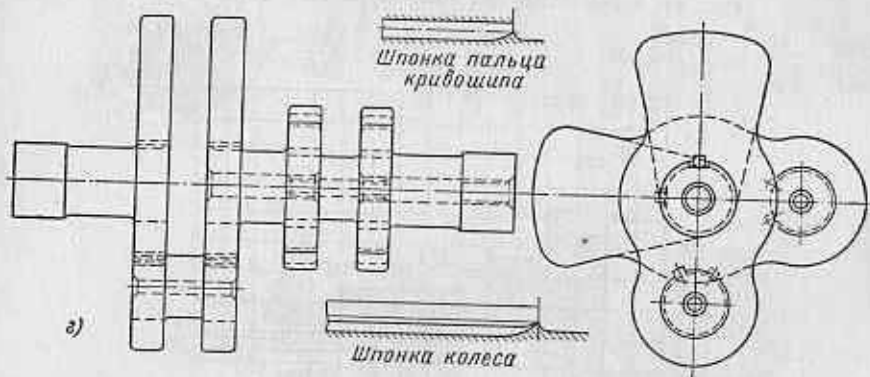
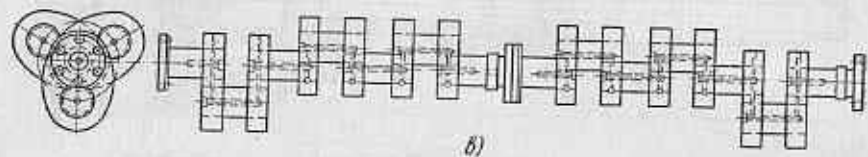
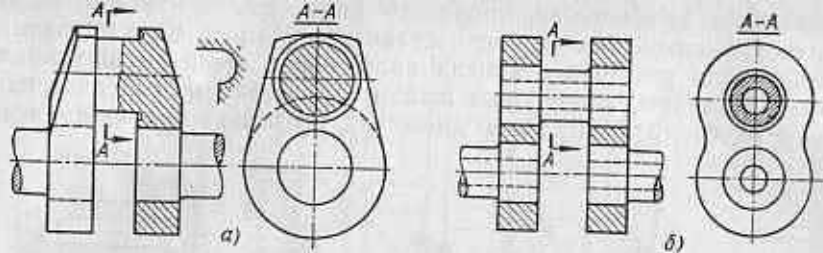


Рис. 42. Составные коленчатые валы:

а — щеки и шатунные шейки; б — шейки запрессованы; в — многоопорный вал; г — ось паровоза; д — двухколенный литой вал

двигателей (см. рис. 40) снабжены разрезными щеками, закрепляемыми на шатунных шейках вала посредством клеммовых соединений. Такие соединения достаточно надежны, обеспечивают удобство сборки вала, возможность использования подшипников качения и ряд других преимуществ.

Применяют также и литые коленчатые валы из специальных чугуна или стали. Они дешевле в изготовлении при сложных конструктивных формах, а многоопорные чугунные валы имеют меньшую чувствительность к изменению зазоров в подшипниках, благодаря меньшей упругости чугуна.

На рис. 42, б показан двухколенный литой вал из вольфрамового чугуна карбюраторного двигателя малой мощности, а на рис. 43 — фрагмент чугунного вала весьма сложной конструктивной формы, обеспечивающей снижение концентрации напряжений. На рис. 44 показаны варианты конструктивного выполнения щеки литых валов, снижающие концентрацию напряжений и обеспечивающие плотность без остаточных термических напряжений.

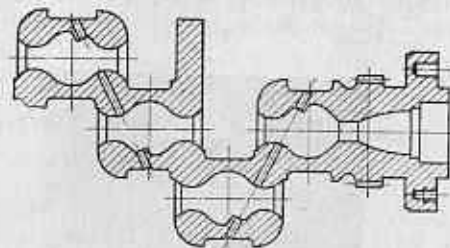


Рис. 43. Фрагмент чугунного вала

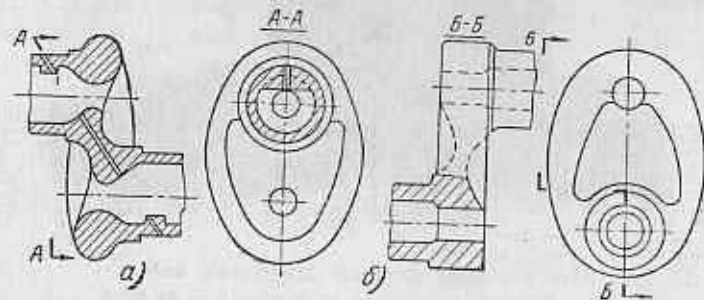


Рис. 44. Варианты конструктивного выполнения литых щек

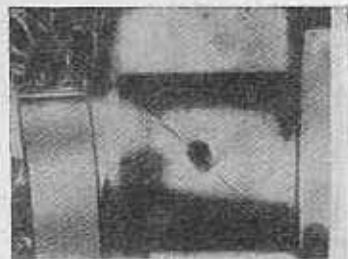
Разрушения коленчатых валов обычно носят выраженный усталостный характер (рис. 45), в связи с чем вопросы концентрации напряжений в них имеют существенное значение. На рис. 45 показаны изломы валов от усталости в наиболее характерных местах.

Общая неравномерность распределения напряжений в коленчатых валах вызвана сложностью их конфигурации. Резкое изменение направления геометрической оси вала приводит к концентрации силовых потоков в углах перехода от щеки к шейке

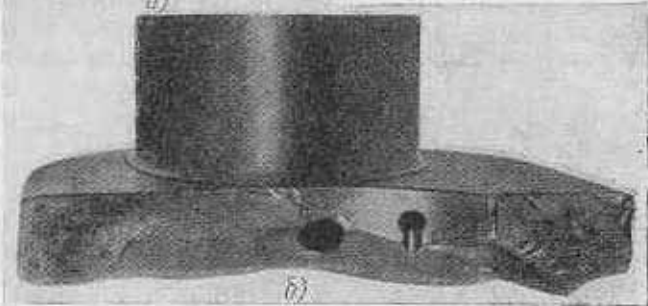
и к неравномерному распределению напряжений. Наклонные щеки выравнивают направление силового потока (рис. 46, а и б), но повышают общую напряженность вала, а также увеличивают продольный габаритный размер двигателя, в силу чего не всегда могут быть использованы.

Местная напряженность в зонах галтелей сопряжения шеек и щеки, отверстия для смазки и т. д. в совокупности с общей неравномерностью распределения напряжений приводит к существенному повышению напряжений в зонах концентрации по сравнению с номинальными. В связи с этим большое значение приобретает рациональный выбор конструктивных форм вала.

Простейшая конструкция кованого или штампованного колена вала со сплошными коренными и шатунными шейками и пря-



а)



б)

Рис. 45. Виды изломов коленчатых валов: а — шейки по смазочному отверстию; б — по щеке

моугольными щеками показана на рис. 47, а. Такие конструкции применяют в малонагруженных валах и в таких машинах, где вес не имеет значения, однако их прочность оказывается пониженной из-за большой концентрации напряжений в местах сопряжения шеек со щеками, а также за счет остаточных напряжений после термообработки и правки.

Весьма эффективным средством уменьшения напряжений в местах сопряжения шеек и щеки является применение полых шеек (рис. 47, б). При этом напряжения в середине щеки падают, в то время как номинальные напряжения повышаются незначительно. В результате прочность вала при изгибе повышается на 20—30%, а при кручении — еще больше. Конструкция с полыми

шейками является также более технологичной в отношенииковки и термической обработки. Бочкообразные отверстия шеек (рис. 47, в), еще более рациональны, так как повышают жест-

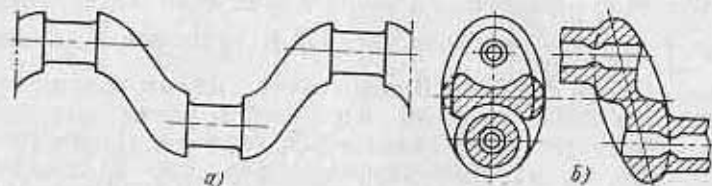


Рис. 46:

а — вал с наклонными щеками; б — литая наклонная щека вала

кость шеек при одновременном увеличении диаметра полости, что приводит к дополнительному снижению напряжений. При этом прочность на изгиб повышается на 10—15%, а на кручение — на 25—30% по сравнению с прочностью вала с полыми небочко-

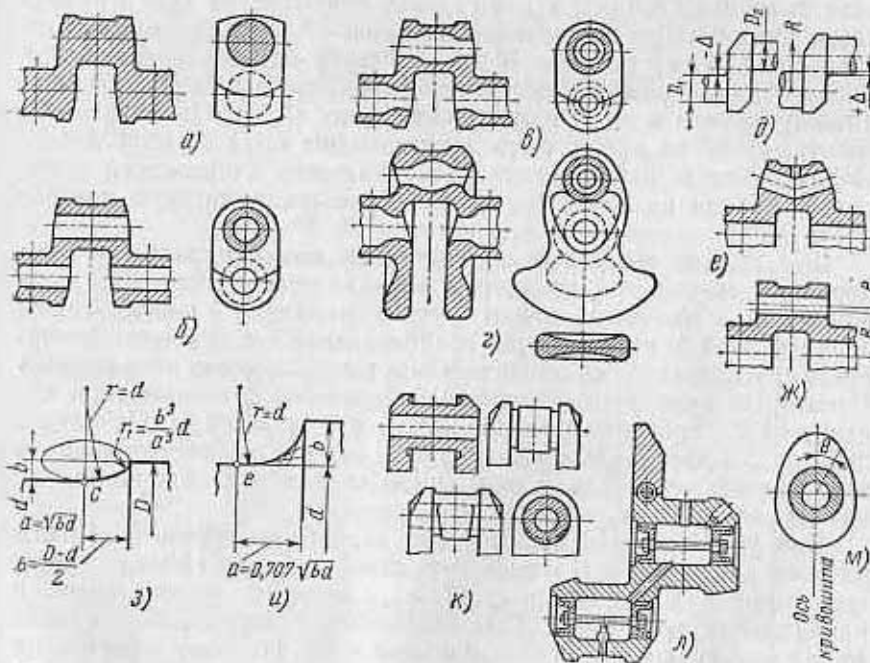


Рис. 47. Формы колена вала:

а — простейшая; б — полые шейки; в — бочкообразные отверстия в шейках; г — перекрытие щеки; д — схема перекрытия шеек; е и ж — канавки в шатунных шейках; з, и, к — галтели сопряжения шеек и щеки; л — сверления под смазочные отверстия в полых шейках; м — схема зоны касательных напряжений в шейке

образными шейками с диаметром, равным диаметру отверстия в щеке.

Существенно увеличивает прочность при изгибе перекрытие шеек, особенно при тонких и узких щеках (рис. 47, з). При степени перекрытия $\frac{\Delta}{d} = +0,2$ (рис. 47, д) снижение напряжений может составить 20—30%. В двигателях с малым ходом поршня, особенно при положительном перекрытии, канал в шатунных шейках приходится делать наклонным (рис. 47, е) или эксцентричным (рис. 47, ж). Эксцентричное сверление предпочтительнее, так как дает возможность еще несколько снизить напряжения в галтели перехода к щеке; снижение это может составить при изгибе около 5%, при кручении около 10%, оптимальная величина относительного эксцентриситета составляет около $\frac{e}{d} = 0,05$.

Для снижения концентрации напряжений в зонах галтелей коленчатых валов могут быть использованы те же приемы усовершенствования конструкций, что и для прямых валов. В ответственных случаях, когда галтель описывается двумя радиусами, применяются эллиптическая (рис. 47, з) или параболическая (рис. 47, и) галтели. В этих случаях сильно уменьшается рабочая длина шейки и более целесообразно выполнять галтель с поднутрением в щеку или в шейку (рис. 47, к). Поднутрение в тонкую щеку не может быть использовано из-за ее ослабления. Поднутрение в шейку может дать снижение напряжений в местах перехода на 20—40%, однако уменьшает опорную поверхность шейки.

Для смазки шатунных подшипников масло подается через коренные шейки под давлением через вкладыши коренных подшипников, в шатунные шейки — через сверления в щеках. Таким образом, шейки оказываются ослабленными поперечными отверстиями, вызывающими значительную концентрацию напряжений. Некоторые варианты выполнения сверлений в сплошных и полых шейках приведены на рис. 39, а; 43; 44, а; 47, л. Полости в шейках обычно закрывают заглушками, масло, поступающее в них, центрифугируется и очищенное вводится в подшипник через запрессованную в отверстие трубку.

Для эффективной смазки масло должно поступать в области низкого давления, и с этой целью отверстия для смазки делают под углом $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ (рис. 47, м), который отсчитывают в направлении вращения вала. Наименьшие касательные напряжения возникают при угле θ , близком к 90° . Поэтому в шатунной шейке отверстия часто располагают перпендикулярно плоскости колена. В ряде случаев из технологических соображений отверстия выполняют под углом к оси шейки, что приводит к увеличению концентрации напряжений, и угол наклона оси отверстия не

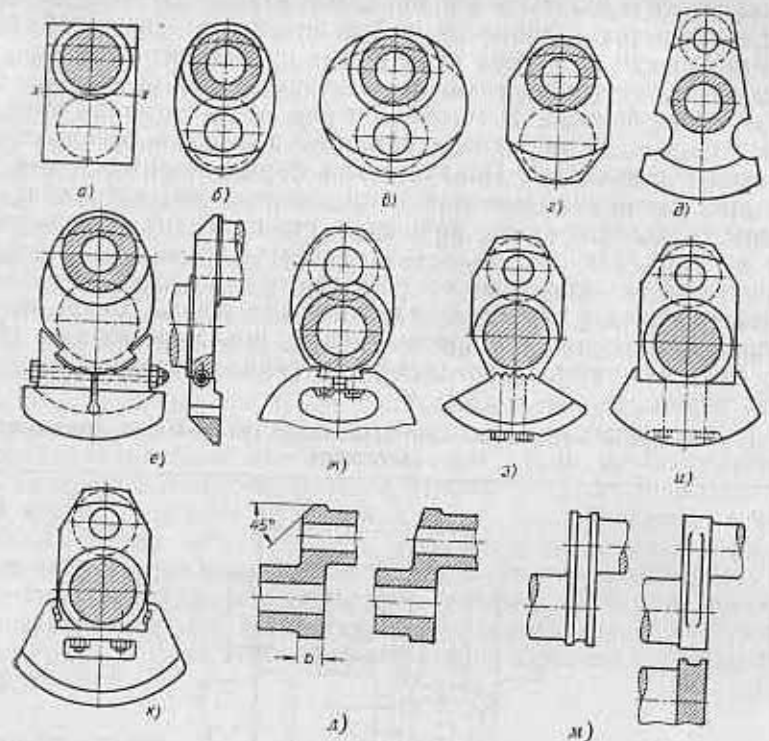


Рис. 48. Конструктивные формы шеек

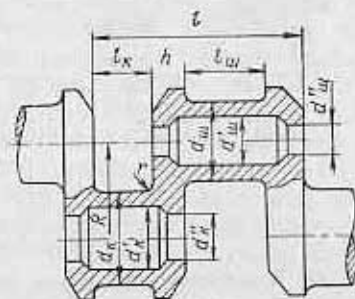
Форма шейки	А	Б	В	Г	
Сечение шейки					
Форма шейки	А	Б	В	Г	Е
	Сечение а)	Сечение б)	Сечение в)	Сечение г)	Сечение е)
	4,5	8,35	8,4	6,4	14,25
		11,80			13,8
		13,35			14,7
		14,25			15,8

Рис. 49. Сравнительные данные по пределам усталости при кручении (в кг/мм²) для различных конструктивных форм колена

рекомендуется делать более 30°. Оптимальное соотношение диаметра отверстия к диаметру шейки принимают равным 0,08.

Разрушение от изгиба вала может происходить по щеке, поэтому относительные размеры и конструктивные формы щек могут иметь большое значение. На рис. 48, а показана простейшая форма щеки, обработка которой сводится к фрезерованию плоских поверхностей. Однако такая форма невыгодна, так как большое количество металла сосредоточено вне зоны опасного сечения и удалено от оси вращения, что приводит к увеличению сил инерции. На рис. 48, б—г показаны более рациональные формы щек без противовесов, из которых наилучшей по весовым характеристикам является эллиптическая щека. Щеки, выполненные за одно целое с противовесами, показаны на рис. 48, д, а с противовесами, закрепленными разнообразными способами — на рис. 48, е—к.

3. Усредненные параметры коленчатых валов судовых и авиационных двигателей



Ширина щеки b

Основные параметры вала	$\frac{d_{ш}}{d_k}$	$\frac{l}{d_k}$	$\frac{l_k}{d_k}$	$\frac{l_{ш}}{d_k}$	$\frac{R}{d_k}$	$\frac{b}{d_k}$
Авиационные рядные двигатели	0,8—0,85	1,7—1,9	0,5—0,6	0,65—0,8	0,8—1	1,2—1,5
Судовые двигатели	1	2,4—2,6	0,7—0,8	0,7—0,8	1,15—1,2	1,5—1,7
Основные параметры щеки	$\frac{h}{d_k}$	$\frac{r}{d_k}$	$\frac{d'_k}{d_k}$	$\frac{d'_ш}{d_{ш}}$	$\frac{d''_k}{d_k}$	$\frac{d''_{ш}}{d_{ш}}$
Авиационные рядные двигатели	0,22—0,28	0,05—0,07	0,65—0,80	0,60—0,75	0,5—0,8	0,45—0,75
Судовые двигатели	0,45—0,5	0,05—0,07	0,8	0,7	0,6	0,5

Жесткость щеки существенно влияет на характер распределения напряжений в местах сопряжений с шейкой. Для уменьшения веса при сохранении прочности и жесткости щеки могут быть выполнены со скосами по ширине (рис. 48, л) или канавками по толщине щеки (рис. 48, м).

На рис. 49 приведены сравнительные данные по экспериментально полученным пределам усталости при кручении при различных конструктивных формах коленчатого вала из стали с пределом прочности $\sigma_b = 67 \text{ кг/см}^2$ [18], из которых видно существенное влияние формы щек на прочность.

При предварительном выборе конструктивных форм колена вала можно руководствоваться некоторыми средними соотношениями, полученными в результате рассмотрения большого количества конструкций коленчатых валов.

В табл. 3 приведены такие усредненные соотношения для конструктивных параметров коленчатых валов авиационных [1] и судовых двигателей. Эта таблица, естественно, не отображает всего разнообразия соотношений размеров, установленных практикой конструирования коленчатых валов, но облегчает предварительный выбор относительных размеров колена, имея в виду случаи конструирования при необходимости экономии в весе и габаритных размерах, не считаясь со стоимостью и сложностью технологии, и случаи, когда стоимость материала, сложность технологии и т. п. не менее важны, чем требования по габаритным размерам и весу.

Материалы валов

В качестве материала для изготовления валов и осей используют в основном сталь углеродистую (преимущественно марок 30, 40, 45 и 50) и легированную (марок 40X, 40XH, 40XHMA и 18XHBA), применяемую главным образом в виде проката или поковок и значительно реже в виде стального литья. Стальное литье обладает более низким уровнем прочности, однако имеет ряд технологических преимуществ и в ряде случаев более дешево: изготовление крупных полых валов методом центробежного литья оказывается весьма рациональным. Валы очень большого диаметра выполняют иногда сварными из труб или листов с приварными или насадными фланцами. В табл. 4 приведены некоторые необходимые для расчета механические характеристики марок сталей, наиболее употребительных для изготовления валов в зависимости от диаметра заготовок и твердости после термической обработки.

Углеродистую сталь подвергают нормализации. Неответственные и малонапряженные валы и оси, а также трансмиссионные валы можно изготавливать из стали марок Ст. 3, Ст. 4 и Ст. 5 (ГОСТ 380—60*).

4. Механические характеристики материалов валов и осей

Марка стали	Диаметр заготовки в мм	Твердость НВ по мяске	σ_B в кг/см ²	σ_T в кг/см ²	τ_B в кг/см ²	σ_{-1} в кг/см ²	τ_{-1} в кг/см ²	ψ_0	ψ_T
Ст.5	Любой	190	5 200	2800	1500	2200	1300	0	0
45	Любой	200	5 600	2800	1500	2500	1500	0	0
	120	240	8 000	5500	3000	3500	2100	0,1	0
	80	270	900	6500	3900	3800	2300	0,1	0,05
40X	Любой	200	7 300	5000	2800	3200	2000	0,1	0,05
	200	240	8 000	6500	3900	3600	2100		
	120	270	9 000	7500	4500	4100	2400		
40XН	Любой	240	8 200	6500	3900	3600	2100	0,1	0,05
	200	270	9 200	7500	4500	4200	2500		
20	60	145	4 000	2400	1200	1700	1000	0	0
20X	120	197	6 500	4000	2400	3000	1600	0,05	0
12XНЗА	120	260	9 500	7000	4900	4200	2100	0,1	0,05
12X2Н4А	120	300	11 000	8500	5900	5000	2500	0,15	0,1
18XГТ	60	330	11 500	9500	6650	5200	2800	0,15	0,1
30XГТ	Любой	270	9 500	7500	5200	4500	2600	0,1	0,05
	120	320	11 500	9500	6650	5200	3100	0,15	0,1
	60	415	15 000	12 000	8400	6500	3300	0,2	0,1
25X2ГНТ	200	360	15 000	12 000	8400	6500	3300	0,2	0,1

Примечание. Характеристики даны в зависимости от диаметра заготовки и твердости и относятся к малым образцам (ϕ 7—10 мм), вырезанным вблизи поверхности заготовки. Вместо режима термообработки дается твердость НВ, соответствующая определенной термообработке.

Из-за отсутствия опытных данных некоторые величины предела выносливости при изгибе σ_{-1} или кручении τ_{-1} вычислены в зависимости от предела прочности σ_B по формулам $\sigma_{-1} = |0,42 \pm 0,46| \sigma_B$; $\tau_{-1} = |0,54 \pm 0,60| \sigma_{-1}$.

Легированную сталь используют при необходимости ограничить вес и габаритные размеры вала, повысить стойкость шлицевых соединений. Их применение может быть оправдано также определенными конструктивными соображениями (прочность зубьев, нарезаемых непосредственно на валу; особые требования к качеству поверхностных слоев на отдельных участках вала).

Коленчатые валы из углеродистой стали (марок Ст. 35 и Ст. 45) изготовляют главным образом для тихоходных судовых и автотракторных двигателей, для быстроходных двигателей такого класса используют легированную сталь марок 40X, 40Н,

с поверхностной закалкой шеек. Весьма напряженные коленчатые валы авиационных двигателей изготовляют из высокопрочной легированной стали марок 40XНМА и 18XНВА; применяют химико-термическую обработку. Марку легированной стали и вид термической или химико-термической обработки выбирают в соответствии с требуемыми показателями прочности и износостойкости.

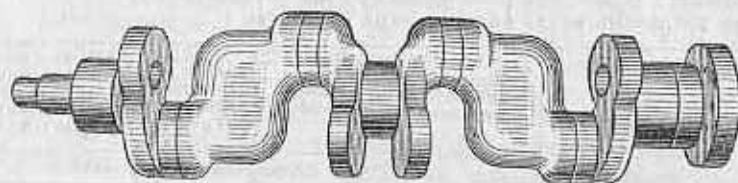
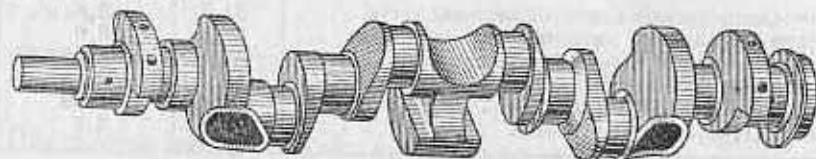


Рис. 50. Формы литых коленчатых валов

В последнее время получило распространение литье валов из стали, чугуна с шаровидным и пластинчатым графитом и модифицированного чугуна. Литье дает возможность получать совершенные конструктивные формы без дополнительных затрат на обработку (особенно в коленчатых валах, рис. 50).

5. Механические свойства чугуна с шаровидным графитом

Содержание феррита в %	σ_B	σ_T	τ_B	σ_{-1}
	в кг/мм ²			
5	80	60	70	33
45	67	43	56	28
80	50	36	44	26
90	50	34	40	25
100	48	32	37	24

В табл. 5 приведены некоторые механические характеристики чугуна с шаровидным графитом в зависимости от содержания феррита в структуре чугуна. Меньшая прочность чугуновых валов в некоторой степени компенсируется меньшей чувствительностью чугуна к концентрации напряжений. Из табл. 6 видно, что сопротивление литых валов не уступает прочности кованных, хотя предел прочности материала последних существенно выше.

6. Сравнительные характеристики усталостной прочности коленчатого вала (диаметр шейки 48 мм, радиус галтели 6,1 мм) [18]

Материал вала	σ_{-1}	Минимальная усталостная прочность
	в кг/мм ²	
Низколегированный модифицированный чугун . . .	34,6	5,9
Чугун с игольчатой металлической основой . . .	33,0	6,6
Магнеливый чугун в литом состоянии . . .	80,3	7,8
Графитизированная сталь литая . . .	56,7	9,13
Сталь (0,5%; 0,1%; 0,2% С) . . .	102,4	8,63
Сталь (1,9%; 0,9%; 0,3% С) . . .	129,1	8,2

7. Коэффициент упрочнения (повышения предела усталости) валов при различных видах поверхностной обработки [75]

Вид поверхностной обработки	Предел прочности сердцевинным σ_c в кг/мм ²	Гладкие валы	Валы с малой концентрацией напряжений $k_\sigma < 1,5$	Валы с большой концентрацией напряжения $k_\sigma = 1,8-2,0$	Коэффициент упрочнения β
Т. в. ч.*	80—110	1,3—1,5	—	—	
Азотирование**	90—120	1,1—1,25	1,5—1,7	1,7—2,1	—
Цементация	40—60	1,8—2,0	3	—	
	70—80	1,4—1,5	—	—	
	100—120	1,2—1,3	2	—	
Дробеструйный наклеп***	60—150	1,1—1,25	1,5—1,6	1,7—2,1	—
Накатка роликом****	—	1,1—1,3	1,3—1,5	1,6—2,0	

* Данные получены на лабораторных образцах диаметром 10—20 мм при глубине закаленного слоя (0,05—0,20) d . Для валов больших размеров упрочнение несколько меньше.
 ** Меньшие значения при глубине азотированного слоя 0,01 d , большие значения при глубине азотированного слоя 0,03—0,04 d .
 *** Данные получены на образцах диаметром 8—40 мм. Меньшие значения — при меньших скоростях обдува, большие — при больших.
 **** Данные получены на образцах 17—130 мм.

Сопротивление усталости валов в ряде случаев может быть существенно повышено за счет технологического упрочнения материала вала путем химико-термической обработки (азотирования, цементации, цианирования), поверхностной закалки, наклепа поверхностного слоя, обкатки роликами, обдувки дробью и т. д. Влияние методов упрочнения приведено в табл. 7, где показано, во сколько раз увеличивается предел усталости вала при использовании того или иного метода упрочнения. Эффективность поверхностного упрочнения существенно зависит от правильности технологии обработки (обезуглероживание слоя при цементации, появление закалочных трещин при закалке т. в. ч. и т. д. могут вызвать снижение сопротивления усталости вала).

Глава 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ И НОМИНАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Приведение нагрузок, действующих на вал

При расчете валов в большинстве случаев принимают нагрузки, действующие на вал от сопряженных с ним деталей (рис. 51), в виде сосредоточенных сил и моментов, что идет в запас прочности. При этом определение усилий в вале и перемещений в нем упрощается.

В действительности нагрузки передаются на вал не в виде сосредоточенных сил, а в виде сил, распределенных по местам сопряжения вала и деталей, связанных с ним.

Распределение нагрузок по длине ступицы зависит от совместной деформации ступицы и вала под действием внешних нагрузок.

До настоящего времени отсутствует сколько-нибудь достоверная методика определения усилия в вале в месте посадки детали. Поэтому ограничимся рассмотрением рекомендаций для приближенной оценки распределения нагрузок по длине ступицы.

Если деталь сидит на валу с некоторым зазором, то распределение нагрузки, передающейся от детали на вал, может приблизительно характеризоваться эпюрой удельных нагрузок (рис. 52, а) и эпюрой моментов от этой нагрузки.

Если деталь посажена на вал с натягом, то к распределенной нагрузке от внешних сил добавляются передающиеся от детали на вал распределенные усилия, уменьшающие величины изгибающих вал моментов в пределах ступицы (рис. 52, б).

Если жесткость детали велика по сравнению с жесткостью вала, что практически имеет место, когда диаметр D детали превышает диаметр d вала хотя бы в 2 раза, то можно считать, что нагрузка от детали на вал передается в виде двух сосредоточенных сил, расположенных по краям детали (контактной податливостью пренебрегаем).

При посадке жесткой детали с натягом разгрузка вала в результате восприятия усилий деталью может условно характеризоваться сосредоточенными моментами, приближенными по краям детали дополнительно к силам. Однако поскольку нас интересуют наибольшие (определяющие прочность) внутренние

усилия, которые возникают в данном случае по краям детали, то эти сосредоточенные моменты можно при определении внутренних усилий не учитывать.

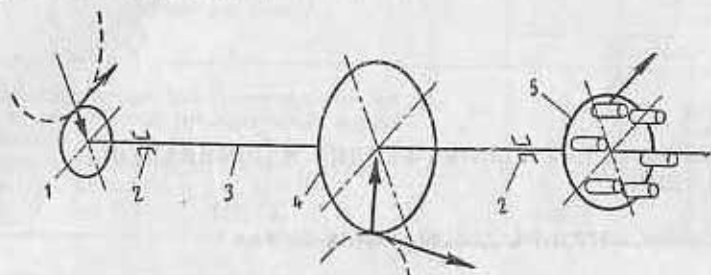


Рис. 51. Схема передачи нагрузок на вал
1 — зубчатое колесо; 2 — опоры; 3 — вал; 4 — зубчатое колесо; 5 — муфта

При весьма малой жесткости детали ($\frac{D}{d} \leq 1,2$), сидящей на валу с зазором и передающей нагрузку, можно считать, что нагрузка действует на вал в виде сосредоточенной силы, если на

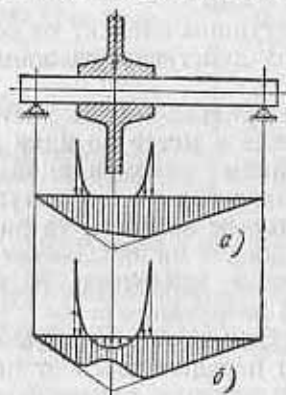


Рис. 52. Нагружение вала от сопряженной детали

деталь она передается через элемент повышенной жесткости (зубчатое колесо и др.). Если деталь малой жесткости сидит на валу с натягом, то можно приближенно учесть восприятие ею части усилия, считая, что нагрузки передаются через нее в виде сосредоточенных сил, приложенных на расстоянии $\frac{1}{3}$ длины детали от ее краев. Если деталь малой жесткости не передает нагрузки (монтажные кольца и трубки и др.), то ее влиянием на распределение усилий в валу можно пренебречь.

В промежуточных случаях жесткости детали ($1,2 d < D < 2d$) можно условно принимать, что при наличии зазора сосредоточенные силы расположены на расстоянии $\frac{1}{3}$ длины b детали от ее краев, а при посадке с натягом — на расстоянии $\frac{1}{5} b$. На рис. 53 показано такое расположение сосредоточенных сил (или моментов).

Расчетная схема вала

При действии поперечных сил и моментов, вызывающих изгиб, вал рассматривается в качестве балки, лежащей на опорах — подшипниках.

Подшипники качения можно при расчете принимать как шарнирные жесткие опоры, если они установлены по одному или по два (при условии их самоустанавливаемости) в опоре. Если два подшипника качения смонтированы в опоре таким образом, что рассчитывать на самоустанавливаемость нельзя, то при составлении расчетной схемы за шарнирные опоры надо принимать только внутренние подшипники [50]. При уточненных расчетах многоопорных валов опоры качения можно рассматривать как шарнирные упругие опоры [49], причем осадку опоры с учетом контактных деформаций в посадочных местах колец определять в зависимости от типа подшипника и его геометрических параметров [50] по формуле

$$\delta = \left[k + \frac{0,1}{bd} \left(1 + \frac{d}{D} \right) \right] R,$$

где R — радиальная нагрузка на подшипник в кГ ;
 d — внутренний диаметр подшипника в см ;
 D — наружный диаметр подшипника в см ;
 b — ширина кольца в см .

Значения коэффициента k в зависимости от типа подшипников определяется по формулам:

для однорядного радиального шарикоподшипника

$$k = \frac{0,7 + 0,2 d}{\sqrt{R}};$$

для цилиндрического роликоподшипника

$$k = 0,32 + 0,0026 d;$$

для конического роликоподшипника (широкие серии)

$$k = 0,019 + 0,0015 d;$$

для конического роликоподшипника (нормальные серии)

$$k = 0,022 + 0,0015 d.$$

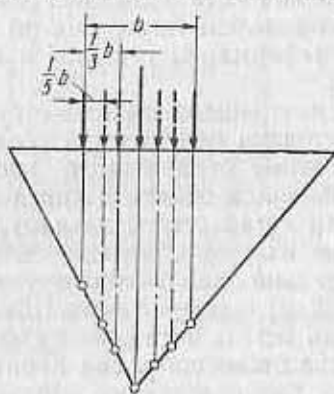


Рис. 53. Схема опор моментов при наличии посаженной детали

усилия, которые возникают в данном случае по краям детали, то эти сосредоточенные моменты можно при определении внутренних усилий не учитывать.

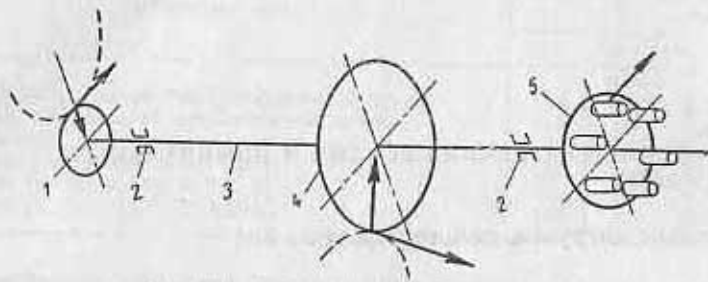


Рис. 51. Схема передачи нагрузок на вал

1 — зубчатое колесо; 2 — опоры; 3 — вал; 4 — зубчатое колесо; 5 — муфта

При весьма малой жесткости детали ($\frac{D}{d} \leq 1,2$), сидящей на валу с зазором и передающей нагрузку, можно считать, что нагрузка действует на вал в виде сосредоточенной силы, если на

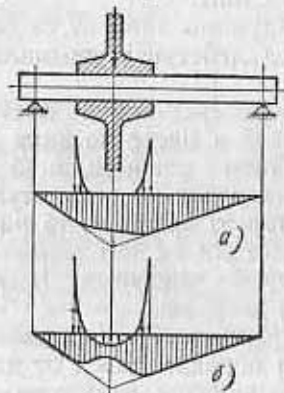


Рис. 52. Нагружение вала от сопряженной детали

деталь она передается через элемент повышенной жесткости (зубчатое колесо и др.). Если деталь малой жесткости сидит на валу с натягом, то можно приближенно учесть восприятие ею части усилия, считая, что нагрузки передаются через нее в виде сосредоточенных сил, приложенных на расстоянии $\frac{1}{3}$ длины детали от ее краев. Если деталь малой жесткости не передает нагрузки (монтажные кольца и трубки и др.), то ее влиянием на распределение усилий в валу можно пренебречь.

В промежуточных случаях жесткости детали ($1,2 d < D < 2d$) можно условно принимать, что при наличии зазора сосредоточенные силы расположены на расстоянии $\frac{1}{3}$ длины b детали от ее краев, а при посадке с натягом — на расстоянии $\frac{1}{5} b$. На рис. 53 показано такое расположение сосредоточенных сил (или моментов).

Расчетная схема вала

При действии поперечных сил и моментов, вызывающих изгиб, вал рассматривается в качестве балки, лежащей на опорах — подшипниках.

Подшипники качения можно при расчете принимать как шарнирные жесткие опоры, если они установлены по одному или по два (при условии их самоустанавливаемости) в опоре. Если два подшипника качения смонтированы в опоре таким образом, что рассчитывать на самоустанавливаемость нельзя, то при составлении расчетной схемы за шарнирные опоры надо принимать только внутренние подшипники [50]. При уточненных расчетах многоопорных валов опоры качения можно рассматривать как шарнирные упругие опоры [49], причем осадку опоры с учетом контактных деформаций в посадочных местах колец определять в зависимости от типа подшипника и его геометрических параметров [50] по формуле

$$\delta = \left[k + \frac{0,1}{bd} \left(1 + \frac{d}{D} \right) \right] R,$$

где R — радиальная нагрузка на подшипник в $\kappa\Gamma$;
 d — внутренний диаметр подшипника в см ;
 D — наружный диаметр подшипника в см ;
 b — ширина кольца в см .

Значения коэффициента k в зависимости от типа подшипников определяется по формулам:

для однорядного радиального шарикоподшипника

$$k = \frac{0,7 + 0,2d}{\sqrt[3]{R}};$$

для цилиндрического роликоподшипника

$$k = 0,32 + 0,0026 d;$$

для конического роликоподшипника (широкие серии)

$$k = 0,019 + 0,0015 d;$$

для конического роликоподшипника (нормальные серии)

$$k = 0,022 + 0,0015 d.$$

Подшипник скольжения при воздействии на него вала, строго говоря, деформируется, поэтому уточненно вал может рассматриваться как балка, лежащая на упругих основаниях. Такие уточненные расчеты необходимы при малой жесткости несущей конструкции [37]. Они могут оказаться необходимыми при установке подшипников скольжения, длина которых превышает несколько диаметров вала (подшипники шпинделей станков, кривошипных валов прессов и др.).

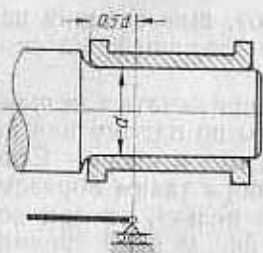


Рис. 54. К определению расчетного пролета вала

Учет влияния упругого опирания вала (шпинделя станка) в подшипнике рассматривался Д. Н. Решетовым [49]. Уточненные расчеты являются весьма трудоемкими из-за сложности определения переменного по длине вала коэффициента жесткости основания. Кроме того, точность такого расчета в силу ряда допущений не будет достаточно высокой. Поэтому опоры скольжения обычных конструктивных параметров при расчете вала как балки можно также принимать как шарнирные опоры, причем место опирания можно принимать на расстоянии $0,5d$, но не более $0,25-0,30$ длины l подшипника от кромки подшипника со стороны пролета (рис. 54).

Статика двухопорных валов

В большинстве случаев расчета валов расчетная схема вала соответствует балке, нагруженной сосредоточенными силами и моментами, вызывающими изгиб, кручение и растяжение (сжатие), и лежащей на шарнирных жестких опорах. Ниже на основе такой расчетной схемы рассмотрены усилия, возникающие от внешних сил в двухопорных валах и в валах, которые могут быть приведены к двухопорным.

Для случая изгиба двухопорного вала поперечными силами и моментами опорные реакции и изгибающие моменты вычисляются по обычным формулам статики и сопротивления материалов.

Если нагрузки, действующие на вал и приведенные к оси вала, расположены в различных плоскостях, то их следует разложить на составляющие, лежащие в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, и в каждой из этих плоскостей определять опорные реакции и внутренние усилия. В тех случаях, когда наибольший угол между плоскостями, в которых лежат нагрузки, не превосходит 30° , можно без особых погрешностей принимать все силы, лежащими в одной плоскости.

Составляющие опорных реакций и внутренних усилий суммируются геометрически, так, что опорные реакции определяют по формулам

$$R_I = \sqrt{R_{Ix}^2 + R_{Iy}^2}, \quad R_{II} = \sqrt{R_{IIx}^2 + R_{IIy}^2},$$

а изгибающие моменты в некотором сечении вала — по формуле

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}.$$

Для упрощения вычислений при геометрическом суммировании моментов можно приближенно полагать эпюру моментов состоящей из линейных участков (рис. 55), что увеличивает запас прочности.

Валы и оси являются деталями с самым разнообразным сочетанием действующих нагрузок, в особенности рабочие валы технологических машин.

Для статически определимого одноколенного вала в табл. 8 приведены выражения опорных реакций и изгибающих моментов в щеках и шейках от радиальной и тангенциальной составляющих сил, действующих на шатунную шейку. Подобную схему можно использовать для расчета вала одноцилиндрового двигателя или компрессора, вала кривошипного пресса, а также в тех случаях, когда неразрезной коленчатый вал рассчитывают по схеме статически определимой балки (см. гл. 6).

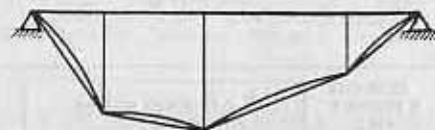


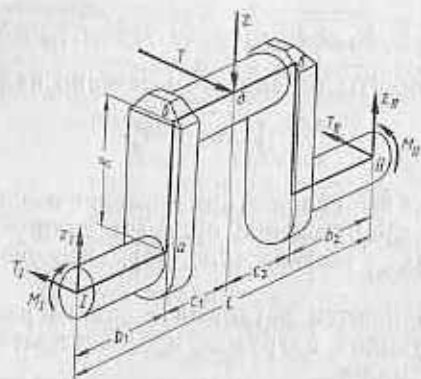
Рис. 55. Спрямолинейная эпюра результирующих моментов

Для случая передачи валом крутящего момента можно приближенно полагать, что при шпоночном и коротком шлицевом ($l \leq d$) соединениях сосредоточенный крутящий момент приложен к валу в середине длины шпонки или ступицы. При длинных шлицевых ступицах следует принимать во внимание деформируемость шлицев по длине, в результате чего крутящий момент по длине сопряжения вала со ступицей возрастает постепенно. Приближенно можно принять, что возрастание крутящего момента по длине ступицы носит линейный характер (рис. 56).

На участках вала, свободных от деталей, передающих или воспринимающих крутящий момент, последний сохраняется постоянным и эпюра его может быть легко построена. Например, как показано на рис. 57, момент воспринимается зубчатой муфтой 4 и передается через зубчатое колесо 1 на привод подачи машины, через зубчатое колесо 2 на привод гидродомкрата и через зубчатое колесо 3 на рабочий вал.

Наряду с силами, связанными с рабочим процессом в машине, на коленчатые валы в ряде случаев действуют силы инерции,

8. Реакция опор, изгибающие и крутящие моменты в одноколенном валу



Моменты и реакции опор	В плоскости колена	В плоскости, перпендикулярной к плоскости, колена
Реакции опор	$Z_I = Z \frac{b_2 + c_2}{l};$ $Z_{II} = Z \frac{b_1 + c_1}{l}$	$T_I = T \frac{b_2 + c_2}{l};$ $T_{II} = T \frac{b_1 + c_1}{l}$
Изгибающие моменты	$M_a = Z \frac{b_2 + c_2}{l} b_1;$ $M_\sigma = M_a;$ $M_\delta = Z \frac{b_2 + c_2}{l} (b_1 + c_1)$ $M_\varepsilon = Z \frac{b_1 + c_1}{l} b_2$ $M_\zeta = M_\varepsilon$	$M_{aиc} = T \frac{b_2 + c_2}{l} b_1;$ $M_{aиc} = M_I;$ $M_{\deltaиc} = T \frac{b_2 + c_2}{l} R + M_I;$ $M_{\deltaиc} = M_{aиc};$ $M_{\varepsilonиc} = T \frac{b_2 + c_2}{l} (b_1 + c_1);$ $M_{\varepsilonиc} = T \frac{b_2 + c_2}{l} R - M_{II};$ $M_{\zetaиc} = T \frac{b_1 + c_1}{l} b_2;$ $M_{\zetaиc} = M_{II}$

Продолжение табл. 8

Моменты и реакции опор	В плоскости колена	В плоскости, перпендикулярной к плоскости колена
Крутящие моменты		$M_{к, I-a} = M_I;$ $M_{к, a-\delta} = T \frac{b_2 + c_2}{l} b_1;$ $M_{к, \delta-\varepsilon} = M_I + T \frac{b_2 + c_2}{l} R;$ $M_{к, \varepsilon-\zeta} = T \frac{b_1 + c_1}{l} b_2;$ $M_{к, II-\zeta} = M_{II}$

Примечание. Индексы и и ц относятся соответственно к шейке и щеке, индексы а, б, а, в, г, д указывают сечения. В плоскости колена изгибающие моменты в соответствующих сечениях шейки и щеки совпадают, поэтому индексы и и ц для моментов в плоскости колена опущены.

вызванные упругими колебаниями системы, элементом которой является вал (например, крутильные колебания).

Продольные силы, действующие на вал, как правило, приложены с некоторым эксцентриситетом относительно оси вала. По-

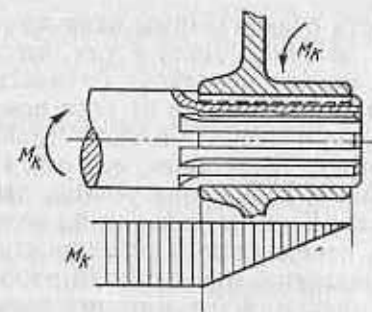


Рис. 56. Распределение крутящего момента по длине шлицевого соединения

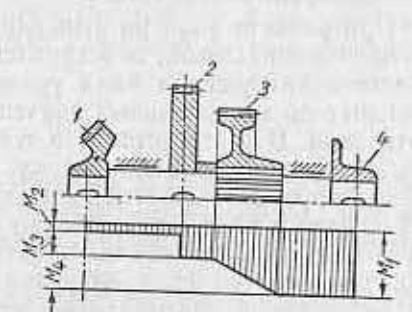


Рис. 57. Эюра крутящих моментов с промежуточным отбором мощности

этому, помимо растяжения (сжатия), вал изгибается под действием сосредоточенного момента. Напряжения от растяжения (сжатия) вала весьма малы по сравнению с напряжениями от изгиба, и в большинстве случаев при расчете вала продольными силами можно пренебречь. Аналогично, проверка вала на продольный изгиб от силы сжатия в большинстве случаев показывает весьма высокое значение запаса устойчивости.

Особенности определения усилий в зависимости от характера действия нагрузок

Ранее были рассмотрены нагрузки, действующие на вал, и показано, что расчет на статическую прочность следует производить по наибольшим кратковременным нагрузкам, а на выносливость — по наибольшим длительно действующим нагрузкам. В соответствии с этим, в общем случае необходимо вычислить изгибающие и крутящие моменты и продольные усилия отдельно для наибольших кратковременных нагрузок и отдельно для наибольших из длительно действующих.

В большинстве приводных и редукторных валов наибольшие кратковременные нагрузки пропорциональны длительно действующим; в этом случае для получения значений усилий в вале при действии длительно действующих нагрузок достаточно умножить значения усилий от кратковременных нагрузок на коэффициент пропорциональности, равный отношению длительно действующей нагрузки к наибольшей кратковременной.

При расчете вала на статическую прочность характер изменения нагрузок в зависимости от угла поворота вала существенного значения не имеет, так как статическая прочность определяется максимальным значением усилий, действующих в данном сечении вала. Поэтому при расчете по наибольшим кратковременным нагрузкам следует определять только максимальное значение усилия в сечении.

При расчете вала на выносливость существенным оказывается цикл напряжений, действующих в вале. Дело в том, что в процессе нагружения вала усилия могут меняться от максимальных до минимальных значений в зависимости от угла поворота вала. В соответствии с этим напряжения в вале также изменяются по определенному циклу (подробнее см. гл. 4). Кроме того, оказывается существенным положение усилия, действующего в вале, относительно вала. Если постоянная по величине нагрузка, вызывающая изгиб, неподвижна в пространстве, а вал вращается (т. е. нагрузка вращается относительно вала), то напряжения, вызываемые ею, меняются от максимального значения до минимального, равного максимальному с обратным знаком. Таким образом, постоянная, вращающаяся относительно вала, нагрузка вызывает в нем напряжения, изменяющиеся по симметричному циклу (см. гл. 4). К таким нагрузкам относятся нагрузки от передач (исключая планетарные), весовые нагрузки от маховиков и др.

Если постоянная внешняя нагрузка, вызывающая изгиб, вращается вместе с валом (т. е. неподвижна относительно вала), то напряжения, вызываемые ею, постоянны. К таким нагрузкам относятся нагрузки от дебалансов, от рабочих органов добывающих машин и др.

При совместном действии на вал вращающихся и невращающихся относительно вала нагрузок изгибающий момент от первых дает амплитуду напряжений, а от вторых — среднее напряжение. В соответствии с этим можно назвать момент $M_{\text{ср}}$ от вращающихся относительно вала нагрузок амплитудным значением изгибающего момента M_a , т. е. $M_a = M_{\text{ср}}$, и момент от невращающихся нагрузок $M_{\text{ср}}$ — средним значением изгибающего момента M_m , т. е. $M_m = M_{\text{ср}}$.

Если нагрузка вращается свалом и при этом изменяется по величине в зависимости от угла поворота от максимального M_{max} до минимального M_{min} значений, то амплитудное и среднее значения момента, пропорциональные амплитудному и среднему значениям напряжений, определяют по формулам

$$M_a = \frac{M_{\text{max}} - M_{\text{min}}}{2};$$

$$M_m = \frac{M_{\text{max}} + M_{\text{min}}}{2}.$$

В более сложных случаях действия наибольших длительно действующих нагрузок, когда в зависимости от угла поворота вала изменяются значения моментов как от вращающихся, так и от невращающихся нагрузок, приходится строить зависимость моментов в выбранном сечении от угла поворота вала (в виде графика или таблицы). Непосредственное определение амплитудного и среднего значений момента в общем случае действия нагрузок представляется затруднительным. В гл. 9 на стр. 264 приведен пример расчета вала для сложного случая действия нагрузок на вал.

Номинальные напряжения

При известных усилиях, действующих в сечениях вала (изгибающих и крутящих моментах и продольных силах), можно определить номинальные напряжения, статически эквивалентные этим усилиям.

Номинальные напряжения от изгиба и кручения в данном сечении вычисляют по формулам

$$\sigma = \frac{M_u}{W_u} + \frac{A}{F}, \quad \tau = \frac{M_k}{W_k},$$

где M_u — изгибающий момент в данном сечении;

M_k — крутящий момент в данном сечении;

W_u — момент сопротивления сечения при изгибе (табл. 9—16);

W_k — момент сопротивления сечения при кручении (см. табл. 9—16);

A — осевая сила;

F — площадь поперечного сечения (табл. 9—16).

9. Геометрические параметры для вала сплошного круглого сечения*

$$W_u = \frac{\pi}{32} D^3; \quad W_K = \frac{\pi}{16} D^3; \quad F = \frac{\pi}{4} D^2$$

D в мм	W _u в см ³	W _K в см ³	F в см ²	D в мм	W _u в см ³	W _K в см ³	F в см ²
20	0,875	1,571	3,14	75	41,4	82,8	44,2
21	0,909	1,818	3,46	78	46,6	93,2	47,8
22	1,045	2,090	3,80	80	50,3	100,5	50,3
23	1,194	2,39	4,15	82	54,1	108,3	52,8
24	1,357	3,71	4,52	85	60,3	120,6	56,7
25	1,534	3,07	4,91	88	66,9	133,8	60,8
26	1,726	3,45	5,31	90	71,6	143,1	63,6
28	2,16	4,31	6,16	92	76,5	152,9	66,5
30	2,65	5,30	7,07	95	84,2	168,3	70,9
32	3,22	6,43	8,04	98	92,4	184,8	75,4
34	3,86	7,72	9,08	100	98,2	196,4	78,5
35	4,21	8,42	9,62	105	113,7	227	86,6
36	4,58	9,16	10,2	110	130,7	261	95,0
37	4,97	9,95	10,8	115	149,8	299	104
38	5,39	10,77	11,3	120	169,6	339	113
40	6,28	12,57	12,6	125	191,7	383	123
42	7,27	14,55	13,9	130	216	431	133
44	8,36	16,73	15,2	135	242	483	143
45	8,95	17,89	15,9	140	269	530	154
46	9,56	19,11	16,6	145	299	599	165
47	10,19	20,4	17,3	150	331	668	177
48	10,86	21,7	18,1	155	366	731	189
50	12,27	24,5	19,6	160	402	804	201
52	13,80	27,6	21,2	165	441	882	214
55	16,33	32,7	23,8	170	482	965	227
58	19,16	38,3	26,4	175	526	1053	241
60	21,2	42,4	28,3	180	573	1145	254
62	23,4	46,3	30,2	185	622	1243	269
65	27,0	53,9	33,2	190	673	1347	284
68	30,9	61,7	36,3	195	728	1456	298
70	33,7	67,3	38,5	200	785	1571	314
72	36,6	73,3	40,7				

* Значения моментов инерции сечений получаются из приведенных в таблице значений моментов сопротивления путем умножения их на наибольшее расстояние от соответствующей оси сечения вала к его центра до наружного контура сечения.

10. Коэффициент пересчета геометрических параметров для полого вала круглого сечения

$$W_u = \xi W_{u, \text{чл}}; \quad W_K = \xi W_{K, \text{чл}}; \quad F = \xi F_{\text{чл}}$$

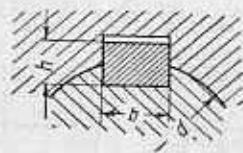
$$\xi_w = 1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4; \quad \xi_F = 1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2$$

d/D	ξ _w	ξ _F	d/D	ξ _w	ξ _F	d/D	ξ _w	ξ _F
0,00	1,000	1,000	0,57	0,895	0,675	0,79	0,610	0,376
0,20	0,998	0,960	0,58	0,888	0,664	0,80	0,590	0,360
0,25	0,996	0,938	0,59	0,879	0,652	0,81	0,569	0,344
0,30	0,992	0,910	0,60	0,870	0,640	0,82	0,548	0,328
0,35	0,985	0,878	0,61	0,862	0,628	0,83	0,526	—
0,40	0,974	0,840	0,62	0,852	0,616	0,84	0,501	0,294
0,41	0,972	0,832	0,63	0,842	0,603	0,85	0,478	0,278
0,42	0,969	0,824	0,64	0,833	0,590	0,86	0,452	0,260
0,43	0,966	0,815	0,65	0,822	0,577	0,87	0,427	0,243
0,44	0,963	0,806	0,66	0,811	0,564	0,88	0,400	0,226
0,45	0,959	0,798	0,67	0,800	0,551	0,89	0,372	0,208
0,46	0,956	0,788	0,68	0,787	0,538	0,90	0,343	0,190
0,47	0,952	0,779	0,69	0,773	0,524	0,91	0,314	0,172
0,48	0,947	0,770	0,70	0,760	0,510	0,92	0,284	0,154
0,49	0,942	0,760	0,71	0,747	0,496	0,93	0,252	0,135
0,50	0,938	0,750	0,72	0,731	0,482	0,94	0,219	0,116
0,51	0,932	0,740	0,73	0,718	0,467	0,95	0,185	0,098
0,52	0,927	0,730	0,74	0,701	0,452	0,96	0,151	0,078
0,53	0,921	0,719	0,75	0,684	0,437	0,97	0,115	0,059
0,54	0,915	0,708	0,76	0,666	0,422	0,98	0,077	0,040
0,55	0,909	0,698	0,77	0,648	0,407	0,99	0,040	0,020
0,56	0,901	0,686	0,78	0,630	0,392	1,00	0,000	0,000

11. Коэффициент пересчета геометрических параметров для вала с поперечным отверстием

$$W_u = \xi_u W_{u, \text{чл}}; \quad W_K = \xi_K W_{K, \text{чл}}; \quad F = \xi_F F_{\text{чл}}$$

d/D	ξ _u	ξ _K	ξ _F	d/D	ξ _u	ξ _K	ξ _F
0,00	1,000	1,000	1,000	0,35	0,475	0,686	0,555
0,05	0,925	0,964	0,936	0,40	0,400	0,630	0,490
0,10	0,850	0,926	0,873	0,45	0,330	0,573	0,426
0,15	0,775	0,884	0,809	0,50	0,270	0,515	0,364
0,20	0,700	0,840	0,746	0,55	0,215	0,458	0,300
0,25	0,625	0,791	0,682	0,60	0,170	0,400	0,285
0,30	0,550	0,740	0,618				



$$W_u = \frac{\pi}{32} d^3 - \frac{bh(2d-h)^2}{16d}; \quad W_k = \frac{\pi}{16} d^3 - \frac{bh(2d-h)^2}{16d};$$

$$F = \frac{\pi}{4} D^2 - \frac{bh}{2}$$

D в мм	bh в мм	W _u в см ³	W _k в см ³	F в см ²
20	6×6	0,655	1,440	2,96
21		0,770	1,680	3,28
22		0,897	1,940	3,62
23		1,038	2,23	3,98
24		1,192	2,55	4,34
25	8×7	1,275	2,81	4,62
26		1,453	3,18	5,03
28		1,855	4,01	5,88
30		2,32	4,97	6,79
32	10×8	2,73	5,94	7,64
34		3,33	7,19	8,68
35		3,66	7,87	9,22
36		4,01	8,59	9,78
37	12×8	4,27	9,24	10,27
38		4,66	10,04	10,86
40		5,51	11,79	12,09
42		6,45	13,72	13,37
44	14×9	7,25	15,61	14,58
45		7,80	16,74	15,27
46		8,38	17,93	15,99
47		8,98	19,17	16,72
48		9,62	20,5	17,47
50	16×10	10,65	22,9	18,84
52		12,10	25,9	20,4
55		14,51	30,8	23,0
58	18×11	16,81	36,0	25,4
60		18,76	40,0	27,3
62		20,9	44,3	29,2
65		24,3	51,2	32,2

D в мм	bh в мм	W _u в см ³	W _k в см ³	F в см ²
68	20×12	27,5	58,4	35,1
70		30,2	63,8	37,3
72		33,0	69,7	39,5
75		37,6	79,0	43,0
78		42,6	89,2	46,6
80	24×14	47,7	95,0	48,6
82		48,4	102,5	51,1
85		54,3	114,6	55,1
88		60,6	127,5	59,1
90		65,1	136,7	61,9
92	28×16	67,9	144,3	64,2
95		75,3	159,4	68,6
98		83,1	175,5	73,2
100		88,7	186,9	76,3
105		108,7	217	84,4
110	32×18	117,4	248	92,2
115		135,2	285	101,0
120		154,8	342	110,2
125	36×20	172,7	364	119,1
130		195,8	412	129,1
135		221	462	139,5
140		248	517	150,3
145	40×22	272	571	160,7
150		303	634	172,3
155		336	702	184,3
160		372	774	196,7
165		409	850	209
170		450	932	223
175	45×25	484	1010	235
180		529	1101	249
185		576	1198	263
190		627	1300	278
195		630	1408	293
200		736	1521	309

13. Геометрические параметры для сечений валов с двумя противоположными шпоночными канавками

$$W_u = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bh(2d-h)^2}{8d}; \quad W_K = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bh(2d-h)^2}{8d};$$

$$F = \frac{\pi}{4} D^2 - bh$$

D в мм	bh в мм	W _u в см ³	W _K в см ³	F в см ²
20	6×6	0,525	1,310	2,78
21		0,631	1,541	3,10
22		0,749	1,792	3,44
23		0,882	2,07	3,80
24		1,027	2,39	4,16
25	8×7	1,016	2,55	4,35
26		1,280	2,91	4,75
28		1,555	3,71	5,60
30		1,995	4,64	6,51
32	10×8	2,24	5,45	7,24
34		2,80	6,66	8,28
35		3,11	7,32	8,82
36		3,44	8,02	9,38
37	12×8	3,56	8,53	9,79
38		3,93	9,31	10,38
40		4,73	11,01	11,61
42		5,62	12,90	12,89
44	14×9	6,13	14,49	13,95
45		6,65	15,59	14,64
46		7,20	16,75	15,36
47		7,77	17,96	16,09
48		8,38	19,24	16,84
50	16×10	9,03	21,3	18,03
52		10,40	24,2	19,64
55		12,69	29,0	22,2
58	18×11	14,46	33,6	24,4
60		16,31	37,5	26,3
62		18,30	41,7	28,2
65		21,6	48,5	31,2

Продолжение табл. 13

D в мм	bh в мм	W _u в см ³	W _K в см ³	F в см ²
68	20×12	24,1	55,0	33,9
70		26,7	60,3	36,1
72		29,4	66,0	38,3
75		33,8	75,2	41,8
78		38,6	85,2	45,4
80	24×14	39,1	89,4	46,9
82		42,6	96,7	49,5
85		48,3	108,6	53,4
88		54,4	121,2	57,5
90		58,7	130,3	60,3
92	28×16	59,3	135,7	62,0
95		66,3	150,5	66,4
98		73,9	166,2	71,0
100		79,2	177,4	74,1
105		—	—	—
110	32×18	104,1	235	89,3
115		121,1	270	98,1
120		140,0	328	107,3
125	36×20	153,7	345	115,5
130		175	392	125,5
135		199,9	441	135,9
140		226	495	146,7
145		40×22	245	544
150	275		606	167,9
155	307		672	179,9
160	341		743	192,3
165	378		819	205
170	417		899	218
175	45×25		441	968
180		485	1057	243
185		531	1153	258
190		580	1253	272
195		632	1360	287
200		687	1472	303



$$W_H = \frac{\pi d^4 - b z (D-d)(D+d)^2}{32 D}$$

$$W_K = \frac{\pi d^4 - b z (D-d)(D+d)^2}{16 D}$$

$$F = \frac{\pi d^2}{4} + b z \frac{D-d}{2}$$

таблица 14. Геометрические параметры для сечений валов со шлицами

d в мм	легкая				средняя				тяжелая									
	D в мм	b в мм	z	W _H в см ⁴	W _K в см ⁴	F в см ²	D в мм	b в мм	z	W _H в см ⁴	W _K в см ⁴	F в см ²	D в мм	b в мм	z	W _H в см ⁴	W _K в см ⁴	F в см ²
11	15	3	4	0,1633	0,327	1,10	14	3	6	0,178	0,356	1,22	20	3	10	0,525	1,050	2,51
13	18	—	—	—	—	—	16	3,5	—	0,279	0,558	1,542	—	—	—	—	—	—
14	18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	20	6	4	0,380	0,76	2,02	20	—	—	0,516	1,032	2,49	20	2,5	—	0,790	1,580	3,30
18	22	—	—	—	—	—	22	4	—	0,741	1,482	3,15	23	—	—	1,131	2,26	4,21
21	25	8	4	0,686	1,372	3,08	22	5	—	1,081	2,162	4,06	26	3	—	1,65	3,30	5,36
23	26	—	—	—	—	—	28	—	—	1,502	3,004	5,06	29	—	—	2,19	4,38	6,51
26	30	6	6	1,102	2,204	4,10	28	6	6	2,10	4,20	5,39	32	4	10	2,72	5,44	7,56
28	32	—	—	—	—	—	34	7	—	2,66	5,32	7,42	35	—	—	—	—	—
32	36	6	7	1,965	3,932	6,03	34	7	—	3,87	7,74	9,48	40	5	—	4,19	8,38	10,04
30	40	7	—	—	—	—	38	6	—	5,06	11,32	11,95	45	—	—	5,71	11,42	12,42
42	46	8	—	—	—	—	42	7	—	8,41	16,82	19,77	52	6	—	8,22	16,44	16,85
46	50	9	8	10,46	20,92	18,06	48	8	—	11,5	23,0	24,5	58	7	—	11,9	23,8	20,1
52	58	10	—	—	—	—	60	10	8	16,13	32,26	34,4	60	5	—	16,9	32,24	24,4
56	62	—	—	—	—	—	65	—	—	19,9	39,8	42,3	65	—	—	19,9	39,8	26,2
62	68	12	—	—	—	—	72	12	—	27,6	55,2	58,5	72	6	—	27,6	55,2	35,0
72	78	—	—	—	—	—	82	—	—	43,0	86,0	90,7	82	7	—	42,3	84,6	46,3
82	88	—	—	—	—	—	92	—	—	60,5	121,0	125,8	92	6	—	56,6	113	58,9
92	98	14	10	81,3	162,6	170,7	102	14	10	85,2	170,4	173,5	102	7	20	85,2	170,4	73,5
102	108	16	—	—	—	—	112	16	—	115,9	230,0	239,6	112	8	—	115,9	230,0	92,1
112	120	18	—	—	—	—	118	18	—	156,3	312,6	319,2	118	9	—	156,3	312,6	110,2

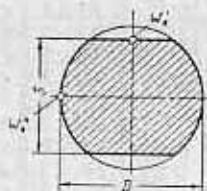
Примечания: 1. Моменты сопротивления W в шлице F сечения вычисляются по нормальным размерам, 2. z — число шлицев.
3. Значения моментов инерции сечений могут быть вычислены по формулам $I_H = W_H \cdot \frac{D}{2}$; $I_K = W_K \cdot \frac{D}{2}$.

15. Моменты сопротивления и площади сечений зубчатых (шлицевых) валов с эвольвентными шлицами (по ГОСТ 6033—51)

Dmz в мм	W _K в см ⁴	W _H в см ⁴	F в см ²	Dmz в мм	W _K в см ⁴	W _H в см ⁴	F в см ²
12×1×11	0,219	0,120	0,934	42×2,5×16	11,26	5,629	12,09
13×1×12	0,312	0,155	1,112	45×2,5×16	14,015	7,008	13,98
15×1×14	0,499	0,249	1,517	50×2,5×18	19,69	9,847	17,49
17×1×16	0,750	0,375	1,985	55×2,5×20	26,74	13,37	21,40
20×1×18	1,260	0,630	2,799	60×2,5×22	35,29	17,65	25,70
22×1×20	1,711	0,856	3,424	65×2,5×24	45,50	22,75	30,39
25×1×24	2,579	1,289	4,484	70×2,5×26	57,52	28,76	35,48
28×1×26	3,681	1,841	5,675	75×2,5×28	71,49	35,75	40,95
30×1×28	4,575	2,288	6,551	80×2,5×30	87,56	43,78	46,815
32×1×30	5,604	2,802	7,496	85×2,5×32	105,9	52,94	53,08
35×1×34	7,429	3,715	9,022	90×2,5×34	126,6	63,30	59,74
38×1×36	9,590	4,795	10,684	95×2,5×36	149,8	74,92	66,78
40×1×38	11,250	5,625	11,875	100×2,5×38	175,79	87,89	74,22
20×1,5×12	1,144	0,572	2,646	110×2,5×42	236,3	118,2	90,27
22×1,5×14	1,558	0,779	3,244	120×2,5×46	309,4	154,7	107,9
25×1,5×16	2,366	1,183	4,274	130×2,5×50	396,2	198,1	127,1
28×1,5×18	3,416	1,708	5,444	55×3,5×14	24,82	12,41	20,52
30×1,5×18	4,254	2,127	6,298	60×3,5×16	33,04	16,52	24,76
32×1,5×20	5,254	2,627	7,232	65×3,5×18	42,64	21,32	29,30
35×1,5×22	6,992	3,496	8,733	70×3,5×18	54,04	27,02	34,29
38×1,5×24	9,077	4,538	10,37	75×3,5×20	67,69	33,845	39,75
40×1,5×26	10,66	5,332	11,54	80×3,5×22	83,14	41,57	45,52
42×1,5×26	12,42	6,213	12,77	85×3,5×24	100,4	50,22	51,59
45×1,5×28	15,44	7,722	14,74	90×3,5×24	120,76	60,38	58,25
50×1,5×32	21,53	10,76	18,35	95×3,5×26	143,4	71,71	65,23
55×1,5×36	28,98	14,49	22,34	100×3,5×28	168,4	84,18	72,53
60×1,5×38	37,97	18,985	26,72	110×3,5×30	227,4	113,7	88,46
28×2×12	3,153	1,576	5,208	120×3,5×34	298,1	149,0	105,8
30×2×14	3,990	1,995	6,069	130×3,5×36	383,4	191,7	124,9
32×2×14	4,891	2,445	6,953	140×3,5×38	482,4	241,2	145,5
35×2×16	6,584	3,292	8,447	150×3,5×42	598,1	299,1	167,7
38×2×18	8,589	4,295	10,06	160×3,5×44	730,4	365,2	191,4
40×2×18	10,08	5,042	11,20	170×3,5×48	880,9	440,4	216,7
42×2×20	11,84	5,921	12,44	180×3,5×50	1051,6	525,6	243,6
45×2×22	14,72	7,360	14,36	70×5×12	49,26	24,63	32,55
50×2×24	20,63	10,315	17,94	75×5×14	62,35	31,17	37,93
55×2×26	27,88	13,94	21,84	80×5×14	76,42	38,21	43,45
60×2×28	36,60	18,30	26,21	85×5×16	93,71	46,85	49,63
65×2×32	47,08	23,54	30,94	90×5×16	112,1	56,06	55,93
70×2×34	59,44	29,72	36,09	95×5×18	134,2	67,10	62,89
75×2×36	73,70	36,85	41,61	100×5×18	157,56	78,78	69,98
80×2×38	90,00	45,00	47,50	110×5×20	213,9	106,95	85,60
35×2,5×12	6,158	3,079	8,137	120×5×22	282,3	141,2	102,8
38×2,5×14	8,142	4,071	9,761	130×5×24	364,0	182,0	121,5
40×2,5×14	9,552	4,776	10,86	140×5×26	460,2	230,1	141,9
				150×5×28	571,9	285,965	163,8

$D_{\text{нз}}$ в мм	W_K в см ³	W_H в см ³	F в см ²	$D_{\text{нз}}$ в мм	W_K в см ³	W_H в см ³	F в см ²
160×5×30	700,5	350,2	187,3	260×7×36	3067,5	1533,8	499,8
170×5×32	847,0	423,5	212,3	280×7×38	3858,9	1929,4	581,9
180×5×34	1012,7	506,4	238,9	300×7×42	4785,1	2392,5	670,8
190×5×36	1198,8	599,4	267,1				
200×5×38	1406,3	703,15	296,9	150×10×14	498,8	249,4	151,7
220×5×42	1890,6	945,3	361,1	160×10×14	611,3	305,7	173,8
240×5×46	2497,6	1248,8	431,0	170×10×16	749,7	374,8	198,5
260×5×50	3197,7	1598,9	508,8	180×10×16	896,97	448,5	223,7
				190×10×18	1073,7	536,8	251,5
110×7×14	198,6	99,3	82,10	200×10×88	1260,4	630,2	279,9
120×7×16	264,3	132,1	99,04	220×10×20	1711,2	855,6	342,4
130×7×18	341,1	170,55	117,2	240×10×22	2258,7	1129,3	411,1
140×7×18	432,3	216,2	137,2	260×10×24	2912,2	1456,1	486,2
150×7×20	541,5	270,76	158,98	280×10×26	3681,3	1840,7	567,5
160×7×22	665,1	332,55	182,005	300×10×28	4575,4	2287,7	655,1
170×7×24	803,6	401,8	206,3	320×10×30	5603,9	2801,97	749,0
180×7×24	966,1	483,0	233,0	340×10×32	6776,3	3388,1	849,2
190×7×26	1147,4	573,7	260,9	360×10×34	8101,8	4050,9	955,7
200×7×28	1346,95	673,5	290,1	380×10×36	9590,1	4795,0	1068,4
220×7×30	1819,5	909,75	353,85	400×10×38	11250,4	5625,4	1187,5
240×7×34	2384,7	1192,35	423,2				

16. Геометрические параметры для валов с лысками



$$W_x = 0,1058D^2S; W_y = 0,0938D^2S; W_A = 0,186D^2S;$$

$$W_B = 0,214D^2S; F = 0,855DS$$

D в мм	S в мм	W_x в см ³	W_y в см ³	W_A в см ³	W_B в см ³	F в см ²
20	17	0,719	0,638	1,265	1,455	2,91
22	19	0,973	0,863	1,711	11,969	3,57
25	22	1,455	1,290	2,56	2,49	4,70
32	27	2,92	2,59	5,13	5,91	7,39
38	32	4,89	4,33	8,60	10,00	10,40
42	36	6,72	5,96	11,81	13,59	12,93
48	41	10,00	8,86	17,58	20,2	16,83
52	46	13,16	11,67	23,1	26,6	20,5

D в мм	S в мм	W_x в см ³	W_y в см ³	W_K' в см ³	W_K'' в см ³	F в см ²
58	50	17,80	15,78	31,3	36,0	24,8
65	55	24,5	21,8	43,2	49,6	30,6
70	60	31,1	27,6	54,7	62,9	35,9
75	65	38,7	34,3	68,1	78,3	41,7
82	70	49,8	44,2	87,6	100,8	49,1
88	75	61,5	54,5	108,1	124,3	56,4
92	80	71,6	63,5	125,9	144,9	62,9
98	85	86,3	76,6	151,8	174,6	71,2
105	90	105,0	93,0	184,5	212,0	80,8
110	95	121,7	107,9	214,0	246,0	89,3
115	100	140,0	124,1	246,0	283,0	98,3
120	105	160,0	141,8	281,0	324,0	107,7
130	110	196,7	174,4	346,0	398,0	122,3
135	115	222,0	197,0	391,0	449,0	132,8
140	120	249,0	220,0	437,0	503,0	143,6
150	130	310,0	275,0	545,0	627,0	166,7
155	135	343,0	304,0	603,0	693,0	178,7
165	145	418,0	371,0	735,0	845,0	204,0

Номинальные напряжения при расчете на статическую прочность вычисляют для усилий (изгибающих и крутящих моментов), соответствующих наибольшему кратковременному нагрузкам, а при расчете на выносливость — длительно действующим нагрузкам (при этом отдельно вычисляют амплитуды напряжения σ_a и средние напряжения цикла σ_m по методике, приведенной в гл. 4).

Очевидно, что определять номинальные напряжения следует только в тех сечениях вала, где есть основания ожидать меньших запасов прочности при расчете на статическую прочность или при расчете на выносливость. Такие сечения называются опасными сечениями вала, и после их выбора приводят все дальнейшие расчеты на прочность.

Выбор опасных сечений вала

Опасное сечение вала определяется в основном напряженностью вала в данном сечении. Предварительно определяют опасные сечения путем сопоставления схематического чертежа вала с эпюрой результирующих изгибающих и крутящих моментов. В результате этого остаются сечения, дальнейший выбор которых ведут уже путем количественных сопоставлений.

При расчете на статическую прочность (относительно предела текучести) для выбора опасного сечения следует сопоставить напряженность сечений, причем поскольку такое сопоставление

носит приближенный характер, можно в качестве критерия принять выражение

$$\frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{W_u}$$

Действительно, для пластичных материалов отношение $\sigma_T/\tau_T \approx 2$ и для расчета при совместном действии изгиба и кручения может быть использована зависимость

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sigma_T$$

или

$$\sqrt{\left(\frac{M_u}{W_u}\right)^2 + \left(\frac{2M_k}{W_k}\right)^2} = \sigma_T$$

Но для валов

$$W_k = 2W_u$$

откуда

$$\frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{W_u} = \sigma_T$$

Иначе говоря, для сопоставления напряжений в различных сечениях вала при совместном действии изгиба и кручения может быть использована величина

$$\frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{W_u}$$

Для предварительно отобранных сечений составляют таблицу этих величин. Считаются опасными и подлежат дальнейшему расчету те сечения, в которых величина

$$\frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{W_u}$$

имеет наибольшее значение, а также те сечения, где значения этой величины составляют не менее 90% от максимального.

При выборе опасных сечений, подлежащих статическому расчету, следует иметь в виду, что участок вала, охватываемый деталью, передающей нагрузку, обладает меньшей напряженностью из-за совместного деформирования вала и детали и перераспределения нагрузки и поэтому рассмотрению подлежат сечения в соответствии с рекомендациями, приведенными на стр. 61—63.

При расчете на выносливость для выбора опасных сечений надо сопоставить напряженность сечений, учитывая также

концентрацию напряжений. В качестве критерия напряженности можно принять выражение

$$k_\sigma \frac{\sqrt{M_{ua}^2 + M_{ka}^2}}{W_u}$$

где k_σ — некоторое среднее значение коэффициента концентрации при изгибе или кручении, характерное для конструктивных особенностей данного сечения; M_{ua} ; M_{ka} — амплитудные значения изгибающего и крутящего моментов.

В этом критерии статической составляющей напряжений цикла для упрощения расчета пренебрегаем. При подсчете критерия средние значения коэффициентов концентрации напряжений могут быть независимо от материала вала приняты следующими:

галтели $\frac{r}{d} > 0,1$	1,6
галтели $\frac{r}{d} \approx 0,2$ и поперечные отверстия	2,1
шпоночные канавки	2
шлифы	2,5
посадки ступицы или кольца подшипника:	
прессовая	3
скользящая	2

В качестве возможных опасных сечений выбирают сечения, проходящие по галтелям, отверстиям, местам выхода шпоночных канавок и шлицев, по краю посаженной детали и др. Для таких сечений составляют таблицу величин

$$k_\sigma \frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{W_u}$$

Сечения, в которых это выражение имеет наибольшую величину, отличающуюся от наибольшей не более, чем на 30%, являются опасными и, следовательно, подлежат дальнейшему расчету на выносливость.

Как отмечено в гл. 4, запасы прочности при расчете на статическую прочность могут служить критерием необходимости проведения расчета на выносливость. Поэтому в опасных в отношении выносливости сечениях следует также определять и запас по статической прочности с тем, чтобы использовать его значение в качестве критерия расчета на выносливость. Таким образом, в этом случае запасы прочности при расчете на статическую прочность определяются как в сечениях, опасных в отношении статической прочности, так и в сечениях, опасных в отношении выносливости.

Если сечения, опасные в отношении выносливости, не совпадают с опасными сечениями в отношении статической прочности,

то можно не определять запаса прочности в сечениях, опасных в отношении выносливости, а определение численной величины критерия необходимости расчета на выносливость (табл. 17) произвести для сечения с наибольшим коэффициентом концентрации.

17. Значения критерия необходимости проведения расчета на выносливость γ для различных случаев концентрации напряжений

Материал	Характеристика материала $\frac{\sigma_T}{\sigma_{-1}}$	$\frac{M_{колб.кр.}}{M_{номб.д.з}}$	Критерий									
			Прессовая посадка	Наружная посадка	Скользящая посадка	Шпонна	Шплица	Галтель, выточка $\frac{r}{d} = 0,2$ и пр. перестные отверстия	Галтель, выточка $\frac{r}{d} = 0,1$	Гладкий вал		
Углеродистая сталь	1,2	4	2	1,5	1,25	1,5	2,5	2	1,5	—		
			3	2	1,5	2	3	3	2	1,5		
Углеродистая сталь	1,5	4	3	2	2	2	2,5	2,5	1,75	—		
			3	3	3	3	3,5	3,5	2	1,5		
Углеродистая сталь	1,5	4	5	4	3,5	4	5,0	5,5	3,5	2		
			5	5,5	5	5,5	7,0	7	5	3,5		
Углеродистая сталь	1,5	4	7,5	8	7,5	8	10	10	7	4		
			1	11	8	10	10	10	7	4		
Легированная сталь	1,5	4	3	2,25	2	2,25	2,5	2,75	1,75	—		
			3	3	3	3	3,5	3,5	3,0	1,5		
Легированная сталь	1,5	4	6	5	4	4	5,5	5,5	3,5	3		
			1,5	8	6	6	7	7	5	3,5		
Легированная сталь	1,8	4	4,25	3,25	3,75	3	3,5	3,5	2,5	—		
			3	4	3,5	4	5	5	3,5	2		
Легированная сталь	1,8	4	9	6	5,5	6	7	7	5	3		
			1,5	8	7,5	8	9	9	6	3,5		
Легированная сталь	1,8	4	17	13	11	11,5	13,5	13,5	9,5	5,5		
			1	17	13	11,5	13,5	13,5	9,5	5,5		
Легированная сталь	2,1	4	5,5	4	3,5	3,75	3,75	4	2,75	—		
			3	5,5	5	5	5,5	5,5	5,5	2		
Легированная сталь	2,1	4	11	8	7,5	7,5	7,5	8	3,5	3,5		
			1,5	11	9,5	10	10	10	5,5	4		
Легированная сталь	2,1	4	15	11	9,5	10	10	10	9,75	6		
			1	21,5	16	14	15	15	15,5	11	6	

Вычисление номинальных напряжений, их амплитуд и средних значений и определение соответствующих коэффициентов запаса прочности производят только для опасных сечений.

Глава 4

РАСЧЕТ НА СТАТИЧЕСКУЮ ПРОЧНОСТЬ И ВЫНОСЛИВОСТЬ

Действие на вал нагрузок

При расчете валов на прочность следует различать кратковременные нагрузки, повторность действия которых невелика и составляет менее 10^3 циклов, и длительно действующие нагрузки, повторность действия которых достаточна для образования усталостного разрушения.

В области повторности нагрузок с малым числом циклов приближенно можно считать, что в этом случае для расчета вала на статическую прочность могут быть использованы обычные критерии статической несущей способности, причем расчет следует вести по наибольшему кратковременным нагрузкам.

Статическая несущая способность валов, выполненных из пластичной стали, определяется отсутствием пластической деформации в сечениях. Это соответствует предельной нагрузке, при которой наибольшие номинальные приведенные напряжения в сечении вала достигают значения предела текучести.

Для валов из малопластичных материалов разрушение может наступить раньше, чем появятся сколько-нибудь заметные пластические деформации. Расчет таких валов на статическую прочность следует вести по пределу прочности (предельная нагрузка соответствует достижению предела прочности материала). Так как предел текучести в этом случае весьма близок к пределу прочности, то расчет можно вести и по пределу текучести, как для пластичных материалов.

Вместе с тем, в ряде случаев может быть допущена некоторая пластическая деформация без нарушения нормальной работы вала, и за счет этого его статическая несущая способность может рассматриваться как более высокая. При этом несущая способность вала ограничивается либо перемещениями, при которых нарушается работа узла, либо разрушением вала.

Валы могут испытывать от действия внешних нагрузок переменные напряжения, если, например, усилия, возникающие в их сечениях, вращаются относительно вала. При этом цикл изменения напряжений в сечениях вала оказывается симметричным, так как максимальные напряжения, возникающие в каждой точ-

ла, равны минимальным, взятым с обратным знаком. В этом случае амплитуда цикла напряжений $\sigma_a = \frac{M_a}{W}$.

Часто на вал действуют нагрузки, неподвижные относительно вращающегося вала, т. е. вращающиеся вместе с ним. Они вызывают постоянные напряжения $\sigma_m = \frac{M_m}{W}$.

При совместном действии вращающихся и невращающихся нагрузок в сечениях вала возникают напряжения, изменяющиеся по асимметричному циклу (рис. 58).

Изменение напряжений может происходить по асимметричному циклу не только

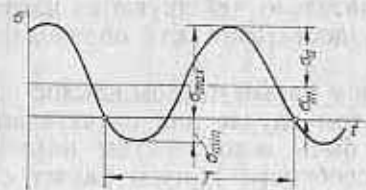


Рис. 58. График асимметричного цикла изменения напряжений

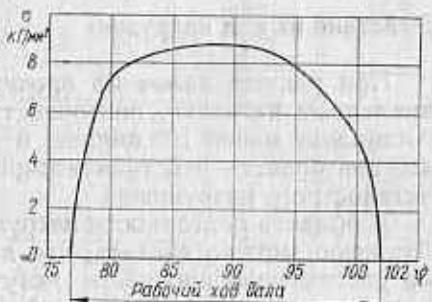


Рис. 59. График изменения напряжений в периферической точке сечения вала ножиц

при наличии вращающихся и невращающихся относительно вала нагрузок. В валах рабочих органов технологических машин, например, ковочных, штамповочных прессов, где рабочее усилие зависит от углового положения вала, а характер усилия — от свойств обрабатываемого объекта, также осуществляется асимметричный цикл, определяемый в основном характером изменения рабочего усилия в связи с изменением углового положения вала. На рис. 59 приведен график изменения напряжений в точке сечения эксцентрикового вала ножиц. График не является правильной синусоидой, как в случае вращающихся относительно вала усилий, но на нем можно отметить наибольшие σ_{max} и наименьшие σ_{min} напряжения цикла и вычислить среднее напряжение по формуле $\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$ и амплитуду цикла по формуле $\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$.

В приведенном выше случае ($\sigma_{min} = 0$) цикл напряжений в сечении эксцентрикового вала является пульсирующим.

При расчетах валов цикл изменения касательных напряжений от передачи постоянного крутящего момента будем счи-

тать пульсирующим, если число разгрузок (в частности, остановок) вала превышает 10^3 .

Таким образом, силы, действующие на вал, могут вызывать в нем переменные напряжения, меняющиеся по симметричному или асимметричному циклу. При числе циклов более 10^3 вал должен быть рассчитан на действие переменных напряжений, т. е. с учетом возможного разрушения от усталости.

Длительно действующие нагрузки, могущие вызывать разрушение вала от усталости, в процессе работы вала изменяются;

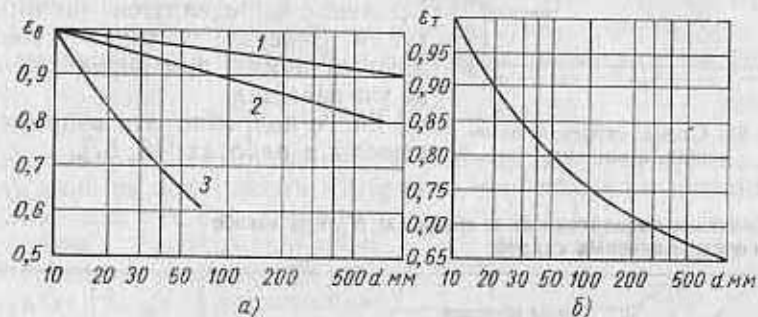


Рис. 60. Графики влияния диаметра заготовки: а — на пределе прочности; (1 — углеродистая и марганцовистая стали; 2 — легированная сталь; 3 — серый чугун); б — на пределе текучести

закономерность изменения их может определяться назначением машины или носить статистический характер (см. гл. 1 и 7).

Расчет вала на выносливость при неустановившемся режиме на основе гипотезы о линейном суммировании повреждений (см. гл. 7) можно с помощью коэффициента эквивалентности свести к расчету на выносливость при действии переменных напряжений с неизменной в процессе работы амплитудой. При этом приведенные эквивалентные напряжения будут $\sigma_{a, \text{ экв}} = k_{\sigma} \cdot \sigma_a \cdot \sigma_{a, \text{ наиб}}$, $\tau_{a, \text{ экв}} = k_{\tau} \cdot \tau_a \cdot \tau_{a, \text{ наиб}}$.

Коэффициент эквивалентности [48]

$$k_{\sigma a} = \sqrt[m]{\frac{n_{cym}}{N_0} \sum p_k^m t_k} = \sqrt[m]{\frac{n_{cym}}{N_0}} \sqrt[m]{\sum p_k^m t_k}$$

где $p_k = \frac{\sigma_{ak}}{\sigma_{a, \text{ наиб}}}$; $t_k = \frac{n_k}{n_{cym}}$;

$\sigma_{a, \text{ наиб}}$ — амплитуда напряжений от наибольшей длительно действующей нагрузки;

n_{cym} — общее число циклов действия на вал переменных напряжений;

$\sigma_{\alpha, k}$ — амплитуда напряжений от k -й ступени длительно действующей нагрузки;

n_k — число циклов действия напряжений $\sigma_{\alpha, k}$ (рис. 61).

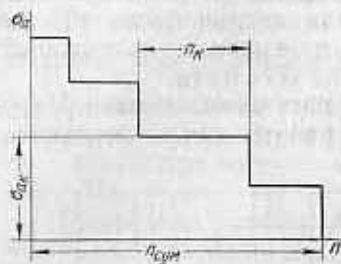


Рис. 61. Схема ступеней изменения амплитуд

Параметры m и N_b для различных материалов и конструктивных форм вала приведены в табл. 18 для изгиба и кручения.

При действии на вал напряжений по асимметричному циклу коэффициент эквивалентности приближенно определяется по амплитудам. Действие постоянной составляющей цикла при определении k_b не учитывается.

Более подробно эти вопросы освещены в работах [48, 57].

18. Значения показателя m и абсциссы N_b при изгибе для конструктивных ступеней

Виды образцов	m	N_b
Образцы без концентрации напряжений полированные	9—18	$(1-4) \cdot 10^6$
Образцы с концентрацией напряжений полированные	6—10	$(1-4) \cdot 10^6$
Вал с напрессовкой	6—10	$(6-10) \cdot 10^6$
При наличии поверхностного упрочнения	18—20	$(1-5) \cdot 10^6$

Примечания: 1. Увеличение абсолютных размеров или повышение концентрации напряжений снижает значение показателя m и увеличивает значение N_b .
2. Поверхностное упрочнение детали увеличивает значение показателя m .
3. При отсутствии данных по значениям показателя m при кручении можно принимать значения, приведенные для изгиба.
При наличии экспериментальных данных для деталей и подобных им моделей величинами m и N_b следует определять непосредственно по кривым усталости.

Влияние размеров, конструктивных форм и других факторов на прочность вала

Статическая прочность вала зависит от его абсолютных размеров, так как с увеличением диаметра снижаются предел прочности σ_b и предел текучести σ_T материала вала.

Понижение предела прочности характеризуется коэффициентом (см. рис. 60, а)

$$\varepsilon_\sigma = \frac{(\sigma_b)_d}{(\sigma_b)_{10}}$$

а предела текучести — коэффициентом (см. рис. 60, б)

$$\varepsilon_T = \frac{(\sigma_T)_d}{(\sigma_T)_{10}}$$

где $(\sigma_b)_d$; $(\sigma_T)_d$ — предел прочности и предел текучести стандартного образца, вырезанного из поверхностного слоя поковки диаметром d ;

$(\sigma_b)_{10}$; $(\sigma_T)_{10}$ — предел прочности и предел текучести стандартного образца при $d = 10$ мм.

При использовании в расчетах данных (табл. 4, стр. 64) по механическим характеристикам σ_b и σ_T следует определять предел прочности или предел текучести вала диаметра d по формулам

$$(\sigma_b)_d = \varepsilon_\sigma \sigma_b; \quad (\sigma_T)_d = \varepsilon_T \sigma_T.$$

Концентрация напряжений на статическую несущую способность вала из пластичного материала существенного влияния не оказывает, так как при пластическом деформировании распределение напряжений выравнивается, а пластическая область занимает весьма малую долю сечения и длины вала.

Сопротивление вала усталости существенно зависит от концентрации напряжений, абсолютных размеров, состояния поверхности, цикла действия напряжений и других факторов.

Зависимость разрушающего переменного напряжения от числа циклов N действия этого напряжения называется ограниченным пределом усталости. При базовом числе циклов (обычно 10^6 — 10^7) определяются пределы усталости (выносливости): σ_{-1} для симметричного цикла и σ_r для асимметричного. Предел усталости σ_r зависит от величины среднего напряжения цикла, поэтому характеристику материала вала при действии напряжений с различной асимметрией можно получить при диаграмме предельных напряжений (рис. 62), где по оси ординат откладываются наибольшие напряжения цикла σ_{max} , а по оси абсцисс — средние σ_m [57].

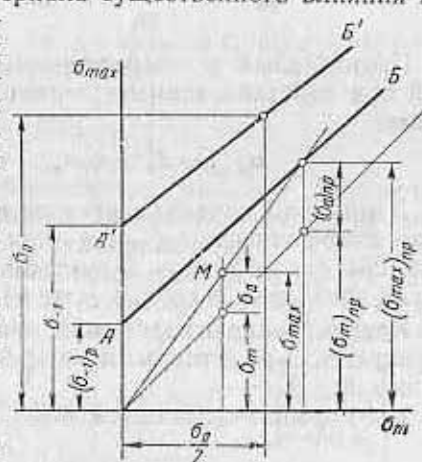


Рис. 62. Спрямленная диаграмма предельных напряжений:

$A'B'$ — линия предельных напряжений для образца, по которому были определены механические характеристики (без мест концентрации напряжений), шлифованного диаметром 7 — 10 мм; AB — линия предельных напряжений с учетом коэффициента $(k_\sigma)_D$

Отрезки между линией предельных напряжений σ_{max} и бисектрисой координатного угла соответствуют предельным амплитудам σ_a цикла. Как правило, амплитуды цикла с ростом асимметрии цикла уменьшаются. При проведении расчетов удобно пользоваться спрямленной диаграммой предельных напряжений, изображаемой прямой, проходящей через точки симметричного цикла $(\sigma_{-1}; 0)$ и пульсирующего цикла $(\sigma_0; \frac{\sigma_0}{2})$ (см. рис. 61). В этом случае можно записать

$$\sigma_{max} = \sigma_{-1} + (1 - \psi_\sigma)\sigma_m; \quad \sigma_a = \sigma_{-1} - \psi_\sigma\sigma_m$$

$$\tau_{max} = \tau_{-1} + (1 - \psi_\tau)\tau_m; \quad \tau_a = \tau_{-1} - \psi_\tau\tau_m$$

Здесь линия предельных напряжений определяется одним параметром

$$\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \quad \text{или} \quad \psi_\tau = \frac{2\tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0}$$

Приведенные к симметричному циклу амплитуды напряжений при действии асимметричного цикла определяются выражениями

$$\sigma_{aпр} = \sigma_a + \psi_\sigma\sigma_m; \quad \tau_{aпр} = \tau_a + \psi_\tau\tau_m$$

Данные по пределам усталости σ_{-1} при симметричном цикле и по коэффициентам ψ_σ и ψ_τ при отсутствии концентрации напряжений для образцов диаметром 7—10 мм из конструкционной стали приведены в табл. 4 (стр. 64).

Концентрация напряжений при расчете на усталость характеризуется эффективными коэффициентами концентрации напряжений:

для нормальных напряжений

$$k_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1к}}$$

для касательных напряжений

$$k_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1к}}$$

где σ_{-1} , τ_{-1} — пределы выносливости гладкого образца (без концентрации напряжений);

$\sigma_{-1к}$, $\tau_{-1к}$ — пределы выносливости образца тех же абсолютных размеров при наличии концентрации напряжений.

С увеличением диаметра вала значения эффективных коэффициентов концентрации увеличиваются, приближаясь к значе-

ниям теоретических коэффициентов концентрации α . Для валов можно считать, что при увеличении диаметра свыше 40—50 мм дальнейшее увеличение эффективных коэффициентов концентрации практически можно не учитывать.

Однако влияние абсолютных размеров на предел усталости наблюдается не только в отношении изменения эффективных коэффициентов концентрации. При отсутствии концентрации напряжений предел усталости также понижается с увеличением абсолютных размеров сечений.

Совместное влияние на предел усталости вала абсолютных размеров и концентрации напряжений за счет формы вала характеризуется коэффициентом концентрации напряжения деталей

$$(k_\sigma)_D = \frac{k_\sigma}{\epsilon_\sigma} \quad \text{и} \quad (k_\tau)_D = \frac{k_\tau}{\epsilon_\tau}$$

где ϵ_σ и ϵ_τ — коэффициенты, учитывающие влияние абсолютных размеров вала на предел усталости при отсутствии концентрации напряжений.

На рис. 63 приведены кривые зависимости ϵ_σ от диаметра вала для легированной и углеродистой стали при изгибе, причем для больших диаметров эти кривые нанесены предположительно.

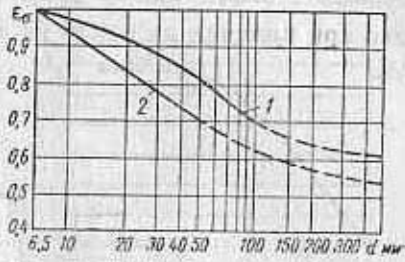


Рис. 63. Коэффициент влияния абсолютных размеров: 1 — для валов из углеродистой стали; 2 — для валов из легированной стали

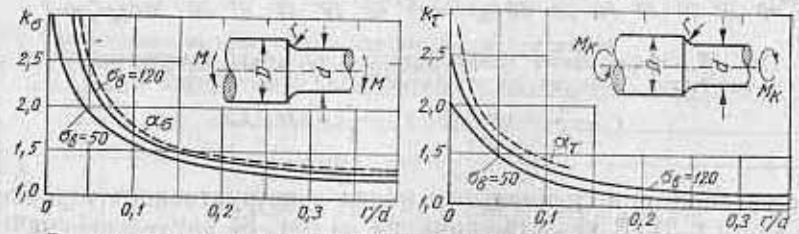


Рис. 64. Эффективные коэффициенты концентрации напряжений в галтелях

В случае кручения для ϵ_τ может быть приближенно принята та же зависимость.

На рис. 64—67 показаны типичные конструктивные формы валов, при которых возникает концентрация напряжений.

Галтели ступенчатых переходов диаметров (рис. 64) могут являться местом значительной концентрации напряжений, осо-

бенно при малых радиусах закругления и больших заплечиках. В тех случаях, когда это конструктивно возможно, желательно соблюдать отношение $\frac{r}{d} \geq 0,1$ и отношение $\frac{D}{d} \leq 1,15-1,2$. Однако при наличии на одной из ступеней посаженной детали это

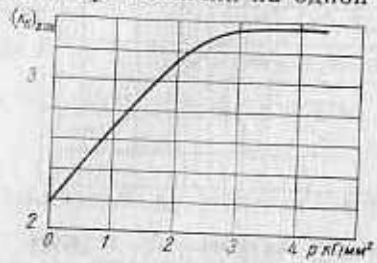


Рис. 65. Эффективные коэффициенты концентрации напряжений при посаженной детали

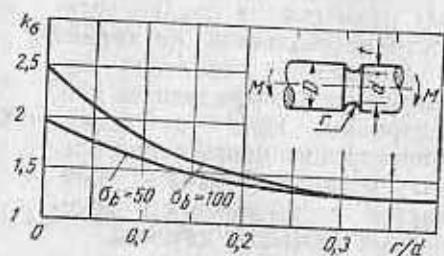


Рис. 66. Эффективные коэффициенты концентрации напряжений в выточках

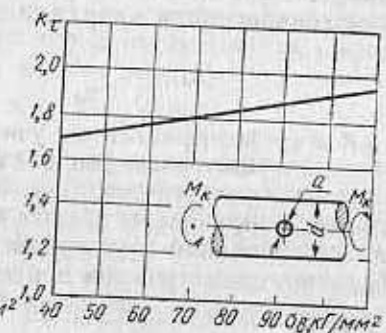
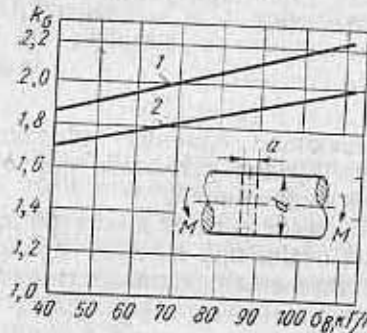


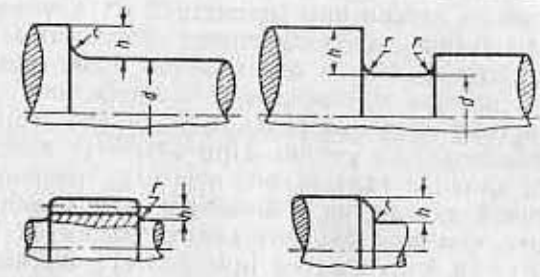
Рис. 67. Эффективные коэффициенты концентрации напряжений для валов с поперечным отверстием (для сечений нетто вала):

$$1 - \frac{a}{d} = 0,05 \div 0,1; 2 - \frac{a}{d} = 0,15 \div 0,25$$

удается лишь при специальных мерах конструктивного упрочнения (см. гл. 2). В качестве примера на рис. 64 приведены значения коэффициентов концентрации k и k_k для галтельных переходов в валах при $\frac{D}{d} = 2$. Значения k_σ и k_τ для различных параметров галтели приведены в табл. 19 и 20.

Посаженные на вал детали (ступицы, зубчатые колеса, кольца подшипников качения и др.) могут значительно снижать предел усталости. На рис. 65 в качестве примера приведены значения коэффициента концентрации напряжений (k_σ)_D в зависимости от давления в месте контакта.

19. Эффективные коэффициенты концентрации для валов с галтельным переходом при изгибе



σ _B в кГ/мм²	h/r													
	1				2				3				5	
	r/d													
	0,01	0,02	0,03	0,05	0,10	0,01	0,02	0,03	0,05	0,01	0,02	0,03	0,01	0,02
Эффективный коэффициент концентрации k _σ														
40	1,34	1,41	1,59	1,54	1,38	1,51	1,76	1,76	1,70	1,86	1,90	1,89	2,07	2,09
50	1,36	1,44	1,63	1,59	1,44	1,54	1,81	1,82	1,76	1,90	1,96	1,96	2,12	2,16
60	1,38	1,47	1,67	1,64	1,50	1,57	1,86	1,88	1,82	1,94	2,02	2,03	2,17	2,23
70	1,40	1,49	1,71	1,69	1,55	1,59	1,91	1,94	1,88	1,99	2,08	2,10	2,23	2,30
80	1,41	1,52	1,76	1,73	1,61	1,62	1,96	1,99	1,95	2,03	2,13	2,16	2,28	2,38
90	1,43	1,54	1,80	1,78	1,66	1,64	2,01	2,05	2,01	2,08	2,19	2,23	2,34	2,45
100	1,45	1,57	1,84	1,83	1,72	1,67	2,06	2,11	2,07	2,12	2,25	2,30	2,39	2,52
120	1,49	1,62	1,92	1,93	1,83	1,72	2,16	2,23	2,19	2,21	2,37	2,44	2,50	2,66

20. Эффективные коэффициенты концентрации для валов с галтельными переходами при кручении

σ _B в кГ/мм²	h/r													
	1				2				3				5	
	r/d													
	0,01	0,02	0,03	0,05	0,10	0,01	0,02	0,03	0,05	0,01	0,02	0,03	0,01	0,02
Эффективный коэффициент концентрации k _τ														
40	1,26	1,33	1,39	1,42	1,37	1,37	1,53	1,52	1,50	0,54	1,59	1,61	2,12	2,03
50	1,28	1,35	1,40	1,43	1,38	1,39	1,55	1,54	1,53	1,57	1,62	1,65	2,18	2,08
60	1,29	1,36	1,42	1,44	1,39	1,40	1,58	1,57	1,57	1,59	1,66	1,68	2,24	2,12
70	1,29	1,37	1,44	1,46	1,42	1,42	1,59	1,59	1,59	1,61	1,69	1,72	2,3	2,17
80	1,30	1,37	1,45	1,47	1,43	1,43	1,61	1,61	1,62	1,64	1,72	1,74	2,37	2,22
90	1,30	1,39	1,47	1,50	1,45	1,44	1,62	1,64	1,65	1,66	1,75	1,77	2,42	2,26
100	1,31	1,39	1,48	1,51	1,46	1,46	1,65	1,66	1,68	1,68	1,79	1,81	2,48	2,31
120	1,32	1,42	1,52	1,54	1,50	1,47	1,68	1,71	1,74	1,73	1,86	1,88	2,6	2,40

Снижение предела усталости происходит в результате концентрации напряжений у края посаженной детали и поверхностной коррозии трения, возникающей при упругих смещениях вала относительно детали при совместной их деформации. Снижение предела усталости увеличением абсолютных размеров при действии этих факторов оказывается более резким, чем в случае других причин концентрации напряжений. Поэтому в табл. 21 приведены значения $(k_{\sigma})_D$ и $(k_{\tau})_D$, где это влияние абсолютных размеров уже учтено. При обычных конструктивных соотношениях влияние галтельного перехода, расположенного у края посаженной детали, дает значение коэффициента концентрации меньшее, чем коэффициент концентрации от посаженной детали, который и учитывается при расчете на выносливость. Коэффициент концентрации от посаженных колец подшипников следует учитывать, если соблюдены рекомендуемые параметры галтелей и заплечиков (см. табл. 2).

21. Коэффициенты концентрации $(k_{\sigma})_D$ и $(k_{\tau})_D$ для валов с посаженными деталями

Диаметр в мм	Посадка	σ_s в кг/мм ²							
		40	50	60	70	80	90	100	120
$(k_{\sigma})_D$ (изгиб)									
30	Пр	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,25
	Н	1,69	1,88	2,06	2,25	2,44	2,63	2,82	3,19
	С	1,46	1,63	1,79	1,95	2,11	2,28	2,44	2,76
50	Пр	2,75	3,05	3,36	3,66	3,96	4,28	4,60	3,20
	Н	2,06	2,28	2,52	2,75	2,97	3,20	3,45	3,90
	С	1,80	1,98	2,18	2,38	2,57	2,78	3,0	3,40
100 и более	Пр	2,95	3,28	3,60	3,94	4,25	4,60	4,90	5,6
	Н	2,22	2,46	2,70	2,96	3,20	3,46	3,98	4,20
	С	1,92	2,13	2,34	2,56	2,76	3,0	3,18	3,64
$(k_{\tau})_D$ (кручение)									
30	Пр	1,75	1,9	2,05	2,2	2,35	2,5	2,65	2,95
	Н	1,41	1,53	1,64	1,75	1,86	1,98	2,09	2,31
	С	1,28	1,38	1,47	1,57	1,67	1,77	1,86	2,06
50	Пр	2,05	2,23	2,52	2,60	2,78	3,07	3,26	3,62
	Н	1,64	1,87	2,03	2,15	2,28	2,42	2,57	2,74
	С	1,48	1,60	1,71	1,83	1,95	2,07	2,20	2,42
100 и более	Пр	2,17	2,37	2,56	2,76	2,95	3,16	3,34	3,76
	Н	1,73	1,88	2,04	2,18	2,32	2,48	2,80	2,92
	С	1,55	1,68	1,83	1,94	2,06	2,20	2,31	2,58

Примечания: 1. Для посадки колец подшипников значения следует принимать значения $(k_{\sigma})_D$ и $(k_{\tau})_D$ по графе, соответствующей прессовой посадке.
2. Значения $(k_{\sigma})_D$ и $(k_{\tau})_D$ для промежуточных величин диаметров определяют интерполяцией.

В случае отсутствия технологического упрочнения поверхности вала коэффициент концентрации $(k_{\sigma})_D$ или $(k_{\tau})_D$ для деталей определяют по формуле

$$(k_{\sigma})_D = \frac{k_{\sigma} + k_{\sigma}^2 - 1}{\varepsilon_{\sigma}}$$

а при наличии технологического упрочнения — по формуле

$$(k_{\sigma})_D = \frac{k_{\sigma}}{\beta \varepsilon_{\sigma}}$$

Шпоночные и шлицевые канавки, выполненные на валу для передачи крутящего момента, вызывают концентрацию напряжений при изгибе в месте перехода от сечения, ослабленного канавкой, к целому сечению вала и при кручении в местах резкого изменения поперечного сечения. В соответствии с этим форма перехода и профиль шлицев оказывают существенное влияние на величину коэффициента концентрации k_{σ} и k_{τ} (табл. 22).

Выточки на валах снижают прочность последних (см. рис. 66, табл. 22).

Поперечные отверстия (см. рис. 67) вызывают значительную концентрацию напряжений, поэтому их следует располагать в наименее напряженных местах вала, а по возможности лучше не применять. Однако в ряде случаев поперечные отверстия необходимы. В тех случаях, когда отверстия необходимы (например, для подачи смазки в подшипники) желательно использовать меры конструктивного и технологического упрочнения, рассмотренные в гл. 2. Качество обработки отверстий имеет существенное значение для эффекта концентрации напряжений.

Конструктивные формы коленчатых валов в месте перехода шейки в щеку определяют коэффициенты концентрации напряжений (см. гл. 6). Для улучшения распределения напряжений и снижения концентрации их в коленчатых валах разработаны различные приемы конструктивного упрочнения, рассмотренные в гл. 2.

В коротких валах большого диаметра ($\frac{l}{d} = 1,5 \div 2$) в результате влияния касательных напряжений от перерезывающих сил коэффициенты концентрации могут увеличиться на 10—15%.

Снижение предела выносливости из-за качества механической обработки оценивается коэффициентом состояния поверхности k_p , равным отношению предела выносливости испытуемого образца с определенной обработкой поверхности к пределу выносливости шлифованного образца (табл. 23). Совместное влияние механической обработки и концентрации напряжений

σ_0 в кг/мм ²	Для валов со шлицами		Для валов со шлицами		Для валов со шлицами		Для валов со шлицами		Для валов с перерезанным отверстием	
	Шлицы		Шлицы		Шлицы		Шлицы		Шлицы	
	Прямобочные шлицы	Эвольвентные шлицы и зубья ридделей	k_{σ}	k_{τ}	k_{σ}	k_{τ}	k_{σ}	k_{τ}	k_{σ}	k_{τ}
40	1,35	1,40	1,30	1,20	1,51	1,45	1,90	1,70	$\frac{a}{b} = 0,05 - 0,15$	k_{τ} (кручение)
50	1,45	1,43	1,38	1,37	1,54	1,78	1,95	1,75	$\frac{a}{b} = 0,15 - 0,2$	
60	1,55	1,48	1,46	1,54	1,70	1,95	2,00	1,80		
70	1,60	1,49	1,54	1,71	1,89	2,20	2,05	1,85		
80	1,65	1,52	1,62	1,88	2,01	2,32	2,10	1,90		
90	1,70	1,55	1,69	2,05	2,14	2,47	2,15	1,95		
100	1,72	1,58	1,77	2,22	2,26	2,61	2,20	2,00		
120	1,75	1,60	1,92	2,39	2,50	2,90	2,30	2,10		

Продолжение табл. 22

σ_0 в кг/мм ²	Для валов с выточкой			Для валов с выточкой			Для валов с выточкой			Для валов с выточкой		
	h/r			r/d			r/d			r/d		
	0,5	1	2	3	0,01	0,02	0,03	0,05	0,10	0,20	0,30	0,50
40	1,68	1,79	1,84	1,73	1,61	1,44	1,00	1,79	2,00	2,15	2,27	2,40
50	1,93	1,84	1,66	1,77	1,56	1,48	1,05	1,85	2,15	2,35	2,47	2,60
60	1,98	1,80	1,71	1,82	1,63	1,52	1,11	1,91	2,25	2,45	2,57	2,70
70	2,04	1,95	1,87	1,87	1,71	1,59	1,17	1,97	2,37	2,55	2,67	2,80
80	2,09	2,00	1,92	1,92	1,82	1,69	1,24	2,03	2,50	2,68	2,80	2,93
90	2,10	2,00	1,97	1,97	1,88	1,76	1,29	2,09	2,58	2,76	2,88	3,01
100	2,10	2,11	1,97	1,97	1,93	1,82	1,35	2,15	2,65	2,83	2,95	3,08
120	2,31	2,22	2,12	2,12	2,04	1,93	1,57	2,27	2,77	2,95	3,07	3,20

Примечание. k_{σ} — изгиб; k_{τ} — кручение.

от изменения конструктивной формы может приближенно оцениваться коэффициентом концентрации, например, при изгибе [8].

$$k_{\sigma}^* = k_{\sigma} + k_{\sigma}^n - 1.$$

23. Коэффициенты состояния поверхности k^n в зависимости от механической обработки вала и от предела прочности (при изгибе и кручении)

Вид обработки	σ_B в кг/мм ²		
	40	80	120
	k^n		
Шлифование $\nabla 9 - \nabla 10$	1	1	1
Обточка $\nabla 6 - \nabla 8$	1,05	1,10	1,25
Обдирка $\nabla 3 - \nabla 5$	1,20	1,25	1,50
Необработанная поверхность (окалина и т. д.)	1,30	1,50	2,20

Экспериментальные данные по влиянию поверхностного упрочнения на усталость приведены в табл. 7 стр. 66, где даны значения коэффициента β , представляющего собой отношение предела выносливости детали, определенного при наличии упрочнения с учетом концентрации напряжений и абсолютных размеров, к пределу выносливости детали без упрочнения с учетом концентрации и абсолютных размеров. Коэффициенты даны для валов диаметром 30—40 мм при наличии концентрации и без нее; для валов больших диаметров следует принимать промежуточные значения величины β .

На эффективность поверхностного упрочнения существенное влияние оказывает сочетание распределения свойств и напряжений в зоне концентрации, зависящее от толщины упрочненного слоя [58], а также соблюдение надлежащей технологии: режимов обкатки и дробеструйной обработки, термохимической обработки и т. д. В особой степени это относится к закалке с нагревом т. в. ч. и азотированию.

При наличии поверхностного упрочнения

$$k_{\sigma}^* = \frac{k_{\sigma}}{\beta}.$$

Влиянием предшествующей механической обработки при упрочненном поверхностном слое можно пренебречь, полагая $k^n = 1$. Диаграмма предельных напряжений для вала с учетом влияния абсолютных размеров, концентрации напряжений и состояния поверхности (см. рис. 64) характеризуется пределом усталости вала при симметричном цикле

$$(\sigma_{-1})_D = \frac{\sigma_{-1}}{(k_{\sigma})_D}; \quad (\tau_{-1})_D = \frac{\tau_{-1}}{(k_{\tau})_D}$$

и коэффициентами

$$(\psi_{\sigma})_D = \frac{\psi_{\sigma}}{(k_{\sigma})_D}; \quad (\psi_{\tau})_D = \frac{\psi_{\tau}}{(k_{\tau})_D}.$$

Выше были рассмотрены факторы, влияющие на прочность вала, применительно к его расчету. Подробнее эти вопросы изложены в работе [57].

Вычисление запасов прочности

Валы следует рассчитывать с учетом сложного напряженного состояния, так как в большинстве случаев они подвержены совместному действию изгиба и кручения, при котором нормальные и касательные напряжения достигают максимального значения на поверхности вала.

Для расчета валов из достаточно пластичных материалов могут быть использованы следующие зависимости: по сопротивлению пластическим деформациям

$$\sigma^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\tau_T} \right)^2 \tau^2 = \sigma_T^2;$$

по усталостному разрушению

$$(\sigma_a)_{np}^2 + \frac{(\sigma_{-1})_D^2}{(\tau_{-1})_D^2} (\tau_a)_{np}^2 = (\sigma_{-1})_D^2.$$

Для расчета валов из низкоуглеродистой высокопрочной стали и из чугуна используют следующие зависимости:

$$\sigma^2 \left(\frac{\sigma_T}{\tau_T} - 1 \right) + \sigma \cdot \sigma_T \left(2 - \frac{\sigma_T}{\tau_T} \right) + \tau^2 \left(\frac{\sigma_T}{\tau_T} \right)^2 = \sigma_T^2$$

(или σ_s^2)

и, аналогично,

$$(\sigma_a)_{np}^2 \left[\frac{(\sigma_{-1})_D}{(\tau_{-1})_D} - 1 \right] + (\sigma_a)_{np} (\sigma_{-1})_D \left[2 - \frac{(\sigma_{-1})_D}{(\tau_{-1})_D} \right] + (\tau_a)_{np}^2 \frac{(\sigma_{-1})_D^2}{(\tau_{-1})_D^2} = (\sigma_{-1})_D^2.$$

Частный коэффициент запаса прочности от действия на вал нормальных напряжений от изгиба

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma_{раб}};$$

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{пред}}{\tau_{раб}}$$

Здесь $\sigma_{раб} = \sigma_{апр}$ и $\tau_{раб} = \tau_{апр}$.

Из приведенных выше формул для расчета при совместном действии изгиба и кручения общий запас прочности n , выраженный через коэффициенты n_{σ} и n_{τ} , определяют по следующим формулам: для валов из пластичных материалов (углеродистая и легированная высокоотпущенная сталь)

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}$$

для валов из низкоотпущенной легированной стали и из чугуна

$$n = k_r \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}$$

Рис. 68. Значения поправочного коэффициента k_r

где k_r — коэффициент, определяемый по графику на рис. 68 в зависимости от

$$\gamma = \frac{\sigma_r}{\tau_r} \quad \left(\text{или} \quad \frac{(\sigma_{-1})_D}{(\tau_{-1})_D} \right)$$

и величины

$$\text{arctg} \frac{\tau_{раб}}{\sigma_{раб}}$$

При расчете на статическую прочность предельные напряжения будут: $\sigma_{пред} = (\sigma_T)_d$ или $(\sigma_s)_d$; $\tau_{пред} = (\tau_T)_d$ или $(\tau_s)_d$.

Линия предельных напряжений с учетом всех факторов, влияющих на усталость в общем случае расчета на выносливость при действии напряжений асимметричного цикла, показана на рис. 64.

Цикл действия рабочих напряжений изображается на диаграмме предельных напряжений точкой М. Сопоставление этих напряжений с предельными и дает значение запаса прочности.

Если составляющие цикла σ_a и σ_m изменяются пропорционально одному параметру (простое нагружение), т. е. в процессе изменения нагрузок

$$\frac{\sigma'_a}{\sigma''_a} = \frac{\sigma'_m}{\sigma''_m} = \frac{\sigma'_{max}}{\sigma''_{max}} = \lambda,$$

что обычно происходит в валах, где нагрузки растут пропорционально передаваемому моменту, то линия возможного нагружения на диаграмме предельных напряжений окажется прямой, проходящей через начало координат и точку рабочего цикла. Пересечение этой прямой с линией предельных напряжений определяет предельный цикл и предельные напряжения $(\sigma_{max})_{пред}$; $(\sigma_m)_{пред}$. Запас прочности по максимальным напряжениям

$$n_{max} = \frac{(\sigma_{max})_{пред}}{(\sigma_{max})_{раб}}$$

по амплитуде

$$n_a = \frac{(\sigma_a)_{пред}}{(\sigma_a)_{раб}}$$

При простом нагружении

$$n_{max} = n_a = n_m; \quad n_m = \frac{(\sigma_m)_{пред}}{(\sigma_m)_{раб}}$$

Предельное напряжение

$$(\sigma_{max})_{пред} = (\sigma_{-1})_D + [1 - (\psi_{\sigma})_D] (\sigma_m)_{пред};$$

рабочее напряжение

$$\sigma_{max} = \sigma_a + \sigma_m$$

Имея в виду, что $n_{max} = n_a = n_m$, получим

$$(\sigma_{-1})_D + [1 + (\psi_{\sigma})_D] n_{\sigma} \sigma_m = n_{\sigma} \sigma_a + n_{\sigma} \sigma_m$$

Отсюда для нормальных напряжений от изгиба частный коэффициент запаса прочности

$$n_{\sigma} = \frac{(\sigma_{-1})_D}{\sigma_a + (\psi_{\sigma})_D \sigma_m}$$

Аналогично для касательных напряжений при кручении

$$n_{\tau} = \frac{(\tau_{-1})_D}{\tau_a + (\psi_{\tau})_D \tau_m}$$

В некоторых случаях работы валов возможно и непропорциональное изменение составляющих цикла — так называемое сложное нагружение. Например, валопровод, передающий постоянный крутящий момент, может подвергаться крутильным колебаниям, и усталостное его разрушение возможно именно в результате повышения переменных напряжений τ_a от крутильных колебаний, в то время как среднее напряжение цикла τ_m остается

неизменным. Сложное нагружение в этом случае характеризуется зависимостью $\tau_m = \text{const}$ и запасы прочности определяют (рис. 69):

по максимальным напряжениям

$$n_{\max} = \frac{(\tau_{-1})_D + [1 - (\psi\epsilon)_D] \tau_m}{\tau_m + \tau_a};$$

по амплитуде

$$n_a = \frac{(\tau_{-1})_D - (\psi\epsilon)_D \tau_m}{\tau_a}.$$

Полученные по расчету величины запасов прочности в опасных сечениях не должны быть менее минимально допустимых значений запасов прочности $n_{T \min}$ и n_{\min} , выбираемых в зависимости: от достоверности определения нагрузок, механических характеристик и способности металла к пластическому деформированию; от технологических условий изготовления и др.

Значения $n_{T \min}$ при расчете на статическую прочность: для валов из весьма пластичных материалов ($\frac{\sigma_T}{\sigma_a} \leq 0,6$) при высокой точности определения усилий и напряжений минимально допустимое значение запаса прочности $n_{T \min} = 1,2 \div 1,4$;

для валов из пластичных материалов ($\frac{\sigma_T}{\sigma_a} = 0,6 \div 0,8$) при приближен-

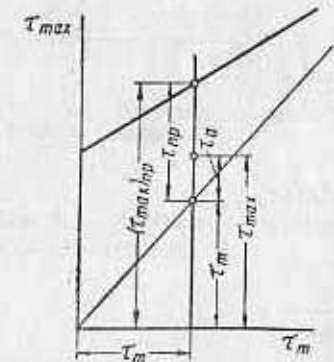


Рис. 69. Схема к определению запаса прочности при $\tau_m = \text{const}$

ной расчетной схеме и отсутствии надлежащей экспериментальной проверки нагрузок и напряжений, т. е. для большинства валов общего машиностроения, $n_{T \min} = 1,4 \div 1,6$;

для валов из материалов умеренной и малой пластичности ($\frac{\sigma_T}{\sigma_a} = 0,8 \div 0,9$) при пониженной точности расчета $n_{T \min} = 1,6 \div 2,2$;

для литых валов и валов из хрупких материалов $n_{T \min} = 2,0 \div 3,0$.

При выборе минимально допустимого значения запаса статической прочности особое внимание следует обращать на достоверность значений кратковременных нагрузок, в частности при возможных динамических воздействиях. Если в конструкции машины не предусмотрено надежных устройств, ограничивающих возможные нагрузки, а точное определение кратковременных на-

грузок затруднено, то следует увеличить значение $n_{T \min}$ для валов из пластических материалов до 2—3, а для валов из хрупких материалов до 3—4.

Значение n_{\min} при расчете на выносливость:

при высокой достоверности определения напряжений и механических характеристик, а также однородности технологических условий изготовления валов минимально допустимое значение запаса прочности $n_{\min} = 1,3 \div 1,5$;

в случае приближенной расчетной схемы при отсутствии надлежащей экспериментальной проверки усилий и напряжений и механических характеристик, т. е. для большинства валов общего машиностроения, можно принимать $n_{\min} = 1,5 \div 1,8$;

при пониженной точности расчета и ориентировочной оценке механических свойств, при пониженной однородности материала (литье), а также для валов весьма большого диаметра ($d > 250$ мм) следует принимать $n_{\min} = 1,8 \div 2,5$.

Критерии необходимости расчета валов на статическую прочность и выносливость

Расчеты вала на статическую прочность и выносливость, включающие определение внутренних усилий в вале, учет влияния ряда факторов и вычислений запасов прочности, являются трудоемкими и часто бывают связаны с громоздкими вычислениями.

Вместе с тем в ряде случаев размеры вала задаются не из условий прочности, а из условий жесткости вала, работоспособности связанных с ним деталей и технологического назначения. Многие валы редукторов имеют малую длину, определяемую шириной зубчатых колес; напряженность таких валов невелика и диаметр их задается размером подшипников качения необходимой долговечности. Диаметр шпинделей станков, как правило, определяется необходимой жесткостью и отсутствием вибраций; эти валы также имеют малую напряженность. Валы каландров, диаметр которых определяется заданной технологическим процессом жесткостью, обладают «избыточной» прочностью. В соответствии с этим представляется рациональным найти такие критерии, на основании которых можно было бы судить, необходимы ли расчеты на статическую прочность и выносливость. Такие критерии должны быть достаточно простыми и легко вычисляемыми.

При расчете на статическую прочность запас прочности в опасном сечении круговой формы приближенно можно выразить формулой

$$n_T = \frac{\sigma_T d^3}{10 \sqrt{M_u^2 + M_K^2}}$$

полученной при

$$\frac{\sigma_T}{\tau_T} = 2 \text{ и } W_u = 0,1d^3.$$

Изгибающий момент для увеличения запаса надежности можно записать так:

$$M_u = 0,25l \Sigma P + Ar,$$

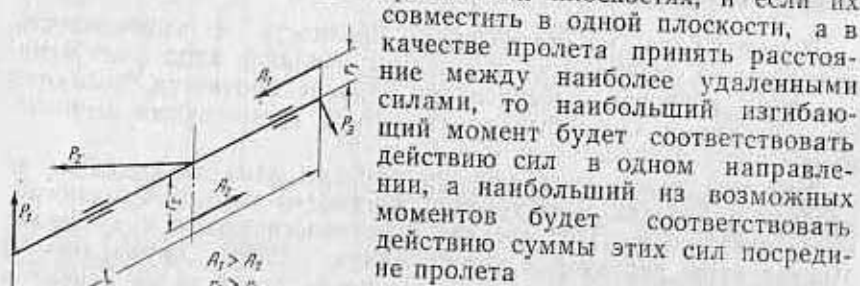
где l — наибольшее расстояние между точками приложения поперечных сил как активных, так и реактивных;

ΣP — сумма абсолютных величин, действующих на вал активных сил или реакций опор независимо от действительного взаимного направления (следует выбирать наибольшую из этих сумм);

A — наибольшая из осевых сил;

r — наибольшее из плеч приложения осевых сил.

Рассмотрим действие сил на вал в общем случае (рис. 70). Поперечные силы P лежат в различных плоскостях, и если их



$$M_u = \frac{l \Sigma P}{4}.$$

Рис. 70. Действие сил на вал в общем случае

Момент от осевых сил A , действующий в сечении посередине пролета, не превосходит момента от наибольшей из осевых сил на наибольшем из плеч, т. е. момента Ar ; сумма этих выражений и дает приведенное выше выражение для наибольшего возможного изгибающего момента. Кроме того

$$\frac{\sigma_T d^3}{10 \sqrt{M_u^2 + M_K^2}} \geq \frac{\sigma_T d^3}{10 (M_u + M_K)}$$

Если теперь принять опасное сечение вала по его минимальному диаметру d_{\min} (концевые участки вала, несущие напряжен-

но посаженные детали, при назначении d из рассмотрения исключается), то можно написать

$$n_T \geq \frac{\sigma_T d_{\min}^3}{2,5l \Sigma P + 10Ar + 10M_K}$$

Это выражение дает, как правило, сильно заниженные значения запасов прочности. Опыт оценки статической прочности валов показывает, что критерий расчета на статическую прочность оказывается более действенным, если несколько повысить значения запасов, написав следующее выражение для критерия необходимости расчета:

$$v_T = \frac{\sigma_T d_{\min}^3}{2l \Sigma P + 8(Ar + M_K)}$$

При этом вероятность того, что величина v_T окажется больше, чем запас по статической прочности n_T , вычисленный в опасном сечении вала, ничтожна и поэтому можно считать, что всегда $v_T < n_T$.

За критерий расчета на статическую прочность принимается величина v_T . Если $v_T > n_{T \min}$, то очевидно, что и полученная в результате полного расчета величина запаса прочности $n_T > n_{T \min}$, т. е. при $v_T > n_{T \min}$ статическая прочность вала обеспечена, и расчет на статическую прочность производить не нужно. Если $v_T < n_{T \min}$, то для того, чтобы судить о выполнении условия $n_T > n_{T \min}$, необходимо произвести расчет вала на статическую прочность.

При расчете на выносливость расчетная работа во многих случаях может быть значительно сокращена, если разработать критерий необходимости расчета на выносливость, аналогично тому, как это было сделано при расчете на статическую прочность. Такой критерий мог бы быть основан на статическом расчете, предшествующем расчету на выносливость, и должен был бы учитывать влияние на выносливость различных факторов.

Запас прочности при расчете вала: на статическую прочность

$$n_T = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{\sigma^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\tau_T}\right)^2 \tau^2}}$$

на выносливость

$$n \approx \frac{\sigma_{-1}}{(k_{\sigma})_D \sqrt{(\sigma_{a})_{np}^2 + \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 (\tau_a)_{np}^2}}$$

Теперь выразим запас прочности n_T при расчете на статическую прочность через запас прочности n при расчете на выносливость:

$$n_T = n \frac{\sigma_T}{\sigma_{-1}} (k_\sigma)_D \frac{\sqrt{(\sigma_a)_{np}^2 + \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 (\tau_a)_{np}^2}}{\sqrt{\sigma^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\tau_T}\right)^2 \tau^2}}$$

Если рассмотреть отношение момента от кратковременных нагрузок (определяющих статическую прочность) и амплитуды момента от длительно действующих (определяющих выносливость) нагрузок, то можно в запас прочности принять

$$\frac{\sqrt{(\sigma_a)_{np}^2 + \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 (\tau_a)_{np}^2}}{\sqrt{\sigma^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\tau_T}\right)^2 \tau^2}} = \frac{M_{a \text{ наиб. дл.}}}{M_{\text{наиб. кр}}}$$

откуда выражение для критерия расчета на выносливость будет

$$n_T > n \frac{\sigma_T}{\sigma_{-1}} (k_\sigma)_D \frac{M_{a \text{ наиб. дл.}}}{M_{\text{наиб. кр}}}$$

При заданных условиях нагружения $\left(\frac{M_{a \text{ наиб. дл.}}}{M_{\text{наиб. кр}}}\right)$, известном материале вала $\left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{-1}}\right)$ и выбранном значении $(k_\sigma)_D$, задавшись величиной необходимого запаса прочности n_{\min} , при расчете на выносливость по формуле

$$n_{\min} \frac{\sigma_T}{\sigma_{-1}} (k_\sigma)_D \frac{M_{a \text{ наиб. дл.}}}{M_{\text{наиб. кр}}} = \nu$$

можно определить то значение ν запаса статической прочности, при обеспечении которого не нужно вести расчет на выносливость, так как заданная величина запаса прочности n_{\min} оказалась бы обеспеченной. Иначе говоря, если в результате статического расчета оказывается $n_T > \nu$, то расчета на выносливость можно не производить. Надо заметить также, что если выполняется условие $\nu_T > n_T > \nu$, то в этом случае нет необходимости производить расчет ни на статическую прочность, ни на выносливость, как это следует из рассмотрения критерия расчета на статическую прочность.

В табл. 17 (стр. 88) приведены значения ν в зависимости от вида концентрации напряжений и от отношения момента от наибольшей кратковременной нагрузки к амплитуде момента от наи-

большей длительно действующей нагрузки для стали различных типов, т. е. для стали с различными значениями отношения предела текучести σ_T к пределу выносливости. При этом было выбрано значение запаса $n_{\min} = 2$; при других значениях n_{\min} величина ν изменяется пропорционально.

Введение критериев требует проведения незначительной по объему дополнительной вычислительной работы. При этом используется выражение критерия необходимости статического расчета

$$\nu_T = \frac{\sigma_T d_{\min}^3}{2l \Sigma P + 8(Ar + M_k)}$$

все члены которого необходимы в дальнейшем для статического расчета вала. Для использования критерия ν , приведенного в табл. 17, необходим или критерий ν_T , или как максимум статический расчет, который предшествует расчету на выносливость, т. е. критерий расчета на выносливость никаких дополнительных вычислений не требует.

Статистика расчета валов в общем машиностроении (редукторостроение, краностроение, сельхозмашиностроение, строительное и дорожное машиностроение), где напряженность валов, как правило, не очень велика, показывает, что трудоемкость расчета валов при использовании критериев расчета снижается в среднем на 50% и примерно для $\frac{2}{3}$ валов не требуется расчета на выносливость или статическую прочность, т. е. размеры валов определяют не из условий прочности, а по другим критериям (конструктивным требованиям, износостойкостью и т. д.).

В тяжелом машиностроении (горнодобывающее, кузнечно-прессовое, прокатное оборудование) и в транспортном машиностроении (автостроение, подвижной состав), где напряженность валов, как правило, повышена, использование критериев необходимости расчета снижает трудоемкость массовых расчетов валов примерно на 30% и более половины валов не требуют расчета на статическую прочность или на выносливость.

В качестве примера можно привести статистику расчетов валов в угольном машиностроении, где из-за стесненных габаритов и необходимости снижения веса валы оказываются весьма напряженными, но, с другой стороны, размеры вала часто зависят от конструкции узла и не лимитируются прочностью; однако установить это заранее, не прибегая к критериям расчета, не представляется возможным. Рассмотрено было 70 валов редукторов, рабочих режущих органов, транспортеров, гусеничных ходов и др. Необходимо отметить высокую напряженность рассмотренных валов: после проведения расчетов оказалось, что 9 валов из 70 (13%) нуждаются в усилении, так как в двух случаях оказалось необеспеченной статическая прочность, в четырех случаях — выносливость и в трех случаях — статическая прочность и

выносливость. Критерий расчета на статическую прочность v_T , указывает, что для 14 валов из 70 (20%) не нужно производить расчета ни на статическую прочность, ни на усталость (случай, когда $v_T > n_{T \min}$ и $v_T > v$). Этот же критерий показывает, что для 31 вала из 70 (45%) не нужно производить расчета на статическую прочность, но при этом до проведения статического расчета 25 валов нельзя заранее установить, нужен ли расчет на выносливость, т. е. $v_T > n_{T \min}$, на $v_T < v$.

После проведения расчета на статическую прочность этих 25 валов и проверки их по критерию v расчета на выносливость ($n_T < v$), оказалось, что эти 25 валов (35%) следует проверить также и на выносливость. Это объясняется весьма высоким уровнем длительно действующих нагрузок, так как в условиях резания и транспортировки угля действуют часто повторяющиеся весьма высокие перегрузки, близкие к наибольшим кратковременным нагрузкам.

Как уже отмечалось, после проверки оказалось, что для семи валов (10%) запас прочности по выносливости n оказался меньше минимально допустимого n_{\min} и эти валы нуждались в усилении.

Рассмотренная статистика расчетов валов угольных машин показывает, что несмотря на высокую напряженность узлов в целом, только 35% валов (25 и 70) необходимо было рассчитать на статическую прочность или на выносливость, для остальных же 65% валов в результате использования критериев расчета удалось избежать трудоемких вычислений.

Следует еще раз подчеркнуть, что эффективность использования критериев необходимости расчетов во многом связана с тем обстоятельством, что при конструировании вала размеры его часто выбирают в зависимости от конструкций и работы всего узла и его деталей, жесткости вала и др. Поэтому оказывается, что при высокой нагруженности смежных деталей (зубчатых колес, подшипников и др.) запасы прочности вала превосходят допустимые, что и выявляется критериями расчета.

Критерии расчета на выносливость не имеет смысла использовать, если заранее известна напряженность вала, например, когда выпускают массовую однотипную продукцию, параметры которой проверены длительной эксплуатацией и мало меняются от модели к модели, или когда выпускают уникальные дорогостоящие валы, для которых минимально допустимые запасы прочности могут быть приняты заведомо повышенными.

Использование критериев расчета может не давать эффекта в двигателестроении, автомобилестроении, в некоторых конструкциях тяжелого машиностроения и энергомашиностроения. Критерии расчета поэтому не распространяются на расчет коленчатых валов, роторов, валов весьма больших диаметров ($d > 500$ мм) и других подобных конструкций.

Порядок проведения расчета вала

Чтобы обеспечить достаточную полноту расчета вала и в то же время избежать излишней расчетной работы, следует придерживаться определенного порядка в проведении расчетов.

Результат предварительного упрощенного расчета, т. е. величина v_T (критерий необходимости расчета на статическую прочность), оценивается путем ее сравнения с величинами $n_{T \min}$ (минимально допустимая величина запаса прочности по пределу текучести) и v (критерий необходимости расчета на выносливость). При этом могут быть следующие случаи:

$$v_T \geq n_{T \min}; \quad v_T \geq v;$$

$$v_T \geq n_{T \min}; \quad v_T < v;$$

$$v_T < n_{T \min}; \quad v_T \geq v;$$

$$v_T < n_{T \min}; \quad v_T < v.$$

В первом случае ($v_T \geq n_{T \min}; v_T \geq v$) можно констатировать, что статическая прочность и выносливость вала обеспечены. Напомним, что уточненное значение запаса прочности n_T выше приближенного v_T , поэтому хотя и не определенное в приближенном расчете, но подразумеваемое значение n_T в первом случае заведомо выше значений $n_{T \min}$ и v . Выводы из такого результата могут быть различны в зависимости от предъявляемых к конструкции вала требований.

Если не ставится задача уменьшения размеров и веса вала, то конструктивные размеры его можно не изменять, и тогда уточненный расчет детали не требуется. Такие условия могут иметься для малоответственных валов с завышенными запасами прочности, для валов, размеры которых без избытка удовлетворяют иным, помимо прочности, требованиям (жесткость, условия работы деталей, связанных с валом, и др.). Если же ставится задача о снижении размеров и веса, то ни само по себе значение v_T , ни удовлетворение неравенства $v_T \geq n_{T \min}$ и $v_T \geq v$ не дают указания на то, в какой степени конструкция вала может быть облегчена. В таких случаях необходим уточненный расчет вала на статическую прочность.

Во втором случае ($v_T \geq n_{T \min}; v_T < v$) статическая прочность вала обеспечена, однако необходима проверка на выносливость (неравенство $v_T < v$ не указывает на недостаточную выносливость, а означает лишь необходимость проведения расчета на выносливость). В таком случае можно сразу провести расчет на выносливость или провести ненужный сам по себе уточненный расчет на статическую прочность, чтобы, пользуясь его результатами (величиной n_T), установить необходимость проведения расчета на выносливость. Достоинство первого варианта —

более прямой путь расчета. Достоинство второго варианта в том, что при $v_T < v$ часто оказывается $n_T > v$ (так как величина n_T , как правило, значительно больше, чем величина v_T) и удается ограничиться уточненным расчетом на статическую прочность вместо более сложного и трудоемкого расчета на выносливость. Кроме того, в практике большей частью встречается простое нагружение, когда наибольшие кратковременные нагрузки, по которым ведется расчет на статическую прочность, пропорциональны длительно действующим нагрузкам, по которым ведется расчет на выносливость, и вообще все силы и моменты, действующие на узел, меняются в одинаковое число раз, поэтому работа, затраченная на определение опорных реакций, построение эпюр моментов и отыскание геометрических характеристик сечений при расчете на статическую прочность, используется и при расчете на выносливость.

В целом для второго случая ($v_T \geq n_{T \min}$; $v_T < v$) можно рекомендовать первый путь (проведение расчета на выносливость, минуя расчет на статическую прочность) только при сложном нагружении, когда наибольшие кратковременные нагрузки не пропорциональны длительно действующим или вообще когда те или иные из сил и моментов при изменении нагрузки на узел меняются в различной степени.

При простом нагружении можно рекомендовать второй путь, сделав необходимую оговорку о том, что и в случае простого нагружения опасные сечения при расчете на выносливость должны быть определены заново, так как учет концентрации напряжений (не учитываемой при расчете деталей из пластичных материалов на статическую прочность) приводит, как правило, к иным опасным сечениям, чем те, которые были выявлены при расчете на статическую прочность.

В третьем случае ($v_T < n_{T \min}$; $v_T \geq v$) выносливость детали обеспечена, статическая же прочность требует проверки (хотя и не доказана ее недостаточность). Требуется уточненный расчет на статическую прочность, причем заведомо известно, что расчет на выносливость не нужен (так как при $v_T \geq v$ и $n_T \geq v_T$ заведомо $n_T \geq v$).

В четвертом случае ($v_T < n_{T \min}$; $v_T < v$) и статическую прочность и выносливость вала необходимо проверить, причем естественно начать с уточненного расчета на статическую прочность, по результатам которого (значению n_T) можно будет судить о надежности детали в отношении статической прочности и о необходимости проведения расчета на выносливость.

В результате уточненного расчета на статическую прочность определяется запас прочности по пределу текучести n_T .

Чтобы дать оценку полученной величины n_T , а следовательно, и надежности детали при воздействии на нее наибольшей кратковременной (статической) нагрузки, нужно сравнить

величину n_T с минимально допустимым значением запаса прочности по пределу текучести $n_{T \min}$ и с критическим значением этого запаса v . При таком сравнении возможны следующие случаи:

$$n_T \geq n_{T \min}; \quad n_T \geq v;$$

$$n_T \geq n_{T \min}; \quad n_T < v;$$

$$n_T < n_{T \min}; \quad n_T \geq v;$$

$$n_T < n_{T \min}; \quad n_T < v.$$

В первом случае ($n_T > n_{T \min}$; $n_T \geq v$) статическая прочность и сопротивление усталости вала обеспечиваются. Если при этом не ставится задача снижения размеров и веса вала, то конструктивные размеры вала можно не изменять и расчет на прочность на этом заканчивается. Если же ставится задача снижения размеров и веса или лучшего использования материалов, то следует уменьшить поперечные размеры или применить другой материал — менее легированный. Следует иметь в виду, что основанием к изменению конструкции, материала, термообработки вала для снижения его прочности может служить только заметное преобладание величины n_T над величиной $n_{T \min}$.

Кроме того, необходимо учитывать, что оценка надежности вала по статической прочности делается, в конечном счете, по величине запаса прочности n_T в одном наиболее напряженном сечении детали, причем другие сечения могут быть по напряженности весьма близки к наиболее напряженному. Поэтому при снижении веса детали нужно учитывать сравнительную напряженность рассчитанного сечения и других сечений детали, а после изменения детали необходимо провести дополнительный проверочный расчет.

Во втором случае ($n_T \geq n_{T \min}$; $n_T < v$) статическая прочность вала обеспечена, выносливость же требует проверки. При этом необходим расчет вала на выносливость независимо от того, ставится или не ставится задача уменьшения размеров и веса вала.

В третьем случае ($n_T < n_{T \min}$; $n_T \geq v$) сопротивление усталости вала обеспечено, статическая же прочность недостаточна и, следовательно, требуется усиление конструкции вала. После того как вал усилен, необходим его проверочный расчет; если усиление местное, в зоне опасного сечения, то проводится расчет соответствующего участка вала. Если при усилении вала в его конструкцию не вынесены какие-либо изменения, могущие увеличить концентрацию напряжений, то расчета на выносливость не требуется. Если же в связи с изменением конструкции вала появились новые (или изменились в худшую сторону имевшиеся) места концентрации напряжений, то проводится заново полный расчет вала на статическую прочность, и полученное новое значение запаса n_T для наиболее напряженного из опасных сечений

сравнивается с величинами $n_{T \min}$ и v , расчет же на выносливость проводится лишь в случае, если $n_T < v$.

В четвертом случае ($n_T < n_{T \min}$; $n_T < v$) статическая прочность вала недостаточна, а выносливость необходимо проверить, так как при этом вал должен усиливаться, то после изменения конструкции нужен расчет на статическую прочность, расчет же на выносливость проводится лишь в том случае, если и после усиления $n_T < v$.

В результате расчета вала на выносливость определяется запас прочности по пределу выносливости, значение которого сравнивается с минимально допустимым значением.

Здесь возможны два случая: $n \geq n_{\min}$; $n < n_{\min}$.
В первом случае ($n \geq n_{\min}$) возможно облегчение конструкции при условии, что величина n превышает величину n_{\min} хотя бы на 20—30% и что по статической прочности вал также имеет достаточный избыток прочности, т. е. n_T не в меньшей степени превышает величину $n_{T \min}$. После облегчения конструкции вала, обусловленного его избыточным сопротивлением усталости, следует частично (по мере надобности) провести его дополнительный расчет. Облегчение конструкции нужно лишь в том случае, когда ставится задача уменьшения размеров и веса.

Во втором случае ($n < n_{\min}$) необходимо усилить вал за счет его поперечных размеров или марки материала, термообработки, поверхностного упрочнения или форм (для снижения концентрации напряжений), или сочетанием этих мер. После изменения конструкции вала проводится дополнительный проверочный расчет.

Последовательность расчета вала: 1. Выясняют исходные данные, используемые для вычисления критериев необходимости проведения расчета вала на прочность:

размеры l , d_{\min} и диаметр заготовки вала по эскизу конструкции;

наибольшие нагрузки, в том числе крутящий момент M_k . Если нагрузки могут действовать на вал в различных сочетаниях, то в этой части расчета принимается то сочетание, которое приводит к наибольшему значению суммы абсолютных величин опорных реакций или внешних поперечных нагрузок;

материал, термообработку и значения пределов прочности σ_s , текучести σ_T и выносливости σ_{-1} ;

конструкцию опор вала;

отношение наибольшего кратковременно действующего момента к амплитудному моменту, т. е. величину $\frac{M_{\text{наиб.кр}}}{M_a} = k$

(коэффициент перегрузки);

специальные условия эксплуатации вала (требование повышенной надежности, работа в условиях повышенной температуры, агрессивной среды, ударных нагрузок и др.).

2. Составляют схему нагрузок, действующих на детали, связанные с валом.

3. Составляют схему нагрузок, непосредственно воспринимаемых валом, и составляют расчетную схему вала.

4. Производят разложение нагрузок на вал по двум взаимно перпендикулярным направлениям, определяют составляющие опорных реакций, суммарные реакции на опорах вала и сумму их абсолютных величин, а также сумму абсолютных величин внешних поперечных нагрузок.

5. Вычисляют условный запас прочности v_T и сравнивают его с величинами $n_{T \min}$ и v .

6. Выясняют дополнительные исходные данные для расчета вала на статическую прочность:

сочетание нагрузок, дающее наименьшее значение запаса прочности;

дополнительные размеры вала, необходимые для поверочного расчета;

предел текучести σ_T .

7. Строят эпюры: изгибающих моментов от наибольших кратковременных нагрузок (при пространственном расположении нагрузок — в двух взаимно перпендикулярных плоскостях) отдельно от вращающихся и невращающихся нагрузок;

суммарных изгибающих моментов отдельно от вращающихся и невращающихся нагрузок;

результатирующих изгибающих моментов от вращающихся и невращающихся нагрузок путем суммирования абсолютных величин ординат;

крутящих моментов.

8. Вычерчивают конструктивный эскиз вала и выясняют опасные сечения.

9. Определяют номинальные напряжения в опасных сечениях от изгиба и кручения.

10. Определяют в опасных сечениях частные коэффициенты запаса прочности $n_{T\sigma} = \frac{\sigma_T d}{\sigma_{\text{раб}}}$; $n_{T\tau} = \frac{\tau T d}{\tau_{\text{раб}}}$ и запас прочности $n_T =$

$$= \frac{n_{T\sigma} n_{T\tau}}{\sqrt{n_{T\sigma}^2 + n_{T\tau}^2}}$$

11. Определяют в опасных сечениях значения величины v (см. табл. 17, стр. 88) в зависимости от $\frac{\sigma_T}{\sigma_{-1}}$, $\frac{M_{\text{наиб.кр}}}{M_{\text{а.наиб.дл}}}$ и формы места концентрации напряжений.

12. Для каждого из сечений величину n_T сравнивают с величинами $n_{T \min}$ и v .

13. Выясняют дополнительные исходные данные для расчета на выносливость:

сочетание нагрузок, при котором запас прочности наименьший;

режим нагрузки в относительных амплитудах $\frac{\sigma_{ак}}{\sigma_{а наиб}}$ и $\frac{\tau_{ак}}{\tau_{а наиб}}$ и относительных числах циклов $\frac{n_l}{N_0}$ и необходимый срок службы в часах (см. гл. 4);

коэффициенты ψ_{σ} и ψ_{τ} для материала вала; состояние поверхности и наличие поверхностного упрочнения; предел выносливости τ_{-1} .

14. Если между наибольшими кратковременными и длительно действующими нагрузками нет пропорциональности, то заново (аналогично п. 7) строят эюры моментов от наибольших длительно действующих нагрузок. При наличии пропорциональности используют ранее построенные эюры (п. 7) с делением их ординат на величину

$$\frac{M_{наиб. кр}}{M_{а наиб. дл}}$$

15. Используя конструктивный эскиз вала (п. 8), выясняют опасные сечения независимо от наличия пропорциональности нагрузок.

16. Определяют номинальные напряжения в опасных сечениях от изгиба и кручения и составляющие цикла напряжений σ_a , σ_m , τ_a , τ_m .

17. Определяют коэффициенты эквивалентности k_{σ} и k_{τ} и приведенные амплитуды напряжений $(\sigma_a)_э$ и $(\tau_a)_э$.

18. Определяют коэффициенты концентрации k_{σ} и k_{τ} , коэффициенты влияния абсолютных размеров ϵ_{σ} и ϵ_{τ} и состояния поверхности β и k^n .

19. Определяют пределы выносливости вала в опасных сечениях $(\sigma_{-1})_D$ и $(\tau_{-1})_D$, коэффициенты $(\psi_{\sigma})_D$ и $(\psi_{\tau})_D$, частные коэффициенты запаса прочности n_{σ} и n_{τ} и общий запас прочности

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}$$

который сравнивают с величиной $n_{мин}$.

НЕКОТОРЫЕ СПЕЦИАЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ ВАЛОВ И ОСЕЙ

Глава 5

ЖЕСТКОСТЬ ВАЛОВ

Предельно допустимые перемещения в валах

Предельно допустимые перемещения в валах определяются в зависимости от условий работы деталей узла вала: зубчатых колес, подшипников и др. Ниже рассматривается определение предельно допустимых значений перемещений, исходя из условий работы наиболее распространенных деталей, сопряженных с валом, — зубчатых колес и подшипников качения. Такое определение является приближенным и подлежит в ряде случаев проверке экспериментальным путем, а также опытом эксплуатации соответствующих узлов.

Более подробно этот вопрос рассмотрен в работе [19].

Прогиб вала под зубчатым колесом приводит к увеличению межосевого расстояния в зубчатой передаче, а отсюда в первую очередь — к снижению в ней степени перекрытия.

Изменение коэффициента перекрытия

$$\Delta \epsilon = \frac{f_1 + f_2}{\pi m \cos \alpha_0}$$

где f_1 и f_2 — прогибы валов 1 и 2 под зубчатыми колесами в см;

m — модуль зубчатой передачи в см;

α_0 — профильный угол исходного контура (по ГОСТу 3058—54 угол $\alpha_0 = 20^\circ$).

Для косозубых передач вместо m и α_0 берут m_n и $\alpha_{вн}$.

Отсюда при заданной величине прогиба f_2 для вала 2, получим допустимую величину прогиба f_1 для вала 1

$$[f_1] = [\Delta \epsilon] \pi m \cos \alpha_0 - f_2.$$

При действии на вал наибольших кратковременных нагрузок можно допустить $[\Delta \epsilon] = \epsilon - 1$, где ϵ — коэффициент перекрытия.

При действии наибольших из длительных рабочих нагрузок для прямозубых передач, точность изготовления, прирабатываемость и напряженность которых не дают оснований рассчитывать

вать на одновременную работу более одной пары зубьев, можно принимать

$$[\Delta\epsilon] = \epsilon - (1,1 \div 1,15).$$

Наклон сечения вала под зубчатым колесом приводит к перекосу в зацеплении и к неравномерности распределения нагрузки по ширине зубчатого венца, учитываемой при расчете зубчатых передач коэффициентом неравномерности k_n , зависящим от ряда факторов, учитываемых при расчете зубчатых передач [47]. Допустимые значения угла θ поворота сечения вала в месте посадки зубчатого колеса следует определять по допустимым значениям k_n .

Для наибольших длительных нагрузок $k_n \leq 1,6$, если из-за напряженности зубчатых колес не требуется более строгого ограничения.

Для наибольших кратковременных нагрузок можно допустить $k_n = 2$, опять-таки учитывая напряженность зубчатых колес. Упругая податливость зубьев, определяемая опытным путем при $k_n \approx 1$, в случае сильной концентрации нагрузки ($k_n \approx 2$) заметно выше обычно принимаемой для расчета, поэтому для колес умеренной ширины (5—15 модулей) используемые в расчете при длительном действии рабочих нагрузок опытные значения коэффициента жесткости зубьев можно умножать на коэффициент 0,7.

Углы наклона $\theta_{ш1}$ и $\theta_{ш2}$ сечений валов под зубчатыми колесами дают некоторый угол перекоса колеса 1 относительно колеса 2

$$\gamma = |\theta_{ш1} \pm \theta_{ш2}|,$$

который приводится к величине k_n с помощью начального коэффициента концентрации нагрузки k_{n_0} , не учитывающего прирабатываемость зубьев. Связь между γ и k_{n_0} устанавливается по формуле

$$k_{n_0} = 1 + \frac{cb^2\gamma}{P_n} + 0,1 \left(\frac{b_1}{d_1} \right)^2,$$

где $c = 54\,000 \text{ кг/см}^2$ для прямых зубьев и $67\,500$ — для косых зубьев ($\beta \geq 20^\circ$). При действии пиковых нагрузок можно принимать 0,7с, так как при перегрузках, как правило, входит в зацепление вторая пара зубьев;

P_n — усилие по нормали к торцовому профилю зуба;

d_1 — диаметр начальной окружности меньшего из колес пары;

b_1 — ширина колеса d_1 .

Зависимость величины k_n от k_{n_0} может быть установлена приближенно по графикам (рис. 71), полученным путем обработки данных, приведенных в работе [47], для окружной скорости $v \leq 10 \text{ м/сек}$. При действии наибольших кратковременных на-

грузок можно принимать $k_n = k_{n_0}$, так как при малом числе повторных перегрузок зубья не успевают прирабатываться.

Допустимое значение угла наклона $\theta_{ш1}$ одной из шестерен при известном угле наклона $\theta_{ш2}$ другой составит

$$[\theta_{ш1}] = \left\{ [k_{n_0}] - 1 - 0,1 \left(\frac{l_1}{d_1} \right)^2 \right\} \frac{P_n}{cb^2} - \theta_{ш2},$$

где допустимое значение $[k_{n_0}]$ определяется по графикам рис. 71 для приемлемых значений k_n , согласованных с напряженностью зубьев.

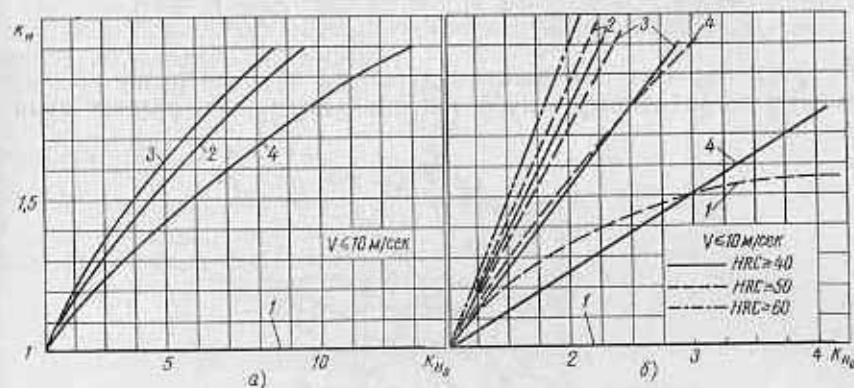


Рис. 71. Графики коэффициентов k_n для шестерен:

a — при твердости зубьев не более HB 300; *б* — при твердости зубьев не менее HRC 40; для режимов нагрузки: 1 — постоянный; 2 — легкий; 3 — тяжелый; 4 — средний

Наклон сечения вала на роликовой опоре приводит к неравномерному распределению нагрузки по длине ролика. Радиальное параллельное смещение геометрической оси подшипника по отношению к ее начальному положению [49] будет

$$\delta = 1,22 \cdot 10^{-2} q \lg \left(\frac{35 \cdot 10^6 d_p}{q} \right) \text{ см},$$

где q — интенсивность нагрузки в кг/см ;

d_p — диаметр ролика в см .

Интенсивность нагрузки

$$q = \frac{P}{l_p} = \frac{4,6R}{z l_p},$$

где l_p — длина ролика в см ;

P — усилие на один наиболее нагруженный ролик в кг ;

R — нагрузка на подшипники в кг ;

z — число роликов в подшипнике.

Исследование зависимости $\delta = f(q)$ для роликоподшипников различных типоразмеров показывает, что ее можно заменить упрощенной зависимостью

$$\delta = 5,4 \cdot 10^{-6} q.$$

Угол наклона θ внутреннего кольца подшипника относительно наружного кольца может быть выражен с помощью следующих формул:

$$\theta = \frac{\delta_1}{l_a} = 5,4 \cdot 10^{-6} \frac{q_1}{l_a} \quad (\text{при } l_a < l_p);$$

$$\theta = \frac{\delta_1 - \delta_2}{l_p} = 5,4 \cdot 10^{-6} \frac{q_1 - q_2}{l_p} \quad (\text{при } l_a > l_p).$$

Зная параметры подшипника (l_p, d_p, z) и нагрузку на него, можно по заданному углу θ (определяемому при расчете вала)

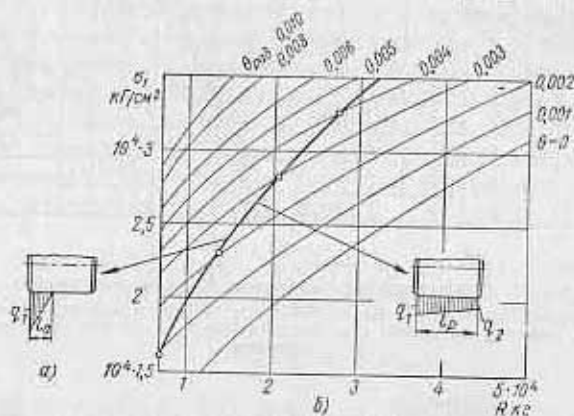


Рис. 72.

а — схемы распределения давления по длине ролика;
б — график зависимости максимального напряжения σ_1 от нагрузки R по параметру угла наклона; θ ; жирная кривая соответствует $l_a = l_p$.

установить контактное напряжение σ_1 сжатия по середине площадки контакта, соответствующее наибольшей интенсивности q_1 нагрузки (рис. 72, а). С другой стороны, задаваясь предельным напряжением $\sigma_{npед}$ (или соответствующей ему нагрузкой $R_{npед}$), можно определить предельно допустимый угол θ на опоре.

Порядок расчета при этом следующий.

Если искомой величиной является наибольшее контактное напряжение сжатия σ_1 на конце ролика, то величину l_a определяют по формуле

$$l_a = \sqrt{\frac{R}{2z(\theta \cdot 10^4)}};$$

если получено $l_a > l_p$, то

$$\sigma_1 = \frac{955}{\sqrt{d_p}} \sqrt{\frac{\theta l_p \cdot 10^6}{10,8} + \frac{4,6R}{z l_p}};$$

если же получено $l_a < l_p$, то

$$\sigma_1 = \frac{34\,400}{\sqrt{d_p}} \sqrt{\frac{\theta R}{z}}.$$

Если искомой величиной является угол θ поворота внутреннего кольца подшипника относительно наружного кольца, то величину l_a определяют по формуле

$$l_a = \frac{2R}{R_{npед}} l_p;$$

если получено $l_a > l_p$, то

$$[\theta] = \frac{49,7 \cdot 10^{-6}}{z l_p^2} (R_{npед} - R);$$

если получено $l_a < l_p$, то

$$[\theta] = \frac{12,4 \cdot 10^{-6}}{z l_p^2} \cdot \frac{R_{npед}}{R}.$$

При любом значении $\sigma_{npед}$

$$R_{npед} = \frac{z l_p d_p}{4,2} \left(\frac{\sigma_{npед}}{1000} \right)^2.$$

При действии наибольших кратковременных нагрузок $\sigma_{npед} = 35\,000$ кг/см² (максимально допустимое контактное напряжение для роликов);

$$R_{npед} \approx 2Q_{ст},$$

где $Q_{ст}$ — содержащаяся в каталогах и справочниках максимальная статическая нагрузка.

При действии длительных нагрузок значение $\sigma_{npед}$ устанавливается в зависимости от нужного срока службы подшипников по следующей формуле:

$$(nh)^{0,3} = \frac{C}{k_g k_T k_k} \cdot \frac{4,2}{2 d_p l_p} \left(\frac{1000}{\sigma_{npед}} \right)^2,$$

где n — число оборотов в минуту;

h — срок службы подшипника в ч;

k_g — коэффициент, учитывающий условия работы узла;

k_k — коэффициент кольца;

k_T — коэффициент температурного режима [3].

На рис. 72, б приведены графики зависимости максимального контактного напряжения σ_1 от нагрузки R по параметру угла

наклона θ , полученные по приведенным выше формулам для подшипника № 32622.

Кривая $\theta = 0$ соответствует обычно используемой для расчета зависимости между σ_1 и R при равномерном распределении нагрузки.

Как известно из опыта эксплуатации роликоподшипников, долговечность их может существенно снижаться в связи со взаимным перекосом колец. Приведенные выше формулы могут рассматриваться лишь в качестве первого приближения.

Значения l_p , d_p и z для употребительных типоразмеров роликоподшипников приведены в табл. 24.

Выведенные выше формулы основывались на предположении о наличии в подшипнике зазоров. Для средних условий работы при равной вероятности любых нагрузок, действующих на подшипник, статистическое распределение случаев зазоров и натягов таково, что вероятность зазора составляет около 0,87, вероятность натяга 0,13. Поэтому практические расчеты можно вести по рассмотренной выше методике.

Угол поворота вала на шариковой опоре связан с выборкой зазора и упрощенно может быть выражен формулой

$$\theta = \bar{\theta} \sqrt{g},$$

где g — зазор в подшипнике в рабочем состоянии в мм; $\bar{\theta} = 0,692 \frac{\sqrt{d_{ш}}}{D+d}$ зависит от типоразмера подшипника (табл. 25).

$$g = \delta_0 + g_c - (\Delta g)_e - (\Delta g)_n - \Delta g_t;$$

здесь

g_c — начальный (в свободном состоянии) зазор;

δ_0 — упругая деформация колец и тел качения, вызываемая радиальной нагрузкой;

$[\Delta g]_e$ и $[\Delta g]_n$ — доли радиального зазора, теряемые из-за упругих деформаций внутреннего и наружного колец подшипника при насадке на вал или запрессовке в корпус;

Δg_t — доля радиального зазора, теряемая в результате повышения температуры внутреннего кольца подшипника по отношению к наружному кольцу.

Суммарная (для тел качения и для обоих колец) деформация δ_0 шарикоподшипника под нагрузкой определяется по следующей формуле [3]:

$$\delta_0 = 2,8 \cdot 10^{-4} \sqrt[3]{\frac{R}{d_{ш} z^2}} = \bar{\delta}_0 \sqrt[3]{R^2},$$

где $d_{ш}$ — диаметр шарика в см;

R — радиальная нагрузка на подшипник в кг.

24. Ролики стандартных роликоподшипников

Условное обозначение подшипника	Диаметр ролика $d_{р}$ в мм	Полная длина ролика l_p в мм	Число роликов z	Условное обозначение подшипника	Диаметр ролика $d_{р}$ в мм	Полная длина ролика l_p в мм	Число роликов z				
Легкая серия											
2204	6,5	6,5	11	2219	19	19	17				
2205			13	2220	20	20					
2206	7,5	7,5	14	2221	21	21					
2207				9	2222	23		23			
2208	10	10	15	2224	24	24	18				
2209				17			2226	19			
2210				11	11	2228	26		26		
2211	12	12	17	2230	28	28	17				
2212	13	13		32234	32	32					
2213	14	14	18	32236	34	34	20				
2214				15				15	32238	36	36
2215				16				16	32240	40	40
2216	18	18	17	32244	40	40					
2217											
2218											
Средняя серия											
2305	9	9	11	2318	25	25	14				
2306	10	10		2319	26	26					
2307	11	11	12	2320	28	28					
2308	12	12		2321	30	30					
2309	14	14	13	2322	32	32					
2310	15	15		2324	36	36					
2311	17	17	14	2326	38	38					
2312	18	18		2328	40	40					
2313	19	19	13	2330	42	42	15				
2314	20	20		2332	45	45					
2315	22	22	13	2334	48	48					
2316	24	24	14	2336	48	48					
2317				32340	50	50	16				

Условное обозначение подшипника	Диаметр ролика d_{cp} в мм	Полная длина ролика L_p в мм	Число роликов z	Условное обозначение подшипника	Диаметр ролика d_{cp} в мм	Полная длина ролика L_p в мм	Число роликов z
Тяжелая серия							
2406	14	14	10	2417	32	32	12
2407	15	15	11	2418	34	34	
2408	17	17		2419			
2409	18	18	12	2420	36	36	13
2410	20	20		2421	38	38	
2411			2422	40	40		
2412	22	22	12	2424	45	45	12
2413	23	23		32426	52	52	13
2414	26	26		32428			14
2415	28	28		32430			
2416	30	30					
Средняя широкая серия							
32605	9	14	11	32617	24	36	14
32606	10	14	12	32618	25		
32607	11	15		32619	26	40	
32608	12	18	32620	28	44	13	
32609	14	20	32622	32	52		
32610	15	22	13	32624	36	58	14
32611	17	24	12	32626	38	62	
32612	18	26	13	32628	40	65	15
32613	19	28		32630			
32614	20	30	14	32632	42	70	14
32615	22	34	13	32634	45	75	
32616			14				

Условное обозначение подшипника	b	$\xi_p \cdot 10^3$	$\xi_r \cdot 10^3$	$\xi_c \cdot 10^3$	Условное обозначение подшипника	μ	$\xi_p \cdot 10^3$	$\xi_r \cdot 10^3$	$\xi_c \cdot 10^3$
Легкая серия									
200	0,0422	1,01	8	0,165	217	0,0131	0,481	13	1,105
201	0,0384	0,912		0,187	218	0,0130	0,463		1,185
202	0,0338	0,835	7	0,22	219	0,0128	0,453	17	1,25
203	0,0325	0,86		0,25	220	0,0124	0,444		1,32
204	0,0292	0,759	9	0,295	221	0,0122	0,434	18	1,39
205	0,0254	0,70		0,350	222	0,0119	0,427		1,46
206	0,0233	0,675	10	0,418	224	0,0110	0,427	21	1,58
207	0,0216	0,627		0,487	226	0,0102	0,40		1,71
208	0,0206	0,6	11	0,55	228	0,00948	0,40	26	1,85
209	0,0190	0,6		0,606	230	0,00905	0,394		1,98
210	0,0177	0,559	13	0,66	232	0,0095	0,364	12	2,12
211	0,0169	0,538		0,730	234	0,0089	0,364		2,26
212	0,0163	0,518	11	0,8	236	0,00888	0,354	13	2,37
213	0,0153	0,510		0,867	238	0,00855	0,35		2,51
214	0,0149	0,502	13	0,922	240	0,00808	0,35	26	2,64
215	0,0141	0,47		0,978	244	0,00744	0,346		2,92
216	0,0140	0,488		1,045					
Средняя серия									
300	0,041	0,935	8	0,179	314	0,0158	0,515	12	0,990
301	0,0397	0,918		0,200	315	0,0152	0,505		1,06
302	0,0342	0,828	5	0,240	316	0,0148	0,495	13	1,13
303	0,0334	0,864		0,270	317	0,0143	0,486		1,20
304	0,0297	0,780	7	0,308	318	0,0140	0,478	17	1,26
305	0,0270	0,733		0,378	319	0,013	0,470		1,34
306	0,0238	0,655	10	0,446	320	0,0133	0,456	21	1,39
307	0,0228	0,681		0,509	321	0,0130	0,468		1,48
308	0,0206	0,613	11	0,578	322	0,0127	0,456	18	1,57
309	0,0199	0,582		0,647	324	0,0119	0,45		1,70
310	0,0189	0,566	11	0,716	326	0,0112	0,445	21	1,84
311	0,0179	0,552		0,785	328	0,0108	0,435		1,98
312	0,0172	0,537	11	0,854	330	0,0103	0,430	21	2,12
313	0,0165	0,526		0,922					
Тяжелая серия									
403	0,0313	0,783	8	0,312	411	0,0185	0,550	12	0,840
404	0,0292	0,740	7	0,363	412	0,0176	0,540		0,910
405	0,0269	0,716		9	0,427	413	0,0169	0,530	13
406	0,0252	0,686	0,495		414	0,0164	0,505	1,07	
407	0,0233	0,667	10	0,564	415	0,0158	0,498	13	1,14
408	0,0218	0,650		0,634	416	0,0153	0,490		1,21
409	0,0202	0,580	10	0,702	417	0,0148	0,484	13	1,28
410	0,0194	0,561		0,772	418	0,0144	0,471		1,36

Значения $\bar{\delta}_0$ в зависимости от типоразмера подшипников приведены в табл. 25.

Величины начального зазора g_c и потеря зазора $\Delta g = (\Delta g)_н + (\Delta g)_к$ за счет посадки на вал и в корпус в первом приближении принимаются в виде средних значений \bar{g}_c и $(\Delta \bar{g})$, приведенных в табл. 25 как разность $\bar{g} = \bar{g}_c - (\Delta \bar{g})$.

Доля радиального зазора, теряемая в результате повышения температуры Δt подшипника при его работе,

$$\Delta g_t = \bar{t}_0 \Delta t.$$

Значения коэффициента \bar{t}_0 в зависимости от типоразмеров подшипника приведены в табл. 25.

Таким образом, предельный угол поворота внутреннего кольца подшипника относительно наружного можно определить по формуле

$$\theta = \bar{\theta} \sqrt{\bar{\delta}_1^2 / R^2 + \bar{g} - \bar{t}_0 \Delta t}.$$

Определение перемещений в валах

В первом издании данной книги были рекомендованы два метода определения перемещений для валов: точный метод (в пределах допущений о приложении сил в точках, об отсутствии дополнительной упругой податливости мест перехода одних ступеней вала в другие, а также — пренебрежение влиянием касательных напряжений), основанный на использовании правила Верещагина, и приближенный метод, основанный на вычислении так называемого «эквивалентного диаметра» вала. Расчеты по первому методу весьма трудоемки. Второй метод выгодно отличается своей простотой, однако в ряде случаев дает большие погрешности. Практика показывает, что относительные погрешности в величине перемещений, вычисленных на основе этого метода (по «эквивалентному диаметру»), могут составлять $\pm 30\%$ и даже более. Дело в том, что в основу этого приближенного метода положен случай чистого изгиба, т. е. случай, в котором изгибающий момент не меняется по длине вала, в то время как во всех, почти без исключения, случаях изгибающие моменты существенно меняются по длине вала.

Исходя из этих соображений, ниже излагаются иные два метода определения перемещений для валов: точный метод, основанный на общеизвестном способе графо-аналитического расчета балок на изгиб; приближенный, основанный на замене реального вала близким к нему эллипсоидом (или двумя полуэллипсоидами) вращения. Погрешности при использовании нового приближенного метода существенно меньше, чем при расчетах по «эквивалентному диаметру», однако этот способ (с

заменой вала эллипсоидом) может быть применен только для валов, общая конфигурация ступеней которых приближается к веретенообразной.

Графо-аналитический метод, основы которого излагаются в курсах «Сопротивления материалов», дает ту же полноту расчета, что и использование правила Верещагина, но при этом требует в $2-2^{1/2}$ раза меньше вычислений по сравнению с последним.

Графо-аналитический метод несколько различно применяется при расчете перемещений для валов без консолей и с консолями.

Пример 1 (рис. 73). Определить углы поворота сечений двух-опорного бесконсольного вала на опорах A и B , а также под силами P_1 и P_2 . Размеры элементов вала и величины нагрузок приведены на рисунке.

Чтобы построить эпюру изгибающих моментов, определяем прежде всего реакции на опорах A и B :

$$R_A = \frac{P_1(L - l_1 - l_2) + P_2(l_5 + l_6)}{L} = \frac{4500(63 - 9 - 4) + 6000(18 + 9)}{63} = 6140 \text{ кг};$$

$$R_B = P_1 + P_2 - R_A = 4500 + 6000 - 6140 = 4360 \text{ кг}.$$

Действительные изгибающие моменты в сечениях C и D (под силами P_1 и P_2) в кг/см :

$$M_C = R_A(l_1 + l_2) = 6140(9 + 4) = 79\,700;$$

$$M_D = R_B(l_5 + l_6) = 4360(18 + 9) = 117\,700.$$

Для построения эпюры фиктивных изгибающих моментов находим величины действительных изгибающих моментов в переходных сечениях $1, 2$ и 4 в кг/см .

$$M_1 = R_A l_1 = 6140 \cdot 9 = 55\,200;$$

$$M_2 = M_C + (M_D - M_C) \frac{l_3}{l_3 + l_4} = 79\,700 + (117\,700 - 79\,700) \frac{5}{5 + 18} = 87\,600;$$

$$M_4 = R_B l_6 = 4360 \cdot 9 = 39\,200.$$

Приняв за основную ступень вала ступень диаметром $d_{2,3} = 9 \text{ см}$ (длиной $l_2 + l_3$), находим величины изгибающих моментов для фиктивного вала в кг/см :

в сечении I (чуть левее его)

$$M_{\phi 1}^2 = M_1 \left(\frac{d_{2,3}}{d_1} \right)^4 = 55\,200 \left(\frac{9}{7} \right)^4 = 151\,000,$$

в сечении I (чуть правее)

$$M_{\phi 1}^2 = M_1 = 55\,200;$$

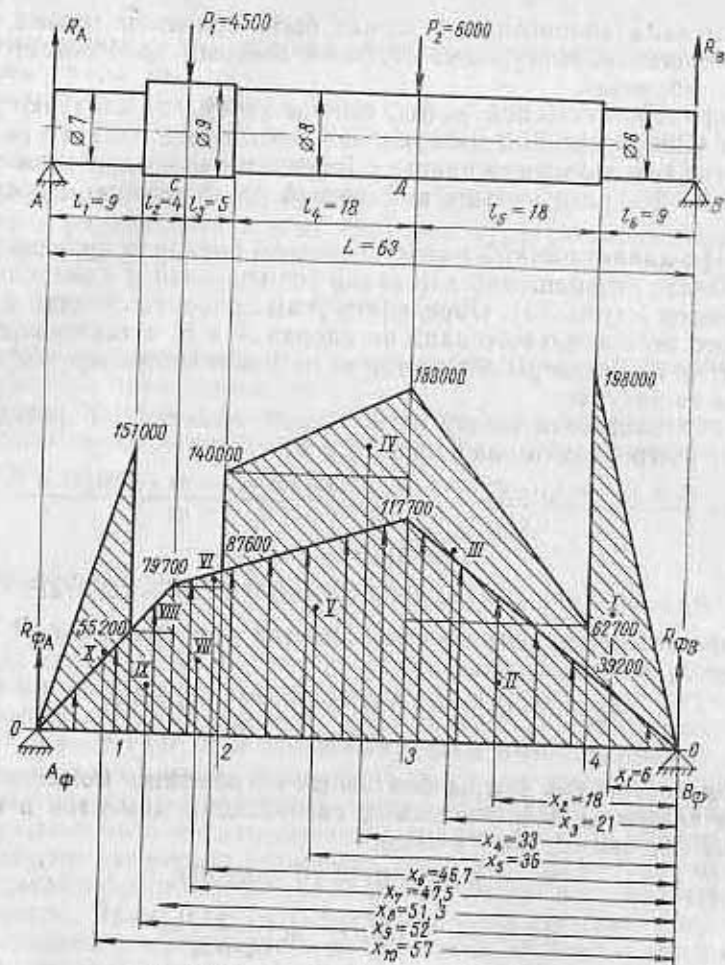


Рис. 73. Схема вала и эпюры моментов

в сечении 2 (чуть правее)

$$M_{\phi 2}^n = M_2 \left(\frac{d_{2,3}}{d_{4,5}} \right)^4 = 87600 \left(\frac{9}{8} \right)^4 = 140000;$$

в сечении 2 (чуть левее)

$$M_{\phi 2}^l = M_2 = 87600;$$

в сечении 3

$$M_{\phi 3} = M_D \left(\frac{d_{2,3}}{d_{4,5}} \right)^4 = 117700 \left(\frac{9}{8} \right)^4 = 188000;$$

в сечении 4 (чуть левее)

$$M_{\phi 4}^l = M_4 \left(\frac{d_{2,3}}{d_{4,5}} \right)^4 = 39200 \left(\frac{9}{8} \right)^4 = 62700;$$

в сечении 4 (чуть правее)

$$M_{\phi 4}^n = M_4 \left(\frac{d_{2,3}}{d_6} \right)^4 = 39200 \left(\frac{9}{6} \right)^4 = 198000.$$

Фиктивные нагрузки (площади элементов заштрихованной на рисунке эпюры изгибающих моментов для фиктивной балки) в $\kappa\Gamma\text{см}^2$:

$$\omega_1 = \frac{1}{2} l_6 M_{\phi 4}^n = \frac{1}{2} 9 \cdot 198000 = 89 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{11} = l_5 M_{\phi 4}^l = 18 \cdot 62700 = 113 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{111} = \frac{1}{2} l_5 (M_{\phi 3} - M_{\phi 4}^l) = \frac{1}{2} 18 (188000 - 62700) = 113 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{1V} = \frac{1}{2} l_4 (M_{\phi 3} - M_{\phi 2}^n) = \frac{1}{2} 18 (188000 - 140000) = 43 \cdot 10^4;$$

$$\omega_V = l_4 M_{\phi 2}^n = 18 \cdot 140000 = 252 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{VI} = \frac{1}{2} l_3 (M_{\phi 2}^l - M_C) = \frac{1}{2} 5 (87600 - 79700) = 2 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{VII} = l_3 M_C = 5 \cdot 79700 = 39,8 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{VIII} = \frac{1}{2} l_2 (M_C - M_{\phi 1}^n) = \frac{1}{2} 4 (79700 - 55200) = 4,9 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{IX} = l_2 M_{\phi 1}^n = 4 \cdot 55200 = 22,1 \cdot 10^4;$$

$$\omega_X = \frac{1}{2} l_1 M_{\phi 1}^l = \frac{1}{2} 9 \cdot 151000 = 68 \cdot 10^4.$$

Статический момент грузовой площади относительно опоры B_{ϕ} :

$$S_B = \sum_{i=1}^{10} \omega_i x_i = (89 \cdot 6 + 113 \cdot 18 + 113 \cdot 21 + 43 \cdot 33 + 252 \cdot 36 + 2 \cdot 46,7 + 39,8 \cdot 47,5 + 4,9 \cdot 51,3 + 22,1 \cdot 52 + 68 \cdot 57) \cdot 10^6 = 227 \cdot 10^6 \kappa\Gamma\text{см}^3;$$

Фиктивные реакции на опорах A_{ϕ} и B_{ϕ} в $\kappa\Gamma\text{см}^2$:

$$R_{\phi A} = \frac{S_B}{L} = \frac{227 \cdot 10^6}{63} = 3,6 \cdot 10^6;$$

$$R_{\phi B} = \sum_{i=1}^{10} \omega_i - R_{\phi A} = 3,87 \cdot 10^6.$$

Фиктивные изгибающие моменты в сечениях C и D в $\kappa\Gamma\text{см}^2$:

$$M_{\phi C} = R_{\phi A}(l_1 + l_2) - \omega_X \left(\frac{1}{3} l_1 + l_2 \right) - \omega_{IX} \frac{1}{2} l_2 - \omega_{VIII} \frac{1}{3} l_2 = \\ = \left[3,6(9 + 4) - 0,68 \left(\frac{1}{3} \cdot 9 + 4 \right) - 0,221 \frac{1}{2} \cdot 4 - 0,049 \frac{1}{3} \cdot 4 \right] \cdot 10^6 = \\ = 41,5 \cdot 10^6;$$

$$M_{\phi D} = R_{\phi B}(l_5 + l_6) - \omega_I \left(l_5 + \frac{1}{3} l_6 \right) - \omega_{II} \frac{1}{2} l_5 - \omega_{III} \frac{1}{3} l_5 = \\ = \left[3,87(18 + 9) - 0,89 \left(18 + \frac{1}{3} \cdot 9 \right) - 1,13 \frac{1}{2} \cdot 18 - 1,13 \frac{1}{3} \cdot 18 \right] \times \\ \times 10^6 = 68,8 \cdot 10^6.$$

Фиктивные перерезывающие силы в сечениях C и D в $\kappa\Gamma\text{см}^2$:

$$Q_{\phi C} = R_{\phi A} - \omega_X - \omega_{IX} - \omega_{VIII} = (3,6 - 0,68 - 0,221 - 0,049) \times \\ \times 10^6 = 2,65 \cdot 10^6;$$

$$Q_{\phi D} = R_{\phi B} - \omega_I - \omega_{II} - \omega_{III} = (3,87 - 0,89 - 1,13 - 1,13) \times \\ \times 10^6 = 0,72 \cdot 10^6.$$

Для базового сечения диаметр $d_{2,3} = 9 \text{ см}$

$$EI = E \frac{\pi}{64} d_{2,3}^4 = 2,1 \cdot 10^8 \frac{\pi}{64} 9^4 = 678 \cdot 10^6 \text{ в } \kappa\Gamma\text{см}^2.$$

Прогибы вала под силами P_1 и P_2 — в сечениях C и D в см :

$$f_C = \frac{M_{\phi C}}{EI} = \frac{41,5 \cdot 10^6}{678 \cdot 10^6} = 0,061;$$

$$f_D = \frac{M_{\phi D}}{EI} = \frac{68,8 \cdot 10^6}{678 \cdot 10^6} = 0,102.$$

Углы поворота сечений под силами P_1 и P_2 и на опорах A и B в рад:

$$\gamma_C = \frac{Q_{\phi C}}{EI} = \frac{2,65 \cdot 10^6}{678 \cdot 10^6} = 0,0039;$$

$$\gamma_D = \frac{Q_{\phi D}}{EI} = \frac{0,72 \cdot 10^6}{678 \cdot 10^6} = 0,00106;$$

$$\gamma_A = \frac{R_{\phi A}}{EI} = \frac{3,6 \cdot 10^6}{678 \cdot 10^6} = 0,0053;$$

$$\gamma_B = \frac{R_{\phi B}}{EI} = \frac{3,87 \cdot 10^6}{678 \cdot 10^6} = 0,0057.$$

Пример 2 (рис. 74). Определить углы поворота сечений двух-опорного с наличием нагруженной консоли вала под силами P_1 и P_2 и на опорах A и B и прогибы под силами P_1 и P_2 . Размеры элементов вала и величины нагрузок приведены на рисунке.

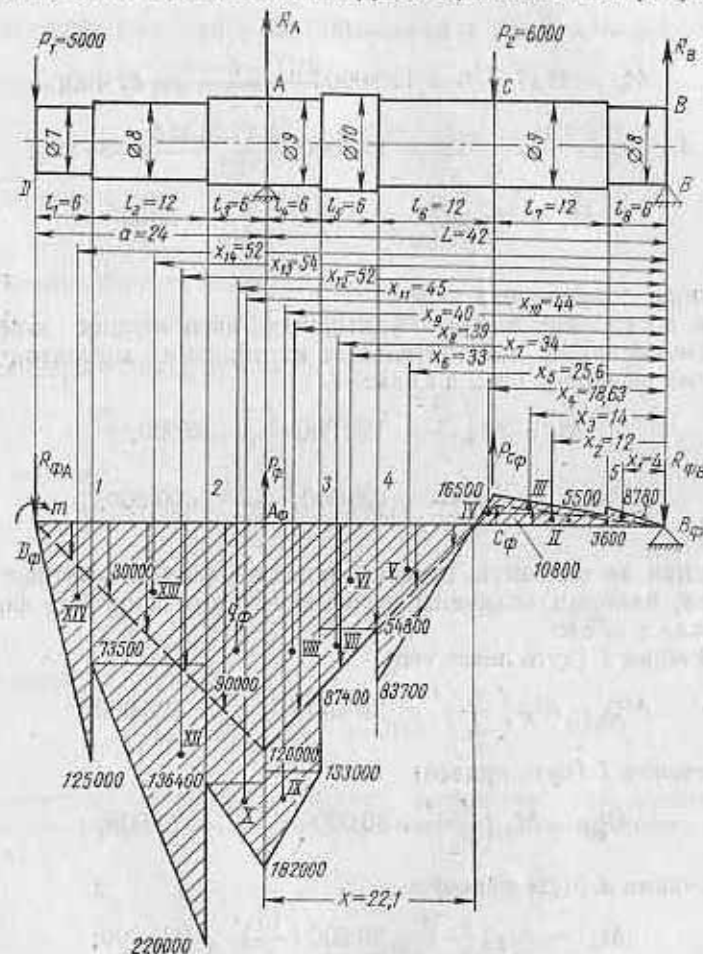


Рис. 74. Схема вала и эпюры моментов

Опорные реакции:

$$R_A = \frac{P_1(a + L) + P_2(l_7 + l_8)}{L} = \frac{5000(24 + 42) + 6000(12 + 6)}{42} = 10400 \text{ кг};$$

$$R_B = P_1 + P_2 - R_A = 5000 + 6000 - 10400 = 600 \text{ кг}.$$

Действительные изгибающие моменты в сечениях 3, 4, 5, на опоре А и под силой P_2 (сечение С) в кгсм:

$$M_A = P_1 a = 5000 \cdot 24 = 120\,000;$$

$$M_C = -R_B(l_7 + l_8) = -600(12 + 6) = -10\,800;$$

$$M_3 = M_A \frac{x - l_4}{x} = 120\,000 \frac{22,1 - 6 - 6}{22,1} = 87\,400;$$

$$M_4 = M_A \frac{x - l_4 - l_5}{x} = 120\,000 \frac{22,1 - 6 - 6}{22,1} = 54\,800;$$

$$M_5 = M_C \frac{l_8}{l_7 + l_8} = 10\,800 \frac{6}{12 + 6} = 3600$$

(величина x определена ниже).

Для построения эпюры фиктивных изгибающих моментов находим величины действительных изгибающих моментов в переходных сечениях 1 и 2 в кгсм:

$$M_1 = M_A \frac{l_1}{a} = 120\,000 \frac{6}{24} = 30\,000;$$

$$M_2 = M_A \frac{l_1 + l_2}{a} = 120\,000 \frac{6 + 12}{24} = 90\,000.$$

Приняв за основную ступень вала ступень диаметром $d_5 = 10$ см, находим величины изгибающих моментов для фиктивного вала в кгсм:

в сечении I (чуть левее его)

$$M_{\phi 1}^* = M_1 \left(\frac{d_5}{d_1}\right)^4 = 30\,000 \left(\frac{10}{7}\right)^4 = 125\,000;$$

в сечении I (чуть правее)

$$M_{\phi 1}^n = M_1 \left(\frac{d_5}{d_2}\right)^4 = 30\,000 \left(\frac{10}{8}\right)^4 = 73\,500;$$

в сечении 2 (чуть левее)

$$M_{\phi 2}^* = M_2 \left(\frac{d_5}{d_2}\right)^4 = 90\,000 \left(\frac{10}{8}\right)^4 = 221\,000;$$

в сечении 2 (чуть правее)

$$M_{\phi 2}^n = M_2 \left(\frac{d_5}{d_3}\right)^4 = 90\,000 \left(\frac{10}{9}\right)^4 = 136\,400;$$

в сечении на опоре А

$$M_{\phi A} = M_A \left(\frac{d_5}{d_3}\right)^4 = 120\,000 \left(\frac{10}{9}\right)^4 = 182\,000.$$

Абсцисса точки с нулевым значением изгибающего момента

$$x = \frac{M_A(l_4 + l_5 + l_6)}{M_A + |M_C|} = \frac{120\,000(6 + 6 + 12)}{120\,000 + 10\,800} = 22,1 \text{ см.}$$

Остальные величины изгибающих моментов для фиктивного вала:

в сечении 3 (чуть левее)

$$M_{\phi 3}^* = M_3 \left(\frac{d_5}{d_4}\right)^4 = 87\,400 \left(\frac{10}{9}\right)^4 = 133\,000;$$

в сечении 3 (чуть правее)

$$M_{\phi 3}^n = M_3 = 87\,400;$$

в сечении 4 (чуть левее)

$$M_{\phi 4}^* = M_4 = 54\,800;$$

в сечении 4 (чуть правее)

$$M_{\phi 4}^n = M_4 \left(\frac{d_5}{d_5}\right)^4 = 54\,800 \left(\frac{10}{9}\right)^4 = 83\,700;$$

в сечении С

$$M_{\phi C} = M_C \left(\frac{d_5}{d_6}\right)^4 = 10\,800 \left(\frac{10}{9}\right)^4 = 16\,500;$$

в сечении 5 (чуть левее)

$$M_{\phi 5}^* = M_5 \left(\frac{d_5}{d_7}\right)^4 = 3600 \left(\frac{10}{9}\right)^4 = 5500;$$

в сечении 5 (чуть правее)

$$M_{\phi 5}^n = M_5 \left(\frac{d_5}{d_8}\right)^4 = 3600 \left(\frac{10}{8}\right)^4 = 8780.$$

Фиктивные нагрузки (площади элементов заштрихованной на фигуре эпюры изгибающих моментов для фиктивного вала) в кгсм²:

$$\omega_I = \frac{1}{2} l_8 M_{\phi 5}^n = \frac{1}{2} 6 \cdot 8780 = 2,63 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{II} = l_7 M_{\phi 5}^* = 12 \cdot 5500 = 6,6 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{III} = \frac{1}{2} l_7 (M_{\phi C} - M_{\phi 5}^*) = \frac{1}{2} 12 (16\,500 - 5500) = 6,6 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{IV} = \frac{1}{2} (l_4 + l_5 + l_6 - x) M_{\phi C} = \frac{1}{2} (6 + 6 + 12 - 22,1) \times \\ \times 16\,500 = 1,57 \cdot 10^4;$$

$$\omega_V = \frac{1}{2} (x - l_4 - l_5) M_{\phi 4}^n = \frac{1}{2} (22,1 - 6 - 6) \cdot 83\,700 = 42,2 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{VI} = l_5 M_{\phi 4}^1 = 6 \cdot 54\,800 = 32,9 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{VII} = \frac{1}{2} l_5 (M_{\phi 3}^n - M_{\phi 4}^1) = \frac{1}{2} 6 (87\,400 - 54\,800) = 98 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{VIII} = l_4 M_{\phi 3}^1 = 6 \cdot 133\,000 = 79,8 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{IX} = \frac{1}{2} l_4 (M_{\phi A} - M_{\phi 3}^1) = \frac{1}{2} 6 (182\,000 - 133\,000) = 14,7 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{X} = \frac{1}{2} l_3 (M_{\phi A} - M_{\phi 2}^n) = \frac{1}{2} 6 (182\,000 - 136\,400) = 14 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{XI} = l_3 M_{\phi 2}^n = 6 \cdot 136\,400 = 81,8 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{XII} = \frac{1}{2} l_2 (M_{\phi 2}^n - M_{\phi 1}^n) = \frac{1}{2} 12 (221\,000 - 73\,500) = 88,5 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{XIII} = l_2 M_{\phi 1}^n = 12 \cdot 73\,500 = 88,2 \cdot 10^4;$$

$$\omega_{XIV} = \frac{1}{2} l_1 M_{\phi 1}^n = \frac{1}{2} 6 \cdot 125\,000 = 37,5 \cdot 10^4.$$

Статические моменты грузовой площади относительно опор B_{ϕ} и A_{ϕ} в $\kappa\Gamma\text{см}^3$:

$$S_B = \sum_{i=1}^{14} \omega_i x_i = (-2,63 \cdot 4 - 6,6 \cdot 12 - 6,6 \cdot 14 - 1,57 \cdot 18,63 + 42,2 \cdot 26,6 + 32,9 \cdot 33 + 98 \cdot 34 + 79,8 \cdot 39 + 14,7 \cdot 40 + 14 \cdot 44 + 81,8 \cdot 45 + 88,5 \cdot 52 + 88,2 \cdot 54 + 37,5 \cdot 62) \cdot 10^4 = 250 \cdot 10^6;$$

$$S_A = \sum_{i=10}^{14} \omega_i (x_i - L) = [14(44 - 42) + 81,8(45 - 42) + 88,5(52 - 42) + 88,2(54 - 42) + 37,5(62 - 42)] \cdot 10^4 = 30 \cdot 10^6.$$

Для определения фиктивных опорных реакций, изгибающих моментов и перерезывающих сил есть два пути.

Первый путь. К фиктивному валу прикладывается (в любом сечении, но для наглядности — на опоре со стороны консоли т. е. в данном случае, на опоре D_{ϕ}) фиктивный реактивный момент m , величина которого подбирается таким образом, чтобы фиктивный изгибающий момент в сечении над действительной опорой со стороны консоли (над опорой A) обращался в нуль, поскольку в этом сечении прогиб вала равен нулю:

$$R_{\phi A} a - S_A - m = 0, \quad (a)$$

но для всей фиктивной балки

$$R_{\phi D} (a + L) - S_B - m = 0. \quad (б)$$

Исключив m из этих уравнений, находим

$$R_{\phi D} = \frac{S_B - S_A}{L} = \frac{250 - 30}{42} 10^6 = 5,24 \cdot 10^6 \kappa\Gamma\text{см}^2$$

Тогда по формуле (б)

$$m = R_{\phi D} (a + L) - S_B$$

или после преобразований

$$m = \frac{S_B a - S_A (a + L)}{L} = \frac{250 \cdot 24 - 30(24 + 42)}{42} = 95,6 \cdot 10^6 \kappa\Gamma\text{см}^2.$$

Фиктивная перерезывающая сила на опоре A_{ϕ}

$$Q_{\phi A} = R_{\phi D} - \sum_{i=10}^{14} \omega_i = 5,24 \cdot 10^6 - (0,14 + 0,818 + 0,885 + 0,882 + 0,375) \cdot 10^6 = 5,24 \cdot 10^6 - 3,1 \cdot 10^6 = 2,14 \cdot 10^6 \kappa\Gamma\text{см}^2.$$

Фиктивная сила на опоре B_{ϕ}

$$R_{\phi B} = \sum_{i=1}^{14} \omega_i - R_{\phi D} = (0,0263 + 0,066 + 0,066 + 0,0157 + 0,422 + 0,329 + 0,98 + 0,798 + 0,147 + 0,14 + 0,818 + 0,885 + 0,882 + 0,375) \cdot 10^6 - 5,14 \cdot 10^6 = 5,25 \cdot 10^6 - 5,24 \cdot 10^6 = 0,01 \cdot 10^6 \kappa\Gamma\text{см}^2.$$

Фиктивный изгибающий момент в сечении C_{ϕ}

$$M_{\phi C} = -R_{\phi B} (l_7 + l_8) - \omega_1 (l_7 + \frac{1}{3} l_8) - \omega_{II} \frac{1}{2} l_7 - \omega_{III} \frac{1}{3} \times \times l_7 = -[0,01(12 + 6) + 0,026 \left(12 + \frac{1}{3} 6\right) + 0,066 \frac{1}{2} 12 + 0,066 \frac{1}{3} 12] \cdot 10^6 = -1,20 \cdot 10^6 \kappa\Gamma\text{см}^2.$$

Фиктивная перерезывающая сила в сечении C_{ϕ}

$$Q_{\phi C} = -R_{\phi B} - \sum_{i=1}^3 \omega_i = -0,01 \cdot 10^6 - (0,026 + 0,066 + 0,066) \cdot 10^6 = -0,01 \cdot 10^6 - 0,158 \cdot 10^6 = -0,168 \cdot 10^6 \kappa\Gamma\text{см}^2.$$

Для базового сечения диаметром $d_5 = 10 \text{ см}$

$$EI = E \frac{\pi}{64} d_5^4 = 2,1 \cdot 10^6 \frac{\pi}{64} 10^4 = 1030 \cdot 10^6 \kappa\Gamma\text{см}^2.$$

Прогибы вала под силами P_1 и P_2 в сечениях D и C :

$$f_D = \frac{M_{\phi D}}{EI} = \frac{m}{EI} = \frac{95,6 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} \approx 0,093;$$

$$f_C = \frac{M_{\phi C}}{EI} = -\frac{1,20 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} \approx -0,0012 \text{ см.}$$

Углы поворота сечений под силами P_1 и P_2 и на опорах A и B в рад:

$$\gamma_D = \frac{Q_{\phi D}}{EI} = \frac{R_{\phi D}}{EI} = \frac{5,24 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} \approx 0,0051;$$

$$\gamma_C = \frac{Q_{\phi C}}{EI} = -\frac{0,168 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} \approx -0,00017;$$

$$\gamma_A = \frac{Q_{\phi A}}{EI} = \frac{2,14 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} \approx 0,0021;$$

$$\gamma_B = \frac{Q_{\phi B}}{EI} = \frac{R_{\phi B}}{EI} = \frac{0,01 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} \approx 0,00001.$$

Второй путь. Опору A мысленно переносим на конец консоли (в сечение D), причем силу P_1 рассматриваем как опорную реакцию, а реакцию R_A — как внешнюю нагрузку. Тогда в сечении A прогиб f'_A не будет равен нулю, причем любой прогиб f'_i такого условного вала приводится к прогибу действительного вала по формуле

$$f_i = \frac{f'_A}{L} x_i - f'_i,$$

где x_i — расстояние данного сечения от опоры B , а угол наклона (рис. 75)

$$\gamma_i = \gamma'_i + \frac{f'_A}{L}.$$

При таком способе не требуется приложения фиктивного реактивного момента m .

В нашем случае фиктивная реакция на опоре D

$$R_{\phi D} = \frac{S_B}{\alpha + L} = \frac{250 \cdot 10^6}{24 + 42} = 3,78 \cdot 10^6 \text{ кгсм}^2;$$

на опоре B

$$R_{\phi B} = \sum_{i=1}^{14} \omega_i - R_{\phi D} = 5,25 \cdot 10^6 - 3,78 \cdot 10^6 = 1,47 \cdot 10^6 \text{ кгсм}^2.$$

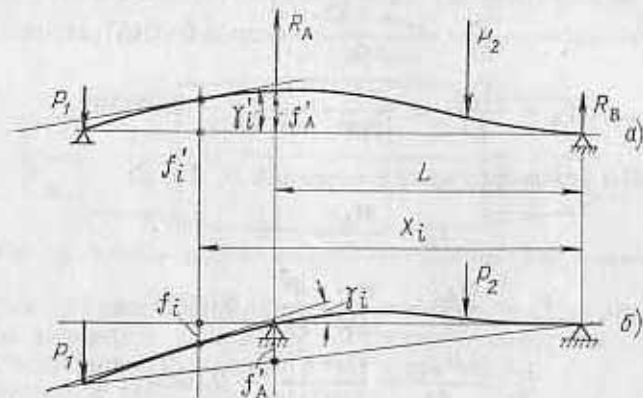


Рис. 75. Схемы условного а и действительного валов б

Фиктивные перерезывающие силы в сечениях A и C :

$$Q_{\phi A} = R_{\phi D} - \sum_{i=1}^{14} \omega_i = 3,78 \cdot 10^6 - 3,1 \cdot 10^6 = 0,68 \cdot 10^6 \text{ кгсм}^2;$$

$$Q_{\phi C} = -R_{\phi B} - \sum_{i=1}^3 \omega_i = -1,47 \cdot 10^6 - 0,158 \cdot 10^6 = -1,63 \cdot 10^6 \text{ кгсм}^2;$$

Фиктивные изгибающие моменты в сечениях D , A и C в кгсм^3 :

$$M_{\phi D} = 0;$$

$$M_{\phi A} = M_{\phi D} \alpha - \sum_{i=1}^{14} \omega_i (x_i - L) = 3,78 \cdot 10^6 \cdot 24 - 30 \cdot 10^6 = 60,6 \cdot 10^6;$$

$$M_{\phi C} = -R_{\phi B} (l_7 + l_8) - \omega_1 \left(l_7 + \frac{1}{3} l_8 \right) - \omega_{11} \frac{1}{2} l_7 - \omega_{111} \frac{1}{3} l_7 = \\ = \left[1,47(12 + 6) + 0,026 \left(12 + \frac{1}{3} \cdot 6 \right) + 0,066 \frac{1}{2} \cdot 12 + 0,066 \frac{1}{3} \cdot 12 \right] \times \\ \times 10^6 = 27,4 \cdot 10^6.$$

Углы поворота сечений D , A , C и B условного вала в рад:

$$\gamma'_D = \frac{R_{\phi D}}{EI} = \frac{3,78 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} = 0,00366;$$

$$\gamma'_A = \frac{Q_{\phi A}}{EI} = \frac{0,68 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} = 0,00066;$$

$$\gamma'_C = \frac{Q_{\phi C}}{EI} = \frac{-1,63 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} \approx -0,00157;$$

$$\gamma'_B = \frac{R_{\phi B}}{EI} = \frac{-1,47 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} = -0,00139.$$

Прогибы условного вала в сечениях D , A и C :

$$f'_D = \frac{M_{\phi D}}{EI} = 0;$$

$$f'_A = \frac{M_{\phi A}}{EI} = \frac{60,6 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} = 0,0588 \text{ см};$$

$$f'_C = \frac{M_{\phi C}}{EI} = \frac{27,4 \cdot 10^6}{1030 \cdot 10^6} = 0,0264.$$

Соответствующие перемещения для действительного вала:

$$\gamma_D = \gamma'_D + \frac{f'_A}{L} = 0,00366 + \frac{0,0588}{42} = 0,00366 + 0,0014 \approx 0,0051;$$

$$\gamma_A = \gamma'_A + \frac{f'_A}{L} = 0,00066 + 0,0014 \approx 0,0021;$$

$$\gamma_C = \gamma'_C + \frac{f'_A}{L} = -0,00157 + 0,0014 \approx -0,00017;$$

$$\gamma_B = \gamma'_B + \frac{f'_A}{L} = -0,00139 + 0,0014 \approx 0,00001;$$

$$f_D = \frac{f'_A}{L}(a+L) - f'_D = 0,0014(24+42) - 0 \approx 0,093;$$

$$f_A = \frac{f'_A}{L}L - f'_A = 0;$$

$$f_C = \frac{f'_A}{L}(l_7 + l_8) - f'_C = 0,0014(12+6) - 0,0264 \approx -0,0012,$$

т. е. те же, что и полученные первым путем.

Приближенно перемещения в валах можно определить путем замены ступенчатого вала (если общая конфигурация его ступеней в достаточной мере приближается к веретенообразной) веретенообразным телом вращения (рис. 76). При этом перемещения определяются для условного цилиндрического вала, расчетный диаметр которого составляет

$$d_p = d_{\max} \cdot j,$$

где d_{\max} — наибольший из диаметров ступеней вала;

j — коэффициент, определяемый по номограмме (рис. 77) в зависимости от отношения $\frac{d_{\max}}{d_{\min}}$; d_{\min} — наименьший из

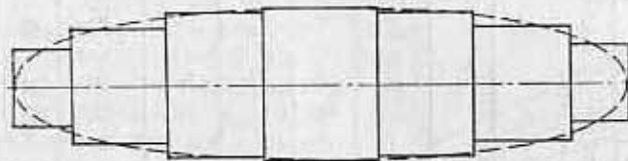


Рис. 76. Замена действительного вала эллипсоидом вращения

диаметров ступеней вала, исключая шейки, посаженные в подшипники качения*. Для вала постоянного расчетного диаметра d_p перемещения определяются по формулам, приведенным в табл. 26.

Примечания: 1. Формулы верны при $a < b$; $0 \leq x_1 \leq a$; $a \leq x_2 \leq b$ — для схем I и II или $0 \leq x_2 \leq l$ — для схем III и IV.

2. Углы θ наклона упругой линии отсчитываются от положительного (указанного на эскизе) направления оси X к положительному направлению оси Y .

3. Относительные величины углов $\bar{\theta}$ наклона и ординат \bar{y} упругой линии связаны с абсолютными величинами θ и y зависимостями:

$\theta = \frac{Q}{6EI} \bar{\theta}$; $y = \frac{Q}{6EI} \bar{y}$; здесь $Q = P$ — для схем I и III и $Q = \frac{M}{l}$ — для схем II и IV.

4. Знаком * отмечены абсциссы, отсчитываемые по абсолютной величине.

5. Индексы при $\bar{\theta}$ и \bar{y} соответствуют опорам A и B или текущим сечениям 1 и 2, или точке приложения силы P (или момента M).

6. Знаки величин $\bar{\theta}$ и \bar{y} , вычисленных по формулам таблицы, верны лишь при условии, что участок a вала расположен слева. Если участок a (меньшая часть пролета для схем I и II или консоль для схем III и IV) расположен справа, то знаки величин $\bar{\theta}$ меняются на обратные, знаки же величин \bar{y} остаются без изменений. Направление силы и момента учитывается знаком плюс (в случае если P и M направлены в ту же сторону, что и на схеме) или минус (в случае противоположного направления) только при определении абсолютных величин перемещений θ и y , при определении же относительных величин $\bar{\theta}$ и \bar{y} на-

j	$\frac{d_{\max}}{d_{\min}}$
1,15	2,05
	2,00
1,14	1,90
	1,80
1,13	1,70
	1,60
1,12	1,55
	1,50
1,11	1,45
	1,40
1,10	1,35
	1,30
1,09	1,25
	1,20
1,08	1,15
	1,10
1,07	1,05
	1,00
1,06	1,00
	1,00
1,05	1,00
	1,00
1,04	1,00
	1,00
1,03	1,00
	1,00
1,02	1,00
	1,00
1,01	1,00
	1,00
1	1

Рис. 77. Номограмма для определения расчетного диаметра

Определяемая величина	Схема I	Схема II	Схема III	Схема IV
\bar{v}_A	$ab(l+b)$	$a^3 + 3a^2b - 2l^3$	$-2a^2$	$-2l^3$
\bar{v}_1	$ab(l+b) - 3bx_1^2$	$a^3 + 3a^2b - 2b^3 - 3lx_1^2$	$-l(2al + 6ax_1 - 3x_1^2)$	$-2l^2(l + 3x_1)$
$\bar{v}_{P(M)}$	$2ab(b-a)$	$-2(a^3 + b^3)$	$-al(3a + 2l)$	$-2l^2(3a + l)$
\bar{v}_2	$3a(l-x_2)^2 - ab(l+a)$	$3ab^2 + b^3 - 2a^3 - 3l(l-x_2)^2$	$a(6lx_2 - 2l^2 - 3x_2^2)$	$l(6lx_2 - 2l^2 - 3x_2^2)$
\bar{v}_B	$-ab(2a+b)$	$3ab^2 + b^3 - 2a^3$	al^2	al^2
\bar{y}_1	$ab(a+2b)x_1 - bx_1^3$	$(a^3 + 3a^2b - 2b^3)x_1 - lx_1^3$	$l(2alx_1 + 3ax_1^2 - x_1^3)$	$l^2(2lx_1 + 3x_1^2)$
$\bar{y}_{P(M)}$	$2a^2b^2$	$-2ab(l-b-a)$	$2a^2l(a+l)$	$al^2(3a+2l)$
\bar{y}_2	$(2a^2b + ab^2)(l-x_2) - a(l-x_2)^3$	$-(3ab^2 + b^3 - 2a^3)(l-x_2) + l(l-x_2)^3$	$-a(x_2^3 + 2l^2x_2 - 3lx_2^2)$	$-l(x_2^3 + 2l^2x_2 - 3lx_2^2)$

правление силы или момента не учитывается. Направление момента M считается положительным, если он стремится повернуть балку в сторону опускания опоры A , т. е. опоры со стороны меньшей части пролета для схем I и II или консоли для схем III и IV, независимо от направления момента по отношению к направлению движения часовой стрелки.

При уточненном расчете жесткости валов могут быть учтены насаженные на вал детали (их ступицы). Влияние этих деталей выражается увеличением жесткости соответствующих участков вала. Увеличение жесткости приближенно учитывается заменой участка вала с насаженной на него деталью участком эквивалентного диаметра d_2 . Эквивалентный диаметр может быть определен по графику (рис. 78) в зависимости от отношения $\frac{B}{d}$ (ширины ступицы к диаметру) и от относительного натяга $\frac{\Delta}{d}$. Этот график применим в случаях большой жесткости насаженных деталей, для которых $\frac{D}{d} \gg 1,7$, где D — диаметр ступицы.

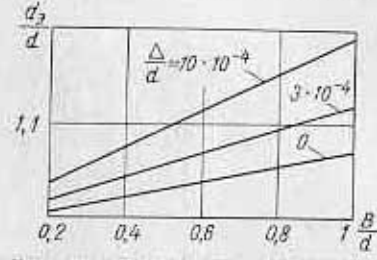


Рис. 78. График для определения эквивалентного по жесткости диаметра при посадке ступицы на вал

Внутренние усилия в статически неопределенной системе можно определять несколькими методами, из которых рассмотрим метод сил применительно к опорным моментам и опорным реакциям. В первом случае за неизвестные принимаются надпорные моменты, во втором — реакции опор.



Рис. 81. Относительное смещение опор

Для прямых валов исходные условия в первом случае при соосных опорах могут быть выражены так (рис. 81):

$$m_{p+1}^p = m_p^p, \quad M_{p+1}^p = M_p^p, \\ \varphi_{p+1}^p = \varphi_p^p, \quad \Phi_{p+1}^p = \Phi_p^p,$$

где m_{p+1}^p ; m_p^p — моменты на опоре p со стороны $(p+1)$ -го и p -го пролетов в плоскости xz ;

M_{p+1}^p ; M_p^p — то же в плоскости yz ;

φ_{p+1}^p ; φ_p^p — углы поворота сечения на опоре p со стороны p и $p+1$ пролетов в плоскости xz ;

Φ_{p+1}^p ; Φ_p^p — то же в плоскости yz (индекс снизу — номер пролета, индекс сверху — номер опоры).

Выразив углы поворота сечения через моменты на опорах и нагрузки в пролете, можно для каждой промежуточной опоры получить по две зависимости между надпорными моментами; сопоставив затем системы уравнений для всех опор, можно определить все надпорные моменты [25, 79].

Для случая несоосных опор условия равенства углов поворота на опорах можно записать так:

$$-\frac{\Delta_{p+1, x} - \Delta_{p, x}}{l_p} + \varphi_p^p = \frac{\Delta_{p+2, x} - \Delta_{p+1, x}}{l_{p+1}} + \varphi_{p+1}^p, \\ -\frac{\Delta_{p+1, y} - \Delta_{p, y}}{l_p} + \Phi_p^p = \frac{\Delta_{p+2, y} - \Delta_{p+1, y}}{l_{p+1}} + \Phi_{p+1}^p.$$

В остальном решение уравнений для определения надпорных моментов остается таким же, как и для соосных опор.

Углы поворота надпорных сечений p и $p+1$ в p -м пролете в плоскости xz выразятся так:

$$\varphi_p^p = \sum_{\kappa=0}^{\kappa} P_{p\kappa} \varphi_p^p(P_{\kappa}) + m_p^p \varphi_p^p(m_p^p) + m_{p+1}^p \varphi_p^p(m_{p+1}^p); \\ \varphi_{p+1}^p = \sum_{\kappa=0}^{\kappa} P_{p\kappa} \varphi_{p+1}^p(P_{\kappa}) + m_p^p \varphi_{p+1}^p(m_p^p) + m_{p+1}^p \varphi_{p+1}^p(m_{p+1}^p);$$

аналогично в плоскости yz .

Здесь $P_{p\kappa}$ — система сил (моментов) в плоскости xz в пролете p ;

$\varphi_p^p(P_{p\kappa})$; $\varphi_{p+1}^p(P_{p\kappa})$ — коэффициенты влияния на опорах p и $p+1$ для соответствующих сил $P_{p\kappa}$;

$\varphi_p^p(m_p^p)$; $\varphi_{p+1}^p(m_p^p)$ — коэффициенты влияния на опорах p и $p+1$ для опорных моментов m_p^p и т. д.

Используя данные табл. 27, можно написать выражения для коэффициентов влияния φ_p^p и φ_{p+1}^p , имея в виду, что единичной нагрузкой является момент на опоре p (или $p+1$), а величины действующих сил приняты равными единице.

В табл. 28 приведены выражения для коэффициентов влияния и соответствующие эпюры моментов для вала постоянного диаметра в пределах пролета.

Каждый из коэффициентов влияния для однопролетного ступенчатого вала определяется по формулам гл. 4, а величина

$$J_{p\kappa} = \int_0^1 M_1^p M_1^{\kappa} d\xi$$

— по табл. 28, если положить в ней значения моментов M_{u_0} и M_{u_1} от силы, равной единице.

При небольшом числе опор используется способ «лишних» опорных реакций. В этом случае основной системой является вал с двумя опорами, а удаленные опоры заменяются реакциями. Приравняв значения прогиба Δ_p относительно неподвижных опор на p -й опоре к выражению для прогиба от сил реакций, получим:

в плоскости xz

$$\sum_{j=2}^{j=n-1} X_j \delta_{p, x}(X_j) + \sum_{\kappa=0}^{\kappa_1} P_{\kappa} \delta_{p, x}(P_{\kappa}) = \Delta_{p, x};$$

в плоскости yz






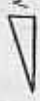

$$\sum_{j=2}^{j=n-1} Y_j \delta_{p, y}(Y_j) + \sum_{\kappa=0}^{\kappa_2} P_{\kappa} \delta_{p, y}(P_{\kappa}) = \Delta_{p, y},$$




где $p = 1, 2, 3, \dots, n-1$, — число опор;

κ_1 — число нагрузок в плоскости xz ;

κ_2 — то же в плоскости yz ;

27. Выражения интеграла $J_u = \int_0^l M_u M_u dx$

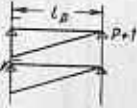
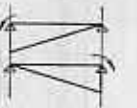
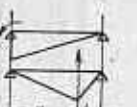
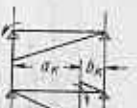
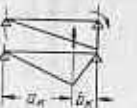

Эквивалентная нагрузка					
	$\frac{M_{u_1} M_1''}{3}$	$\frac{M_{u_1} M_1''}{6}$	$\frac{M_1''}{6} (2M_{u_1} + M_{u_0})$	$\frac{M_1''}{6} (M_{u_0} + 2M_{u_1})$	$\frac{M_{u_1} M_1''}{2}$
	$\frac{M_{u_1} M_1'}{6}$	$\frac{M_{u_1} M_1'}{3}$	$\frac{M_1'}{6} (M_{u_1} + 2M_{u_0})$	$\frac{M_1'}{6} (2M_{u_0} + M_{u_1})$	$\frac{M_{u_1} M_1'}{2}$

	$\frac{M_{u_1}}{6} (M_1'' + 2M_1')$	$\frac{M_{u_0}}{6} (M_1'' + 2M_1')$	$\frac{1}{6} [M_{u_1} (2M_1'' + M_1') + M_{u_0} (2M_1'' + M_1')] + M_{u_1} (2M_1'' + M_1')$	$\frac{1}{6} [M_{u_1} (2M_1'' + M_1') + M_{u_0} (2M_1'' + M_1')] + M_{u_1} (2M_1'' + M_1')$	$\frac{M_{u_1}}{2} (M_1'' + M_1')$
	$\frac{M_{u_1}}{6} (M_1' + 2M_1'')$	$\frac{M_{u_0}}{6} (M_1' + 2M_1'')$	$\frac{1}{6} [M_{u_1} (2M_1' + M_1'') + M_{u_0} (2M_1' + M_1'')] + M_{u_1} (2M_1' + M_1'')$	$\frac{1}{6} [M_{u_1} (2M_1' + M_1'') + M_{u_0} (2M_1' + M_1'')] + M_{u_1} (2M_1' + M_1'')$	$\frac{M_{u_1}}{2} (M_1' + M_1'')$
	$\frac{M_{u_1} M_1'}{2}$	$\frac{M_{u_1} M_1'}{2}$	$\frac{M_1'}{2} (M_{u_0} + M_{u_1})$	$\frac{M_1'}{2} (M_{u_0} + M_{u_1})$	$M_{u_1} M_1'$

Примечание 1. Интегралы берут с положительными знаками, если моменты M_1 и M_u направлены в одну сторону, и с отрицательными, если эти моменты направлены в разные стороны.

1. Для случая кручения значения $J_K = \int_0^l M_1 M_u dx$ следует принимать во последней строке таблицы.

28. Коэффициенты влияния на опорах φ_p для прямого вала

	$\varphi_p^p(m_p^p) = \frac{1}{3} l_p \frac{1}{EI}$
	$\varphi_p^p(m_p^{p+1}) = \frac{1}{6} l_p \frac{1}{EI}$
	$\varphi_p^p(P_{\kappa}) = \left[\frac{1}{6} \cdot \frac{a_{\kappa} b_{\kappa}}{l_p^2} (a_{\kappa}^2 + 2b_{\kappa}^2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{a_{\kappa}^2 b_{\kappa}^2}{l_p^2} \right] \frac{1}{EI}$
	$\varphi_p^p(M_{\kappa}) = \left[\frac{1}{6} \cdot \frac{a_{\kappa}^3 - 2b_{\kappa}^3}{l_p^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{a_{\kappa}^2 b_{\kappa}}{l_p^2} \right] \frac{1}{EI}$
	$\varphi_p^{p+1}(P_{\kappa}) = \left[\frac{1}{6} \cdot \frac{a_{\kappa} b_{\kappa}}{l_p^2} (b_{\kappa}^2 + 2a_{\kappa}^2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{a_{\kappa}^2 b_{\kappa}^2}{l_p^2} \right] \frac{1}{EI}$
	$\varphi_p^{p+1}(M_{\kappa}) = \left[\frac{1}{6} \cdot \frac{b_{\kappa}^3 - 2a_{\kappa}^3}{l_p^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{a_{\kappa} b_{\kappa}^2}{l_p^2} \right] \frac{1}{EI}$

$\delta_{p,x}(P_j); \delta_{p,y}(P_{\kappa})$ — прогиб основной системы под удаленной опорой p в плоскостях xz и yz от единичной силы P_{κ} ;

$\delta_{p,x}(X_j); \delta_{p,y}(Y_j)$ — то же от единичной реакции на опоре j .

При соосных опорах $\Delta_p = 0$.

При учете податливости «лишних» опор за счет упругих деформаций прогиб на опоре

$$\Delta_{p,x} = - \sum_{j=2}^{n-1} \Delta_{pj} X_j;$$

$$\Delta_{p,y} = - \sum_{j=2}^{n-1} \Delta_{pj} Y_j;$$

где Δ_{pj} — коэффициент жесткости опор.

Полученные две группы систем уравнений вместе с уравнениями равновесия образуют системы n уравнений с n неизвестными

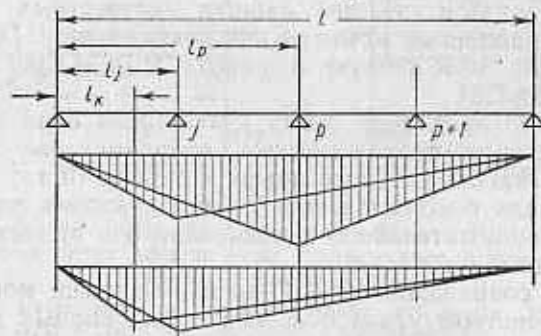


Рис. 82. Схема для определения коэффициентов влияния

реакциями X_p и Y_p . При большом числе опор решение таких уравнений целесообразно проводить с помощью ЭВМ, для чего разработаны соответствующие программы.

Коэффициенты влияния в уравнениях по методу «лишних» реакций $\delta_p(X_j)$ и $\delta_p(P_{\kappa})$ определяются как для однопролетного вала (с опорами 1 и n) например, по формулам

$$\delta_p^i(P_{\kappa}) = \sum_{i=0}^i \frac{l_i}{EI l_i} J_{u_{i\kappa}}^p,$$

где величины $J_{u_{i\kappa}}^p = \int_0^1 M_1' M_{\kappa}' d\xi$ определяются по табл. 28, если взять значения M_{u_n} и M_{u_1} для силы, равной единице.

Для гладкого вала определение коэффициента влияния упрощается (рис. 82):

$$\delta_p(X_j) = \frac{1}{3} l_j^3 \frac{(l-l_j)(l-l_p)}{l^2} + \frac{1}{3} (l-l_p)^3 \frac{l_j^2 l_p}{l^2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{l_j(l_p-l_j)(l-l_p)}{l^2} [(2l_j+l_p)(l-l_j) + (2l_p+l_j)(l-l_p)],$$

где $l_j < l_p$;

$$\delta_p(P_k) = \frac{1}{3} l_k \frac{(l-l_k)(l-l_p)}{l^2} + \frac{1}{3} (l-l_p)^3 \frac{l_k l_p}{l^2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{l_k(l_p-l_k)(l-l_p)}{l^2} [(2l_k+l_p)(l-l_k) + (2l_p+l_k)(l-l_p)],$$

где $l_k < l_p$.

Статика многоопорных коленчатых валов

При расчете многоопорного коленчатого вала, как рамной системы с многими пролетами (коленами), так и прямого многоопорного вала, в качестве лишних неизвестных могут быть взяты или надопорные моменты или реакции опор. Примем методику расчета, изложенную в работе Р. С. Кинасозвили и М. Я. Кушуля [25].

На рис. 83 приведена схема p -го колена вала с опорами p и $p+1$. Принята правая система координат xuz , связанная с коленом, плоскость которого лежит в плоскости xz ; направление вращения вала положительное (против часовой стрелки, если смотреть с положительного направления оси z), вектор угловой скорости совпадает с осью z .

Условия сопряжения $(p-1)$ -го и p -го колена могут быть записаны равенством углов поворота и надопорных моментов на опоре p со стороны $(p-1)$ -го и p -го колена (рис. 84):

$$\begin{aligned} \varphi_{p-1}^p &= \varphi_p^p \cos \gamma_p + \Phi_p^p \sin \gamma_p; \\ \Phi_{p-1}^p &= -\varphi_p^p \sin \gamma_p + \Phi_p^p \cos \gamma_p; \\ m_{p-1}^p &= -m_p^p \cos \gamma_p - M_p^p \sin \gamma_p; \\ M_{p-1}^p &= m_p^p \sin \gamma_p - M_p^p \cos \gamma_p. \end{aligned}$$

Выразив углы на опорах через надопорные моменты, можно получить для каждой из промежуточных опор четыре уравнения для четырех неизвестных составляющих моментов.

Углы поворота надопорных сечений p -го колена определяются следующим образом:

$$\varphi_p^p = Z_p \varphi_p^p(Z_p) + P_{p1} \varphi_p^p(P_{p1}) + P_{p2} \varphi_p^p(P_{p2}) + m_p^p \varphi_p^p(m_p^p) + m_{p+1}^p \varphi_p^p(m_{p+1}^p),$$

$$\begin{aligned} \varphi_p^{p+1} &= Z_p \varphi_p^{p+1}(Z_p) + P_{p1} \varphi_p^{p+1}(P_{p1}) + P_{p2} \varphi_p^{p+1}(P_{p2}) + \\ &+ m_p^p \varphi_p^{p+1}(m_p^p) + m_{p+1}^p \varphi_p^{p+1}(m_{p+1}^p); \\ \Phi_p^p &= T_p \Phi_p^p(T_p) + M_{kp} \Phi_p^p(M_{kp}) + M_p^p \Phi_p^p(M_p^p) + M_{p+1}^p \Phi_p^p(M_{p+1}^p); \\ \Phi_p^{p+1} &= T_p \Phi_p^{p+1}(T_p) + M_{kp} \Phi_p^{p+1}(M_{kp}) + M_p^p \Phi_p^{p+1}(M_p^p) + \\ &+ M_{p+1}^p \Phi_p^{p+1}(M_{p+1}^p). \end{aligned}$$

Здесь φ_p^p и φ_p^{p+1} — коэффициенты влияния на опоре p или $p+1$ от соответствующего внешнего или опорного усилия.

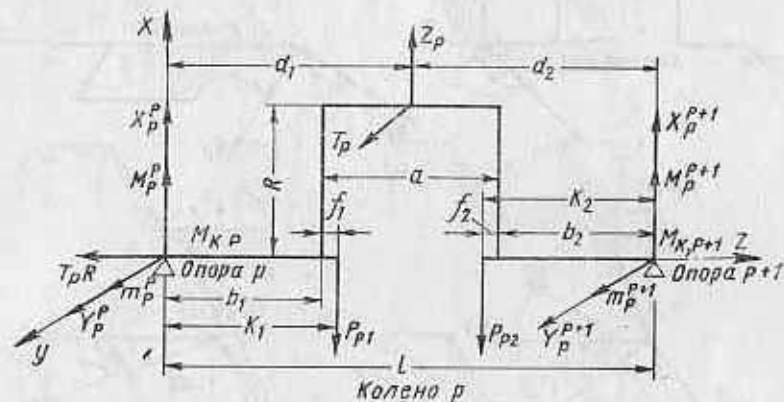


Рис. 83. Схема p -го колена.

Принять обозначения (индекс внизу соответствует номеру колена, индекс сверху — номеру опоры):

- Z_p — действующая на шатунную шейку p -го колеса радиальная сила, включая силу инерции самой шатунной шейки;
- T_p — тангенциальная сила, действующая на шатунную шейку p -го колена;
- P_{p1}, P_{p2} — силы инерции противовеса без сил инерции шеек;
- X_p^p, X_{p+1}^p — компоненты реакций на опорах p и $p+1$ в плоскости xz от всех нагрузок в p -м колене;
- Y_p^p, Y_{p+1}^p — то же в плоскости yz ;
- m_p^p, m_{p+1}^p — надопорные моменты в плоскости колена xz ;
- M_p^p, M_{p+1}^p — то же в плоскости yz , перпендикулярном плоскости колена;
- T_p^R — момент кручения, уравновешивающий момент от силы T_p , приложен к той коренной шейке p -го колена, которая ближе расположена к месту отбора мощности;
- M_{kp} — момент кручения, передаваемый p -му колесу через ту из примыкающих к нему коренных шеек, которая дальше отстоит от места отбора (подвода) мощности;
- $\varphi_p^p, \varphi_{p+1}^p$ — углы поворота средних сечений p -й и $(p+1)$ -й опорных шеек в плоскости xz от всех сил в p -м колесе;
- Φ_p^p, Φ_{p+1}^p — то же в плоскости yz от всех сил в p -м колесе;
- T_p — угол между плоскостями $(p-1)$ -го и p -го колена (см. рис. 87), отсчитываемый от оси x p -го колена до оси x $(p-1)$ -го колена против часовой стрелки, если смотреть в положительном направлении оси z .

Например, $\varphi_{p-1}^{p+1}(m_{p-1}^{p+1})$ — угол поворота $(p+1)$ -й опоры p -го колена в плоскости yz от момента на этой опоре $m_{p-1}^{p+1} = 1$ кгсм; $\varphi_p^p(T_p)$ — угол поворота p -й опоры p -го колена в плоскости yz от силы в p -м колене $T_p = 1$ кг и момента $T_p R$ кгсм. Аналогичное значение имеют и другие члены этого выражения. Коэффициенты влияния вычисляются так же, как и для прямых валов, однако с учетом того, что перемещения в рамной системе зависят

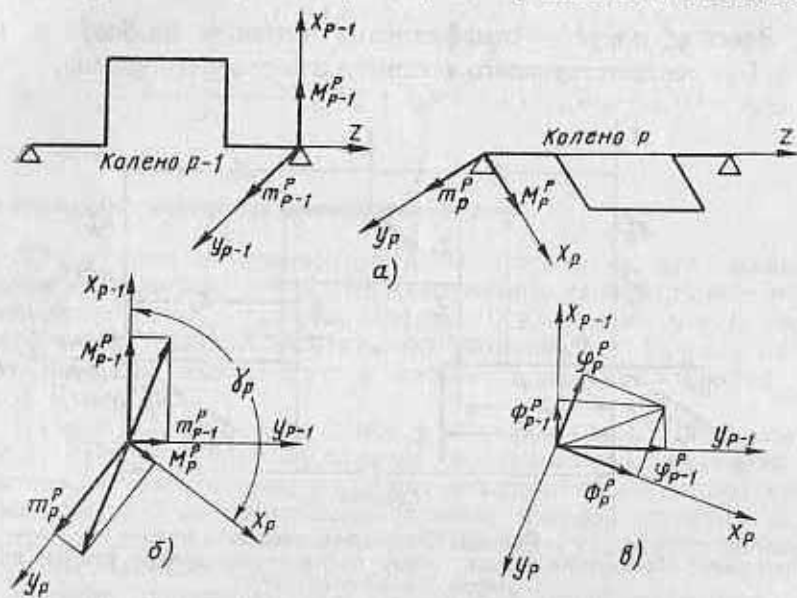


Рис. 84. Схемы, иллюстрирующие условие непрерывности деформаций на опоре

как от деформации изгиба, так и от деформации кручения элементов рамы. Экспериментальное определение коэффициентов влияния для способа опорных реакций применительно к колесчатым валам тракторных двигателей изложено в работе [15].

На рис. 85 показаны эпюры изгибающих и крутящих моментов в плоскости колена xz и перпендикулярной к ней плоскости от соответствующих единичных сил. Формулы для определения углов поворота надопорных сечений, полученные перемножением эпюр при симметричном колене, следующие (принятые обозначения см. подпись под рис. 84):

$$\varphi_p^p(Z_p) = \frac{1}{2E} \left\{ \frac{b^2}{2l_1} + \frac{Rb}{l_x} + \frac{d^2 - b^2}{2l} \right\},$$

$$\varphi_{p-1}^{p+1}(Z_p) = -\varphi_p^p(Z_p);$$

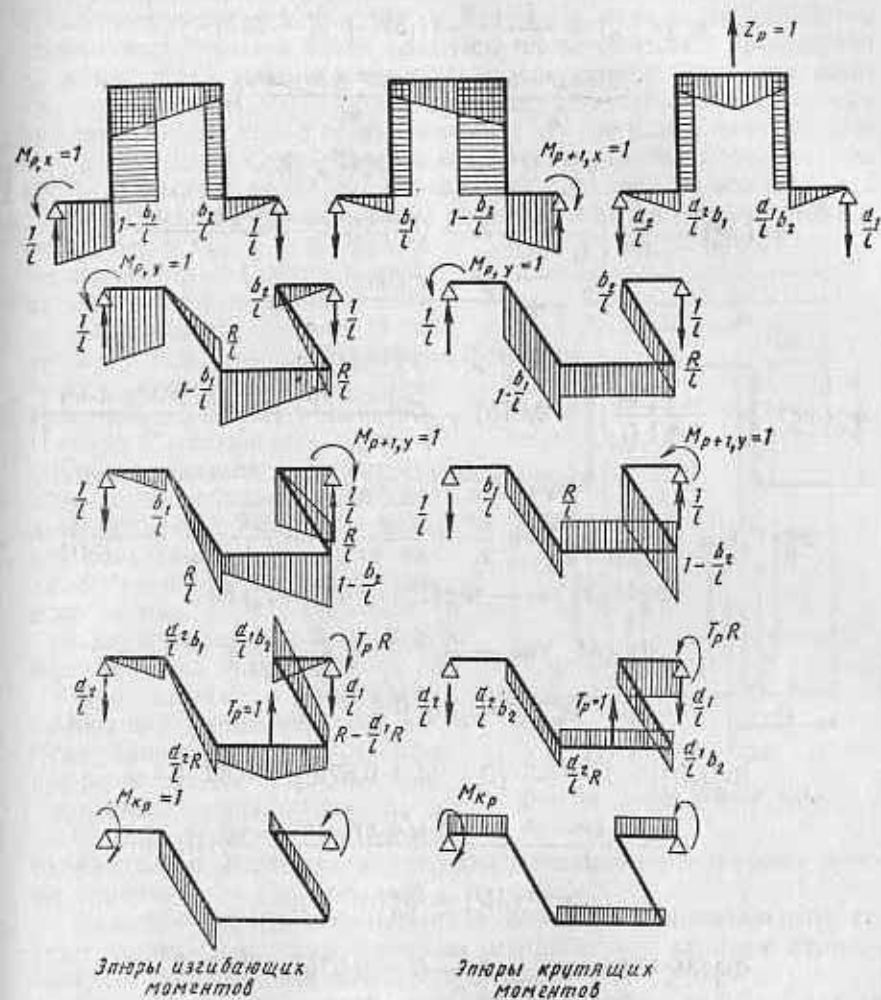


Рис. 85. Эпюры изгибающих крутящих моментов в плоскости колена и в перпендикулярной к ней плоскости

$$\varphi_p^p(P_{p,1}) = \frac{1}{EJ} \left\{ \frac{b^2}{3l_1} [l(1,5l - b) - k(1,5l - 2b)] + \frac{Rk[(l - b)^2 + b^2]}{l_x} + \frac{ak(l^2 - lb + b^2)}{3l} \right\};$$

$$\varphi_{p-1}^{p+1}(P_{p,1}) = -\varphi_p^p(P_{p,2});$$

$$\varphi_p^p(P_{p,2}) = \frac{1}{EI^2} \left\{ \frac{l^3}{3I_1} [1,5kl + bl - 2kb] + \frac{2Rbk(l-b)}{i_x} + \frac{ka(0,5l^2 + lb - b^2)}{3l} \right\};$$

$$\varphi_p^{p+1}(P_{p,2}) = -\varphi_p^p(P_{p,1});$$

$$\varphi_p^p(m_p^p) = \frac{1}{EI^2} \left\{ \frac{b}{I_1} (l^2 - bl + 0,67b^2) + \frac{R[(l-b)^2 + b^2]}{i_x} + \frac{a(l^2 - bl + b^2)}{3l} \right\};$$

$$\varphi_p^{p+1}(m_p^p) = \varphi_p^p(m_p^{p+1});$$

$$\varphi_p^p(m_p^{p+1}) = \frac{1}{EI^2} \left\{ \frac{b^2}{I_1} (l - 0,67b) + \frac{2Rb(l-b)}{i_x} + \frac{a(0,5l^2 + lb - b^2)}{3l} \right\};$$

$$\varphi_p^{p+1}(m_p^{p+1}) = \varphi_p^p(m_p^p);$$

$$\Phi_p^p(T_p) = -\frac{1}{2EI} \left\{ \frac{b^2 l}{2I_1} + \frac{R^3}{i_y} + \frac{l(d^2 - b^2)}{2l} + \frac{ER}{G} \left(\frac{bl}{i_0} + \frac{aR}{2l} \right) \right\};$$

$$\Phi_p^{p+1}(T_p) = -\Phi_p^p(T_p) + \Phi_p^p(M_{\kappa p}) R;$$

$$\Phi_p^p(M_{\kappa p}) = -\frac{R}{El} \left(\frac{R}{i_y} + \frac{E}{G} \cdot \frac{a}{2l} \right);$$

$$\Phi_p^{p+1}(M_{\kappa p}) = \Phi_p^p(M_{\kappa p});$$

$$\Phi_p^p(M_p^p) = \frac{1}{EI^2} \left\{ \frac{b}{I_1} (l^2 - bl + 0,67b^2) + 0,67 \frac{R^3}{i_y} + \frac{(a+b)^3 - b^3}{3l} + \frac{ER}{G} \left[\frac{(a+b)^2 + b^2}{i_0} + \frac{aR}{2l} \right] \right\};$$

$$\Phi_p^{p+1}(M_p^p) = \Phi_p^p(M_p^{p+1});$$

$$\Phi_p^p(M_p^{p+1}) = -\frac{1}{EI^2} \left\{ \frac{b^2}{I_1} (l - 0,67b) - 0,67 \frac{R^3}{i_y} + \frac{a(0,5l^2 - lb - b^2)}{3l} + \frac{ER}{G} \left[\frac{2b(l-b)}{i_0} - \frac{aR}{2l} \right] \right\};$$

$$\Phi_p^{p+1}(M_p^{p+1}) = \Phi_p^p(M_p^p);$$

Величина моментов инерции и размеры пояснены на рис. 86, где I_1 и I_2 — осевые моменты инерции коренной и шатунной шеек;

i_x и i_y — моменты инерции сечений шеек, при изгибе в направлении малой и большой жесткости;

i_0 — то же при кручении.

При вычислении перемещений коленчатых валов их колена схематизируются (см. рис. 86) и жесткость отдельных элементов колена определяется по их средним геометрическим размерам: за длину щеки принимается радиус кривошипа, за длину шейки — расстояние между средними плоскостями шеек. Фактически деформируемая длина шейки меньше, так же как и деформируемая длина щеки. Существенное влияние на действительную жесткость оказывает величина перекрытия (на рис. 89 показан вал с отрицательным перекрытием), соотношение диаметра шейки и отверстия в ней и т. д. Фактическая жесткость щеки и шейки обычно выше вычисленной по схеме колена. Можно условиться о том, что вся разница между жесткостью вала, определенной по схеме, и действительной жесткостью будет компенсироваться соответствующим образом выбранным моментом инерции шеек, все остальные параметры вала остаются такими же, как и по схеме.

В расчет вводятся приведенные моменты инерции шеек.

При изгибе в плоскости кривошипа приведенный момент инерции $i_{xnp} = k_x i_x$, при кручении щеки $i_{0np} = k_0 i_0$. Значения коэффициентов k_x и k_0 определяются опытным путем (для коленчатых валов двигателей ориентировочно можно принять $k_x = 1 \div 2$; $k_0 = 2 \div 3$).

Большие значения относятся к валам с положительным перекрытием и жесткими шейками, меньшие — к валам с отрицательным перекрытием и гибкими шейками.

При расчете по методу «лишних реакций», так же как и для случая прямых валов, коленчатый вал заменяется валом на двух опорах, а действие удаленных опор заменяется действием реакции на этих опорах.

Составим уравнение деформаций на опорах

$$\sum_{j=2}^{n-1} X_j \delta_{px}(X_j) + \sum_{j=2}^{n-1} Y_j \delta_{px}(Y_j) + \sum_{r=0}^{r_1} P_r \delta_{px}(P_r) = \Delta_{px},$$

$$\sum_{j=2}^{n-1} X_j \delta_{py}(X_j) + \sum_{j=2}^{n-1} Y_j \delta_{py}(Y_j) + \sum_{r=0}^{r_2} P_r \delta_{py}(P_r) = \Delta_{py},$$

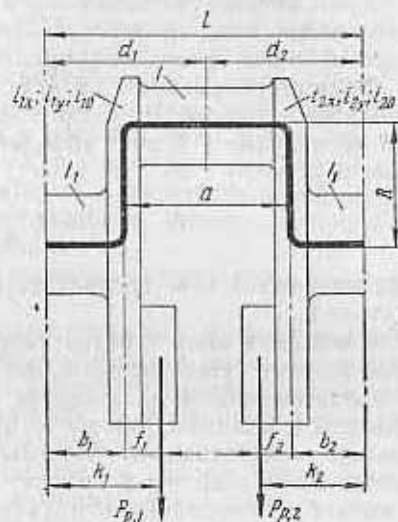


Рис. 86. Эскиз колена вала

где $X_j; Y_j$ — компоненты реакций в координатных плоскостях xz и yz опоры p ($p = 1, 2, 3, \dots, n-1$);

$\delta_{px}; \delta_{py}$ — коэффициенты влияния для удаленной опоры p в плоскостях xz и yz ;

r_1 — число нагрузок, создающих прогибы в плоскости xz ;

r_2 — то же в плоскости yz ;

n — число опор коленчатого вала;

$\Delta_{px}; \Delta_{py}$ — смещения на опоре p в плоскостях xz и yz .

Если колена расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях или лежат в одной плоскости, то $\delta_{px}(Y_j) = 0$ и $\delta_{py}(X_j) = 0$ и уравнения упрощаются.

Величины прогибов Δ_p на опорах в этих уравнениях являются прогибами удаленных опор относительно двух опор, принятых неподвижными. Если абсолютное смещение опоры обозначить Δ'_p , то

$$\Delta_p = \Delta'_1 + (\Delta'_n - \Delta'_1) \frac{l_p}{l} - \Delta'_n,$$

где индексы 1 и n соответствуют крайним опорам; l_p — длина колена p .

Смещения опор в результате неравномерного износа подшипников могут существенно изменить напряжения в сечениях вала в процессе работы и привести к его разрушению. Особенно это относится к валам, опоры которых подвержены существенному износу: к тихоходным тяжелым валам, подшипники которых имеют несовершенную смазку; к валам, подшипники и смазка которых по условиям эксплуатации могут загрязниться абразивными материалами, и пр. Надо отметить, что чем жестче вал, тем резче сказывается на его напряженности неравномерность износа подшипников. Поэтому, как показано в работе [15], использование чугуна для изготовления коленчатых валов (чугун обладает меньшим модулем упругости, чем сталь) при износе подшипников может в отдельных случаях привести к повышению действительных запасов прочности вала в условиях эксплуатации. В работе [38] исследованы изменения напряженности коленчатого вала по мере износа подшипников, которые показывают, что конечная напряженность вала может превосходить начальную в несколько раз. Отсюда ясно, насколько важно располагать статистическими данными и основанными нормами износа подшипников для того, чтобы учесть износ опор при расчете вала, а для тяжелых стационарных валов предусмотреть контроль за износом и компенсацию его.

Смещение опор в результате упругих деформаций опорных узлов, корпусов (картеров) также вызывает перераспределение усилий в коленчатых валах, если деформация опор соизмерима с соответствующими деформациями вала. В настоящее время

имеется весьма ограниченный экспериментальный материал по упругой податливости опорных узлов [15]; можно, однако, отметить, что для блоков ряда тракторных и автомобильных двигателей податливостью опор можно пренебречь; для картеров авиационных двигателей податливость опор может оказаться соизмеримой с податливостью вала. Отдельные примеры расчета вала с учетом податливости опор, измеренной экспериментально показывают, что при сопоставимых податливостях вала и опор результаты расчета занимают промежуточное положение между результатами расчета вала как многоопорного и как разрезного. Это свидетельствует о целесообразности проведения в таких случаях уточненных расчетов с учетом реальной податливости опор.

Расчет коленчатого вала как многоопорной рамной системы с учетом всех особенностей нагружения, износа опор, их монтажной несоосности, податливости корпуса и опор и т. п., является весьма трудоемким. Кроме того, в некоторых случаях он не оправдывает себя, так как ряд факторов, в частности износ опор, заранее вычислить и учесть весьма трудно и точность сложного расчета может оказаться ограниченной.

Поэтому рассмотрим некоторые приближенные схемы расчета коленчатых валов.

Расчет коленчатого вала как многоопорной прямолинейной балки равной жесткости существенно облегчает вычисление коэффициентов влияния и тем самым упрощает определение опорных реакций или надпорных моментов. В этом случае расчет ведется по методу, рассмотренному на стр. 146.

Идея приближенного метода определения усилий путем замены коленчатого вала прямым [26] основана на следующих положениях. Рассмотрим уравнение способа «лишних реакций», причем для упрощения запишем их для случая, когда колена лежат в одной плоскости:

$$\sum_{j=2}^{n-1} X_j \delta_p(X_j) + \sum_{r=1}^{m_1} P_r \delta_p(P_r) = 0;$$

$$\sum_{j=2}^{n-1} Y_j \delta_p(Y_j) + \sum_{r=1}^{m_2} P_r \delta_p(P_r) = 0.$$

Здесь индекс p при δ принимает последовательно значения $p = 1, 2, 3, \dots, n-1$; m_1 и m_2 — количество внешних сил в плоскостях xz и yz .

Реакции опор X_j и Y_j , полученные в результате решения этих уравнений, оказываются равными отношению двух однородных целых рациональных функций от коэффициентов δ_p . Если предположить, что это отношение незначительно меняется при замене коленчатого вала прямым, то возможно упрощение расчета вала и на случай изгиба, что, однако, не распространяется на случай

кручения. Из примеров расчета, приведенных в работе [26], видно, что этот способ дает приемлемые результаты.

Ниже приведены формулы для углов поворота надпорных сечений прямолинейной балки, записанные применительно к силам, действующим на симметричное колено вала.

$$\varphi_p^p(Z_p) = \frac{d^2}{3l^2} \left[d \left(\frac{1}{2} l + d \right) + d^2 \right]; \quad \varphi_p^{p+1}(Z_p) = -\varphi_p^p(Z_p);$$

$$\varphi_p^p(P_{p,1}) = \frac{k(l-k) \left(l - \frac{1}{2} k \right)}{3l}; \quad \varphi_p^{p+1}(P_{p,1}) = -\varphi_p^p(P_{p,2});$$

$$\varphi_p^p(P_{p,2}) = \frac{k(l^2 - k^2)}{6l}; \quad \varphi_p^{p+1}(P_{p,1}) = -\varphi_p^p(P_{p,1});$$

$$\varphi_p^p(m_p^p) = \frac{l}{3}; \quad \varphi_p^{p+1}(m_p^p) = \varphi_p^p(m_p^{p+1});$$

$$\varphi_p^p(m_p^{p+1}) = -\frac{l}{6}; \quad \varphi_p^{p+1}(m_p^{p+1}) = \varphi_p^p(m_p^p);$$

$$\Phi_p^p(T_p) = -\varphi_p^p(Z_p); \quad \Phi_p^{p+1}(T_p) = -\Phi_p^p(T_p);$$

$$\Phi_p^p(M_{kp}) = 0; \quad \Phi_p^{p+1}(M_{kp}) = 0;$$

$$\Phi_p^p(M_p^p) = \varphi_p^p(m_p^p); \quad \Phi_p^{p+1}(M_p^p) = \Phi_p^p(M_p^{p+1});$$

$$\Phi_p^p(M_p^{p+1}) = \varphi_p^p(m_p^{p+1}); \quad \Phi_p^{p+1}(M_p^{p+1}) = \Phi_p^p(M_p^p).$$

Другой способ упрощения решения статически неопределимой рамной конструкции основан на следующих положениях.

Как известно, в статически неопределимых балочных системах реакции опор и надпорные моменты от какой-либо нагрузки в одном из пролетов резко убывают по мере удаления от этого пролета. Это обстоятельство позволяет при расчете данного пролета принимать во внимание лишь смежные пролеты (справа и слева от рассматриваемого), заменяя весь вал трехпролетным коленчатым валом, в результате чего трудоемкость расчета, особенно способом «лишних опорных реакций», резко снижается.

Наиболее простым расчет оказывается в том случае, когда коленчатый вал рассматривается в виде отдельных колен, разрезанных по средним сечениям коренных шеек. Такая схема дает близкие к действительности результаты при podatливых опорах. Эта же простейшая схема дает удовлетворительные результаты для валов, в которых напряженность шеек от кручения существенно превышает напряженность от изгиба (рядные авиационные двигатели). Анализ, проведенный в работе [28] для шестиколennого вала авиадвигателя, указывает на возможность расчета его на выносливость по схеме разрезного вала. При этом

оказывается, что расчетные запасы прочности коренных шеек в точном и приближенном расчете совпадают, разница в запасах прочности шатунных шеек составляет около 10%, а запасы прочности шеек могут отличаться на 30—40%.

Приведенные выше приемы упрощения расчетов сводились к упрощению схемы вала при вычислении действующих в нем усилий. При расчете вала на выносливость должны быть учтены все действующие на вал нагрузки, а также изменение их в зависимости от угла поворота вала. При расчете коленчатых валов на выносливость не всегда удается заранее установить угловое положение вала, при котором составляющие напряжения цикла (точнее приведенные напряжения цикла $\sigma_{np} = \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m$) достигают наибольшего значения, и в результате — сократить вычисления. В этом случае необходим расчет в достаточном для анализа прочности числе положений, например, через каждые 20—40° для валов тракторных двигателей [15].

Расчет на прочность коленчатых валов

Коленчатые валы представляют собой сложную рамную конструкцию, в большинстве случаев статически неопределимую. Как видно из рассмотрения конструкции коленчатых валов, степень статической неопределимости для многоцилиндровых двигателей и компрессоров велика. На многоопорную рамную систему вала действует сложная система сил от давления газов в цилиндрах, от сил инерции поступательно движущихся и вращающихся масс, а также нагрузки от изгибных и крутильных колебаний в системе вала и нагрузки от неравномерного износа опор и упругого смещения опор за счет гибкости картера.

Методика определения газовых и инерционных сил, сил от колебаний и от смещения опор подробно рассмотрена в ряде руководств [76, 1]. Для расчета вала на прочность необходимо располагать радиальными и тангенциальными нагрузками на колено, силами инерции противовесов и шеек и моментами, скручивающими коренные шейки. Нагрузки, действующие на вал, изменяются в течение рабочего цикла и при заданном режиме работы зависят от углового положения вала. В многоцилиндровых двигателях силы, действующие на два «соседних» по последовательности вспышек колена вала, сдвинуты по фазе на угол $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$ (для двухтактных двигателей) и на угол $\alpha = \frac{720^\circ}{n}$ (для четырехтактных двигателей), где n — число цилиндров в одном ряду двигателя. Таким образом, на вал действует система периодически повторяющихся сил, сдвинутых по фазе в каждом колене и зависящих от углового положения вала. На рис. 87 приведены графики крутящего момента в третьей коренной и четвертой шатунной шейках V-образного 12-цилиндрового двигателя, на

рис. 88 — графики радиальных и тангенциальных сил, действующих на колено при номинальном режиме двигателя.

На рис. 89 показана схема колена вала и нагрузок, действующих на него, а в табл. 29 приведены выражения для изгибающих и крутящих моментов в опасных сечениях щеки и шеек (со стороны левой опоры) при расчете коленчатого вала по разрезной схеме. В случае расчета по неразрезной схеме следует учесть опорные изгибающие моменты $M_{x,p}$, $M_{x,p+1}$ и $M_{y,p}$, $M_{y,p+1}$ и принимать значения опорных реакций, вытекающие из расчета.

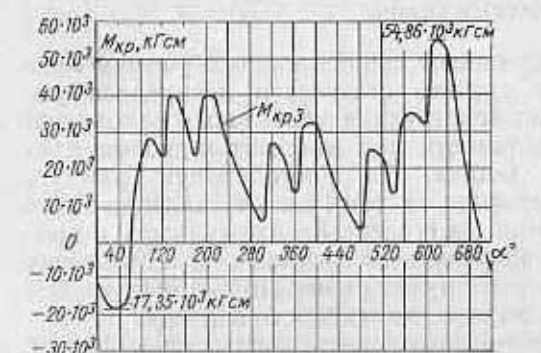
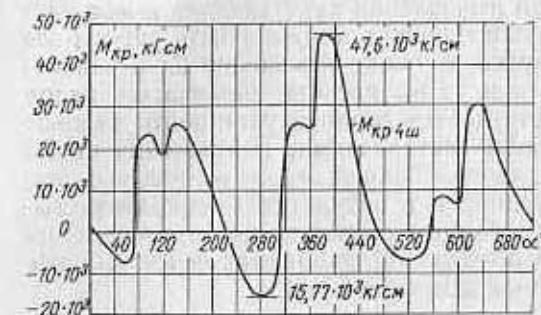


Рис. 87. Графики крутящего момента в четвертой шатунной (а) и третьей коренной (б) шейках

Шатунная шейка рассчитывается на кручение и изгиб, опасным является сечение по смазочному отверстию. Номинальные напряжения:

от кручения
$$\tau = \frac{M_{кр}}{W_{кр}}$$

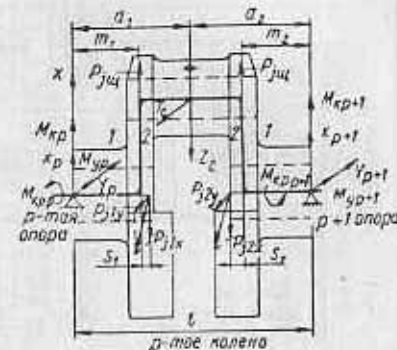
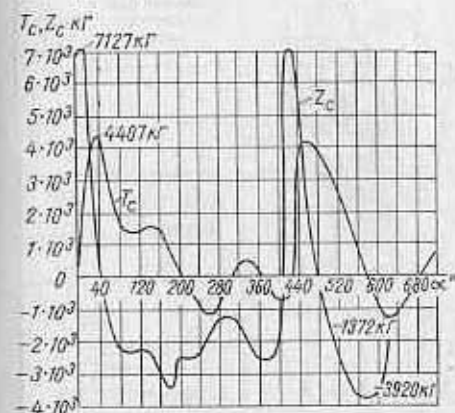
от изгиба
$$\sigma_x = \frac{M_x}{W}; \quad \sigma_y = \frac{M_y}{W}$$

здесь
$$W_x = \frac{\pi d_m^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d'_m}{d_m} \right)^4 \right]; \quad W = \frac{W_{кр}}{2}; \quad d_m \text{ и } d'_m -$$

наружный и внутренний диаметры шатунной шейки.

Коленчатые валы, как правило, рассчитывают на усталость от переменных напряжений изгиба и кручения. Опасными сечениями являются: в шейках — по отверстию для смазки; в щеках — по галтели сопряжения шейки и щеки с внутренней стороны шейки (в случае толстых и узких щек разрушение может начаться с угла щеки).

За счет влияния щек распределение напряжений в среднем сечении коленчатого вала отличается от номинального. В табл. 31 приведены пять коэффициентов, отражающих влияние раз-



30. Влияние конструктивных параметров колена вала на распределение напряжений в сопряжении щеки и шейки

Коэффициент		Конструктивный параметр колена вала		Изгиб	Кручение
β_n	Ширина щеки b/d				
β_{d_1}	Диаметр отверстия шейки d_1/d				
β_h	Толщина щеки h/d				
β_Δ	Степень перекрытия Δ/d				
β_L	Удаленность галтели от отверстия в щеке λ/λ_0				

Продолжение табл. 30

Коэффициент	Конструктивный параметр колена вала	Изгиб	Кручение
β_e	Эксцентриситет e/d		
β	Коэффициент общей неравномерности распределения напряжений	$\beta_u = \beta_b \beta_{d_1} \cdot \beta_\Delta \beta_L \beta_e$	$\beta_k = \beta_L \beta_h \cdot \beta_\Delta \beta_e$
<p>Примечание. Оптимальная удаленность λ_0 облегчающего отверстия в зависимости от степени перекрытия приближенно определяется по формуле $\lambda_0 = 3 \left(1 - 2,25 \frac{\Delta}{d} \right) r$. Если фактическая удаленность отверстия в смежной щеке λ больше оптимальной $\left(\frac{\lambda}{\lambda_0} > 1 \right)$, то β_L определяется по кривой 1, если λ меньше λ_0, то β_L определяется по кривой 2.</p>			

личных конструктивных факторов колена вала на распределение напряжений в шейке, и коэффициент общей неравномерности β , учитывающей неравномерность распределения напряжений по поверхности вала в расчетном сечении. Напряжения в шейках вала с учетом общей неравномерности распределения напряжений составляют:

от кручения

$$\tau = \beta_k \frac{M_k}{W_k};$$

от изгиба в некоторой точке поверхности вала, определяемой углом θ :

$$\sigma = \frac{M_x}{W} \beta_1 + \frac{M_y}{W} \beta_2.$$

Значения изгибающих и крутящих моментов меняются от минимального до максимального в зависимости от угла поворота кривошипа. Максимальные и минимальные значения напряжений от изгиба в общем случае определяются сочетанием значений изгибающих моментов в плоскости колена и в перпендикулярной к ней плоскости, их вычисляют обычно для угла θ ,

соответствующего расположению смазочного отверстия, так как в этой точке сечения концентрация напряжений значительна. Максимальные и минимальные значения нормальных напряжений определяют амплитуды и средние напряжения цикла

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad \text{и} \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

(аналогично — для касательных напряжений) в наиболее опасной точке шейки.

Кручение шейки с отверстием для смазки вызывает появление по контуру отверстия нормальных напряжений, суммирование которых с напряжениями от изгиба может быть выполнено по формуле

$$(\sigma_a)_{\text{сум}} = \eta \alpha \sigma_a + \eta_k \alpha_k \tau_a,$$

где α и α_k — коэффициенты концентрации напряжений в поперечном отверстии при изгибе и кручении (рис. 90, а) в зависимости от отношения диаметра отверстия к диаметру шейки d ; η и η_k — коэффициенты, характеризующие относительную напряженность на кромке попереч-

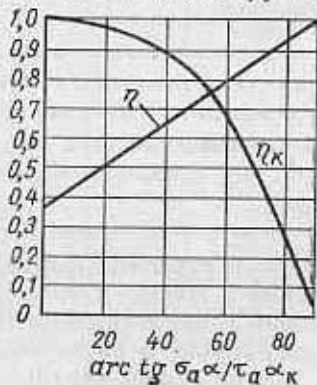
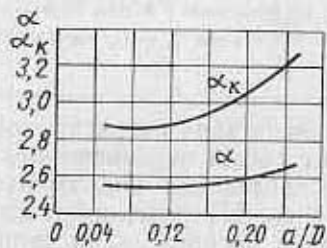


Рис. 90. Коэффициенты концентрации напряжений: а) в поперечном отверстии; б) — относительной напряженности на кромке поперечного отверстия

ного отверстия в месте расположения наибольших суммарных напряжений, определяют по рис. 90, б в зависимости от отношения напряжений $\frac{\sigma_a \alpha}{\tau_a \alpha_k}$ для случая, когда ось отверстия перпендикулярна оси шейки вала.

Коренная шейка рассчитывается на кручение и на изгиб, и номинальные напряжения составляют

$$\tau = \beta_k \frac{M_k}{W_k} \quad \text{и} \quad \sigma = \frac{M_x}{W} \beta_1 + \frac{M_y}{W} \beta_2;$$

здесь

$$W_k = \frac{\pi d_k^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d'_k}{d_k} \right)^4 \right]; \quad W = \frac{W_k}{2};$$

d_k и d'_k — соответственно наружный и внутренний диаметр коренной шейки.

Щека по галтели сопряжения с шейкой рассчитывается на изгиб в плоскости колена, в этом же сечении действуют касательные напряжения от кручения шейки.

Номинальные напряжения от изгиба и растяжения (сжатия) щеки в галтели сопряжения составляют

$$\sigma_{из} = \mp \frac{M_{из}}{W} + \frac{S}{F};$$

здесь

$$W = \frac{bh^2}{6}; \quad F = bh.$$

Номинальные напряжения от кручения и галтели сопряжения

$$\tau_{из} = \frac{M_k}{W_k};$$

здесь

$$W_k = \frac{\pi d^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d'}{d} \right)^4 \right].$$

За счет влияния на напряженное состояние формы вала, конструктивных особенностей щек и шеек должна быть учтена общая неоднородность распределения напряжений в сечении щеки и шейки. В табл. 30 приведены значения коэффициентов, отражающих влияние различных конструктивных параметров на общую неравномерность распределения напряжений в сопряжении щеки и шейки.

Напряжения в сечении щек от изгиба в плоскости колена составляют

$$\sigma = \sigma_{из} \beta.$$

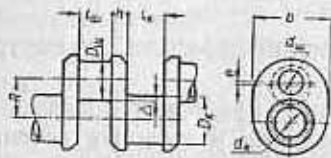
Напряжения в шейке от кручения

$$\tau = \tau_{из} \beta_k.$$

Максимальные и минимальные значения напряжений соответствуют максимальным и минимальным значениям изгибающих и крутящих моментов, по ним определяют амплитуды и средние напряжения цикла.

Местная неравномерность (концентрация) напряжений в галтельном переходе определяется при изгибе отношением радиуса галтели к толщине щеки (рис. 91, а), при кручении — отношением радиуса галтели к диаметру шейки (рис. 91, б). Коэффициенты концентрации напряжений в галтельном переходе при изгибе α и при кручении α_k определяются по рис. 91, б.

31. Влияние конструктивных параметров колена вала на распределение напряжений в шейке



Коэффициент	Конструктивный параметр колечатого вала	Изгиб в плоскости колена (1), в перпендикулярной плоскости (2)	Кручение
β_h	Толщина щеки h/d		
β_b	Ширина щеки b/d		
β_l	Длина шейки l/d		
β_Δ	Степень перекрытия		

Продолжение табл. 31

Коэффициент	Конструктивный параметр колечатого вала	Изгиб в плоскости колена (1), в перпендикулярной плоскости (2)	Кручение
β_θ	Угол расположения смазочного отверстия θ		
β	Коэффициент общей неравномерности распределения напряжений	$\beta = \beta_0 \beta_h \beta_b \beta_l \beta_\Delta$	$\beta_T = 1 + \beta_0 (\beta_h \beta_b \times \beta_l \beta_\Delta - 1) = 1 + \beta - \beta_0$

С учетом концентрации напряжений в галтельном сопряжении щеки с шейкой амплитуды напряжений составят

$$\sigma_a = \sigma_{ам} \beta \alpha_a$$

$$\tau_a = \tau_{ам} \beta \alpha_k$$

Угловые точки щеки напряжены от изгиба в двух плоскостях и от растяжения (сжатия), и расчетные напряжения составляют:

$$\sigma = \frac{M_{изг}}{W_x} + \frac{M_{изг}}{W_y} + \frac{S}{F}$$

Учет неравномерности распределения напряжений в угловых точках может не производиться.

Коэффициенты концентрации напряжений α и α_K в галтели сопряжения щеки и шейки и в смазочном отверстии шейки получены тензометрированием. Значения эффективных коэффициентов концентраций для расчета вала на усталость определяются из зависимостей

$$k_\sigma = 1 + q_\sigma(\alpha_\sigma - 1); \quad k_\tau = 1 + q_\tau(\alpha_\tau - 1),$$

где q — коэффициент чувствительности, определяемый из рис. 92 в зависимости от предела прочности стали и градиента напряжений в зоне концентрации:

$$q_\sigma = \frac{(q)_{\sigma_s} + (q)_{\sigma_T/\sigma_s}}{2} \quad \text{и} \quad q_\tau = (q)_{\sigma_T/\sigma_s}$$

Переменный режим нагрузок на вал может учитываться так же, как и для прямых валов, коэффициентом долговечности k_d (см. стр. 91); влияние абсолютных размеров и состояния поверхности и поверхностного упрочнения — по табл. 7 и 24.

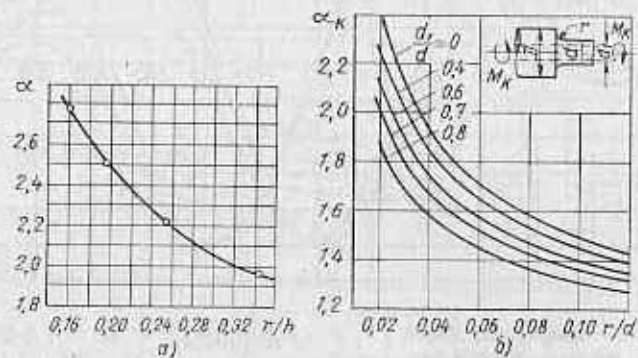


Рис. 91. Коэффициент концентрации в сопряжении шейки со щекой:

а — при изгибе; б — при кручении

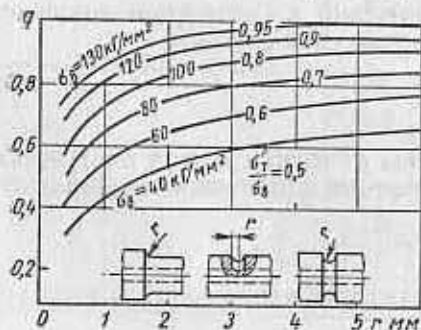


Рис. 92. Коэффициент чувствительности q в зависимости от предела прочности стали σ_s (отношение σ_T/σ_s) и от радиуса подреза

Запас прочности коленчатого вала при расчете на усталость определяется по формулам:

$$n = \frac{\sigma_{-1} \epsilon_\sigma}{k_\sigma \eta \sigma_a + k_\tau \eta_k \tau_a + \psi_\sigma (\eta \sigma_m + \eta_k \tau_m)}$$

в зоне галтели сопряжений щеки и шейки

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \epsilon_\sigma}{k_\sigma \beta \sigma_a + \psi_\sigma \beta \sigma_m}$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1} \epsilon_\tau}{k_\tau \beta_k \tau_a + \psi_\tau \beta_k \tau_m}$$

в угловой точке щеки

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \epsilon_\sigma}{\sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1} \epsilon_\tau}{\tau_a + \psi_\tau \tau_m}$$

Величины запаса прочности по выносливости коленчатых валов двигателей при расчете их по разрезной схеме не должны быть меньше величин, указанных в табл. 32. Разделение уровней запасов прочности в известной мере условно. Величины, приведенные в табл. 32, учитывают разный уровень технологии производства валов,ковки, механической и термической обработки. Они приняты также с учетом того, что крутильные и изгибные колебания валов при расчете не учитываются.

32. Величины запаса прочности по выносливости в элементах коленчатых валов двигателей

Элементы вала	Авиационные двигатели	Судовые и авто-тракторные двигатели	Элементы вала	Авиационные двигатели	Судовые и авто-тракторные двигатели
Коренная шейка	2,5—4,0	3—5	Щека (в галтели)	1,3—1,5	1,5—2,0
Шатунная шейка	1,7—3,0	2,0—3,0	Щека (угловая точка)	1,5—2,0	1,5—2,0

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ВАЛОВ И ОСЕЙ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ

Нагрузки, действующие на детали машин в эксплуатации, являются, как правило, случайными функциями времени. Характеристики сопротивления усталости деталей машин являются также случайными величинами, которым свойственно существенное рассеяние. Поэтому надежная оценка прочности деталей машин, основанная на сопоставлении этих случайных величин, должна осуществляться методами теории вероятности и математической статистики. В результате применения этих методов определяют вероятность разрушения детали, являющуюся мерой надежности ее по условию прочности.

Вероятностные методы расчета обладают рядом преимуществ перед методами, основанными на детерминистических представлениях (расчеты по запасам прочности, по допускаемым напряжениям и т. п.).

Во-первых, при использовании вероятностных методов оцениваются изменчивость параметров спектров действующих напряжений и рассеяние характеристик прочности и учитывается их влияние на вероятность разрушения. Некоторые конструктивные и технологические варианты деталей, обладающие более высокими показателями прочности по средним значениям, могут оказаться менее надежными и рациональными вследствие большего рассеяния характеристик прочности по сравнению с другими вариантами, которые при расчете обычными методами казались бы менее выгодными.

Во-вторых, оценка рассеяния характеристик прочности и действующих нагрузок, осуществляемая при использовании вероятностных методов, приводит к появлению новых показателей уровня технологической и конструктивной доводки машин. Внедрение этих показателей, как контрольных, в производство должно способствовать повышению надежности и долговечности машин.

Так, например, контроль уровня переменных напряжений в коленчатых валах дизельных двигателей, вызываемых несоосностью опор [25], выявил необходимость регламентирования их несоосности в эксплуатации, что привело к существенному сни-

жение усталостных повреждений. Изучение рассеяния характеристик усталости образцов и деталей из конструкционных материалов в зависимости от химического состава, технологии заготовительных, упрочняющих и финишных операций [64] позволило существенно повысить надежность и долговечность ряда ответственных деталей.

В-третьих, вероятность разрушения является объективной оценкой надежности детали, которую в ряде случаев можно проверить путем сопоставления расчетов с наблюдениями в эксплуатации. Внедрение вероятностных методов неизбежно приводит к необходимости введения системы сбора и анализа статистической информации о повреждениях деталей в эксплуатации, что само по себе является важным фактором, способствующим повышению надежности машин.

В-четвертых, обоснование допустимых норм вероятности разрушения деталей требует проведения экономического анализа себестоимости машины с учетом начальной стоимости ее, затрат на научно-исследовательскую работу по доводке машин, стоимости восстановительных и капитальных ремонтов и т. д.

Рассеяние характеристик усталости и методы статистической обработки результатов испытаний

Источники рассеяния характеристик усталости. Рассеяние характеристик усталости валов и осей порождается в основном следующими факторами:

нестабильностью механических свойств металла одной марки, но различных плавок или видов заготовительных операций (ковка, штамповка, прессование), отклонениями в режимах термической обработки в пределах обработки данного вида (например, нормализации);

отклонениями размеров детали в пределах допусков, особенно радиусов кривизны в зоне концентрации (которые часто не контролируются, тогда как они оказывают существенное влияние на уровень концентрации напряжений);

микроскопическими источниками рассеяния, связанными со структурной неоднородностью металла: различными размерами, формой и ориентировкой зерен, наличием различных фаз, включений, искажений кристаллической решетки, случайными изменениями в микрогеометрии и структуре поверхностного слоя и т. п. Влияние этой группы факторов определяет статистическую природу процесса усталостного разрушения и приводит к заметному рассеянию характеристик усталости образцов, изготовленных из металла одной плавки и не имеющих существенных отклонений основных размеров от номинальных.

Закономерности рассеяния характеристик усталости, вызванных этой группой факторов, в связи с влиянием концентрации

напряжений и масштабного фактора, хорошо описываются с помощью статистической теории прочности «наиболее слабого звена».

Из указанной теории вытекают статистические закономерности подобия усталостного разрушения, и в частности, критерий подобия усталостного разрушения $\frac{L}{\bar{\sigma}}$ (где L — часть периметра

рабочего сечения образца, $\bar{\sigma}$ — относительный градиент первого главного напряжения в зоне концентрации (см. стр. 178—182).

При наличии сварки, поверхностного упрочнения и других факторов, вызывающих неравномерное распределение механических свойств и остаточных напряжений по сечению вала, необходимо учитывать также влияние технологических факторов на сопротивление усталости и рассеяние характеристик выносливости.

Построение полных вероятностных диаграмм усталости для образцов из металла одной плавки. При испытаниях на усталость образцов из металла одной плавки наблюдается, как известно, значительное рассеяние долговечности. Так, при испытании с постоянной амплитудой некоторого количества образцов n (обычно 10—30), получают ряд долговечностей, расположенных в возрастающем порядке

$$N_1 \leq N_2 \leq \dots \leq N_i \leq \dots \leq N_n \quad (1)$$

Этот ряд называют вариационным.

Отношение $\frac{N_n}{N_1}$ может изменяться в пределах 5—20 при высоких уровнях напряжений и в пределах 10—100 и даже более при амплитудах напряжений, близких к пределу выносливости. Основную роль в разбросе усталостных свойств в этом случае играют микроскопические источники рассеяния, описанные на стр. 173.

Вследствие значительного рассеяния характеристик выносливости результаты испытаний должны подвергаться статистической обработке, причем взамен обычной кривой усталости строят полную вероятностную диаграмму усталости, отображающую зависимость между действующим напряжением σ , числом циклов до разрушения N и вероятностью разрушения при числе циклов, меньшем или равном N [вероятность $P(N, \sigma)$ в дальнейшем обозначается P]. Эта диаграмма может быть представлена или в виде семейства кривых усталости в координатах $\sigma - N$, соответствующих различной вероятности разрушения P , как показано на рис. 93, или в виде кривых распределения долговечности в координатах $P - N$, соответствующих различным напряжениям σ (рис. 93, а). Наконец, те же результаты могут быть изображены в координатах $P - \sigma$, а параметром кривой в этом случае является долговечность N (рис. 93, б). Линии на рисунке-

изображают функции распределения ограниченных пределов выносливости, соответствующих различным базам испытания.

Для статистической обработки результатов усталостных испытаний используют различные законы распределения характеристик выносливости: логарифмически-нормальный, Вейбулла, Пирсона 3 типа и др. Наилучшее соответствие опытным данным имеет логарифмически нормальный закон распределения долговечности с порогом или без порога чувствительности по циклам

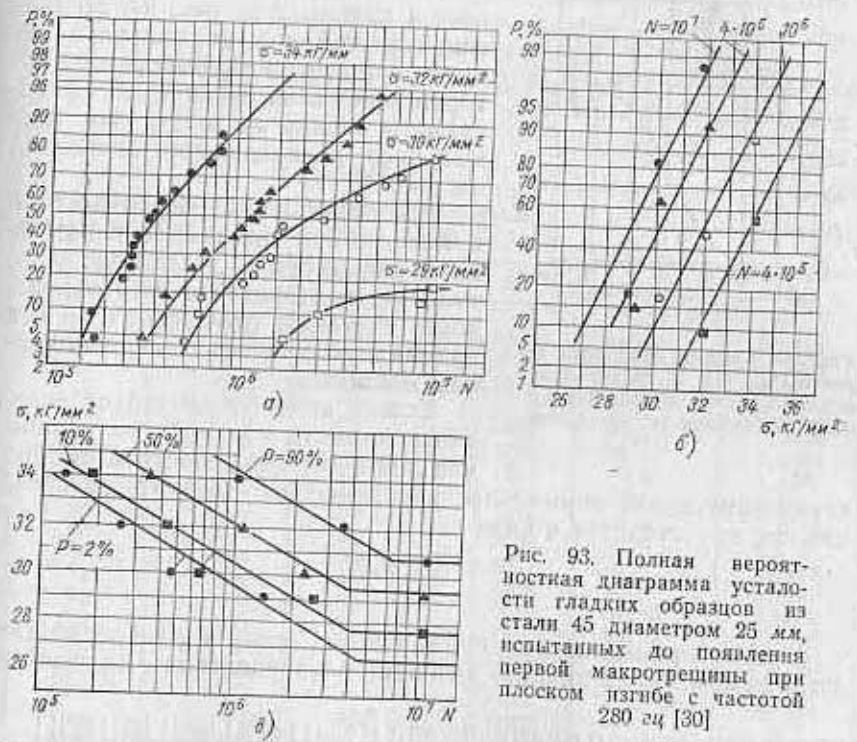


Рис. 93. Полная вероятностная диаграмма усталости гладких образцов из стали 45 диаметром 25 мм, испытанных до появления первой макротрещины при плоском изгибе с частотой 280 гц [30]

[57]. В этом случае результаты испытаний изображаются на логарифмически нормальной вероятностной бумаге, представленной на рис. 93, а. По оси абсцисс на таком графике откладывают числа циклов до разрушения в логарифмическом масштабе, а по оси ординат — вероятность разрушения образца при числе циклов меньшем или равном N — в специальном масштабе, соответствующем нормальному закону распределения. Ординатами экспериментальных точек на графиках типа рис. 93, а являются отношения $\frac{m}{n+1}$ или $\frac{m-0.5}{n}$. Построение шкалы по оси ординат поясняется на рис. 94, на котором представлены

кривые 1 плотности вероятности и 2 интегральной функции распределения нормированной случайной величины $u_p = \frac{\bar{x} - a}{\sigma}$, где a — математическое ожидание, σ — среднее квадратичное отклонение случайной величины x . Нормированную случайную величину u_p называют квантилем. Каждому значению квантиля соответствует определенная вероятность P , причем это соответствие дается кривой 2 на рис. 94, построенной по таблице нормального закона распределения, выборка из которой приведена в табл. 33. Зависимость между u_p и $P\%$ для нормального распределения показана на рис. 95.

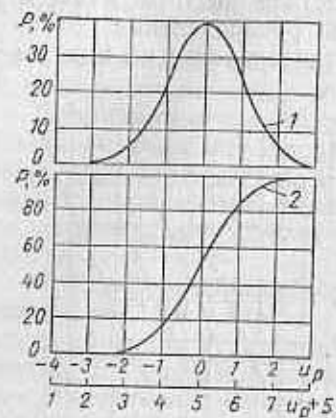


Рис. 94. График плотности вероятности (1) и интегральной функции распределения (2) нормального закона распределения

характеризующей нормальное распределение логарифмов чисел циклов, представится в виде

$$x = a + u_p \sigma,$$

т. е. при справедливости нормального закона распределения логарифмов чисел циклов, функция распределения на вероятностной бумаге является прямой, проходящей через точки $x = a$ при $u_p = 0$ и $x = a + \sigma$ при $u_p = 1$.

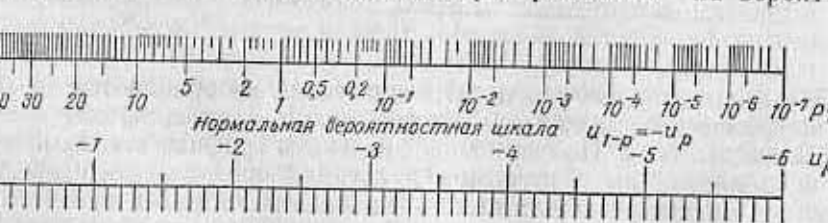


Рис. 95. Нормальная вероятностная шкала

Статистическая обработка заключается в вычислении среднего значения и среднего квадратичного (стандартного) отклонения логарифма чисел циклов по формулам

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i;$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]},$$

где

$$x_i = \lg N_i; \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

33. Таблица нормального закона распределения (выборка из табл. II приложения к работе [69])

P в %	u_p	P в %	u_p	P в %	u_p
50	0,0000	82	0,9154	98,4	2,1444
52	0,0502	83	0,9542	98,6	2,1973
54	0,1004	84	0,9945	98,8	2,2571
56	0,1510	85	1,0364	99,0	2,3263
58	0,2019	86	1,0803	99,1	2,3656
60	0,2533	87	1,1264	99,2	2,4089
62	0,3055	88	1,1750	99,3	2,4573
64	0,3585	89	1,2265	99,4	2,5121
66	0,4125	90	1,2816	99,5	2,5758
68	0,4677	91	1,3408	99,6	2,6521
70	0,5244	92	1,4051	99,7	2,7478
72	0,5828	93	1,4758	99,8	2,8782
74	0,6433	94	1,5548	99,85	2,9677
76	0,7063	95	1,6449	99,90	3,0902
78	0,7722	96	1,7507	99,9900	3,7190
80	0,8416	97	1,8808	99,9990	4,2649
81	0,8779	98	2,0537	99,9999	4,7534
		98,2	2,0969		

Большинство значений x и s могут служить статистическими оценками параметров a и σ (соответственно) нормального закона распределения долговечности для генеральной совокупности, соответствующей данным условиям испытания и образцам. Так как величины x и s являются также случайными, то оценку параметров a и σ осуществляют с помощью доверительных интервалов, определяемых по методам математической статистики [69]. В первом приближении по методу моментов полагают $\bar{x} \cong a$; $s \cong \sigma$.

Для непосредственного построения функций распределения σ_{-1} по экспериментальным результатам (без использования

диаграмм $P-N$ служат «пробит-метод» и метод «лестницы» (называемый также методом «верх — вниз») [30].

Получение функций распределения пределов выносливости путем эксперимента весьма трудоемко, так как требует испытания многих десятков и сотен образцов до базы испытания (обычно 10 млн. циклов). Поэтому количество экспериментальных точек для построения указанной функции распределения бывает обычно ограничено (при использовании, например, «пробит-метода» количество первичных точек равно количеству уровней напряжений, на каждом из которых испытывается до 20 или более образцов). Поэтому функции распределения пределов выносливости в области вероятностей от 1 до 99% по опытным данным удовлетворительно аппроксимируются различными законами: нормальным распределением величин σ_{\max} [29, 30] или $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$ [29], распределением Вейбула величины $x = -\lg(\sigma_{\max} - u)$ [57]. Более обоснованным является предположение о нормальном законе распределения величины $x = -\lg(\sigma_{\max} - u)$. Использование функции распределения Вейбула не дает преимуществ, и это распределение хуже согласуется с опытными данными, а также менее удобно для расчета на прочность.

Статистические закономерности подобия усталостного разрушения. Критерий подобия

Для определения вероятности разрушения валов и осей существенно установление зависимости параметров функции распределения максимальных напряжений в зоне концентрации σ_{\max} от размеров детали и степени неоднородности распределения напряжений. Получение такой зависимости чисто опытным путем для всего разнообразия размеров и очертаний валов практически невозможно. Поэтому важную роль в изучении закономерностей подобия (влияния масштабного фактора и концентрации напряжения на сопротивление усталости) играет использование статистической теории прочности, в частности теории «наименее прочного звена».

В работах [29, 30, 54] было показано, что из указанной статистической теории вытекает соотношение, связывающее максимальное разрушающее напряжение в зоне концентрации σ_{\max} , отношение $\frac{L}{\bar{G}}$ и вероятность разрушения до данной базы P ;

здесь L — часть периметра рабочего сечения образца; \bar{G} — относительный градиент первого главного напряжения в зоне концентрации (определение величин L и \bar{G} описано ниже).

Указанное уравнение имеет вид

$$\lg(\sigma_{\max} - u) = A_L - B \lg \frac{L}{\bar{G}} + u_p s. \quad (3)$$

здесь A_L, B, u, s — постоянные для заданного материала (определенной плавки), частоты, температуры и базы испытания величины; s — стандартное отклонение величины $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$; $A_L - B \lg \frac{L}{\bar{G}} = \lg(\sigma_{\max} - u)$ — среднее значение величины x ;

u_p — квантиль нормального распределения.

Уравнение (3) выражает нормальный закон распределения величины $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$ и основано на критерии подобия усталостного разрушения

$\frac{L}{\bar{G}}$, имеющего следую-

щий смысл: если образец, модель и деталь имеют различные величины L и \bar{G} , но отношения $\frac{L}{\bar{G}}$ у них совпа-

дают, то будут совпадать и функции распределения пределов выносливости, выраженных через σ_{\max} . Таким образом, определив по результатам усталостных испытаний образцов и моделей постоянные A_L, B, u, s , входящие в уравнение (3), можно по этому уравнению найти функцию распределения пределов выносливости натурной детали, необходимую для оценки вероятности разрушения.

Величины L и \bar{G} определяют следующим образом. При изгибе с вращением валов (осей) (или растяжении круглых осесимметричных образцов) $L = \pi d$, где d — диаметр детали в опасном сечении. При изгибе в одной плоскости образцов прямоугольного поперечного сечения $L = 2b$, где b — ширина образцов. Определение L при растяжении-сжатии поясняется рис. 96.

При изгибе в одной плоскости круглых осесимметричных образцов, функции распределения пределов выносливости могут быть найдены по графику (рис. 97), на котором обозначено

$$\xi_{кр} = \frac{\sigma_{\max} \kappa p}{u} = \frac{\sigma_{-1 \kappa p} \alpha \sigma}{u};$$

$$\xi_{н.л} = \frac{\sigma_{\max} n \lambda}{u} = \frac{\sigma_{-1 n \lambda} \alpha \sigma}{u},$$

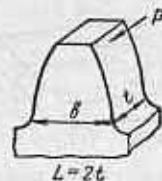
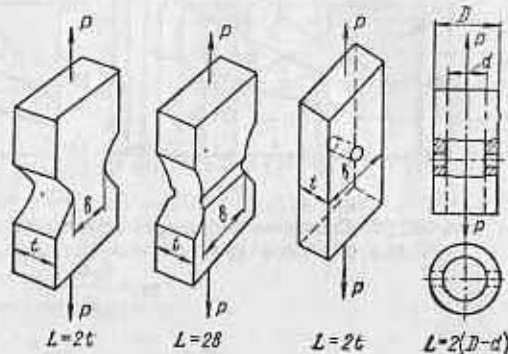


Рис. 96. Схемы к определению L

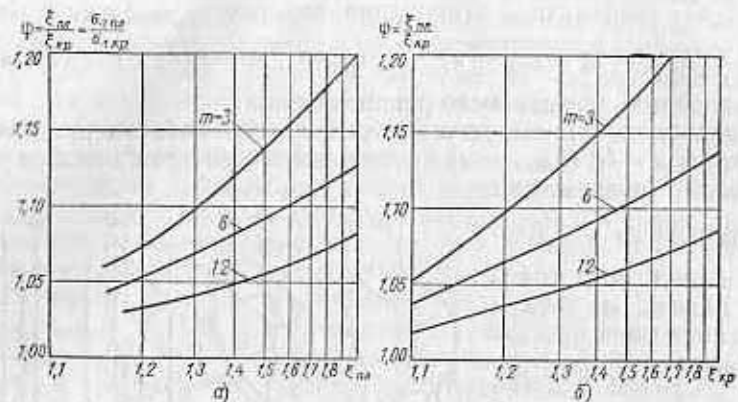


Рис. 97. Соотношение между пределами выносливости цилиндрических образцов при плоском $\sigma_{-1пл}$ и круговом $\sigma_{-1кр}$ изгибе

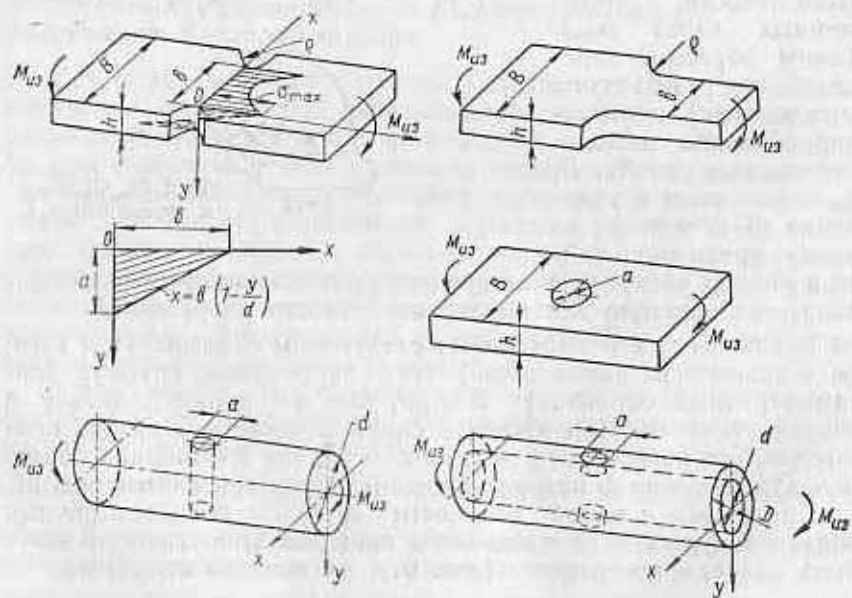
$$m \approx \frac{0,44}{S} - 1$$


Рис. 98. Схемы к определению пределов выносливости при изгибе в одной плоскости

где $\sigma_{max\ кр}$ и $\sigma_{-1\ кр}$ — максимальное напряжение в зоне концентрации и предел выносливости круглого образца при круговом изгибе; эти величины для различных P определяются по формуле (3);

$\sigma_{max\ пл}$, $\sigma_{-1\ пл}$ — то же для круглого вала при изгибе в одной плоскости. Таким образом, значения коэффициента ψ , отложенные по оси ординат на рис. 97, ϵ_2 представляют собой отношения пределов выносливости круглых образцов при плоском $\sigma_{-1пл}$ и круговом $\sigma_{-1кр}$ изгибах, т. е.

$$\psi = \frac{\epsilon_{пл}}{\epsilon_{кр}} = \frac{\sigma_{-1пл}}{\sigma_{-1кр}}$$

Для определения функции распределения пределов выносливости деталей, показанных на рис. 98, при изгибе в одной плоскости служит график (рис. 99), на котором обозначено

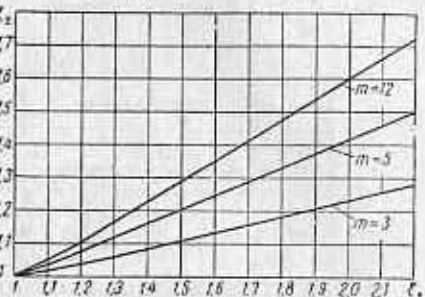


Рис. 99. График для определения пределов выносливости деталей, показанных на рис. 98.

$$\epsilon_{s1} = \frac{\sigma_{max1}}{a} = \frac{\sigma_{-1к1} \alpha_d}{a},$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{\sigma_{max}}{a} = \frac{\sigma_{-1}}{a};$$

здесь $\sigma_{-1к1}$, σ_{-1} — пределы выносливости детали с концентрацией напряжений и гладкой пластины сечением $b \times h$; $b = \frac{50}{\bar{G}}$.

Относительные градиенты первого главного напряжения $\bar{G} = \frac{1}{\sigma_{max}} \cdot \left. \frac{d\sigma_1}{dx} \right|_{x=a}$ определяют путем дифференцирования функций $\sigma_1 = f(x)$, найденных методами теории упругости, либо по результатам поляризационно-оптических, тензометрических и других измерений напряжений. Так, при изгибе валов с глубокими гиперболическими выточками величину \bar{G} определяют по формуле (из решения Нейбера [43])

$$\bar{G} = \frac{2}{\rho} + \frac{1}{a}. \quad (4)$$

При растяжении-сжатии образцов с глубокими гиперболическими выточками

$$\bar{G} \approx \frac{2}{\rho}. \quad (5)$$

Для ступенчатого вала с галтелью при изгибе с учетом экспериментов Петерсона и Валя можно принять при $\frac{D}{d} \geq 1,5$

$$\bar{G} = \frac{2,6}{\rho} + \frac{1}{a}. \quad (6)$$

При $\frac{D}{d} < 1,5$ можно принять

$$\bar{G} = \frac{2,6(1+\psi)}{\rho} + \frac{1}{a},$$

где

$$\psi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2 \sqrt{\frac{t}{\rho} + 1}}; \quad t = \frac{D-d}{2}. \quad (7)$$

Для достаточного надежного определения постоянных A_L , B , u , s , входящих в уравнение (3), необходимо проведение усталостных испытаний образцов различных размеров и уровней концентрации напряжений в статистическом аспекте. Для этого испытывают 100—200 или более образцов каждого типа, и на основе этих испытаний строят полную вероятностную диаграмму усталости $P-\sigma-N$ для этих образцов.

По результатам испытаний находятся указанные постоянные с помощью методов математической статистики.

Рассмотрим в качестве примера определение указанных постоянных для стали ($\sigma_b = 202 \text{ кг/мм}^2$) по опытным данным, приведенным в работе [13]. Испытывали при изгибе с вращением восемь типов образцов гладких и с глубокими гиперболическими надрезами (табл. 34). На рис. 100 на нормальной вероятностной бумаге показаны функции распределения долговечности при различных значениях σ_{max} , при каждом из которых испытывали по 20—25 образцов (для образцов № 4 с надрезом $\alpha_\sigma = 3,4$;

34. Параметры образцов и результаты усталостных испытаний образцов из стали 40X при изгибе с вращением

№ п/п	d, ρ		α _σ	$\bar{G} \text{ и } \frac{1}{a}$ мм	$\lg \frac{t}{\bar{G}}$	σ_{max} и $\sigma_{max p_1}$ в кг/мм ²		δ в %
	в мм							
1	7,52	75,0	1,0	0,29	1,91	85	85	0
2	7,52	2,0	1,46	1,27	1,27	94	92,5	-1,5
3	7,52	1,22	1,67	1,91	1,09	97	95	-2,0
4	7,52	0,2	3,4	10,27	0,36	105	107	+1,8
5	8,6	2,05	1,5	1,23	1,34	93,5	91,8	-1,7
6	8,6	0,1	5,0	20,23	0,13	112	111	-0,8
7	13,0	1,345	2,0	1,64	1,40	92,5	90,7	-1,8
8	15,0	0,169	5,0	11,97	0,60	99	103,2	+4,2

$d = 7,52 \text{ мм}$). Из этого рисунка видно, что рассеяние долговечности у высокопрочной стали весьма велико.

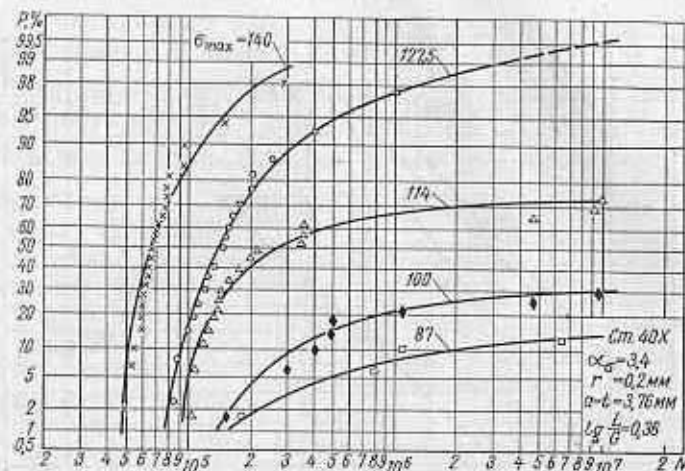


Рис. 100. Функции распределения долговечности образцов с глубокими гиперболическими надрезами из стали марки 40X при изгибе с вращением [13]

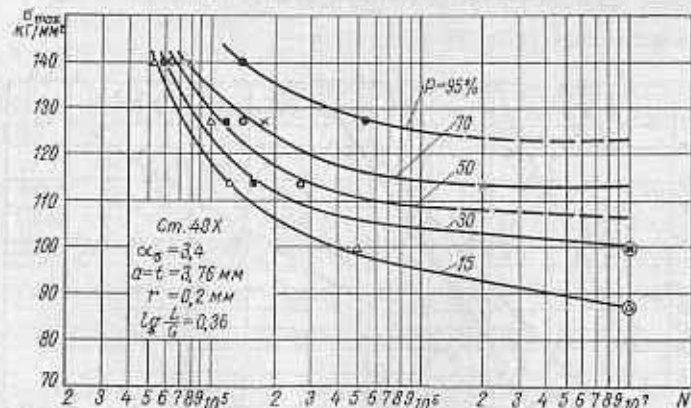


Рис. 101. Кривые усталости, соответствующие различным вероятностям разрушения образцов из стали марки 40X при изгибе с вращением

По рис. 100 построено семейство кривых усталости, соответствующих различной вероятности разрушения, представленное в координатах $\sigma-N$ на рис. 101.

Аналогичные полные вероятностные диаграммы усталости $P-\sigma-N$ построены для образцов остальных типов, приведен-

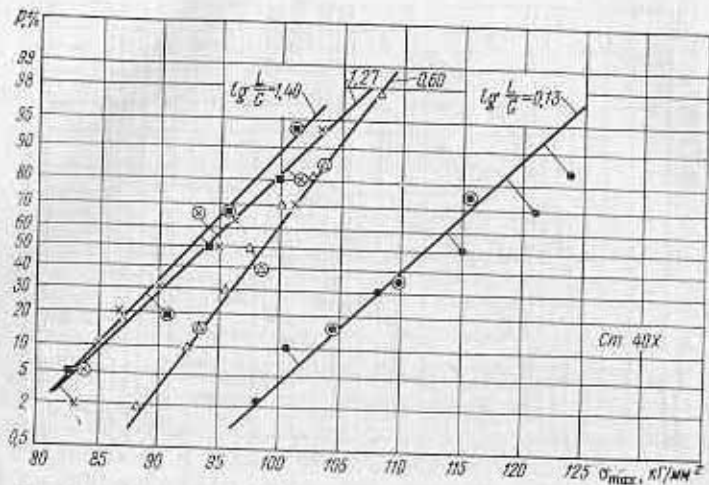


Рис. 102. Функции распределения максимальных разрушающих напряжений в зоне концентрации σ_{max} образцов из стали марки 40X на базе 10^7 циклов

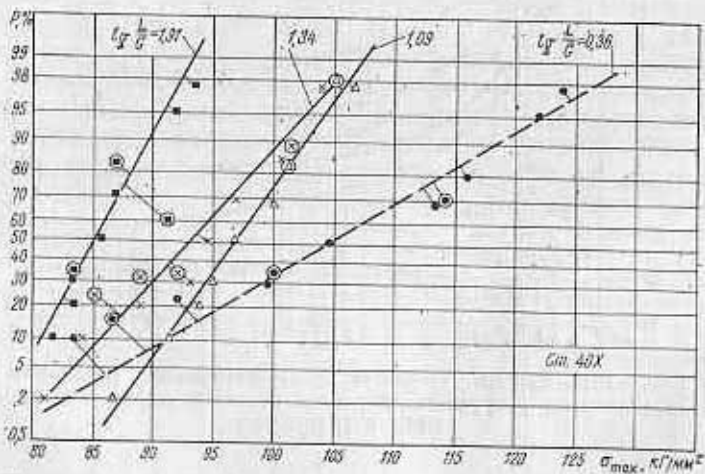


Рис. 103. Функции распределения максимальных разрушающих напряжений в зоне концентрации σ_{max} образцов из стали марки 40X на базе 10^7 циклов

ных в табл. 34, и по ним построены на нормальной вероятностной бумаге функции распределения σ_{max} , показанные на рис. 102, 103. Значение σ_{max} , отвечающее вероятности разрушения 50% (медианное значение) для образца № 4 ($\alpha_\sigma = 3,4$) получается равным 105 кг/мм^2 . Величины σ_{max} , найденные таким способом для образцов всех типов, приведены в табл. 34. По ним построена зависимость $\lg(\sigma_{max} - u)$ от $\lg \frac{L}{G}$ при $u = 45 \text{ кг/мм}^2$,

показанная на рис. 104, из которого видно, что эта зависимость может быть принята линейной, вытекающей из формулы (3) при $u_p = 0$.

На рис. 105 на нормальной вероятностной бумаге построены функции распределения величины $x = \lg(\sigma_{max} - u)$ для образцов указанных типов. Линии проведены по уравнению (3) при следующих значениях постоянных: $u = 45 \text{ кг/мм}^2$; $A_L = 1,835$; $B = 0,125$; $s = 0,05$.

Эти постоянные подбирают так, чтобы точки на рис. 105 имели наименьшие отклонения от линий и чтобы сами линии для образцов различных типов были бы параллельными, так как в уравнении (3) подразумевается, что величина s не зависит от $\lg \frac{L}{G}$. Для этой цели может быть использован метод наименьших квадратов.

Если усталостные испытания образцов различных типов проводились не в статистическом аспекте, а по обычной методике путем испытания 6—8 образцов на всю кривую усталости, то в этом случае можно приближенно полагать (с возможной погрешностью до 10% или несколько более), что найденные значения пределов выносливости отвечают вероятности разрушения 50%. По данным результатам можно получить приближенную оценку постоянных A_L , B , u (величина s в этом случае может быть оценена приближенно по результатам испытания образцов из аналогичного материала, известным из других исследований, проводившихся в статистическом аспекте). Для этого строят

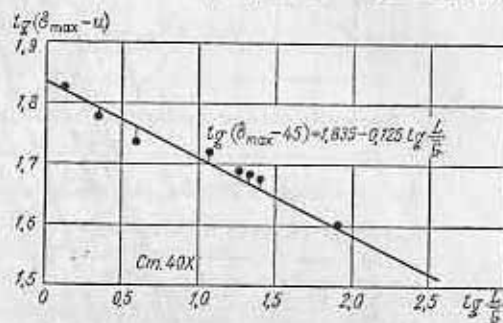


Рис. 104. Зависимость величины $\lg(\sigma_{max} - u)$ от $\lg \frac{L}{G}$ для образцов из стали марки 40X на базе 10^7 циклов: σ_{max} — значение σ_{max} , соответствующее вероятности разрушения 50%

зависимости величин $\lg(\sigma_{\max} - u)$ от $\lg \frac{L}{G}$ и значения постоянных подбирают или по методу наименьших квадратов или графически (что дает обычно весьма близкие результаты). В качестве примера на рис. 106 приведена указанная зависимость, построенная по результатам испытаний образцов из осевой стали (0,4% С, $\sigma_s = 57 \text{ кг/мм}^2$), гладких и с глубокими гиперболическими надрезами диаметром от 7,5 до 75 мм [79]. Испытания проводились

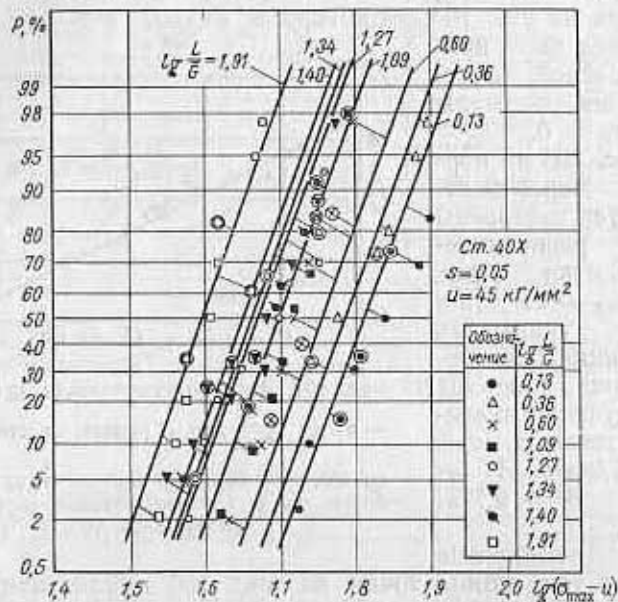


Рис. 105. Функции распределения величин $\lg(\sigma_{\max} - u)$ для образцов из стали марки 40X с различными значениями $\lg \frac{L}{G}$

при изгибе с вращением до окончательного разрушения на ограниченном количестве образцов (по 6—8 образцов на кривую усталости). Отклонение по σ_{\max} экспериментальных точек от расчетной зависимости не превышает $\pm 6,3\%$, что сопоставимо с погрешностью эксперимента. Пунктирные линии 2, 3 и 4 соответствуют образцам с предельно острыми надрезами $\rho < \rho_{\text{пред}}$, для которых $\sigma_{-1к} \cong \sigma_{-1к \text{ пред}}$ (из этого условия и построены указанные линии). Значения постоянных в данном случае составляют: $u = 12 \text{ кг/мм}^2$; $A_L = 1,483$; $B = 0,186$. Аналогичные результаты были получены для ряда материалов в работах [9, 14, 33, 34, 41, 79]. Величины постоянных для этих материалов приведены в табл. 35.

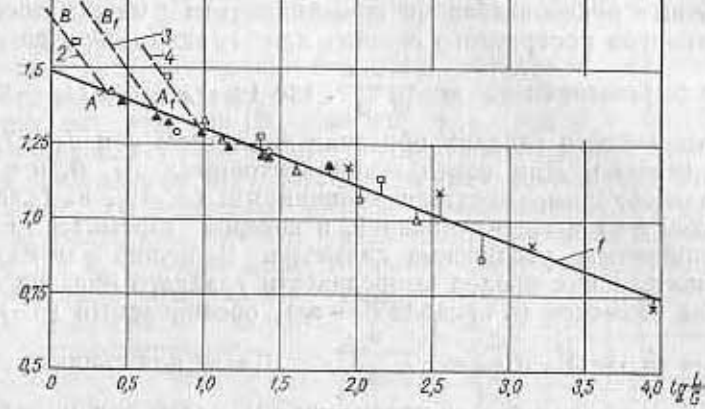


Рис. 106. Зависимость $\lg(\sigma_{\max} - 12) = 1,483 - 0,186 \lg \frac{L}{G}$ для образцов с глубокими гиперболическими надрезами из осевой стали при изгибе с вращением:
1 — линия, соответствующая уравнению (3); 2 — ($d = 7,5 \text{ мм}$; $\rho_{\text{пред}} = 0,2 \text{ мм}$); 3 — ($d = 15 \text{ мм}$; $\rho_{\text{пред}} = 0,2 \text{ мм}$); 4 — ($d = 15 \text{ мм}$; $\rho_{\text{пред}} = 0,4 \text{ мм}$) — линии, соответствующие весьма острым надрезам

35. Значения постоянных, входящих в уравнение (3)

Материал	$\sigma_s, \text{ кг/мм}^2$	Значения постоянных			*	ϵ_{90}	Источ-ник
		u	A_L	B			
Сталь 45	66	19	1,330	0,135	9,9	0,61	[13]
Сталь 40X	202	45	1,835	0,125	14,7	0,53	[13]
Среднеуглеродистая сталь	—	14	1,440	0,170	8,5	0,53	[41]
Осевая сталь	57,0	12	1,483	0,186	8,0	0,45	[79]
Сталь 45	—	15	1,320	0,120	11,0	0,54	[9]
Сталь 40X	80,5	27	1,515	0,150	10,1	0,62	[33]
Сталь 40XH	82,1	27	1,515	0,150	10,1	0,62	[33]
34XНЗМ зак., отп.	—	14	1,730	0,180	9,6	0,37	[34]
34XНЗМ норм.	—	14	1,475	0,090	16,4	0,41	[34]
15ГН4М	—	19	1,970	0,300	6,6	0,44	[34]

Значения S: сталь 45 S=0,07; сталь 40X S=0,05.

Рассмотрим вначале связь критерия подобия $\frac{L}{G}$ с масштабным фактором.

В случае отсутствия систематических результатов усталостных испытаний образцов различных сечений и уровней концентрации напряжений, полученных в статистическом аспекте, приближенная оценка постоянных A_L, B, u , входящих в уравнение

(3), может быть получена на основе данных, приводимых в справочных руководствах по коэффициентам влияния абсолютных размеров поперечного сечения для гладких образцов при изгибе с вращением $\epsilon_\sigma = \frac{(\sigma_{-1})_d}{(\sigma_{-1})_{d_0}}$, где $(\sigma_{-1})_d$ и $(\sigma_{-1})_{d_0}$ — пределы

выносливости гладких образцов диаметром d и $d_0 = 7,5$ мм соответственно. Для определения постоянных A_L, B, u в этом случае необходимо задаться величинами: $(\sigma_{-1})_{d_0}$, ϵ_σ (для $d = 50 \div 200$ мм) и ϵ_∞ — величиной, к которой стремится ϵ_σ при неограниченном увеличении диаметра. Величина u может рассматриваться как предел выносливости гладкого образца очень больших размеров (в пределе $d \rightarrow \infty$), обозначаемый $(\sigma_{-1})_{d=\infty}$.

т. е. $u = (\sigma_{-1})_{d=\infty}$ и $\epsilon_\infty = \frac{u}{(\sigma_{-1})_{d_0}}$. Далее для гладких образцов $\sigma_{\max} = \sigma_{-1}$, так что из уравнения (3) имеем при $u_p = 0$:

$$\lg [(\sigma_{-1})_d - u] = A_L - B \lg \left(\frac{L}{G} \right)_0 = B \left[\frac{A_L}{B} - \lg \left(\frac{L}{G} \right)_0 \right]; \quad (8)$$

$$\lg [(\sigma_{-1})_d - u] = A_L - B \lg \frac{L}{G} = B \left[\frac{A_L}{B} - \lg \frac{L}{G} \right];$$

здесь $\lg \left(\frac{L}{G} \right)_0 = \lg \frac{\pi d_0^2}{2} = 1,944$ для гладкого образца диаметром $d_0 = 7,5$ мм.

Введя обозначения $\chi = \frac{A_L}{B}$ и приняв во внимание что $(\sigma_{-1})_d = \epsilon_\sigma (\sigma_{-1})_{d_0}$, из уравнений (8) получим

$$r = \frac{\chi - \lg \left(\frac{L}{G} \right)_0}{\chi - \lg \frac{L}{G}} = \frac{\lg (\sigma_{-1})_{d_0} + \lg (1 - \epsilon_\infty)}{\lg (\sigma_{-1})_{d_0} + \lg (\epsilon_\sigma - \epsilon_\infty)}, \quad (9)$$

откуда далее находим

$$\chi = \frac{r \lg \frac{L}{G} - \lg \left(\frac{L}{G} \right)_0}{r - 1}; \quad (10)$$

$$B = \frac{\lg (\sigma_{-1})_{d_0} + \lg (1 - \epsilon_\infty)}{\chi - \lg \left(\frac{L}{G} \right)_0}; \quad (11)$$

$$A_L = B\chi. \quad (12)$$

Таким образом, задавшись $(\sigma_{-1})_{d_0}$, ϵ_σ и ϵ_∞ , по выражению (9) находим r и по формулам (11), (12) находим A_L и B . Можно

задаться также $(\sigma_{-1})_{d_0}$, χ и ϵ_∞ и определить A_L и B по формулам (11) и (12).

Параметр χ определяет быстроту затухания масштабного эффекта с ростом d : при $\chi = 3 \div 5$ масштабный эффект практически затухает при $d = 150 \div 200$ мм, т. е. при $d > 150 \div 200$ мм можно принимать $\epsilon_\sigma = \epsilon_\infty$; при $\chi = 8 \div 12$ величина ϵ_σ приближается к предельному значению ϵ_∞ при значительно больших d .

На рис. 107 приведены кривые масштабного эффекта для гладких валов при изгибе с вращением, рассчитанные по уравнению (3) при различных значениях постоянных A_L, B, u , а также экспериментальные точки, полученные различными исследователями.

Большому количеству экспериментальных данных отвечают значения $\chi = 8 \div 12$; при этом соответствие между экспериментальными данными и расчетными кривыми ϵ_σ получается достаточно хорошим.

На рис. 108 приведены значения α_σ и k_σ для ступенчатых образцов с галтелью диаметром 7—15 мм и 40—50 мм при изгибе с вращением, полученные по известным результатам соответствующих испытаний [57]. Линии 2 и 3 проведены по уравнению (3) для образцов с галтелью $d = 10$ и $d = 50$ мм, $\frac{D}{d} = 2$ и различным $\frac{\rho}{d}$. Значения α_σ взяты по кривой 1 рис. 108. Относительные градиенты первого главного напряжения \bar{G} подсчитаны по формуле (6).

Тогда для валов с галтелью диаметром d и отношением $\frac{\rho}{d}$ при изгибе с вращением имеем

$$\frac{L}{G} = \frac{\pi d}{\frac{2,6}{\rho} + \frac{2}{d}} = \frac{\pi d^2}{2 \left(1,3 \frac{d}{\rho} + 1 \right)}$$

Для заданного $\frac{L}{G}$ по уравнению (3) при $u_p = 0$, $u = 17,3$ кг/мм², $A_L = 1,395$, $B = 0,135$ находим σ_{\max} и $(\sigma_{-1})_d = \frac{\sigma_{\max}}{\alpha_\sigma}$. Аналогично для гладкого образца $\frac{L}{G} = \frac{\pi d^2}{2}$; $\alpha_\sigma =$

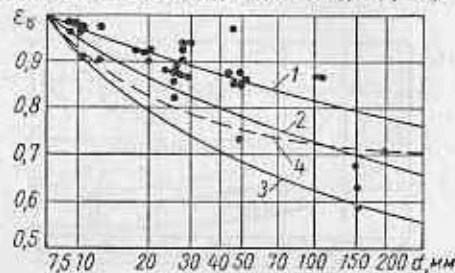


Рис. 107. Влияние масштабного фактора на величину пределов выносливости при изгибе с вращением образцов из углеродистой стали:

кривая	A_L	B	u / мм ²	ϵ_∞	χ
1	1,90	0,087	18,7	0,5	16,1
2	2,09	0,157	18,7	0,5	9,55
3	2,17	0,274	18,7	0,5	6,1
4	2,15	0,41	26,3	0,7	4,0

= 1; $(\sigma_{-1})_d = \sigma_{\max}$. Далее подсчитывались значения эффективного коэффициента концентрации $k_\sigma = (\sigma_{-1})_d / (\sigma_{-1})_d$, по которым на рис. 108 проведены линии 2 и 3.

На рис. 109 представлена зависимость эффективных коэффициентов концентрации для образцов из осевой стали с глубокими (гиперболическими) надрезами от диаметра d по данным работы [79]. Линии проведены описанным выше способом по уравнению (3) при $u = 12 \text{ кг/мм}^2$; $A_L = 1,483$; $B = 0,186$, найденных для данной стали (см. табл. 35). Как видно из этих фигур, уравнение (3) дает хорошее качественное и количественное

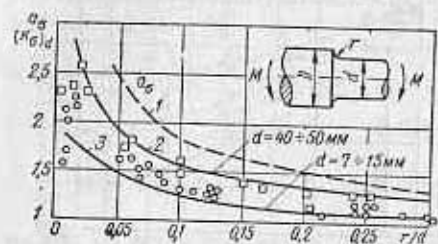


Рис. 108. Значения α_σ и k_σ для ступенчатых валов с галтелью из углеродистой стали ($\frac{D}{d} = 2$, $\sigma_n = 50 \text{ кг/мм}^2$). Линии для k_σ проведены по уравнению $\lg(\sigma_{\max} - 17,3) = 1,395 - 1,135 \lg \frac{L}{G}$

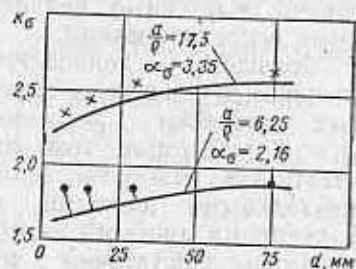


Рис. 109. Зависимость k_σ от диаметра d образцов с глубокими гиперболическими надрезами из осевой стали при изгибе с вращением по данным работы [79]

$k_{\sigma \text{ пред}}$, вплоть до $\alpha_\sigma = 5,5$ (чему соответствует $\rho = 0,5 \text{ мм}$). Таким образом, для образцов $d = 50 \text{ мм}$ можно полагать, что $k_{\sigma \text{ пред}} > 4,5$, а $\rho_{\text{пред}} < 0,5 \text{ мм}$. Величины $\rho_{\text{пред}}$ ограничивают область применения критерия подобия $\frac{L}{G}$ величинами $\rho > \rho_{\text{пред}}$. Как видно из рис. 110, в этой области (линии a и b) уравнение (3) и критерий подобия $\frac{L}{G}$ дают хорошее количественное описание зависимости эффективных коэффициентов концентрации k_σ от теоретических α_σ , наряду с другими отмеченными ранее зако-

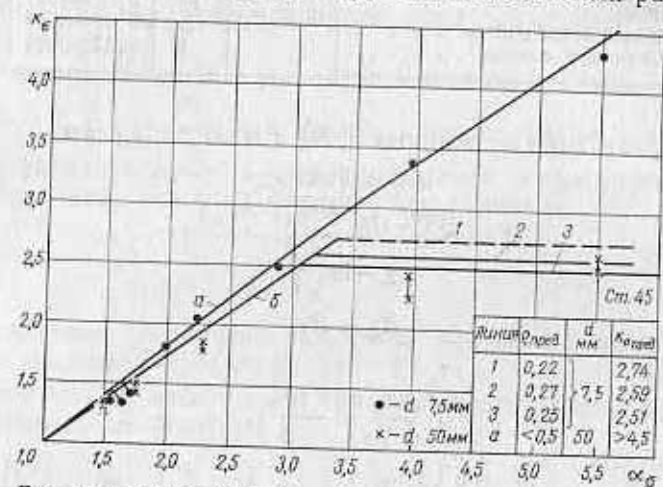


Рис. 110. Зависимость k_σ от α_σ для образцов с глубокими гиперболическими надрезами из стали марки 45 при изгибе с вращением по данным работы [9]

описание зависимости эффективных коэффициентов концентрации от отношения $\frac{\rho}{d}$ и диаметра d . Это уравнение хорошо описывает также влияние формы поперечного сечения на сопротивление усталости, соотношение между пределами выносливости при плоском и круговом изгибе и растяжении-сжатии, а также другие закономерности подобия усталостного разрушения.

На рис. 110 показаны результаты усталостных испытаний образцов с глубокими (гиперболическими) надрезами из стали марки 45, полученные в работе [9]. Линия a (соответствует образцам $d = 50 \text{ мм}$) и линия b (соответствует образцам $d = 7,5 \text{ мм}$) построены по уравнению (3) при следующих значениях постоянных, найденных для стали марки 45: $u = 15 \text{ кг/мм}^2$, $A_L = 1,32$; $B = 0,12$. Линии 1, 2, 3 являются предельными (соответствуют $\rho < \rho_{\text{пред}}$). Значения $\rho_{\text{пред}}$ и $k_{\sigma \text{ пред}}$ для этих линий приведены в таблице на рис. 110, из которой видно, что для $d = 7,5 \text{ мм}$ можно принять $\rho_{\text{пред}} = 0,25 \text{ мм}$, $k_{\sigma \text{ пред}} = 2,51$. У образцов диаметром $d = 50 \text{ мм}$ не наблюдается указанного перехода к

померностям подобия усталостного разрушения. Уравнение (3) при $u_p = 0$ является уравнением прямой линии в координатах $\lg(\sigma_{\max} - u) - \lg \frac{L}{G}$. В случае соответствия критерия $\frac{L}{G}$ опытным данным экспериментальные точки должны ложиться на эту прямую, что обычно и имеет место (см. рис. 104 и 106). Однако для образцов с радиусами надреза $\rho < \rho_{\text{пред}}$ экспериментальные точки начинают резко отклоняться от прямой вверх что видно, например на рис. 106. Последнее объясняется тем, что в этом случае мы имеем $k_\sigma = k_{\sigma \text{ пред}} = \text{const}$ для всех $\rho < \rho_{\text{пред}}$. Исходя из этих соображений построены пунктирные линии, показанные на рис. 106 и соответствующие образцам с радиусами $\rho < \rho_{\text{пред}}$. При отсутствии систематических результатов усталостных испытаний для определения постоянных, входящих в уравнение (3), можно рекомендовать следующую приближенную методику.

1. Определение предела выносливости $(\sigma_{-1})_{d_0}$ гладкого лабораторного образца диаметром $d_0 = 7,5$ мм или экспериментально или по корреляционным формулам, например, для стали $(\sigma_{-1})_{d_0} = (0,4 \div 0,5) \sigma_s$.

2. Выбор значения ϵ_∞ , χ и s по данным табл. 36.

36. Значения ϵ_∞ , S и χ

Материал	ϵ_∞	χ	s
Сталь	0,5—0,6	10	0,05—0,07
Алюминиевые сплавы		8	0,08—0,11
Магниеые сплавы		4	0,11—0,16

3. Определение постоянных u , A_L и B по формулам

$$u = \epsilon_\infty (\sigma_{-1})_{d_0};$$

$$B = \frac{\lg (\sigma_{-1})_{d_0} + \lg (1 - \epsilon_\infty)}{\chi - \lg \left(\frac{L}{G} \right)_0};$$

$$A_L = B\chi,$$

$$\left(\frac{L}{G} \right)_0 = \frac{\pi d_0^2}{2}.$$

где

4. По значениям u , A_L , B и s по формуле (3) определение функции распределения пределов выносливости вала, для которого известны величины α_σ и \bar{G} .

Рассмотрим в качестве примера приближенное определение постоянных для стали марки 40X с пределом прочности $\sigma_s = 202$ кг/мм². Для высокопрочных легированных сталей $(\sigma_{-1})_{d_0} = 0,4\sigma_s = 81$ кг/мм².

Примем $\epsilon_\infty = 0,55$; $\chi = 10$; $s = 0,06$; имеем

$$\lg \left(\frac{L}{G} \right)_0 = \lg \frac{\pi d_0^2}{2} = 1,944 \text{ (при } d_0 = 7,5 \text{ мм);}$$

$$B = \frac{\lg 81 + \lg (1 - 0,55)}{10 - 1,944} = 0,194;$$

$$A_L = \chi B = 1,94;$$

$$u = 0,55 \cdot 81 = 44,6 \text{ кг/мм}^2.$$

Величины σ_{\max} , найденные по этим значениям постоянных по уравнению (3), отличаются не более чем на 10% от соответству-

ющих величин, приведенных в табл. 34, в диапазоне $\lg \frac{L}{G} > 1$, имеющем практическое значение.

Если используется сталь, указанная в табл. 35, но с другим пределом прочности σ'_s по отношению к величине, указанной в этих таблицах, то следует скорректировать величины постоянных A_L , B и u .

Величину s в пределах группы материалов одной марки, как уже говорилось, можно полагать постоянной. Новые значения постоянных u' , A'_L , B' , соответствующие новому значению предела прочности σ'_s , могут быть получены на основе следующих соображений.

Как уже отмечалось, согласно опытным данным величины $\frac{(\sigma_{-1})_{d_0}}{\sigma_s}$, ϵ_∞ и $\chi = \frac{A_L}{B}$ изменяются в весьма малых пределах при существенном изменении предела прочности и даже при переходе к другим типам сталей. Поэтому будем полагать

$$\frac{(\sigma_{-1})_{d_0}}{\sigma_s} = \frac{(\sigma_{-1})'_{d_0}}{\sigma'_s}; \quad u' = \epsilon_\infty (\sigma_{-1})'_{d_0},$$

где штрихами обозначены величины, соответствующие стали с новым значением предела прочности σ'_s .

Величина ϵ_∞ может быть найдена из следующего уравнения, вытекающего из формулы (3):

$$\lg (1 - \epsilon_\infty) = A_L - B \lg \left(\frac{L}{G} \right)_0 - \lg \left(u + 10^{A_L - B \lg \left(\frac{L}{G} \right)_0} \right),$$

где

$$u + 10^{A_L - B \lg \left(\frac{L}{G} \right)_0} = (\sigma_{-1})_{d_0};$$

$$\lg \left(\frac{L}{G} \right)_0 = \lg \frac{\pi d_0^2}{2} = 1,94 \text{ для } d_0 = 7,5 \text{ мм.}$$

Далее находим

$$(\sigma_{-1})'_{d_0} = (\sigma_{-1})_{d_0} \frac{\sigma'_s}{\sigma_s}; \quad u' = (\sigma_{-1})'_{d_0} \epsilon_\infty; \quad (13)$$

$$B' = \frac{\lg (\sigma_{-1})'_{d_0} + \lg (1 - \epsilon_\infty)}{\chi - \lg \left(\frac{L}{G} \right)_0} = B + \frac{\lg \frac{\sigma'_s}{\sigma_s}}{\chi - \lg \left(\frac{L}{G} \right)_0}; \quad (14)$$

$$A'_L = \chi B'.$$

Для оценки функций распределения пределов выносливости при кручении может быть использовано следующее уравнение, аналогичное уравнению (3):

$$\lg(\tau_{\max} - u_{\tau}) = A_{L\tau} - B \lg \frac{L}{\bar{G}_{\tau}} + u_{\tau} s_{\tau}, \quad (15)$$

где $A_{L\tau} = A_L - \lg 2$; $u_{\tau} = \frac{u}{2}$; величины A_L , $B_{\tau} = B$, u , $s_{\tau} = s$ определяются по табл. 35 или описанным выше приближенным способом;

τ_{\max} — максимальное касательное напряжение в зоне концентрации;

α_{τ} — теоретический коэффициент концентрации;

$\tau_{-1\kappa}$ — предел выносливости детали при кручении, выраженный в номинальных касательных напряжениях;

\bar{G}_{τ} — относительный градиент касательных напряжений при кручении, определяемый, например, в случае круглого образца с выточкой по формуле, вытекающей из решения Нейбера

Например, \bar{G}_{τ} для глубокой выточки определяется по формуле, полученной из решения Нейбера [43]

$$\bar{G} = \frac{1}{\rho} + \frac{2}{d};$$

Аппроксимация нормального распределения величин $\lg(\sigma_{\max} - u)$ нормальным распределением величин σ_{\max}

Определение коэффициентов вариации пределов выносливости натуральных деталей. Выше было показано, что распределение пределов выносливости деталей наилучшим образом описывается нормальным распределением величин $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$. Однако существенное упрощение расчета на прочность получается, если нормальный закон распределения величины $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$ аппроксимировать нормальным законом распределения σ_{\max} . При этом, как будет показано далее, различие в вероятностях разрушения при подсчетах по исходному и аппроксимированному законам распределения прочности настолько невелико, что им можно пренебречь.

Аппроксимация осуществляется таким образом, чтобы совпали медианные значения σ_{\max} в том и другом распределении и значения, отвечающие квантилю $u_p = -2$ (рис. 111). Линия 1 отвечает нормальному распределению величины $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$ для стали марки 45 при $\lg \frac{L}{\bar{G}} = 2,0$ [построена по уравнению (3) при $u = 26,3 \text{ кг/мм}^2$, $A_L = 1,724$; $B = 0,30$].

Линию 2, соответствующую нормальному распределению величины σ_{\max} , проводим через точки a и b , отвечающие квантилям $u_p = 0$ и $u_p = -2$. Расхождение между линиями 1 и 2 получается заметным лишь при $u_p < (-4) \div (-5)$, т. е. в области, которая практически не отражается на вероятности разрушения.

Параметры вновь введенного нормального распределения определяются следующим образом; медианное значение σ_{\max} , обозначаемое далее через σ_{\max}° , получается из соотношения (3) при $u_p = 0$, т. е.

$$\lg(\sigma_{\max}^{\circ} - u) = A_L - B \lg \frac{L}{\bar{G}},$$

или

$$\sigma_{\max}^{\circ} = u + 10^{A_L - B \lg \frac{L}{\bar{G}}}.$$

Для определения стандартного отклонения найдем значение σ_{\max}^* , отвечающее квантилю $u_p = -2$ (обозначенное далее через σ_{\max}^*):

$$\lg(\sigma_{\max}^* - u) = A_L - B \lg \frac{L}{\bar{G}} - 2s$$

или

$$\sigma_{\max}^* = u + 10^{A_L - B \lg \frac{L}{\bar{G}} - 2s}.$$

Таким образом, стандартное отклонение и коэффициент вариации вновь введенного нормального распределения величин σ_{\max} определяются выражениями

$$s_{\sigma_{\max}} = \frac{1}{2} (\sigma_{\max}^* - \sigma_{\max}^{\circ}) = \frac{1}{2} 10^{A_L - B \lg \frac{L}{\bar{G}}} (1 - 10^{-2s}); \quad (17)$$

$$v_{\sigma_{\max}} = v_{\sigma_{-1\kappa}} = \frac{s_{\sigma_{\max}}}{\sigma_{\max}^{\circ}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{u}{\sigma_{\max}^{\circ}} \right) (1 - 10^{-2s})$$

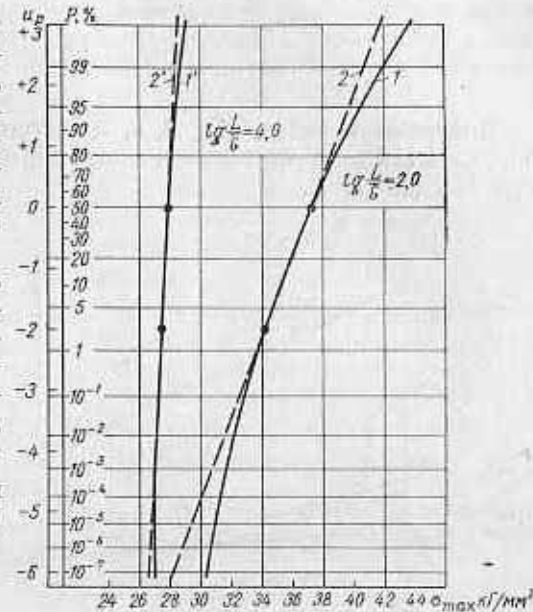


Рис. 111. Аппроксимация нормального распределения величин $\lg(\sigma_{\max} - u)$ (линии 1 и 1') нормальным распределением величин σ_{\max} (линии 2 и 2'). Точки a соответствуют $u_p = 0$, точки b — $u_p = -2$

$$v_{\sigma_{\max}} = \frac{(1 - 10^{-2s}) 10^{A_L - B \lg \frac{L}{G}}}{2(u + 10^{A_L - B \lg \frac{L}{G}})} \quad (18)$$

Значения констант A_L , B , u , s , входящих в эти уравнения, берут из табл. 35 или определяют приближенно указанным на стр. 192 способом.

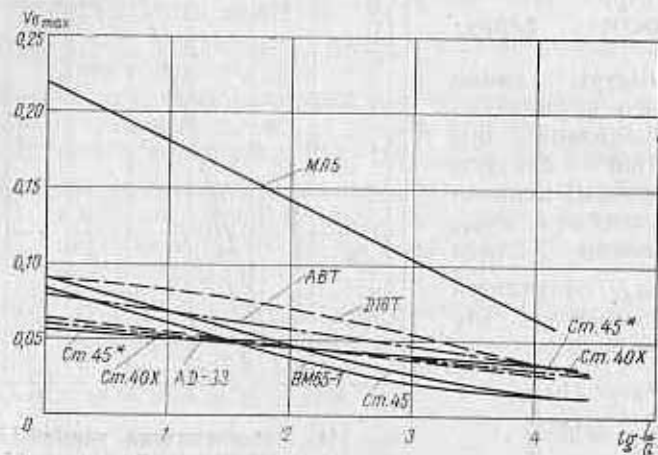


Рис. 112. Зависимости коэффициентов вариации $v_{\sigma_{\max}}$ от $\lg \frac{L}{G}$, построенные для ряда материалов по уравнению (18) при значениях постоянных из табл. 35.

Графическая зависимость $v_{\sigma_{\max}}$ от $\lg \frac{L}{G}$ для разных материалов показана на рис. 112, из которого видно, что коэффициенты вариации уменьшаются с увеличением $\lg \frac{L}{G}$. Для сопоставления отметим, что для гладких образцов $\frac{L}{G} = \frac{\pi d^2}{2}$; так что $\lg \frac{L}{G} = 3,4$ для образца $d = 40$ мм и $\lg \frac{L}{G} = 4,8$ для образца $d = 200$ мм.

Таким образом, для деталей размером $d > 40$ мм значения $v_{\sigma_{\max}}$ оказываются в диапазоне 0,03—0,07.

Коэффициенты вариации (18) определяют рассеяние характеристик усталости образцов и деталей, изготовленных из метал-

ла одной плавки и не имеющих отклонений размеров от номинальных. Это рассеяние определяется микроскопическими источниками, охарактеризованными на стр. 173. Помимо этого, рассеяние характеристик усталости может порождаться нестабильностью механических свойств металла в совокупности различных плавок сплава одной марки, а также — отклонениями размеров в пределах допусков (см. стр. 173).

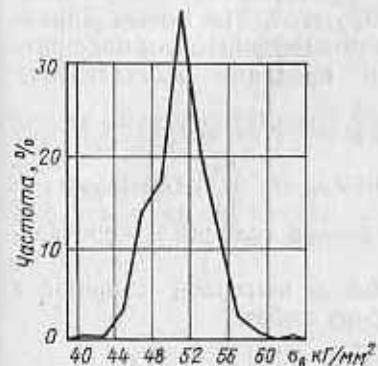


Рис. 113. Распределение пределов прочности образцов из углеродистой стали одной марки, изготовленных из 4000 рам паровозов (Н. П. Щапов [53])

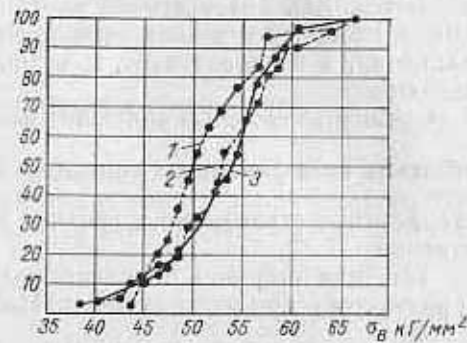


Рис. 114. Распределение пределов прочности образцов из осевой стали различных плавок (В. Н. Махов [53]): 1 — оси паровозные; 2 — оси вагонные из мартеновской стали; 3 — оси вагонные из бессемеровской стали

Для характеристики межплавочного рассеяния на рис. 113 приведено распределение пределов прочности образцов из углеродистой стали одной марки, изготовленных из 4000 рам паровозов ФД. По этому рисунку можно ориентировочно оценить среднее значение $\bar{\sigma}_0$, среднее квадратичное отклонение s_{σ_0} и коэффициент вариации предела прочности $v_{\sigma_0} = \frac{s_{\sigma_0}}{\bar{\sigma}_0}$, которые получа-

ются равными

$$\bar{\sigma}_0 \approx 51 \text{ кг/мм}^2; \quad s_{\sigma_0} \approx 3 \text{ кг/мм}^2,$$

$$v_{\sigma_0} \approx 0,06.$$

Аналогичные данные показаны в виде интегральных функций распределения пределов прочности образцов из осевой стали на рис. 114, согласно которому коэффициент вариации может быть оценен величинами $v_{\sigma_0} = 0,07 \div 0,10$. Полагая, что величины пределов выносливости гладких лабораторных образцов $(\sigma_{-1})_d$, пропорциональны σ_0 , можно принять $v_{(\sigma_{-1})_d} \approx v_{\sigma_0}$.

Вариации пределов выносливости натуральных валов могут порождаться также отклонениями фактических размеров от номинальных (например, изменение толщины листов рессор может приводить к изменению усилий, соответствующих пределам выносливости). С этой точки зрения наиболее существенными являются отклонения в радиусах кривизны в зонах концентрации напряжений, определяющих уровень концентрации напряжений. На практике иногда допуски на радиусы кривизны или не устанавливаются, или недостаточно контролируются, что может приводить к разбросу значений теоретических коэффициентов концентрации α_σ , а следовательно, и величин пределов выносливости деталей.

Оценим возможные величины коэффициентов вариации теоретических коэффициентов концентрации $v_{\alpha_\sigma} = \frac{s_{\alpha_\sigma}}{\bar{\alpha}_\sigma}$, где s_{α_σ} , $\bar{\alpha}_\sigma$ — стандартное отклонение и среднее значение величин α_σ соответственно.

Так, для стержня с мелкой кольцевой выточкой глубиной t и радиусом ρ при растяжении по Нейберу имеем

$$\alpha_\sigma = 1 + 2\sqrt{\frac{t}{\rho}}$$

Предположим, что глубина t фиксирована. Тогда математическое ожидание $\bar{\alpha}_\sigma$ и дисперсию $s_{\alpha_\sigma}^2$ можно найти по приближенным формулам

$$\bar{\alpha}_\sigma \approx 1 + 2\sqrt{\frac{t}{\rho}};$$

$$s_{\alpha_\sigma}^2 \approx \left(\frac{\partial \alpha_\sigma}{\partial \rho}\right)^2 s_\rho^2 = \frac{t}{\rho^3} s_\rho^2,$$

где $\bar{\rho}$, s_ρ^2 — среднее значение и дисперсия радиуса ρ . Коэффициент вариации v_{α_σ} определяется по формуле

$$v_{\alpha_\sigma} \approx \frac{1}{2 + \sqrt{\rho/t}} v_\rho. \quad (19)$$

В пределах $1 \leq \frac{t}{\rho} \leq 25$:

$$v_{\alpha_\sigma} \approx (0,33 \div 0,45)v_\rho.$$

Суммарный коэффициент вариации предела выносливости натурной детали с учетом трех перечисленных источников рассе-

яния $v_{\sigma_{-1\bar{\sigma}}}$, как нетрудно показать, может быть найден по приближенной формуле

$$v_{\sigma_{-1\bar{\sigma}}}^2 = v_{\sigma_{\max}}^2 + v_{\alpha_\sigma}^2 + v_{(\sigma_{-1})_{d_0}}^2, \quad (20)$$

где $v_{\sigma_{\max}}$ определяется по формуле (18) или по графику на рис. 112;

v_{α_σ} , $v_{(\sigma_{-1})_{d_0}}$ определяются указанным выше способом по статистическим данным об изменчивости радиусов кривизны в зоне концентрации и данным о межплавочном рассеянии механических свойств.

Оценка параметров спектров амплитуд напряжений и их рассеяния

Изменение напряжений во времени в валах и осях в процессе эксплуатации носит, как правило, случайный характер. Для изучения фактической нагруженности производят тензометрирова-

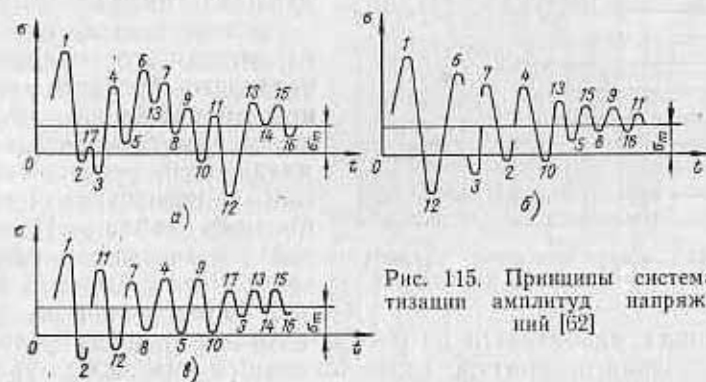


Рис. 115. Принципы систематизации амплитуд напряжений [62]

ние деталей в процессе эксплуатации. В результате статистической обработки осциллограмм получают функции распределения действующих амплитуд (спектры амплитуд), корреляционные таблицы, дающие двумерное распределение амплитуд и средних напряжений цикла, и другие характеристики случайного процесса изменения напряжений во времени.

Оценку спектра амплитуд по осциллограммам записи напряжений можно производить по способу максимумов (рис. 115, б) или по способу размахов (рис. 115, в) [62]. Эти способы основаны на предположении об эквивалентности действительного режима нагружения схематизированному, имеющему постоянное среднее напряжение σ_m и амплитуды σ_a , распределенные по определенному закону. При этом в качестве амплитуд напряжений в первом случае берут разности между экстремальными значениями и общей средней величиной напряжения σ_m . Во втором

случае в каждом отдельном полцикле определяют размах (разность между максимальным и непосредственно следующим за ним минимальным значением напряжения), равный удвоенному значению амплитуды. На рис. 115 показано расположение амплитуд по их величине при систематизации указанными способами. Эти способы систематизации амплитуд называются однопараметрическими, так как в качестве случайной величины, которая должна охарактеризовать данный процесс, выбирают только амплитуду напряжений, определяемую тем или иным условным способом. Однопараметрическая систематизация искажает реальный процесс и приводит к различным результатам при построении эквивалентного спектра амплитуд указанными способами, так как в них по-разному учитывается изменение среднего напряжения цикла.

		σ_{max}												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
σ_{min}	Импульсов													
	1		X	28	12	3	9	7	7	1	0	0	0	2
	2			X	14	3	5	9	2	0	0	1	1	2
	3				X	10	9	5	3	2	0	0	0	0
	4					X	95	48	25	13	8	2	0	0
	5						X	139	65	23	8	1	0	1
	6							X	49	42	7	6	2	0
	7								X	57	28	7	2	0
	8									X	44	12	8	3
	9										X	17	9	9
	10											X	24	27
	11												X	39
	12													X

Рис. 116. Корреляционная таблица напряжений в полуоси автомобиля

Более точное описание вероятностного характера реального процесса изменения напряжений дается двухпараметрической систематизацией, осуществляемой с помощью корреляционных таблиц. При такой схематизации область возможных изменений среднего напряжения σ_m каждого

цикла разбивается на разряды $\Delta\sigma_m$ и находят условное распределение амплитуд, соответствующее каждому уровню σ_m , т. е. находят оценку двумерной плотности распределения $p(\sigma_a, \sigma_m)$ величин σ_a и σ_m или однозначно связанной с ней двумерной плотности распределения $p'(\sigma_{max}, \sigma_{min})$ величин максимальных σ_{max} и минимальных σ_{min} значений напряжений. Существуют приборы, которые позволяют по результатам записей процесса нагруженности деталей в эксплуатации автоматически получать корреляционную таблицу. Так, например, в НАМИ разработан анализатор случайных процессов, позволяющий получить корреляционную таблицу процесса, записанного на магнитной ленте. Пример корреляционной таблицы показан на рис. 116, схема, поясняющая построение таблицы, — на рис. 117.

Весь диапазон изменения напряжений во времени разбит на 12 одинаковых интервалов. Счет пересечений в приборе НАМИ ведется только на восходящей ветви процесса, причем фиксируются только те уровни, которые повторяются 2 раза подряд.

Например, на рис. 117 первая фиксация (1) приведет к добавлению единицы на счетчике, соответствующем 11-й вертикали и 3-й горизонтали. Вторая фиксация (2) выразится в отклады-

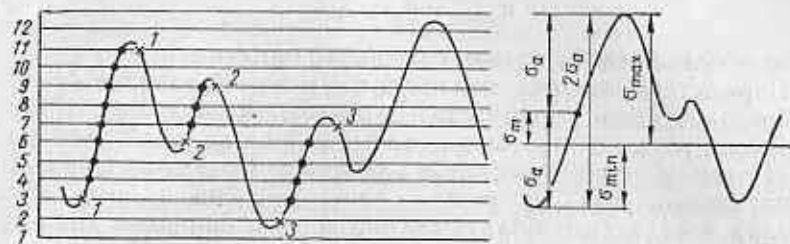


Рис. 117. Схема к систематизации амплитуд напряжений

вании единицы на счетчике, соответствующем 9-й вертикали и 6-й горизонтали и т. д. Таким образом, каждая единица в квадрате корреляционной таблицы, стоящей на пересечении i -столбца и j -й строки, соответствует случаю, когда непосредственно за минимумом, соответствующим j -му разряду, следует максимум разряда i -го. Суммирование чисел по горизонтали и вертикали дает распределение максимумов и минимумов, суммирование чисел по диагоналям дает распределение амплитуд σ_a и средних значений напряжений цикла σ_m , как показано на рис. 116 и 117.

В результате однопараметрической систематизации (по размахам или по максимумам) или по корреляционной таблице получают спектры амплитуд напряжений (функции распределения амплитуд). На рис. 118 на экспоненциально-вероятностной бумаге приведены спектры амплитуд напряжений в полуоси автомобиля при систематизации по размахам [7]. При наличии корреляционных таблиц, характеризующих двумерную плотность распределения величин σ_a и σ_m (амплитуда

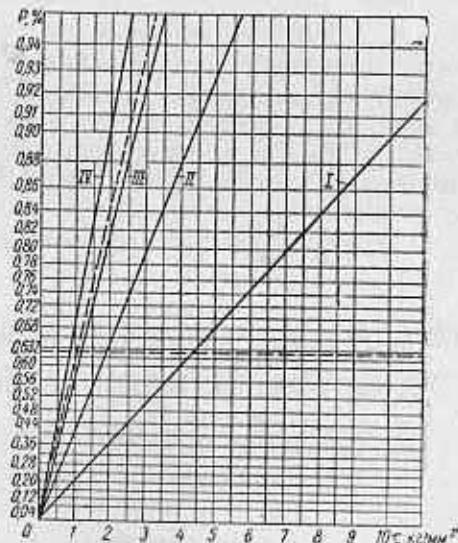


Рис. 118. Функции распределения амплитуд напряжений в полуоси автомобиля: I—IV — см. в табл. 41

и среднее напряжение цикла), для расчета на прочность может быть получен спектр эквивалентных амплитуд, приведенных к симметричному циклу по соотношению

$$\sigma_{a_{экв}} = \sigma_a + \psi \sigma_m, \quad (21)$$

где ψ — коэффициент влияния асимметрии цикла.

Параметры спектров амплитуд напряжений зависят от условий эксплуатации, в частности — от скорости движения, от места и времени года эксплуатации, от типа выполняемой работы и т. д. Поэтому спектры амплитуд находят для различных режимов эксплуатации. Для получения результирующего смешанного спектра необходимо собрать статистические данные о доли времени работы машины при различных режимах.

В результате плотности распределения смешанного спектра и его параметры могут быть найдены по известным соотношениям [17]:

$$\bar{f}(\sigma_a) = \sum_{\kappa} p_{\kappa} \bar{f}_{\kappa}(\sigma_a); \quad (22)$$

$$\bar{\sigma}_a = a = \sum_{\kappa} p_{\kappa} a_{\kappa}, \quad (23)$$

$$a_{\kappa} = M(\sigma_{a\kappa}) = \int_0^{\infty} \sigma f_{\kappa}(\sigma) d\sigma;$$

$$s_{\sigma_a}^2 = \sum_{\kappa} p_{\kappa} a_{\kappa}^2 (1 + v_{\kappa}^2) - a^2 = \sum_{\kappa} [s_{\sigma_{a\kappa}}^2 + (a_{\kappa} - a)^2]; \quad (24)$$

здесь p_{κ} — относительное время работы машины в условиях с номером κ ;

$f_{\kappa}(\sigma_a)$ — плотность распределения амплитуд напряжений в условиях κ ;

a_{κ} , v_{κ} — математическое ожидание и коэффициент вариации амплитуды напряжений в условиях κ ; $\bar{\sigma}_a = a$ и $s_{\sigma_a}^2$ — среднее значение и дисперсия амплитуды смешанного спектра.

Другой важной характеристикой действующих нагрузок является суммарное число циклов за срок службы $N_{сум}$. Это число также можно рассматривать как случайную величину, учитывая различное время фактической работы отдельных экземпляров машины за срок службы, отклонения по частотам и т. д. Однако, учитывая весьма значительные трудности в оценке функции распределения $N_{сум}$, а также для упрощения расчета, можно рекомендовать рассматривать величину $N_{сум}$ как детерминированную, определять которую можно по формуле (имея в виду обыч-

но наблюдаемый ограниченный диапазон частот изменения напряжений в машинах и конструкциях)

$$N_{сум} = T k \bar{f} 3600, \quad (25)$$

где T — планируемый срок службы детали в годах;

k — средняя оценка количества часов работы данной машины в год;

\bar{f} — средняя частота случайного процесса изменения нагрузки данной детали (количество циклов в секунду).

Полученный указанным выше образом спектр амплитуд и величина $N_{сум}$ являются фиксированными характеристиками нагруженности определенной детали данного экземпляра машины. Случайные вариации спектров нагрузок в определенной совокупности машин данного типа могут быть охарактеризованы функциями распределения параметров спектров амплитуд (или параметрами указанных функций распределения параметров). Пусть, например, спектр амплитуд напряжений, полученный в результате измерения в некоторых условиях работы, оказался нормальным с параметрами $\bar{\sigma}_a$ (среднее значение) и s_{σ_a} (стандартное отклонение). Величины $\bar{\sigma}_a$ и s_{σ_a} следует рассматривать как случайные, так как при повторениях аналогичных измерений по определению спектра тем же способом на разных экземплярах машин, в различное время или в других условиях эксплуатации (в пределах известной группировки указанных факторов), будут получаться другие значения указанных величин. Поэтому можно говорить о плотности распределения $f(\bar{\sigma}_a)$ величины $\bar{\sigma}_a$ и ее параметрах $\bar{\sigma}_a$ (среднее значение) и $s_{\bar{\sigma}_a}$ (стандартное отклонение величины $\bar{\sigma}_a$ [66]); аналогично $f(s_{\sigma_a})$, $s_{\bar{\sigma}_a}$, s_s — плотность распределения, среднее значение и стандартное отклонение (соответственно) величины s_{σ_a} . Приведенные величины

определяют значения коэффициентов вариации: $v_{\sigma_a} = \frac{s_{\sigma_a}}{\bar{\sigma}_a}$, $v_{\bar{\sigma}_a} = \frac{s_{\bar{\sigma}_a}}{\bar{\sigma}_a}$, $v_s = \frac{s_s}{s_{\sigma_a}}$.

Надежная оценка указанных коэффициентов вариации и их учет в расчете на прочность являются весьма затруднительными. Поэтому в первом приближении можно пренебречь изменчивостью коэффициента вариации v_{σ_a} , полагая фиксированной форму спектра и принимая в расчете осредненную оценку этого коэффициента (при этом величина v_s не вводится в расчет).

Величина же $v_{\bar{\sigma}_a}$ играет весьма существенную роль в оценке прочности деталей в эксплуатации, так как характеризует изменчивость средней амплитуды спектра, а следовательно, и

уровня напряженности детали. При построении вероятностного метода расчета на прочность, как будет видно из дальнейшего, понятие запаса прочности не используется, а возможные случайные вариации уровня напряженности оцениваются величиной v_{σ_a} . Если принять фиксированной форму спектра, выраженной в относительных величинах, то амплитуды спектра могут быть представлены в виде

$$\sigma_{ai} = \bar{\sigma}_{ai} \varepsilon_i,$$

где $\bar{\sigma}_{ai}$ — среднее значение амплитуды, соответствующей i -й ступени спектра;

ε — случайная величина, имеющая среднее значение $\bar{\varepsilon} = 1$ и коэффициент вариации $v_{\varepsilon} = v_{\sigma_a}$, где v_{σ_a} — коэффициент вариации средней амплитуды спектра.

Таким образом, в соответствии с этим предполагается, что случайные вариации амплитуд спектра могут осуществляться только путем подобного преобразования всего спектра, без изменения формы спектра, выраженной в относительных величинах $\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}}$ и t_i .

О расчете на усталость при стационарной нагруженности в вероятностном аспекте (1-й расчетный случай)

Вероятностная трактовка условий прочности валов и осей при стационарной переменной напряженности основывается на статистической оценке возможных случайных отклонений амплитуды переменных напряжений и величины предела выносливости или его значений, ограниченных по числу циклов, если рассматриваются условия прочности для данного ресурса по числу циклов [66].

Случайные отклонения величины амплитуды стационарной переменной напряженности валов и осей порождаются как случайными нарушениями режима работы, связанными с воздействием регулирующих и управляющих данной машиной систем, в которую входит вал (флуктуация мощности, числа оборотов, технологических сопротивлений и т. д.), так и случайными отклонениями нагруженности одинаковых деталей одинаковых машин вследствие производственных и эксплуатационных влияний (допусков на точность изготовления, частотной отстройки, регулировки, вариации в условиях нагруженности деталей стационарно работающих машин данного типа, поставленных в разные эксплуатационные условия по используемым мощностям, износам, режимам ремонта и т. д.). Случайные отклонения в величинах пределов выносливости валов являются следствием неоднородности исходного металла, технологии термической и механической

обработки и других производственных, в том числе ремонтных факторов.

Изменчивость амплитуд действующих переменных напряжений и пределов выносливости для данной долговечности описывается соответствующими кривыми плотности распределения.

Расчет вероятности разрушения по напряжениям наиболее просто получается при использовании нормального закона распределения пределов выносливости и амплитуд напряжений. Условием разрушения в этом случае будет соотношение

$$M = \sigma_{-1\delta} - \sigma_a < 0.$$

Если $\sigma_{-1\delta}$ и σ_a распределены нормально и независимы, то согласно известным положениям теории вероятностей величина M также распределена нормально с параметрами \bar{M} , s_M , где среднее значение \bar{M} и стандартное отклонение s_M величины M определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \bar{M} &= \bar{\sigma}_{-1\delta} - \bar{\sigma}_a; \\ s_M^2 &= s_{\sigma_{-1}}^2 + s_{\sigma_a}^2. \end{aligned}$$

Значение M_p , отвечающее некоторой вероятности P , определяется выражением $M_p = \bar{M} + u_p s_M$, где u_p — квантиль, отвечающий вероятности P . Значение $M = 0$ разграничивает область отрицательных и положительных величин M , так что вероятность разрушения определяется из равенства

$$\bar{M}_p = \bar{M} + u_p s_M = 0.$$

Из этих уравнений находим

$$u_p = -\frac{\bar{M}}{s_M} = -\frac{\bar{\sigma}_{-1\delta} - \bar{\sigma}_a}{\sqrt{s_{\sigma_{-1}}^2 + s_{\sigma_a}^2}}.$$

Введя величину условного запаса прочности $n = \frac{\sigma_{-1\delta}}{\sigma_a}$ и коэф-

фициентов вариации $v_{\sigma_{-1}} = \frac{s_{\sigma_{-1}}}{\sigma_{-1\delta}}$ и $v_{\sigma_a} = \frac{s_{\sigma_a}}{\sigma_a}$, получим

$$u_p = -\frac{n\bar{\sigma}_a - \bar{\sigma}_a}{\sqrt{s_{\sigma_{-1}}^2 + s_{\sigma_a}^2}} = -\frac{1-n}{\sqrt{n^2 v_{\sigma_{-1}}^2 + v_{\sigma_a}^2}}. \quad (26)$$

Соотношение (26) использовалось Ржаницыным А. Р. [52] при статистическом расчете на прочность конструкций. Зная величины $v_{\sigma_{-1}}$, v_{σ_a} и n , можно определить величину квантиля u_p и по таблицам нормального распределения найти вероятность

разрушения P . Можно решить и обратную задачу: задавшись величинами $v_{\sigma_{-1}}$, v_{σ_a} и P (а следовательно, и u_p), можно найти необходимую величину условного запаса прочности $n = \frac{\bar{\sigma}_{-1\delta}}{\sigma_a}$

$$n^2(1 - u_p^2 v_{\sigma_{-1}}^2) - 2n + (1 - u_p^2 v_{\sigma_a}^2) = 0.$$

Зависимость квантилей u_p и соответствующих им вероятностей разрушения P от величин n и v_{σ_a} для $v_{\sigma_{-1}} = 0,04$ и $0,08$, построенная по уравнению (26), показана на рис. 119. Если

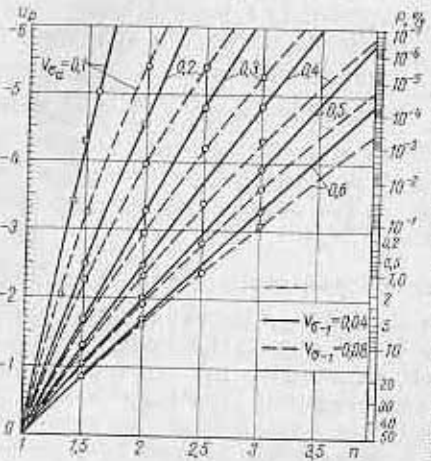


Рис. 119. Номограмма для определения вероятности разрушения (построена по уравнению (26))

распределение амплитуд действующих напряжений нормально, а распределение пределов выносливости описывается уравнением (3), то можно значительно упростить определение вероятности разрушения, воспользовавшись описанной выше аппроксимацией. В случае каких-либо других законов распределения величин $\sigma_{-1\delta}$ и σ_a вычисление вероятности разрушения можно произвести следующим образом. Вероятность разрушения, эквивалентная вероятности осуществления неравенства $\sigma_{-1\delta} - \sigma_a < 0$, находится на основе известного соотношения теории вероятностей, выражающего функцию распре-

деления разности двух случайных величин (с учетом реальных пределов изменения величин z и y) [69]

$$P_{разр} = P(z - y < 0) = \int_0^{\infty} f_y(y) \Phi_z(y) dy, \quad (27)$$

где $f_y(y)$ — плотность распределения величины $y = \sigma_a$; $\Phi_z(y)$ — интегральная функция распределения величины $z = \sigma_{-1\delta}$ при $z = y$.

Интеграл (27) удобнее вычислять численным способом, как показано в работе [66].

Можно рекомендовать определение вероятности разрушения по соотношению (26) или по номограмме рис. 119, принимая нормальное распределение величины $\sigma_{\max} = \sigma_{-1\delta} \alpha_{\sigma}$. При этом коэффициент вариации $v_{\sigma_{\max}} = v_{\sigma_{-1\delta}}$ находят по соотношению

(18), вытекающему из аппроксимации исходного нормального распределения величины $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$ нормальным распределением величины σ_{\max} . Указанная методика расчета очень проста и иллюстрируется следующим примером.

Пример расчета. Определим вероятность разрушения ступенчатого вала, изображенного на рис. 120, в месте перехода от меньшего сечения к большему по галтели. Пусть вал изготовлен из углеродистой стали 45 со средним пределом прочности $\sigma_a = 66 \text{ кг/мм}^2$. Вал испытывает воздействие изгибных напряжений со стационарными амплитудами, величины которых случайны и распределены по нормальному закону с параметрами: среднее значение $\bar{\sigma}_a = 8 \text{ кг/мм}^2$, стандартное отклонение $s_{\sigma_a} = 2 \text{ кг/мм}^2$, коэффициент вариации $v_{\sigma_a} = \frac{s_{\sigma_a}}{\bar{\sigma}_a} = 0,25$, а суммарное число циклов за срок службы $N_{сум} > 10^7$ циклов. Допустим, что при изготовлении возможны отклонения радиуса кривизны галтели от номинального на $\pm 2 \text{ мм}$. Коэффициент вариации предела прочности, характеризующего межплазочное рассеяние механических свойств, примем равным $v_{\sigma_a} = 0,07$ (по аналогии с осевой сталью, см. рис. 114).

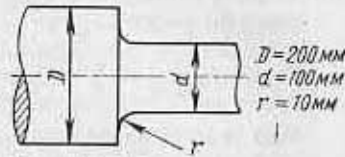


Рис. 120. Схема ступенчатого вала

Решение. Находим суммарный коэффициент вариации предела выносливости вала $v_{\sigma_{-1\delta}}$ по формуле

$$v_{\sigma_{-1\delta}}^2 = v_{\sigma_{\max}}^2 + v_{\sigma_a}^2 + v_{\sigma_{-1d_e}}^2.$$

для чего вначале определяем слагаемые в правой части по методике, изложенной на стр. 196—199:

$$v_{(\sigma_{-1})d_e} \approx v_{\sigma_a} = 0,07;$$

$$v_{\sigma_a} \approx 0,4v_p = 0,4 \cdot 0,067 = 0,027,$$

где $v_p = \frac{2/\alpha}{10} = 0,067$, если принять $3s_p = 2 \text{ мм}$, где s_p — стандартное отклонение ρ .

Для определения $v_{\sigma_{\max}}$ найдем $\lg \frac{L}{\bar{G}}$:

$$L = \pi d = 314 \text{ мм}; \quad \bar{G} = \frac{2,6}{10} + \frac{2}{100} = 0,28 \frac{1}{\text{мм}};$$

$$\lg \frac{L}{\bar{G}} = \lg \frac{314}{0,28} = 3,05.$$

По табл. 35 находим значения постоянных, входящих в уравнение (3):

$$u = 19 \text{ кг/мм}^2; A_L = 1,330; B = 0,135; s = 0,06.$$

Коэффициент вариации $v_{\sigma_{\max}}$ находим по формуле (18):

$$v_{\sigma_{\max}} = \frac{(1 - 10^{-25})10^{A_L - B \lg \frac{L}{\sigma}}}{2 \left(u + 10^{A_L - B \lg \frac{L}{\sigma}} \right)} = 0,037.$$

Эта же величина $v_{\sigma_{\max}}$ вытекает и из рис. 112.

Коэффициент вариации $v_{\sigma_{-0}}$ составляет

$$v_{\sigma_{\max}} = \sqrt{0,037^2 + 0,027^2 + 0,070^2} = 0,0835.$$

Медианное значение σ_{\max}° определяем по формуле (3):

$$\sigma_{\max}^{\circ} = u + 10^{A_L - B \lg \frac{L}{\sigma}} = 27,3 \text{ кг/мм}^2.$$

Медианное значение предела выносливости натурального вала будет

$$\sigma_{-1\kappa}^{\circ} = \frac{\sigma_{\max}^{\circ}}{\alpha_{\sigma}} = \frac{27,3}{1,8} = 15,2 \text{ кг/мм}^2.$$

Условный коэффициент запаса по средним составляет

$$n = \frac{\sigma_{-1\kappa}^{\circ}}{\sigma_a} = \frac{15,2}{8} = 1,9.$$

По уравнению (26) находим квантиль u_p , соответствующий искомой вероятности разрушения P :

$$u_p = \frac{1 - 1,9}{\sqrt{1,9^2 \cdot 0,0835^2 + 0,25^2}} = -3,04.$$

По таблицам нормального распределения или по номограмме рис. 119 находим вероятность разрушения

$$P = 0,0012, \text{ или } P = 0,12\%.$$

Согласно этой вероятности можно ожидать, что в среднем из 10 000 работающих деталей до истечения срока службы будут разрушаться приблизительно 10—15 деталей. Если по условиям работы требуется более высокая надежность, то следует повысить уровень прочности вала, снизить рассеяние характеристик усталости, уменьшить уровень напряженности и т. п.

Определение ограниченной долговечности при нестационарном переменном нагружении (2-й расчетный случай)

Когда часть спектра амплитуд напряжений превышает среднее значение предела выносливости, а суммарное число циклов нагрузки за срок службы не превышает 10^7 циклов (при наличии горизонтального участка кривой усталости), возникает необходимость определения ожидаемой долговечности вала.

Получение достаточно точных оценок ожидаемых долговечностей деталей, соответствующих очень малым вероятностям разрушения, оказывается весьма затруднительным вследствие влияния следующих факторов:

рассеяния характеристик усталости валов — долговечностей и пределов выносливости — при стационарных и нестационарных нагрузках, погрешностей при экспериментальном определении характеристик усталости;

ограниченности количества натуральных деталей, обычно испытываемых для определения характеристик усталости, что приводит к большой широте доверительных интервалов для долговечности, особенно в области малых вероятностей разрушения;

погрешности в оценке параметров эксплуатационных спектров нагруженности и общего уровня напряженности, а также недостаточной точности методов систематизации данных, применяемых при статистической обработке;

ограниченности теоретических и экспериментальных данных о закономерностях накопления усталостных повреждений при нестационарных нагрузках в связи с влиянием технологических, эксплуатационных и конструктивных факторов;

пологого характера левой ветви первичных или вторичных кривых усталости, приводящего к тому, что небольшое изменение напряжений (на 3—5%) может вызвать существенное изменение долговечности при показателях степени кривой усталости $m \geq 6 \div 8$ (в 1,5—2 раза и более).

Для иллюстрации рассмотрим следующий пример.

Допустим, что вал работает в эксплуатации при стационарной амплитуде напряжений σ , отклонение которой от некоторого фиксированного точного значения σ_1 можно охарактеризовать стандартным отклонением величины $\lg \frac{\sigma_1}{\sigma} - s \left(\lg \frac{\sigma_1}{\sigma} \right)$.

Если $s \left(\lg \frac{\sigma_1}{\sigma} \right) = 0,03$, то отклонения от номинала не будут превышать в большинстве случаев $\pm 15\%$, что является обычной точностью при оценке эксплуатационных напряжений при проведении тензометрических исследований (если же тензометрирование в эксплуатации не производится, то погрешность в оценке σ обычно бывает значительно большей).

Пусть далее на основании усталостных испытаний 20 валов при стационарной амплитуде, точно равной σ_1 (пренебрежем пока погрешностью в оценке σ на усталостных машинах), получена эмпирическая функция распределения долговечности, следующая логарифмически нормальному закону распределения с параметрами: среднее значение $\bar{x}_1 = \lg \bar{N}_1$ и стандартное отклонение $s_{\lg N_1}$, где N_1 — это долговечность деталей при усталостных испытаниях.

Вычислим доверительный интервал для долговечности, соответствующей некоторой, весьма малой вероятности разрушения P . Обозначим через x_p значение $x = \lg N$, соответствующее вероятности разрушения P . Среднее значение \bar{x}_p и стандартное отклонение s_{x_p} величины x_p определяются по формулам

$$\bar{x}_p = \bar{x} + u_p s_x; \quad (30)$$

$$s_{x_p} = \sqrt{s_x^2 + u_p^2 s_s^2}, \quad (31)$$

где \bar{x} — среднее значение $\lg N$ (для $P = 0,5$);
 u_p — нормальный квантиль, отвечающий вероятности P ;
 s_x — стандартное отклонение величины $x = \lg N$, где N — число циклов до разрушения детали в эксплуатации;

$$s_x = \frac{s_x}{\sqrt{n}} \text{ — стандартное отклонение среднего значения } \bar{x};$$

$$s_s = \frac{s_x}{\sqrt{2n}} \text{ — стандартное отклонение величины } s_x.$$

Формула (31) вытекает из теоремы о дисперсии суммы независимых случайных величин.

Подставляя s_x и s_s в выражение s_{x_p} , получим

$$s_{x_p} = \sqrt{\frac{s_x^2}{n} + u_p^2 \frac{s_x^2}{2n}} = s_x \sqrt{\frac{2 + u_p^2}{2n}}. \quad (32)$$

Стандартное отклонение s_x величины $x = \lg N$ с учетом возможной погрешности в оценке напряжений получается из следующих соображений. Из уравнения кривой усталости в форме $\sigma^m N = \sigma_1^m N_1$ получаем

$$x = \lg N = m \lg \frac{\sigma_1}{\sigma} + \lg N_1,$$

откуда

$$s_x^2 = m^2 \left[s \left(\lg \frac{\sigma_1}{\sigma} \right) \right]^2 + s_{\lg N_1}^2, \quad (33)$$

95%-ные доверительные границы для величины логарифма долговечности в эксплуатации $x_p = \lg N$, соответствующей вероятности разрушения P , в предположении справедливости нормального закона распределения при достаточно большом количестве испытанных образцов, определяется выражением

$$\bar{x}_p - 1,96s_{x_p} < x_p < \bar{x}_p + 1,96s_{x_p}. \quad (34)$$

Величины \bar{x}_p , s_{x_p} в условии (34) определяются выражениями (31), (32), (33). Например, при $\bar{x}_1 = \lg \bar{N}_1 = 6,31$; $s_{\lg N_1} = 0,249$; $n = 20$; $m = 13,6$ при $\sigma_1 = 30 \text{ кг/мм}^2$ и $u_p = -4$ ($P = 3,5 \cdot 10^{-3} \%$), $s \left(\lg \frac{\sigma_1}{\sigma} \right) = 0,03$, имеем $s_x = 0,478$; $s_{x_p} = 0,32$; $3,77 < x_p < 5,03$.

Соответствующий доверительный интервал для числа циклов N_p составляет $5,94 \cdot 10^3 < N_p < 1,065 \cdot 10^5$. Таким образом, в данном случае верхнее значение доверительного интервала для N_p в 18 раз превышает нижнее значение. При снижении точности в оценке напряжений (т. е. при увеличении $s \left(\lg \frac{\sigma_1}{\sigma} \right)$ или уменьшении вероятности разрушения это превышение значительно возрастает, а при уменьшении m уменьшается.

В проведенных вычислениях учтена лишь часть факторов, приводящих к неопределенности в оценке долговечности, отмеченных выше. С учетом всех перечисленных факторов ширина доверительных интервалов для долговечности становится настолько большой, что их использование теряет свою практическую значимость, а оценка долговечности с возможной погрешностью в 2—3 раза должна быть признана достаточно хорошей.

Поэтому в настоящее время можно рекомендовать некоторую условную методику определения средней долговечности, предусматривающую корректировку параметров, используемых в расчете, на основе наблюдений за рассчитываемыми деталями в эксплуатации.

Одним из основных вопросов при проведении расчета является методика учета нестационарного характера нагрузки. Наиболее просто долговечность при варьируемых нагрузках определяется как известно, по гипотезе линейного суммирования повреждений, основанной на вычислении суммы относительных долговечностей по формуле

$$a = \sum_{i=1}^r \frac{\bar{n}_i}{\bar{N}_i} = \bar{N}_{\text{сум}} \sum_{i=1}^r \frac{t_i}{\bar{N}_i} = \bar{\lambda} N_\sigma \sum_{i=1}^r \frac{t_i}{\bar{N}_i}, \quad (35)$$

где $t_i = \frac{N_{i6}}{N_\sigma}$ — относительное число циклов действия амплитуды σ_i в программном блоке;

$N_{i\sigma}$ — число циклов с амплитудой σ_i в одном программном блоке; N_σ — число циклов в блоке,

$$N_\sigma = \sum_{i=1}^r N_{i\sigma};$$

$\bar{N}_{\text{сум}}$ — средняя долговечность при программных испытаниях (или в эксплуатации);

$$\bar{N}_{\text{сум}} = \bar{\lambda} N_\sigma; \quad \bar{n}_i = N_{\text{сум}} f_i,$$

$\bar{\lambda}$ — среднее число программных блоков до разрушения при программных испытаниях (или в эксплуатации);

r — число ступеней в блоке.

В гипотезе Пальмгрена и др. предполагалось $a = 1$. В очень большом количестве работ, посвященных изучению закономерностей накопления повреждений при нестационарных нагрузках, было показано, что a отклоняется от единицы.

Как показали сравнительно недавние исследования, разброс долговечности при усталостных испытаниях столь велик, что достоверными могут быть только те данные, в которых каждая долговечность получается как среднее из 10—20 опытов. И даже в этих условиях получают случайные колебания величины a . Однако, если все напряжения спектра превышают предел выносливости и отсутствуют значительные кратковременные перегрузки, то при условии испытания достаточно большого количества образцов оказывается, что пределы отклонения суммы относительных долговечностей от единицы приемлемы для практики, а именно, как правило, $0,5 < a < 2,0$ [66]. Однако чаще всего на практике в спектрах амплитуд напряжений имеются резкие кратковременные перегрузки при наличии значительного числа циклов с амплитудами меньше предела выносливости. В этом случае амплитуды величиной $k\sigma_{-1} < \sigma_a < \sigma_{-1}$, где $k = 0,6 \div 0,7$, также оказывают повреждающее дей-

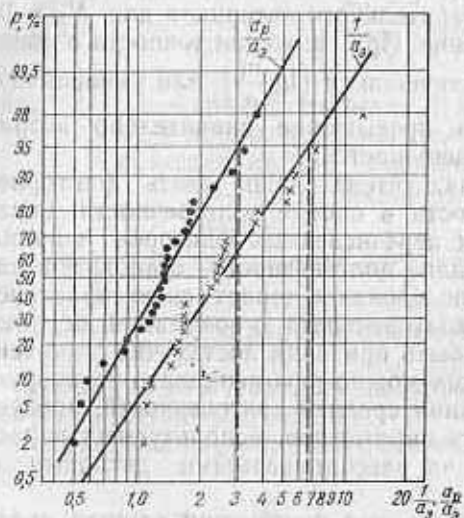


Рис. 121. Функции распределения величин $\frac{a_p}{a_3}$ и $\frac{1}{a_3}$

ствие, особенно на стадии развития трещины усталости, что приводит к заметным отклонениям от линейной гипотезы в сторону уменьшения сумм относительных долговечностей a , полученных экспериментально, до значений 0,05—0,3. В качестве примера на рис. 121, 122 приведены функции распределения величин $\frac{1}{a_3}$, построенные по экспериментальным данным работ [11, 16, 30, 31, 32, 40, 51, 54, 60, 63, 65, 80]. При $\frac{1}{a_3} = 10$ дол-

говечность, рассчитанная по линейной гипотезе ($a = 1$), оказывается в 10 раз завышенной по сравнению с фактической долговечностью. Поэтому для указанных случаев линейная гипотеза нуждается в корректировке.

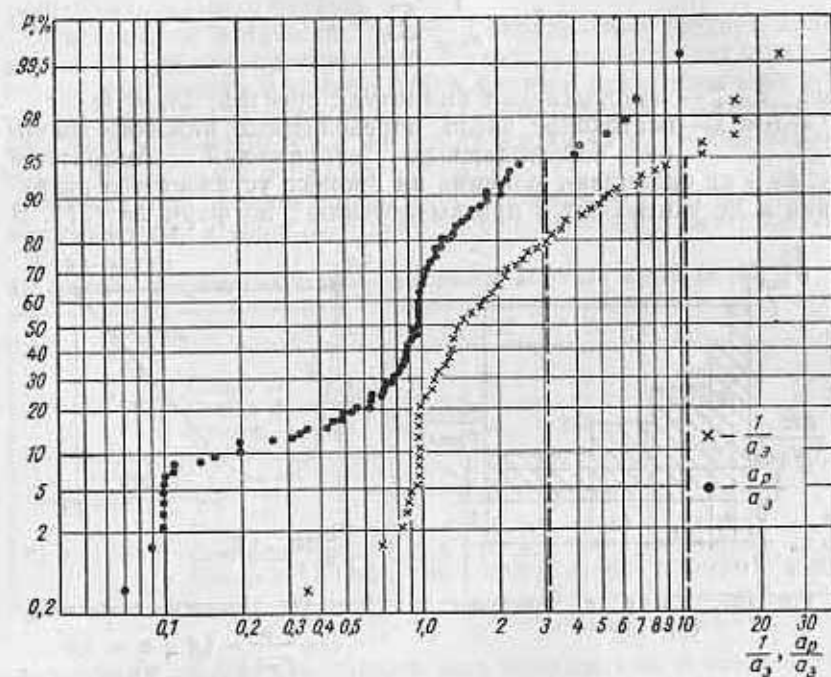


Рис. 122. Функции распределения величин $\frac{a_p}{a_3}$ и $\frac{1}{a_3}$

Экспериментальные данные этих работ показывают, что значение a_3 уменьшается с увеличением разницы между наибольшим и наименьшим уровнем спектра и с уменьшением относительного времени t_1 действия амплитуд высоких уровней. Эти закономерности позволили предложить в качестве условной методики определения долговечности использование скорректирован-

ной гипотезы линейного суммирования усталостных повреждений [66]. При этом величину расчетной суммы относительных долговечностей a_p целесообразно определять по формуле

$$a_p = \frac{\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{-1}} \xi - k}{\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{-1}} - k} \quad \text{при } a_p > 0,05 \div 0,10, \quad (36)$$

где

$$\xi = \frac{1}{\sigma_{\max}} \sum_{i=1}^r \sigma_i t_i \quad (37)$$

здесь σ_{\max} — максимальная амплитуда спектра; $\sum t_i = 1$;
 $0 < k < 1$ — постоянное число, определяющее нижнюю границу повреждающих напряжений. Амплитуды $\sigma_i < k\sigma_{-1}$ не оказывают влияния на процесс усталостного разрушения и не учитываются при вычислении ξ по формуле (37). В

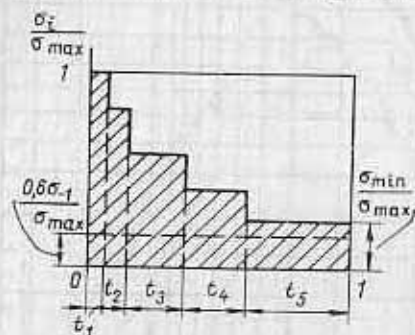


Рис. 123. Схема к пояснению формулы (37)

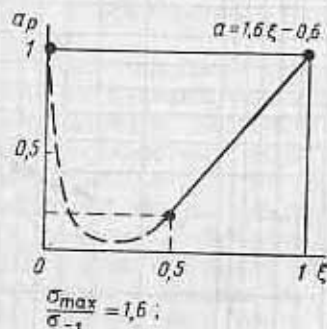


Рис. 124. Зависимость a_p от ξ
 при $\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{-1}} = 1,6$ и $k = 0,6$

качестве первого приближения целесообразно принять $k = 0,6 \div 0,7$. Формулой (36) можно пользоваться при $\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{-1}} > 1$ и $\xi > 0,3$ (точнее, для тех значений ξ , для которых $a_p > 0,1 \div 0,05$). При меньших значениях следует полагать $a_p = 0,05 \div 0,1$). Величина ξ равна площади, заштрихованной на рис. 123, на котором в относительных координатах представлен спектр программного блока. Из рисунка следует, что ξ будет уменьшаться с увеличением отношения $\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}}$ и с уменьшением значений t_i , соответствующих высоким уровням амплитуд напряжений, а уменьшение ξ приводит по формуле (36) к уменьшению a_p , что

соответствует опытным данным, как отмечено выше. Вычитание величины $k = 0,6 \div 0,7$ в числителе и знаменателе введено в соответствии с тем, что амплитуды $\sigma_i < k\sigma_{-1}$ не учитываются в расчете.

Зависимость величины a_p от ξ при $\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{-1}} = 1,6$ показана сплошной линией на рис. 124. При $\xi < 0,45$ по уравнению (36) получается $a_p < 0,1$, что может не соответствовать экспериментальным данным. При $0,2 < \xi < 0,45$ в первом приближении можно принять $a_p = 0,05 \div 0,1$, так как при очень малых ξ практически нет экспериментальных данных.

Рассмотрим в качестве примера определение средних долговечностей при варьируемых амплитудах применительно к результатам, полученным в работе [16], в которой приведены результаты программных испытаний на усталость гладких полированных образцов диаметром 8 мм из стали марки 45 ($\sigma_s = 73,5 \text{ кг/мм}^2$, $\sigma_{-1} = 31,5 \text{ кг/мм}^2$) на машине МИП-8.

Испытания производились в соответствии со спектрами А и В, приведенными в табл. 37. Спектр В отличается от спектра А уве-

37. Спектры программных испытаний образцов из стали марки 45 [16]

Степень		I	II	III	IV	V	VI
σ_i в кг/мм^2	Спектр А	38,0	35,7	33,3	30,9	30,3	26,2
	Спектр В	40,4	38,0	35,4	32,8	28,5	27,9
	Циклов	50	55	113	233	477	968
Степень		VII	VIII	IX	X	XI	XII
σ_i в кг/мм^2	Спектр А	23,8	21,4	19,1	16,7	14,3	11,8
	Спектр В	25,3	22,8	20,3	17,7	15,2	12,6
	Циклов	1950	3880	7610	14 264	29 600	59 200

личенными на 6% значениями всех напряжений в соответствии с условием подобия спектров. Было испытано восемь групп одинаковых образцов (по 4–6 образцов в каждой группе) применительно к спектру А. Для образцов первой группы программный блок включал только первые три степени I–III ($\sigma_{I-III} > \sigma_{-1}$); для второй группы блок состоял из четырех степеней I–IV ($\sigma_{IV} < \sigma_{-1}$), для третьей группы — из пяти степеней и т. д. Аналогичные испытания были проведены также применительно к спектру В. Результаты испытаний показаны на рис. 125, на котором справа показан блок программного нагружения, а слева — средние значения долговечностей при программных испытаниях, выраженные в количестве программных блоков до разрушения $\bar{\lambda}$. Точки соответствуют средним значениям долговечностей и отложены на уровне минимального напряжения спектра, при-

нятого для соответствующей группы образцов (эти уровни для кривой А показаны пунктирными горизонтальными линиями). Самые верхние точки I и I' получены в условиях стационарных испытаний. Расширение спектра за счет добавления ступеней напряжений ниже σ_{-1} приводит к постепенному уменьшению количества программных блоков вплоть до X—XI ступеней, что является следствием действий амплитуд напряжений $\sigma_a < \sigma_{-1}$ (ступени IV, V и т. д.). Из рис. 125 следует, что нижняя граница повреждающих напряжений спектра находится около $(0,5 \div 0,6)\sigma_{-1}$. Для иллюстрации вычислений возьмем данные

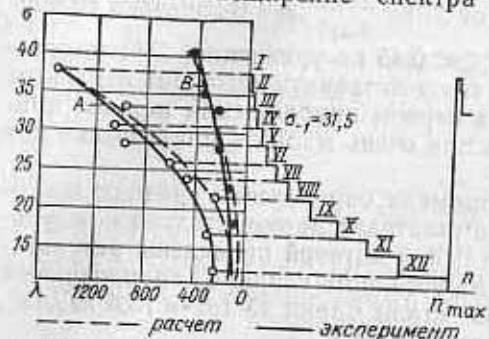


Рис. 125. Результаты программных усталостных испытаний при изгибе с вращением образцов из стали 45 [16]

по спектру А при семи ступенях. Исходные данные, а также величины t_i и $t_i\sigma_i$ приведены для данного случая в табл. 38.

38. Расчет средней долговечности при программных испытаниях

Ступень	I	II	III	IV	V	VI	VII
σ_i в кг/мм ²	38,0	35,7	33,7	30,9	30,3	26,2	23,8
\bar{N}_i	$8 \cdot 10^4$	$2,5 \cdot 10^3$	10^4	—	—	—	—
N_{i6}	50	55	113	233	477	268	1950
t_i	0,013	0,0143	0,0294	0,0605	0,124	0,251	0,507
$t_i\sigma_i$	0,50	0,51	0,99	1,87	3,76	6,57	12,05

Среднее число блоков до разрушения $\bar{\lambda}$ вычисляем по формуле

$$\bar{\lambda} = \frac{a_p}{\sum_{i=1}^r \frac{N_{i6}}{N_i}}$$

а величина a_p определяется по выражению (36). В результате вычислений получаем

$$\sum_{i=1}^7 \frac{N_{i6}}{N_i} = 9,58 \cdot 10^{-4};$$

$$\sum_{i=1}^7 t_i\sigma_i = 26,25; \quad \xi = \frac{26,25}{38,0} = 0,69;$$

$$a_p = \frac{38,0}{31,5} \frac{0,69 - 0,6}{-0,6} = 0,39; \quad \bar{\lambda} = \frac{0,39}{9,58 \cdot 10^{-4}} = 407.$$

Непосредственным программным испытанием получено $\bar{\lambda}_{\text{эк}} = 500$, т. е. расхождение по долговечности получилось в 1,23 раза. Таким образом получено весьма хорошее совпадение расчетной долговечности с экспериментальной, так как расхождение даже в 2—3 раза по долговечности следует, как уже отмечалось, считать приемлемым в практике, учитывая трудности в оценке долговечности.

Аналогичные вычисления были выполнены также для всех последовательно наращиваемых спектров типа А и В, показанных на рис. 125. Результаты расчета среднего числа программных блоков до разрушения $\bar{\lambda}$ применительно к указанным спектрам изображены в виде пунктирных линий на рис. 125, из которого следует, что расхождение между расчетными и экспериментальными значениями нигде не превышает 2 раз, что подтверждает приемлемость в практике описанной методики.

Аналогичные подсчеты были проведены также применительно к результатам работ перечисленных на стр. 213.

На рис. 121 и 122 нанесены функции распределения отношений $\frac{a_p}{a_0}$, где a_p подсчитана по формуле (36). Медианные значения $\frac{a_p}{a_0}$, т. е. соответствующие вероятности 50%, практически равны единице. Следовательно, в среднем формула (36) не приводит к отклонениям от эксперимента. С вероятностью 95% можно утверждать, что формула (36) не приведет к ошибке в оценке долговечности (не в запас долговечности) более чем в 3 раза. Линейной же гипотезе, как следует из рис. 121 и 122, при таком же значении вероятности соответствуют 7—11-кратные ошибки. Так как ошибки в 2—3 раза в оценке долговечности можно считать приемлемыми для практики, как это вытекает из приведенного выше анализа, то следует полагать, что формулу (36) можно рекомендовать для практического использования.

Аналогичное сопоставление с рядом других экспериментальных данных также приводит к выводу о практической применимости формулы (36), корректирующей линейную гипотезу суммирования усталостных повреждений.

Предлагаемый метод оценки функций распределения долговечности при варьируемых амплитудах напряжений основывается на использовании скорректированной линейной гипотезы суммирования усталостных повреждений [формулы (36)] и предположении о справедливости логарифмически нормального закона распределения долговечности.

Из выражений (35) и (36) получаем формулу для среднего значения суммарного числа циклов за срок службы $\bar{N}_{сум} = \bar{N}_{нр}$, полагая из уравнения кривой усталости $\bar{N}_i = N_0 \frac{\bar{\sigma}_{-1\partial}^m}{\sigma_i^m}$:

$$\bar{N}_{сум} = \frac{a_p \bar{\sigma}_{-1\partial}^m N_0}{\sum_i \sigma_i^m t_i}; \quad (38)$$

здесь $\bar{\sigma}_{-1\partial}$ — среднее значение предела выносливости деталей из металла данной плавки, не имеющих отклонений фактических размеров от номинальных.

На множестве плавки металла данной марки, а также возможных отклонений фактических размеров от номинальных величина $\bar{\sigma}_{-1\partial}$ является случайной, имеющей среднее значение $\bar{\sigma}_{-1\partial}$ и коэффициент вариации $v_{\bar{\sigma}_{-1\partial}}$, определяемый по формуле (20) (без учета пока $v_{\sigma_{max}}$):

$$v_{\bar{\sigma}_{-1\partial}} = \sqrt{v_{\sigma_{-1\partial}}^2 + v_{\sigma_a}^2}.$$

Параметры спектров амплитуд напряжений также являются случайными величинами, как указано на стр. 203. Можно предположить, что случайные вариации спектра осуществляются путем подобного преобразования его без изменения формы спектра в относительных величинах.

В этом случае амплитуды напряжений σ_i , соответствующие i -й ступени спектра, могут быть представлены уравнением

$$\sigma_i = \bar{\sigma}_i \varepsilon, \quad (39)$$

где $\bar{\sigma}_i$ — среднее значение амплитуды i -й ступени спектра;

$\varepsilon = 1 + u_p v_{\sigma_i}$ — случайная величина, имеющая среднее значение, равное единице, и коэффициент вариации, равный v_{σ_i} ;

$v_{\sigma_i} = v_{\bar{\sigma}_i}$ — коэффициент вариации амплитуд спектра, в том числе и средних амплитуд $\bar{\sigma}_i$;

u_p — квантиль нормального распределения.

Так как форма спектра в относительных величинах предполагается неизменной, то величины $\bar{\sigma}_i$, $\frac{\sigma_i}{\sigma_{max}}$, t_i и a_p можно считать детерминированными, т. е. пренебречь их вариацией. Пренебрежем также вариацией величин m и N_0 .

В этом случае среднее значение долговечности $N_{сум}$ на множестве всех указанных выше возможных отклонений величин $\bar{\sigma}_{-1\partial}$ и σ_i определится выражением

$$\bar{N}_{сум} = \frac{a_p \bar{\sigma}_{-1\partial}^m N_0}{\sum_i \sigma_i^m t_i}. \quad (40)$$

Величину $N_{сум}$ можно представить в виде

$$\bar{N}_{сум} = N_0 \bar{T}, \quad (41)$$

где N_0 — число циклов, испытываемых деталью за 1 год эксплуатации (или за 1 км пробега и т. п.), принимаемое детерминированным;

\bar{T} — средний срок службы детали в годах (пробег машины в км и т. п.).

Тогда величина \bar{T} может определяться по уравнению

$$\bar{T} = \frac{a_p \bar{\sigma}_{-1\partial}^m N_0}{N_0 \sum_i \sigma_i^m t_i}. \quad (42)$$

Рассеяние долговечности детали $N_{сум}$ будет порождаться случайными вариациями средней долговечности $\bar{N}_{сум}$, а также рассеянием долговечности $N_{сум}$ относительно среднего значения $\bar{N}_{сум}$.

Рассеяние средней долговечности $\bar{N}_{сум}$ определяется в основном случайными колебаниями средних значений пределов выносливости $\bar{\sigma}_{-1\partial}$ и амплитуд напряжений σ_i .

Подставляя выражение (39) в формулу (38) и логарифмируя, получим

$$\lg \bar{N}_{сум} = A + m (\lg \bar{\sigma}_{-1\partial} - \lg \varepsilon), \quad (43)$$

где $A = \lg \frac{a_p N_0}{\sum_i \bar{\sigma}_i^m t_i}$ — детерминированная величина.

Дисперсия величины $\lg \bar{N}_{сум}$ будет равна

$$S_{\lg \bar{N}_{сум}}^2 = m^2 (S_{\lg \bar{\sigma}_{-1\partial}}^2 + S_{\lg \varepsilon}^2). \quad (44)$$

Дисперсии, входящие в выражение (44), могут быть найдены по приближенной формуле, известной из статистики [69]

$$S_{\lg \bar{\sigma}_{-1\partial}}^2 \approx \left[\frac{\partial (\lg \bar{\sigma}_{-1\partial})}{\partial \bar{\sigma}_{-1\partial}} \right]^2 S_{\bar{\sigma}_{-1\partial}}^2 = (0,434 v_{\bar{\sigma}_{-1\partial}})^2; \\ S_{\lg \varepsilon}^2 \approx (0,434 v_{\varepsilon})^2 = (0,434 v_{\sigma_a})^2. \quad (45)$$

С учетом этих выражений из уравнения (44) получается следующая формула для среднего квадратичного отклонения логарифма средней долговечности, которое приближенно можно положить равным с. к. о. среднего значения логарифма долговечности $S_{\lg N_{cym}}$:

$$S_{\lg N_{cym}} \approx S_{\lg \bar{N}_{cym}} \approx 0,434m \sqrt{\frac{v_{\sigma-10}^2}{\sigma-10} + v_{\sigma}^2}. \quad (46)$$

Положим, что величина $x = \lg N_{cym}$ имеет условное нормальное распределение с параметрами (a, S_x^*) при условии, что среднее значение $a = \bar{x}$, а величина $\bar{x} = \lg \bar{N}_{cym}$ имеет нормальное распределение с параметрами (\bar{x}, S_x) . Тогда безусловное распределение величин x , как нетрудно показать, будет нормальным с параметрами (\bar{x}, S_x) , где

$$S_x = \sqrt{S_x^2 + S_x^{*2}}. \quad (47)$$

Формула (47) определяет среднее квадратичное отклонение величины $x = \lg N_{cym}$. Значение $S_x^* = S_{\lg N_{cym}}$ определяется формулой (46) и характеризует рассеяние среднего значения логарифма суммарной долговечности, порождаемое случайными вариациями параметров спектра амплитуд напряжений и рассеянием величин σ_{-10} , вызванных межплавочными отклонениями механических свойств и отклонениями фактических размеров от номинальных.

Величина $S_x^* = S_{\lg N_{cym}}$ является стандартным отклонением логарифма долговечности при программных испытаниях с соответствующей формой спектра, характеризующим рассеяние долговечности вокруг среднего значения \bar{N}_{cym} в пределах группы идентичных по размерам деталей из металла одной плавки (это рассеяние порождается микроскопическими факторами, связанными со статистической природой процесса усталостного разрушения). Значения S_x^* целесообразно определять по зависимости коэффициента вариации $v_{\lg N_{cym}} = S_{\lg N_{cym}}^* / \lg \bar{N}_{cym}$ от среднего значения логарифма долговечности $\lg \bar{N}_{cym}$. Эта зависимость в первом приближении может полагаться одинаковой для испытаний с постоянными и варьируемыми амплитудами напряжений.

В первом приближении указанная зависимость может быть принята линейной, имеющей вид [54]

$$v_{\lg N_{cym}}^* = 0,0065 \lg \bar{N}_{cym} - 0,01 \quad (48)$$

По значению $v_{\lg N_{cym}}^*$ находят $S_x^* = S_{\lg N_{cym}}^*$, входящее в формулу (47):

$$S_{\lg N_{cym}}^* = v_{\lg N_{cym}}^* \lg \bar{N}_{cym}. \quad (49)$$

По известным величинам $\lg \bar{N}_{cym}$ и $S_{\lg N_{cym}}$ в предположении справедливости логарифмически нормального распределения долговечности находят функцию распределения долговечности. Число циклов $N_{cym,p}$, соответствующее вероятности разрушения P , находят из соотношения

$$\lg N_{cym,p} = \lg \bar{N}_{cym} + u_p S_{\lg N_{cym}}, \quad (50)$$

где u_p — квантиль нормального распределения, соответствующий вероятности разрушения P .

Опыт практического применения описанного метода расчета функций распределения долговечности, сопоставление результатов расчета с данными, получаемыми другим методом, изложенным на стр. 221—229, а также сопоставление со статистикой отказов в эксплуатации, показывают, что этот метод может быть рекомендован для практического применения.

Определение вероятности разрушения при нестационарном нагружении и значительной долговечности ($N_{cym} > 10^7 \div 10^8$ циклов) (3-й расчетный случай)

Для валов, у которых суммарное число циклов, нарабатываемых за срок службы, достаточно велико ($N_{cym} > 10^7 \div 10^8$ циклов), возможно определение вероятности разрушения при нестационарном нагружении путем проведения расчета по напряжениям. В указанных случаях часть спектра амплитуд напряжений может превышать величину предела выносливости. Эти перегрузочные циклы приводят к усталостному повреждению металла, проявляющемуся в снижении предела выносливости образцов, подвергавшихся предварительным перегрузкам.

Экспериментальные данные по влиянию предварительных циклических нагружений на величину выносливости были описаны в ряде работ (обзор этих работ см. в литературе [30, 65]). В этих исследованиях образцы нагружали при амплитуде напряжения $\sigma_n > \sigma_{-1ux}$ до числа циклов n_n , где σ_{-1ux} — предел выносливости исходного неповрежденного металла. Далее по обычной методике или по методу «лестницы» определяли значение предела выносливости поврежденных образцов $\sigma_{-1нов}$. Результаты исследований для малоуглеродистой стали показаны на рис. 126.

По оси абсцисс на этой фигуре отложено значение $c = \frac{n_n}{N_n}$, по оси ординат — значение $y = \frac{\sigma_{-1ucx} - \sigma_{-1nos}}{\sigma_{-1ucx}}$, а параметром кривых является величина $x = \frac{\sigma_n}{\sigma_{-1ucx}}$ (N_n — число циклов по исходной кривой усталости, соответствующее амплитуде напряжений σ_n). Как следует из рис. 126 величина предела выносли-

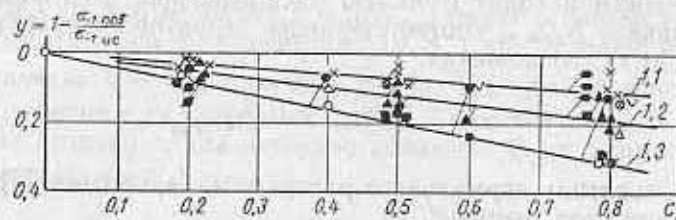


Рис. 126. Снижение предела выносливости вследствие предварительного циклического нагружения. Малоуглеродистые стали

вости поврежденных циклическим деформированием образцов может быть представлена в следующем виде:

$$\sigma_{-1nos} = \sigma_{-1ucx} \left[1 - \frac{n_n}{N_n} k \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_{-1ucx}} - 1 \right) \right], \quad (51)$$

где $k = 1,33$ для малоуглеродистой стали; аналогично найдено $k = 1,65$ для среднеуглеродистой и $k = 1,80$ для легированной стали; $\frac{n_n}{N_n}$ — относительное число циклов начальной тренировки при амплитуде напряжений $\sigma_n = \sigma_n$.

Расчет на прочность с учетом возможных перегрузок может базироваться на учете снижения предела выносливости вследствие перегрузок по зависимости (51).

Пусть распределение амплитуд действующих в детали напряжений является нормальным со средним значением $\bar{\sigma}_a$, стандартным отклонением s_{σ_a} и коэффициентом вариации амплитуд напряжений $v_{\sigma_a} = \frac{s_{\sigma_a}}{\bar{\sigma}_a}$ (описанную ниже методикой можно

использовать также для любого закона распределения амплитуд напряжений). Суммарное число циклов за весь срок эксплуатации обозначим через $N_{сум}$. Примем пока, что предел выносливости имеет фиксированное значение σ_{-1} . Отношение $n_p = \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a} \right)_p$ обладающее тем свойством, что при $\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a} < n_p$ будут наступать

усталостные разрушения до истечения срока службы $N_{сум}$, а при $\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a} > n_p$ разрушений не будет, назовем предельным коэффициентом нагруженности. Наиболее удобным с практической точки зрения путем определения величины n_p является следующий табличный метод последовательных приближений (см. табл. 99).

Вначале непрерывное распределение амплитуд заменяется дискретным, как показано в качестве примера в первых шести строках табл. 39, где обозначены: u_p — квантили нормального распределения; \tilde{n}_i — относительное количество циклов (по отношению к $N_{сум}$), приходящееся на амплитуду σ_i : $\tilde{n}_i = \int_{\sigma_{i-1}}^{\sigma_i} \Phi'(\sigma) d\sigma$,

причем в таблице принято отнесение этих величин к правой границе интервала напряжений (σ_{i-1} , σ_i), т. е. к величине σ_i , что обеспечивает отнесение погрешности в безопасную сторону. Величины \tilde{n}_i находят по таблице нормального закона распределения. Числа циклов действия амплитуд σ_{ai} , т. е. величины n_i находят по соотношению

$$n_i = N_{сум} \tilde{n}_i. \quad (52)$$

Отношение $\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a}$ находят по формуле

$$\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a} = \frac{\bar{\sigma}_a + u_p s_{\sigma_a}}{\bar{\sigma}_a} = 1 + u_p v_{\sigma_a}. \quad (53)$$

В дальнейшем предполагается, что все напряжения спектра действуют последовательно в порядке убывания, начиная с самого высокого значения амплитуды σ_i , что приведет к некоторой погрешности в безопасную сторону (однако, как показывают расчеты с разделением общего количества циклов $N_{сум}$ на ряд блоков, а также данные работы [68], эта погрешность весьма мала и ею можно пренебречь).

Допустим, что $\sigma_{a \max} = \sigma_{a_1} > \sigma_{-1}$. В этом случае, в результате действия первой ступени нагружения длительностью σ_{a_1} получится некоторое снижение предела выносливости, которое вытекает из формулы (51), так что новое значение предела выносливости окажется равным

$$\sigma_{-1n_1} = \sigma_{-1ucx} \left[1 - \frac{n_1}{N_1} k \left(\frac{\sigma_{a_1}}{\sigma_{-1ucx}} - 1 \right) \right].$$

Действие 2-й ступени нагружения вызовет новое снижение предела выносливости и его значение составит (в предположении,

1	t	1	2	3	4
2	u_p	5,5	5,0	4,5	4,0
3	\tilde{n}_i	$3 \cdot 10^{-7}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$	$2,86 \cdot 10^{-5}$	$1,98 \cdot 10^{-4}$
4	$n_i = \tilde{n}_i N_{cym}$	$3 \cdot 10^3$	$3,1 \cdot 10^4$	$2,86 \cdot 10^5$	$1,98 \cdot 10^6$
5	$\frac{kn_i}{N_0}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2,07 \cdot 10^{-2}$	$1,9 \cdot 10^{-1}$	1,32
6	$\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a} = 1 + u_{pi} v_{\sigma_a}$	3,75	3,5	3,25	3,00
$n_p = 3,0$					
7	$\frac{\sigma_{ai}}{x_0} = \frac{1}{n_p} \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a}$	1,25	1,165	1,085	1
8	ξ_i	1,25	1,168	1,10	1,056
9	$f_i = \xi_i^m (\xi_i - 1)$	1,51	0,07	0,22	0,09
10	$y_i = n_i k f_i / N_0$	0,003	0,0118	0,0418	0,119
11	$1 - y_i$	0,997	0,9882	0,9582	0,881
12	$\frac{x_i}{x_0} = \frac{x_{i-1}}{x_0} \cdot \frac{x_i}{x_{i-1}}$	0,997	0,9850	0,9440	0,830
13	$\frac{n_i}{N_i}$	<1	<1	<1	1,6
$n_p = 3,1$					
14	$\frac{\sigma_{ai}}{x_0}$	1,21	1,13	1,05	0,967
15	ξ_i	1,21	1,132	1,061	0,997
16	f_i	0,92	0,35	0,1	—
17	y_i	0,0018	0,0093	0,0190	—
18	$1 - y_i$	0,9982	0,9907	0,9810	—
19	$\frac{x_i}{x_0}$	0,9982	0,9889	0,9699	—
20	$\frac{n_i}{N_i}$	<1	<1	<1	—

что по отношению к кривой усталости первоначально поврежденного напряжением σ_{ai} материала процесс дальнейшего снижения подчиняется той же закономерности)

$$\sigma_{-1n_i} = \sigma_{-1n_{i-1}} \left[1 - \frac{n_i}{N_0} k \left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{-1n_{i-1}}} - 1 \right) \right] \text{ и т. д.}$$

Исходя из тех же предположений, получим, что после приложения i -й ступени нагружения величина предела выносливости поврежденного материала составит

$$\sigma_{-1n_i} = \sigma_{-1n_{i-1}} \left[1 - \frac{n_i}{N_i} k \left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{-1n_{i-1}}} - 1 \right) \right]. \quad (54)$$

Обозначим для упрощения записей через $x_i = \sigma_{-1n_i}$ — величину предела выносливости поврежденного материала, получающуюся после действия i -й ступени нагружения; $\xi_i = \frac{\sigma_{ai}}{x_{i-1}}$ — отношение амплитуды напряжений i -й ступени к пределу выносливости, полученному после действия $(i-1)$ -й ступени. Кроме того, из выражения для кривой усталости имеем

$$N_i = N_0 \frac{x_{i-1}^m}{\sigma_{ai}^m}, \quad (55)$$

где N_i — число циклов, соответствующее амплитуде σ_{ai} , по кривой усталости поврежденного материала, полученной после приложения $(i-1)$ -й ступени нагружения. Величины абсциссы точки перелома кривой усталости N_0 , а также показателя наклона кривой усталости m полагаем постоянными. С учетом указанных соотношений выражение (54) запишем в виде

$$\frac{x_i}{x_{i-1}} = 1 - \frac{n_i k}{N_0} \xi_i^m (\xi_i - 1) = 1 - \frac{n_i k f_i}{N_0}, \quad (56)$$

где обозначено $f_i = \xi_i^m (\xi_i - 1)$. Функция f_i представлена для различных m на рис. 127 и 128. Величина $\frac{n_i k}{N_0} = \tilde{n}_i \frac{k N_{cym}}{N_0}$ представлена в 5-й строке. В качестве первого приближения выбираем некоторое значение n_p , например, $n_p = 3$, как принято в табл. 39. В этом случае можно вычислить величины отношений $\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{-1}} = \frac{\sigma_{ai}}{x_0} = \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} = \frac{1}{n_p} \cdot \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a}$, представленные в 7-й строке (т. е. числа 7-й строки получаются делением чисел 6-й строки на величину $n_p = 3,0$).

Далее вычисления ведем в следующем порядке. Для $i = 1$: $\xi_1 = \xi_i = \frac{\sigma_{ai}}{x_0}$, т. е. число 1,25 переписывается из 7-й строки

в 8-ю. По значению $\zeta_1 = 1,25$ и $m = 8$ по рис. 127 находим $f_1 = 1,51$. Умножая на это число величину $\frac{n_1 k}{N_0}$ из 5-й строки, находим $y_1 = \frac{n_1 k f_1}{N_0}$ (10-я строка), $(1 - y_1)$ (11-я строка) и значение $\frac{x_1}{x_0} = 1 - y_1$. А в общем случае $\frac{x_i}{x_0} = (1 - y_1) \frac{x_{i-1}}{x_0}$.

Таким образом, например, значение $\frac{x_i}{x_0} = 0,944$ для $i = 3$

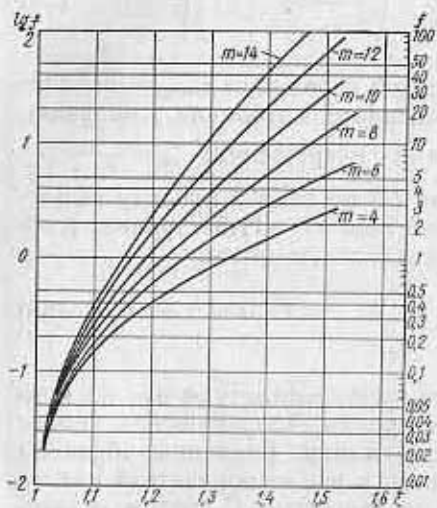


Рис. 127. Функция $f(\xi) = \zeta^m (\xi - 1)$ для $\xi > 1,04$

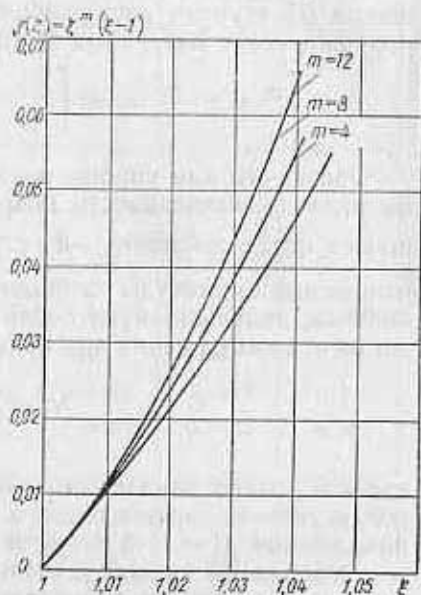


Рис. 128. Функция $f(\xi) = \zeta^m \times (\xi - 1)$ для $\xi < 1,04$

(12-я строка) найдено путем перемножения чисел $(1 - y_1) = 0,9582$ и $\frac{x_1}{x_0} = 0,9850$.

Для определения следующего значения ζ_i нужно разделить число из 7-й строки и i -го столбца на число из 12-й строки и $i-1$ -го столбца, так как при этом получается

$$\zeta_i = \frac{\sigma_{ai}}{x_{i-1}} = \frac{\sigma_{ai}/x_0}{x_{i-1}/x_0} \quad (57)$$

Например, число $\zeta_4 = 1,056$ получается делением $\frac{\sigma_{a4}}{x_0} = 1$ на

$$\frac{x_3}{x_0} = 0,944.$$

В 13-й строке вычисляется величина $\frac{n_i}{N_i} = \frac{y_i}{k(\zeta_i - 1)}$. Условием

разрушения является $\frac{n_i}{N_i} > 1$ при $\zeta_i > 1$. Если же это условие не достигается, а при некотором i получится $\zeta_i < 1$, то это означает отсутствие разрушения при данном значении n_p . Прделав указанные вычисления при 3—4 значениях n_p , можно получить значения n_p , соответствующие появлению разрушения. Так, в табл. 39 при $n_p = 3$ получено $\frac{n_i}{N_i} = 1,6$ при $i = 4$ и $\zeta_4 = 1,056$, что означает разрушение.

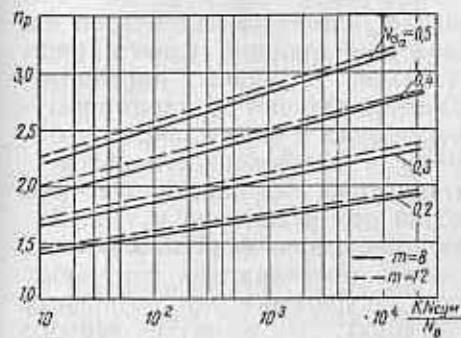


Рис. 129. Номограмма для определения вероятности разрушения

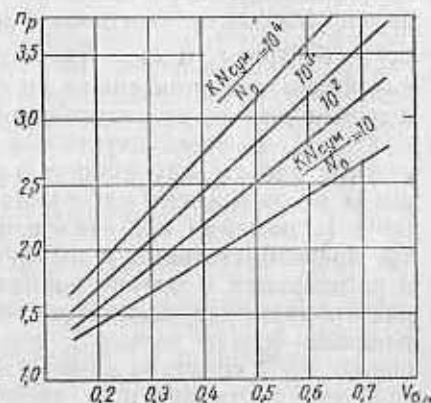


Рис. 130. Номограмма для определения вероятности разрушения $m = 8$

При $n_p = 3,1$ (следующее приближение) оказалось $\zeta_4 = 0,997 < 1$, что означает отсутствие разрушения. Можно было бы ограничиться этими приближениями и принять $n_p = 3,05$. Дополнительные вычисления при $n_p = 3,05$ показали разрушение ($\frac{n_4}{N_4} = 1,23$ при $\zeta_4 = 1,025$). Поэтому окончательно величина n_p принята равной $n_p = 3,07$. Следует заметить, что если принять какой-либо вид закона распределения амплитуд напряжений, например, нормальный закон, то величина n_p будет зависеть только от величин $\frac{kN_{сум}}{N_0}$, m и $v_{\sigma a}$, что позволяет проделать все указанные вычисления заранее и построить номограмму для n_p . Пример такой номограммы для $m = 8$ и 12 показан на рис. 129, 130, из которых видно, что величина m слабо влияет на величину n_p . Основное влияние оказывают величины $v_{\sigma a}$ и $\frac{kN_{сум}}{N_0}$.

Аналогичные номограммы могут быть построены для любого закона распределения амплитуд напряжений.

Допустим теперь, что величина предела выносливости является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами $\bar{\sigma}_{-1}$, $s_{\sigma_{-1}}$ (коэффициент вариации $v_{\sigma_{-1}} = \frac{s_{\sigma_{-1}}}{\bar{\sigma}_{-1}}$). Обычно параметры спектра напряжений зависят от

условий работы (скорости движения, характера выполняемой работы и т. д.). В этом случае плотность вероятности амплитуд смешанного спектра имеет вид соотношения (22) [17]. Допустим далее, что мы по опытным данным оценим параметры смешанного спектра $\bar{\sigma}_a$ и s_{σ_a} . Эти величины являются случайными, так как при повторении опыта по оценке указанных параметров мы получим другие их значения вследствие влияния целого ряда факторов, носящих случайный характер: случайных нарушений режима работы, случайностью в оценке величин p_n , характеризующих долю времени работы данного вала в определенных условиях (с номером n), отклонениями в нагруженности вследствие производственных и эксплуатационных влияний, неточностям в регистрации и оценке напряжений при испытании и т. д. Характер вариаций параметров спектров напряжений может быть надежно оценен только в результате многократных повторных определений спектров в одних и тех же условиях (при различных сочетаниях параметров эксплуатации). В качестве первого приближения можно полагать, что случайная величина $\bar{\sigma}_a$ распределена нормально со средним значением $\bar{\sigma}_a$ и стандартным отклонением $s_{\bar{\sigma}_a}$ (коэффициент вариации $v_{\bar{\sigma}_a} = \frac{s_{\bar{\sigma}_a}}{\bar{\sigma}_a}$), а изменчивостью коэффициента вариации $v_{\sigma_a} = \frac{s_{\sigma_a}}{\bar{\sigma}_a}$ пренебречь.

Условие прочности, как следует из вышеизложенного, имеет вид

$$\frac{\sigma_{-1}}{\bar{\sigma}_a} > n_p \text{ или } \sigma_{-1} - n_p \bar{\sigma}_a > 0, \quad (58)$$

а условие разрушения будет иметь

$$M = \sigma_{-1} - n_p \bar{\sigma}_a < 0. \quad (59)$$

В силу принятых допущений величина M является нормально распределенной случайной величиной, имеющей следующие выражения для среднего значения и дисперсии:

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= \bar{\sigma}_{-1} - n_p \bar{\sigma}_a; \\ s_M^2 &= s_{\sigma_{-1}}^2 + n_p^2 s_{\sigma_a}^2. \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

Вероятность разрушения определяется из соотношения

$$M_p = \bar{M} + u_p s_M = 0, \quad (61)$$

где u_p — квантиль нормального распределения, отвечающий вероятности разрушения P .

Подставляя выражения (60) в соотношение (61), получим

$$u_p = -\frac{\bar{M}}{s_M} = -\frac{n - n_p}{\sqrt{n^2 v_{\sigma_{-1}}^2 + n_p^2 v_{\sigma_a}^2}}, \quad (62)$$

где обозначено $n = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{\bar{\sigma}_a}$ — отношение среднего значения предела

выносливости к среднему значению средних амплитуд спектра. Этот коэффициент может быть назван предельным коэффициентом нагруженности по средним. Выражение (62) можно представить также в следующем виде, удобном для составления номограммы:

$$u_p = -\frac{\tilde{n} - 1}{\sqrt{\tilde{n}^2 v_{\sigma_{-1}}^2 + v_{\sigma_a}^2}}, \quad (63)$$

где обозначено $\tilde{n} = \frac{n}{n_p}$ — относительный коэффициент запаса.

Выражение (63) по форме совпадает с уравнением (26); следовательно, вычисления по формуле (63) могут быть заменены использованием номограммы рис. 119. Таким образом, процедура определения вероятности разрушения при нестационарных напряжениях, лежащих в основном ниже предела выносливости, сводится к следующему. По заданным величинам k , $N_{сум}$, N_0 , v_{σ_a} и m по номограмме типа рис. 129 и 130 определяем величину n_p . Далее по известным величинам $\bar{\sigma}_a$, $s_{\bar{\sigma}_a}$, $\bar{\sigma}_{-1}$, $s_{\sigma_{-1}}$

и n_p определяем значения $v_{\sigma_{-1}}$, v_{σ_a} , $n = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{\bar{\sigma}_a}$, $\tilde{n} = \frac{n}{n_p}$ и по формуле (63) или номограмме на рис. 119 определяем вероятность разрушения P .

Описанная методика оценки накопления усталостных повреждений при нестационарной нагруженности по снижению пределов выносливости вследствие действия перегрузочных циклов проверялась по результатам усталостных испытаний при программном нагружении, в результате чего было показано хорошее соответствие расчетных данных с опытными.

Примеры расчета

Пример 1. Определить вероятность разрушения от усталости предохранительного шпинделя прошивного стана. Шпиндель (рис. 131) включен в систему валопровода стана для предотвра-

вращения разрушения более дорогостоящих деталей. Поэтому вероятность разрушения этого шпинделя от усталости должна быть более высокой, чем у основных деталей. Вал изготовлен из стали марки 45 со средним значением предела прочности $\bar{\sigma}_a = 60 \text{ кг/мм}^2$ и нагружен крутящим моментом, пропорциональным моменту прокатки трубы.

Вследствие прокатки труб различных типоразмеров в течение года моменты прокатки изменяются, в соответствии с чем спектр амплитуд моментов, полученный путем тензометрических измерений [2], представлен на рис. 132. Кроме того, будем полагать, что давление металла на валки при прокатке, а следовательно, и значение крутящего момента пропорциональны пределу текучести деформируемого материала трубы при температуре прокатки. Вследствие межплавленного рассеяния свойств металла одной марки, величине этого предела текучести будет свойственно рассеяние, определяемое величиной коэффициента вариации $v_{\sigma_T} = \frac{s_{\sigma_T}}{\sigma_T}$. Вариация момента прокатки будет порождаться также колебаниями температуры металла трубы при прокатке, влияющими на величину предела текучести, а следовательно, и на момент прокатки.

Рис. 131. Предохранительный шпиндель прошивного стана

Рис. 131. Предохранительный шпиндель прошивного стана. Чертеж детали с размерами: диаметр 205 мм, длина 360 мм, диаметр канавки 20 мм, радиус канавки 2 мм, диаметр канавки 225 мм, диаметр 205 мм, длина 360 мм.

Рис. 132. Спектр амплитуд моментов в предохранительном шпинделе. График с осями: вертикаль — M_i (кг), горизонталь — Количество циклов в год в тысячах. Столбчатая диаграмма с значениями: 170, 15, 35, 75, 95, 200, 145.

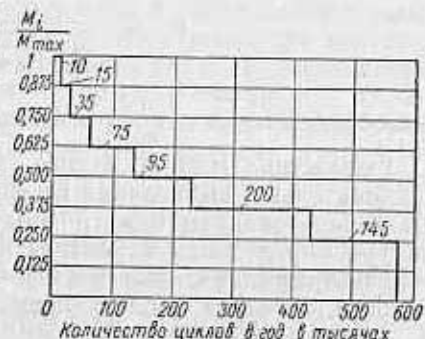


Рис. 132. Спектр амплитуд моментов в предохранительном шпинделе

Примем с учетом вариации межплавленного рассеяния свойств (см. стр. 197) и колебаний температуры прокатки коэффициент вариации момента прокатки $v_M = 0,10$. Оценку функции распределения долговечности выполним для нескольких радиусов кривизны канавки ρ с целью определения величины ρ , соответствующей оптимальной долговечности.

1. Находим среднее значение $\tau_{-1\theta}$ и коэффициент вариации $v_{\tau_{-1\theta}}$ предела выносливости вала на кручение при симметричном цикле для случая $R = 2,5 \text{ мм}$.

По чертежу имеем

$$l = \frac{225 - 205}{2} = 10 \text{ мм}; R = 2,5 \text{ мм}; \sqrt{\frac{l}{R}} \approx 2,0.$$

По формулам Нейбера (16) получим

$$\alpha_\tau = 1 + 2,0 = 3,0; \bar{\sigma}_\tau = \frac{1}{R} = 0,4 \frac{1}{\text{мм}}.$$

Значения постоянных принимаем по табл. 35 для стали марки 45 при $\sigma_a = 66 \text{ кг/мм}^2$; $u = 19 \text{ кг/мм}^2$; $A_L = 1,330$; $B = 0,135$; $s = 0,06$; $\chi = 10$; $(\sigma_{-1})_{d_0} = 30,7 \text{ кг/мм}^2$.

Приведем эти постоянные к новому (среднему) значению предела прочности $\bar{\sigma}_a = 60 \text{ кг/мм}^2$ по формулам (13), (14):

$$e_\infty = \frac{u}{(\sigma_{-1})_{d_0}} = \frac{19}{30,7} = 0,62;$$

откуда

$$(\sigma_{-1})'_{d_0} = 30,7 \frac{60}{66} = 28 \text{ кг/мм}^2;$$

$$u' = 0,62 \cdot 28 = 17,3 \text{ кг/мм}^2;$$

$$B' = 0,135 + \frac{\lg \frac{60}{66}}{10 - 1,946} = 0,135 - 0,005 = 0,130;$$

$$A'_L = 10 \cdot 0,130 = 1,3.$$

Значения постоянных, входящих в уравнение (15) для кручения, найдем по формулам

$$u_\tau = 0,5u' = 0,5 \cdot 17,3 = 8,65 \text{ кг/мм}^2;$$

$$A_{L\tau} = A'_L - \lg 2 = 1,00;$$

$$B_\tau = B' = 0,13;$$

$$s_\tau = s = 0,06.$$

Далее для данного вала

$$\lg \frac{L}{d} = \lg \frac{\pi d}{d} = \lg \frac{\pi 205}{0,4} = 3,21;$$

$$\tau_{-1\theta} = \frac{1}{\alpha_\tau} \left(u_\tau + 10^{A_{L\tau} - B_\tau \lg \frac{L}{d}} \right) = \frac{1}{3,0} \left(8,65 + 10^{1,00 - 0,13 \cdot 3,21} \right) = 4,2 \text{ кг/мм}^2;$$

$$v_{\tau_{-1\theta}} = \frac{(1 - 10^{-2s}) 10^{A_{L\tau} - B_\tau \lg \frac{L}{d}}}{2 \left(u_\tau + 10^{A_{L\tau} - B_\tau \lg \frac{L}{d}} \right)} = \frac{(1 - 10^{-2 \cdot 0,06}) \cdot 3,8}{2 \cdot 12,45} = 0,037.$$

Коэффициент вариации радиуса надреза R

$$v_R = \frac{0,5}{\frac{3}{12,5}} = 0,067;$$

коэффициента концентрации

$$v_{a_\tau} \approx 0,4v_R = 0,027;$$

коэффициент вариации пределов прочности σ_a и пределов выносливости $(\sigma_{-1})_a$, учитывающий межплапочное рассеяние механических свойств, примем (по аналогии с данными, приведенными на стр. 197) $v_{\sigma_a} \approx v_{(\sigma_{-1})_a} \approx 0,06$.

Суммарный коэффициент вариации предела выносливости вала составит

$$v_{\tau_{-1a}} = \sqrt{v_{\tau_{max}}^2 + v_{a_\tau}^2 + v_{\sigma_a}^2} = \sqrt{0,037^2 + 0,027^2 + 0,06^2} = 0,076.$$

2. Находим спектр амплитуд касательных напряжений в вале, приведенных к симметричному циклу.

Момент сопротивлений нетто-сечения

$$W_p = 0,2 \cdot 20,5^3 = 1730 \text{ см}^3.$$

Амплитуда касательного напряжения при максимальном значении момента (учитывая пульсирующий характер момента)

$$\tau_{a \max} = \frac{M_{max}}{2W_p} = \frac{18,8 \cdot 10^6}{2 \cdot 1730} = 5,5 \text{ кг/мм}^2.$$

Так как при кручении приложение постоянного крутящего момента практически не изменяет предельной амплитуды напряжений для углеродистой стали, можно не учитывать влияние асимметрии цикла. Для легированной стали соответствующее приведение к симметричному циклу можно сделать по уравнению

$$\tau_{a \text{ экв}} = \tau_a + \psi_\tau \tau_{a_1} \quad (64)$$

где ψ_τ — коэффициент, учитывающий влияния асимметрии цикла. Учитывая рис. 132, получаем следующий спектр амплитуд касательных напряжений:

τ_{ai} в кг/мм ²	5,5	4,8	4,1	3,4	2,7	2,1	1,4
$N_{i\sigma}$ в тыс.	10	15	35	75	95	200	145

где $N_{i\sigma}$ — число циклов действия каждой из амплитуд за 1 год работы вала.

3. Оценим среднюю долговечность вала по скорректированной линейной гипотезе суммирования повреждений [уравнение (38)].

Будем полагать, что повреждающее действие оказывают только амплитуды $\tau_a > 0,65\bar{\tau}_{-1a} = 0,65 \cdot 4,2 = 2,73 \text{ кг/мм}^2$. В соответствии с этим оставляем только указанные амплитуды при подсчете величин ζ и a_p :

τ_{ai} кг/мм ²	5,5	4,8	4,1	3,4
$N_{i\sigma}$ в тыс.	10	15	35	75
$N_{i\sigma} = \sum_i N_{i\sigma} = 135$				
$t_i = \frac{N_{i\sigma}}{N_{i\sigma}}$	0,074	0,111	0,260	0,555
$\sum_i t_i = 1,000$				
$\tau_{ai} t_i$	0,407	0,532	1,065	1,890
$\sum \tau_{ai} t_i = 3,894$				

Отсюда

$$\zeta = \frac{1}{\tau_{a \max}} \sum_{i=1}^r \tau_{ai} t_i = 0,71;$$

$$a_p = \frac{\frac{\tau_{a \max}}{\bar{\tau}_{-1a}} \zeta - k}{\frac{\tau_{a \max}}{\bar{\tau}_{-1a}} - k} = \frac{\frac{5,5}{4,2} \cdot 0,71 - 0,65}{\frac{5,5}{4,2} - 0,65} = 0,42.$$

Абсциссу точки перелома и показатель наклона левой части кривой усталости (в уравнении $\sigma^m N = \text{const}$) примем $m = 10$; $N_0 = 1 \cdot 10^6$ циклов.

Тогда среднее число лет работы вала до разрушения составит

$$\bar{T} = \frac{a_p N_0 \bar{\tau}_{-1a}^m}{\sum_{i=1}^r (\bar{\tau}_{ai})^m N_{i\sigma}} = \frac{0,42 \cdot 10^6 \cdot 4,2^{10}}{(5,5)^{10} \cdot 10^4 + (4,8)^{10} \cdot 1,5 \cdot 10^4} = 2,05 \text{ года.} \quad (65)$$

Для определения рассеяния средней долговечности \bar{T} будем полагать, что оно порождается вариациями величин $\bar{\tau}_{-1a}$ и τ_{ai} . Коэффициент вариации $v_{\bar{\tau}_{-1a}}$ среднего значения предела выносливости $\bar{\tau}_{-1a}$ составляет

$$v_{\bar{\tau}_{-1a}} = \sqrt{v_{a_\tau}^2 + v_{\sigma_a}^2} = \sqrt{0,027^2 + 0,06^2} = 0,066.$$

Среднее квадратичное отклонение логарифма средней долговечности определим по формуле

$$s_{lg \bar{N}_{сум}} = s_{lg \bar{T}} = 0,434 m \sqrt{v_{\bar{\tau}_{-1a}}^2 + v_{\sigma}^2} = 0,434 \cdot 10 \sqrt{0,066^2 + 0,1^2} = 0,52,$$

где

$$v_{\sigma} = v_M = 0,1.$$

Среднее квадратичное отклонение логарифма долговечности $s_{\lg T_{cym}}$, связанное с рассеянием долговечности вокруг среднего значения вследствие влияния микроскопических факторов, найдем по зависимости (49), полагая, что в первом приближении ее можно распространить и на кручение; для этого найдем среднюю долговечность в циклах $N_{cym} = N_b T = 135\,000 \cdot 2,05 = 2,77 \cdot 10^6$;

$$\lg \overline{N}_{cym} \approx \lg \overline{N}_{cym} = 5,44.$$

Из уравнений (48) и (49) имеем

$$s_{\lg T} = s_{\lg N_{cym}} = v_{\lg N_{cym}} \lg \overline{N}_{cym} = (0,0065 \lg \overline{N}_{cym} - 0,01) \lg \overline{N}_{cym} = 0,138.$$

Суммарное значение среднего квадратичного отклонения логарифма долговечности $s_{\lg T_{cym}}$ определяется по формуле

$$s_{\lg T_{cym}} = \sqrt{s_{\lg T}^2 + s_{\lg T}^2} = \sqrt{0,52^2 + 0,138^2} = 0,54.$$

Рассеяние долговечности получилось, как и следовало ожидать, достаточно большим.

Долговечность, соответствующая, например, вероятности разрушения $P = 15,9\%$ ($u_p = -1$), определяется из формулы

$$\lg T_{0,159} = \overline{\lg T} + u_p s_{\lg T_{cym}} = \lg 2,05 - 1 \cdot 0,54 = -0,228;$$

$$T_{0,159} = 0,59 \text{ года.}$$

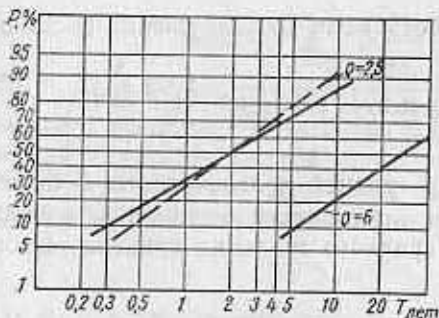


Рис. 133. Распределение долговечности предохранительного шпинделя

На рис. 133 на нормальной вероятностной бумаге пунктирной линией изображена функция распределения долговечности шпинделя, построенная в предположении справедливости логарифмически нормального распределения долговечности. Эта линия проведена через две точки, имеющие координаты $T = 2,05$ года ($P = 50\%$) и $T_{0,159} = 0,59$ года ($P = 15,9\%$).

4. Произведем теперь расчет вероятности разрушения вала, по методу, изложенному на стр. 221—229. Из-за отсутствия соответствующих экспериментальных данных примем, в первом приближении, что снижение пределов выносливости при кручении вследствие предварительного циклического нагружения получается таким же, как и при изгибе, т. е. описывается уравнением (51) с теми же значениями постоянной k . Оценим вначале

40. К расчету вероятности разрушения вала до истечения одного года работы

i	1	2	3	4
$\frac{\tau_{ai}}{\tau_a \max}$	1,000	0,875	0,750	0,625
$n_i = N_i \sigma$	10^4	$1,5 \cdot 10^4$	$3,5 \cdot 10^4$	$7,5 \cdot 10^4$
$\frac{n_i k}{N_0}$	0,0133	0,0200	0,0465	0,1000

$$n_p = 0,75$$

$\frac{\tau_{ai}}{x_0} = \frac{1}{n_p} \frac{\tau_{ai}}{\tau_a \max}$	1,333	1,165	1,000	0,833
ξ_i	1,333	1,257	1,130	0,863*
f_i	5,5	2,4	0,44	—
$y_i = \frac{n_i k f_i}{N_0}$	0,0733	0,0480	0,0205	—
$\frac{x_i}{x_{i-1}} = 1 - y_i$	0,9267	0,9520	0,9795	—
$\frac{x_i}{x_0}$	0,9267	0,8830	0,865	—
$\frac{n_i}{N_i} = \frac{y_i}{k(\xi_i - 1)}$	<1	<1	<1	—

$$n_p = 0,70$$

$\frac{\tau_{ai}}{x_0}$	1,430	1,250	1,071	0,894
ξ_i	1,430	1,560	—	—
f_i	15	50	—	—
y_i	0,200	1,000	—	—
$\frac{x_i}{x_{i-1}}$	0,800	0	—	—
$\frac{x_i}{x_0}$	0,800	0	—	—
$\frac{n_i}{N_i}$	<1	1,34**	—	—

* Нет разрушения.
** Разрушение.

вероятность разрушения вала до истечения одного года работы.

Обозначив $n_p = \frac{\bar{\tau}_{-1\sigma}}{\bar{\tau}_{\sigma \max}}$, найдем эту величину методом исследовательских приближений, в соответствии с уравнением (56), как указано в табл. 40. Исходными данными являются спектр амплитуд, приведенный в табл. 40, и параметры кривой усталости: $m = 10$, $N = 10^6$ циклов; величину k в уравнении (51) примем равной $k = 1,33$, как и при изгибе.

При $n_p = 0,75$ и $i = 4$ получаем (табл. 40) $\xi_{i=4} = 0,963$ при $\frac{n_a}{N_a} < 1$, что означает отсутствие разрушения. При $n_p = 0,70$ и $i = 2$ получаем $\frac{n_a}{N_a} = \frac{1,00}{(1,56 - 1)1,33} = 1,34 > 1$, что означает разрушение.

Таким образом, можно принять окончательно $n_p = 0,725$.

Для подсчета вероятности разрушения необходимы следующие величины, определенные выше:

$$\bar{\tau}_{-1\sigma} = 4,2 \text{ кг/мм}^2; \quad v_{\tau_{-1\sigma}} = 0,076;$$

$$\bar{\tau}_{\sigma \max} = 5,5 \text{ кг/мм}^2; \quad v_{\tau_{\sigma}} = v_M = 0,10.$$

В соответствии с формулой находим

$$n = \frac{\bar{\tau}_{-1\sigma}}{\bar{\tau}_{\sigma \max}} = \frac{4,2}{5,5} = 0,76; \quad \tilde{n} = \frac{n}{n_p} = \frac{0,76}{0,725} = 1,05;$$

$$u_p = \frac{1 - \tilde{n}}{\sqrt{v_{\tau_{\sigma}}^2 + \tilde{n}^2 v_{\tau_{-1\sigma}}^2}} = \frac{1 - 1,05}{\sqrt{0,1^2 + 1,05^2 \cdot 0,076^2}} = -0,39.$$

Вероятность разрушения вала до истечения 1-го года эксплуатации по номограмме (см. рис. 119) или по таблицам нормального закона распределения составляет

$$P = 34,8\%.$$

Вычислим теперь вероятность разрушения до истечения 2 лет эксплуатации. Для этого величины $n_i = N_{i\sigma}$ в табл. 40 следует умножить на 2. Остальные величины остаются такими же, как указано в табл. 40. Для 2 лет эксплуатации получаем: $n_p = 0,762$; $n_a = 0,76$ (не зависит от срока эксплуатации); $\tilde{n} = \frac{0,76}{0,762} \approx 1,0$; $u_p = 0$; $p = 50\%$. Аналогично вычисляются вероятности разрушения для других сроков эксплуатации.

Зависимость вероятности разрушения от срока эксплуатации

показана на нормальной вероятностной бумаге на рис. 133, из которого видно, что распределение долговечности получается приблизительно логарифмически нормальным, со средней долговечностью $\bar{T} = 2$ года.

Из рис. 133 видно, что рассеяние долговечности получается весьма значительным, что является следствием случайных колебаний как пределов выносливости, так и уровня действующих напряжений, учитываемых соответствующими коэффициентами вариации.

Пунктирной линией на рис. 133 нанесено распределение долговечности, найденное методом расчета на долговечность, как указано выше. Таким образом, в данном случае указанные методы дают близкие результаты, если учесть сказанное выше (стр. 210) о возможной точности в оценке долговечности.

Аналогичные подсчеты функции распределения долговечности шпинделя при радиусе закругления $\rho = 6$ мм по скорректированной линейной гипотезе суммирования повреждений приводят к следующим величинам $\bar{T}_{\text{сум}} = 26,5$ лет; $T_{0,159} = 7,2$ года (для вероятности разрушения $P = 15,9\%$). Соответствующая функция распределения показана на рис. 133.

Сопоставление найденных вероятностей разрушения для различных долговечностей с соответствующими величинами вероятностей разрушения основных деталей стана позволяет обоснованно подойти к выбору соотношения долговечности указанных деталей.

Пример 2. Определить вероятность разрушения полуоси автомобиля в зависимости от долговечности. Полуось (рис. 134) изготовлена из стали марки 40Х, термически обработана ($HV 325-415$). Путем натуральных усталостных испытаний полуоси при кручении были найдены параметры кривой усталости [7]

$$\bar{\tau}_{-1\sigma} = 9 \text{ кг/мм}^2; \quad m \approx 4; \quad N_0 = 6 \cdot 10^6 \text{ циклов.}$$

Спектры эксплуатационных нагрузок для различных режимов работы были получены путем проведения тензометрических измерений [70]. Статистическая обработка осциллограмм показывает, что если не принимать во внимание весьма малые амплитуды, не оказывающие повреждающего воздействия, то распределение амплитуд, полученных по способу пересечения, удовлетворительно описывается экспоненциальным законом, для которого функция распределения амплитуд выражается уравнением [7]

$$\Phi(\tau_a) = 1 - e^{-h\tau_a}. \quad (66)$$

Параметр h связан со средней амплитудой спектра $\bar{\tau}_a$ соотношением $\bar{\tau}_a = \frac{1}{h}$ ($\bar{\tau}_a$ соответствует накопленной частоте $\Phi =$

$= 0,632$). В табл. 41 приведены значения h_i и числа циклов на 1 км пути n_{i1} для четырех режимов работы, для которых производились измерения. Число циклов на 1 км пути колеблется в пределах 1000—2000, так что без большой погрешности можно принять для всех режимов общее число циклов на 1 км пути $n_{i1} = 1500$ циклов (погрешность в оценке долговечности за счет этого допущения не превысит 33%, что вполне допустимо с учетом сказанного на стр. 211). Распределение амплитуд напряжений для указанных режимов показано на экспоненциальной вероятностной бумаге (рис. 118).

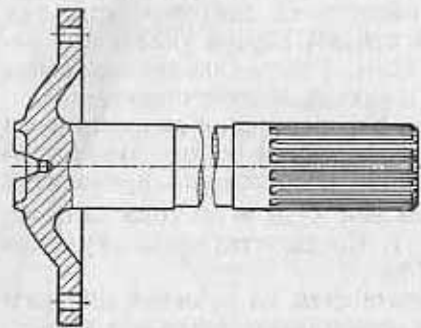


Рис. 134. Полуось автомобиля

Экспоненциальная вероятностная бумага строится таким образом, что по оси ординат в равномерном масштабе откладываются величины $x = h\tau_a$. Соответствующие накопленные частоты вычисляются по уравнению

$$\Phi(x) = 1 - e^{-x}.$$

Так, $\Phi = 0$ при $x = 0$; $\Phi = 0,632$ при $x = 1$ ($h = \tau_a$) и т. д. Экспоненциальный закон распределения (66) на такой бумаге выражается прямой линией, проходящей через начало координат и точку с абсциссой $\tau_a = \frac{1}{h}$ и ординатой $\Phi = 0,632$.

41. Параметры спектров амплитуд касательных напряжений в полуоси автомобиля

№ по пар.	Характеристика режима эксплуатации автомобиля	Параметр спектра h в $\text{мм}^2/\text{кг}$	Число циклов на 1 км пути n_{i1}
I	Движение по разбитой грунтовой дороге со скоростью 10—12 км/ч. Нагрузка в кузове 4 т, вес буксируемого прицепа с грузом 4,5 т	0,228	930
II	Движение по грунтовой дороге со скоростью 25—30 км/ч. Нагрузка в кузове 4 т	0,525	1890
III	Движение по асфальту в городской черте со средней скоростью до 16 км/ч. Нагрузка в кузове 4 т, вес прицепа с грузом 4,5 т	0,843	1140
IV	Движение по булыжному шоссе вне городской черты со скоростью 15—30 км/ч. Нагрузка в кузове 2—6 т, вес прицепа 4,5 т	1,15	2000

Для оценки долговечности полуоси необходимо располагать также статистическими данными о долях времени p_k работы автомобиля на соответствующих режимах, получаемыми путем наблюдений за эксплуатацией (условия эксплуатации А) [7]:

Номер режима эксплуатации по табл. 41	I	II	III	IV
p_k	0,005	0,050	0,445	0,500

Решение. Общее число циклов за срок эксплуатации автомобиля превысит 10^8 циклов (на 100 000 км пути при $n_{i1} = 1500$ общее число циклов составляет $N_{\text{сум}} = 1500 \cdot 10^5 = 1,5 \cdot 10^8$ циклов). Поэтому целесообразно использовать метод расчета, изложенный на стр. 221—229 (3-й расчетный случай).

Используя приведенные статистические данные о долях времени p_k и формулы (22)—(24), оценим смешанный спектр амплитуд, функцию распределения которых находим по формуле

$$\Phi(\tau_a) = \sum_k p_k \Phi_k(\tau_a).$$

Подсчеты по этой формуле для ряда значений τ_a приводят к функции распределения, показанной пунктиром на рис. 118, из которого следует, что эта функция также может быть принята экспоненциальной с параметром h , определяемым по формуле (23):

$$\frac{1}{h} = \tau_a = 0,005 \frac{1}{0,228} + 0,050 \frac{1}{0,525} + 0,445 \frac{1}{0,843} + 0,500 \frac{1}{1,15} = 1,08 \text{ кг/мм}^2.$$

Коэффициент вариации средней амплитуды спектра v_{τ_a} следует определять по результатам повторных измерений спектров нагрузок и по данным о распределении величин p_k . Вследствие отсутствия указанных данных примем ориентировочную оценку для $v_{\tau_a} : v_{\tau_a} = 0,12$ (по аналогии с некоторыми другими случаями).

Для расчета по методу, изложенному на стр. 221—229, непрерывный спектр амплитуд заменяем ступенчатым, как показано на рис. 135. Относительное число циклов \tilde{n}_i , соответствующее уровню относительной амплитуды $x_i = h\tau_{ai} = \frac{\tau_{ai}}{\tau_a}$, получается вычитанием накопленных частот, записанных около соответствующих ступенек на рис. 135 ($\sum_i \tilde{n}_i = 1$). Величины x_i

и \tilde{n}_i , полученные в результате указанной ступенчатой аппроксимации по рис. 135, приведены в первых двух строках табл. 42,

42. Расчет величины $n_p = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a}$ для $N_{сум} = 1,11 \cdot 10^8$ циклов

i	1	2	3	4	5	6	7
$x_i = \frac{\tau_{ai}}{\tau_a}$	12,00	10,70	9,28	7,88	6,50	5,10	3,71
\tilde{n}_i	10^{-5}	$4 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$6,25 \cdot 10^{-1}$	$2,37 \times 10^{-3}$	0,0091	0,0377
$\frac{n_i k}{N_0}$	$3,33 \cdot 10^{-4}$	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$2,08 \cdot 10^{-2}$	0,079	0,303	1,256

$$n_p = 5,45$$

$\frac{\tau_{ai}}{x_0} = \frac{1}{n_0} x_i$	2,20	1,96	1,71	1,45	1,19	0,94	0,68
ξ_i	2,20	1,97	1,73	1,55	1,36	1,18	0,96*
f_i	29	15	7	3,2	1,2	0,35	—
$y_i = \frac{n_i k f_i}{N_0}$	0,0097	0,020	0,035	0,067	0,095	0,106	—
$\frac{x_i}{x_{i-1}} = 1 - y_i$	0,9903	0,980	0,965	0,933	0,905	0,894	—
$\frac{x_i}{x_0}$	0,9903	0,970	0,936	0,875	0,792	0,708	—
$\frac{n_i}{N_i}$	<1	<1	<1	<1	<1	<1	—

$$n_p = 5,37$$

$\frac{\tau_{ai}}{x_0}$	2,24	1,99	1,73	1,47	1,23	0,95	0,69
ξ_i	2,24	2,00	1,79	1,58	1,43	1,28	1,22
f_i	30	17	8	3,7	1,8	0,78	0,5
y_i	0,01	0,023	0,04	0,077	0,142	0,236	0,628
$\frac{x_i}{x_{i-1}}$	0,99	0,977	0,96	0,923	0,858	0,764	0,372
$\frac{x_i}{x_0}$	0,99	0,968	0,93	0,860	0,739	0,565	—
$\frac{n_i}{N_i}$	<1	<1	<1	<1	<1	<1	2,15**

* Нет разрушения.
** Разрушение.

в которой приведен расчет величины $n_p = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a}$ для долговечности $N_{сум} = 1,11 \cdot 10^8$ циклов, $L = 74\,000$ км. Величина $\frac{n_i k}{N_0}$ (третья строка) находится следующим образом:

$$\frac{n_i k}{N_0} = \frac{\tilde{n}_i k N_{сум}}{N_0} = \tilde{n}_i \frac{1,80 \cdot 1,11 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^6} = 33,3 \tilde{n}_i.$$

Здесь принято для легированной стали $k = 1,80$ (так же как и при изгибе; см. стр. 222); $n_i = \tilde{n}_i N_{сум}$.

Далее вычисления выполняем в порядке, описанном на стр. 225—227: при $n_p = 5,45$ и $i = 7$ имеем $\xi_i = 0,96$, что означает отсутствие разрушения; при $n_p = 5,37$ и $i = 7$ имеем $\frac{n_i}{N_i} = 2,15 > 1$ при $\xi_i > 1$, что означает разрушение.

Таким образом, окончательная величина для n_p может быть принята равной

$$n_p = \frac{5,45 + 5,37}{2} = 5,41.$$

Аналогичные подсчеты были выполнены для других долговечностей при $m = 4$. Зависимость n_p от $\frac{kN_{сум}}{N_0}$ представлена на

рис. 136, из которого следует, что эта зависимость выражается уравнением

$$n_p = 2,55 + 1,85 \lg \frac{kN_{сум}}{N_0}. \quad (67)$$

Уравнение (67) и рис. 136 применимы для определения n_p во всех случаях при экспоненциальном распределении амплитуд напряжений и $m = 4$. Для других значений m могут быть проделаны аналогичные вычисления. Таким образом, при выполнении конкретных расчетов, как уже отмечалось на стр. 227, не требуется проводить вычисления в табличной форме, так как определение n_p осуществляется по номограмме рис. 136 для экспоненци-

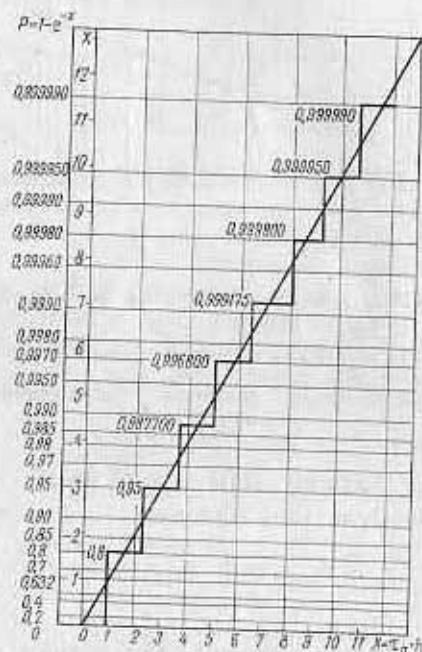


Рис. 135. Ступенчатая аппроксимация экспоненциального спектра

ального спектра, рис. 129 и 130 — нормального спектра и т. п. или по соответствующим аналитическим зависимостям, что существенно упрощает расчет.

Для оценки вероятности разрушения в зависимости от долговечности необходимо определить величину коэффициента вариации предела выносливости полуоси $v_{\tau_{-1\sigma}}$ по формуле (20). Для гладкой части полуоси при $d = 50$ мм имеем

$$\lg \frac{L}{G} = \lg \frac{\pi d}{2} \approx 3,6.$$

Полагая $v_{\tau_{\max}} \approx v_{\sigma_{\max}}$, по рис. 112 находим $v_{\tau_{\max}} = 0,035$. Коэффициент вариации предела прочности стали марки 40X, соответствующий межплазочному рассеянию и отклонениям в термической обработке примем по аналогии с данными, приведенными на стр. 197, равным $v_{\sigma_a} \approx v_{\tau_{-1\sigma}} = 0,07$. При расчете

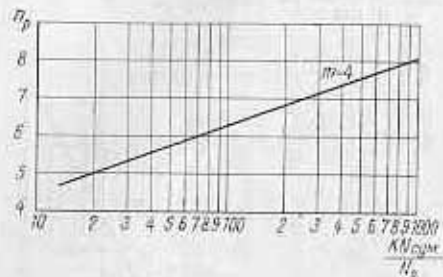


Рис. 136. Зависимость $n_p = \frac{\tau_{-1}}{\sigma_a}$ от $\lg \frac{kN_{cycm}}{N_0}$ для экспоненциального распределения амплитуд напряжений при $m = 4$

по гладкой части можно принять $v_{\sigma_a} = 0$. Таким образом, по формуле (20) находим

$$v_{\tau_{-1\sigma}} = \sqrt{v_{\tau_{\max}}^2 + v_{\tau_{-1\sigma}}^2} = \sqrt{0,035^2 + 0,07^2} \approx 0,08.$$

Таким образом, для оценки вероятности разрушения P при пробеге автомобиля $L = 74\,000$ км имеем следующие данные:

$$\bar{\tau}_a = \frac{1}{h} = 1,08 \text{ кг/мм}^2; \quad \bar{\tau}_{-1\sigma} = 9 \text{ кг/мм}^2;$$

$$v_{\tau_{-1\sigma}} = 0,08; \quad v_{\tau_a} = 0,12; \quad n_p = 5,41.$$

По формуле (63) имеем

$$n = \frac{9}{1,08} = 8,34; \quad \tilde{n} = \frac{8,34}{5,41} = 1,54;$$

$$u_p = \frac{1 - 1,54}{\sqrt{0,12^2 + 1,54^2 \cdot 0,08^2}} = -3,13.$$

Вероятность разрушения $P = 0,09\%$.

При пробеге автомобиля $L = 10^5$ км имеем

$$N_{cycm} = 1500 \cdot 10^5 = 1,5 \cdot 10^8 \text{ циклов};$$

$$\frac{kN_{cycm}}{N_0} = \frac{1,80 \cdot 1,5 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^6} \approx 450;$$

$$\lg \frac{kN_{cycm}}{N_0} = 2,654; \quad n_p = 2,55 + 1,85 \cdot 2,654 = 7,46.$$

Величина $n = 8,34$ от долговечности не зависит.

Далее

$$\tilde{n} = \frac{8,34}{7,46} = 1,12;$$

$$u_p = \frac{1 - 1,12}{\sqrt{0,12^2 + 1,12^2 \cdot 0,08^2}} = -0,80; \quad P = 21,2\%.$$

Аналогичные вычисления приводят к функции распределения долговечности полуоси автомобиля (при относительных длительностях работы на различных режимах, приведенных на стр. 239 случай А), показанной на рис. 137 линией А. Это распределение долговечности полуоси соответствует эксплуатации автомобиля в городских условиях, когда время езды по грунтовыми дорогам весьма мало. Как следует из рис. 137, в этих условиях надежность и долговечность полуоси могут быть признаны

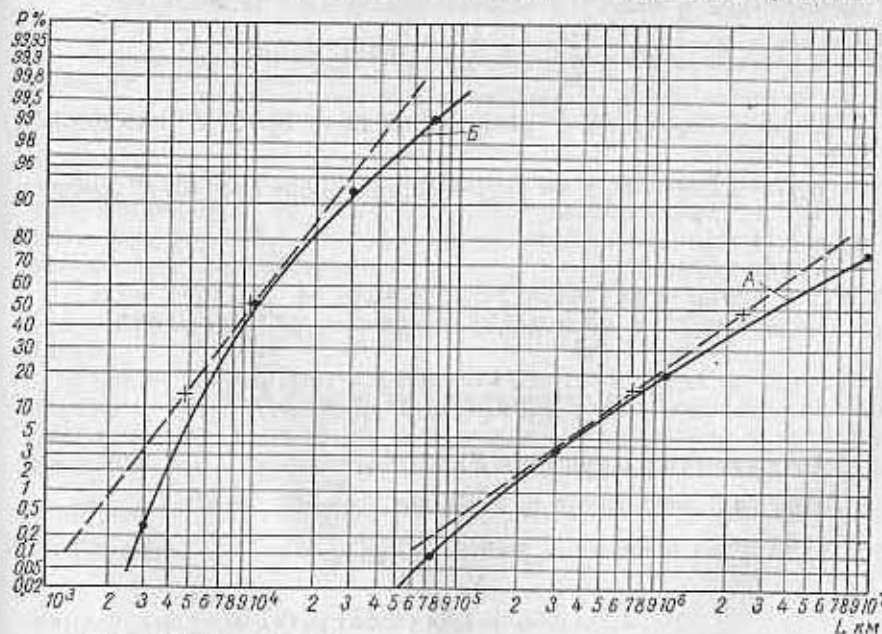


Рис. 137. Распределение долговечности полуоси автомобиля: А — эксплуатация в основном в городских условиях и по шоссе (табл. 27); Б — езда в основном по грунтовым дорогам (табл. 29)

вполне достаточными. Средний пробег автомобиля до поломки полуоси составляет $\bar{L} = 3\,000\,000$ км.

Оценим также функцию распределения долговечности полуоси при условии работы автомобиля в основном вне городских условий с частой ездой по грунтовым дорогам, задавшись условно следующими величинами p_k (случай эксплуатации Б):

Номер режима эксплуатации по табл. 41	I	II	III	IV
p_k	0,30	0,40	0,20	0,10

Средняя амплитуда спектра в данном случае равняется:

$$\bar{\tau}_a = \frac{1}{h} = 0,30 \frac{1}{0,228} + 0,40 \frac{1}{0,525} + 0,20 \frac{1}{0,843} + 0,10 \frac{1}{1,15} = 2,40 \text{ кг/мм}^2.$$

Как показывают подсчеты, смешанный спектр вследствие существенного влияния I и II режимов в данном случае отклоняется от экспоненциального. Поэтому, вообще говоря, нужно было бы произвести ступенчатую аппроксимацию этого спектра и вычислить n_p табличным способом. Однако для ориентировочной оценки долговечности с целью упрощения примем, что смешанный спектр является экспоненциальным с параметром

$$h = \frac{1}{\tau_a} = \frac{1}{2,40} = 0,417 \text{ мм}^2/\text{кг}.$$

Оценим вероятность разрушения при пробеге автомобиля $L = 74\,000$ км.

Для $\frac{kN_{\text{сум}}}{N_0} = 33,3$ по рис. 136 [или формуле (67)] находим

$$n_p = 5,41.$$

Таким образом,

$$n = \frac{\bar{\tau}_a - 1}{\bar{\tau}_a} = \frac{9}{2,4} = 3,75; \quad \tilde{n} = \frac{n}{n_p} = \frac{3,75}{5,41} = 0,693,$$

$$u_p = \frac{1 - 0,693}{\sqrt{0,12^2 + 0,693^2 \cdot 0,08^2}} = 2,33.$$

Вероятность разрушения $P = 99\%$.

При долговечности $L = 10\,000$ км: $\frac{kN_{\text{сум}}}{N_0} = 4,5;$

$$\lg \frac{kN_{\text{сум}}}{N_0} = 0,654;$$

$$n_p = 2,55 + 1,85 \cdot 0,654 = 3,76;$$

$$n = 3,75; \quad \tilde{n} = \frac{3,75}{3,76} \approx 1,0; \quad u_p = 0; \quad P = 50\%.$$

Функция распределения долговечности при эксплуатации с частой ездой по грунтовым дорогам (см. случай эксплуатации Б) показана на рис. 137 линией Б. В этом случае средний пробег автомобиля до поломки полуоси составляет $\bar{L} = 10\,000$ км. Данные для вычисления вероятностей разрушения в зависимости от пробега автомобиля для случаев А и Б сведены в табл. 43, по которой построены функции распределения долговечности (рис. 137).

43. Расчет функций распределения долговечности рессор

Условия эксплуатации	L в тыс. км	$\frac{kN_{\text{сум}}}{N_0}$	$\lg \frac{kN_{\text{сум}}}{N_0}$	n_p	\tilde{n}	u_p	$P\%$
А	74	33,3	1,523	5,41	1,54	-3,13	0,09
	300	135	2,131	6,51	1,28	-1,78	3,75
	1 000	450	2,654	7,46	1,12	-0,80	21,2
	10 000	4500	3,654	9,30	0,897	0,735	76,7
Б	3	1	0,00	2,55	1,470	-2,80	0,26
	10	4,5	0,654	3,76	1,000	0,00	50,00
	30	13,5	1,131	4,64	0,807	1,41	92,1
	74	33,3	1,523	5,41	0,693	2,33	99,0

Примечание. А — эксплуатация в основном в городе и по шоссе; Б — эксплуатация в основном по грунтовым дорогам (см. случай эксплуатации Б).

Из рис. 137 следует, что распределение долговечности полуосей отклоняется от логарифмически нормального, но может быть описано этим распределением введением порога чувствительности по долговечности.

Таким образом, условия эксплуатации автомобиля играют решающую роль, определяющую надежность и долговечность деталей.

Оценим теперь среднюю долговечность полуоси по скорректированной линейной гипотезе суммирования повреждений по формуле (38). Вычисления для режима А приведены в табл. 44. Величины n_{i1} — количества циклов на 1 км пути, получены по формуле $n_{i1} = \tilde{n}_i \cdot 1500$; \tilde{n}_i — из табл. 42. Величины t_i подсчитаны по формуле $t_i = \frac{n_{i1}}{\sum t_i}$, причем были приняты в расчет только

амплитуды, удовлетворяющие условию

$$\tau_{ai} > k\bar{\tau}_{-1\sigma} = 0,65 \cdot 9 = 5,85 \text{ кг/мм}^2.$$

44. Расчет средней долговечности полуоси для режима А ($\bar{\tau}_a = 1,08 \text{ кг/мм}^2$)

$x_i = \frac{\tau_{ai}}{\bar{\tau}_a}$	12	10,7	9,28	7,88	6,50	—
$\tau_{ai} \text{ кг/мм}^2$	12,95	11,55	10,05	8,51	7,02	—
n_{i1}	0,015	0,060	0,225	0,936	3,56	—
t_i	0,00314	0,0125	0,0471	0,1956	0,7440	—
$\tau_{ai} t_i$	0,0407	0,1445	0,474	1,863	5,225	$\Sigma \tau_{ai} t_i = 7,547$
τ_{ai}^4	$2,82 \cdot 10^4$	$1,78 \cdot 10^4$	$1,02 \cdot 10^4$	—	—	—
$\tau_{ai}^4 n_{i1}$	$0,0424 \cdot 10^4$	$0,107 \cdot 10^4$	$0,23 \cdot 10^4$	—	—	$\Sigma t_i^4 n_{i1} = 0,38 \cdot 10^4$

Величину a_p определяем по формуле (36)

$$a_p = \frac{\sum_i \tau_{ai} t_i - k \tau_{-1a}}{\tau_{a \max} - k \tau_{-1a}} = \frac{7,547 - 5,85}{12,95 - 5,85} = 0,24.$$

Средняя долговечность составляет

$$\bar{L} = \frac{a_p N_0 \bar{\tau}_{-1a}^m}{\sum_i \tau_{ai}^m n_{i1}} = \frac{0,24 \cdot 6 \cdot 10^6 \cdot 9^4}{0,38 \cdot 10^4} = 2,48 \cdot 10^6 \text{ км.}$$

В сумме, стоящей в знаменателе последнего выражения, приняты только те амплитуды, которые удовлетворяют условию $\tau_{ai} > \tau_{-1a} = 9 \text{ кг/мм}^2$.

Полученная долговечность находится в удовлетворительном соответствии со средней долговечностью, найденной ранее другим способом ($\bar{L} = 3,3 \cdot 10^6 \text{ км}$, рис. 137).

45. Расчет средней долговечности полуоси для режима Б ($\bar{\tau}_a = 2,4 \text{ кг/мм}^2$)

$x_i = \frac{\tau_{ai}}{\bar{\tau}_a}$	12	10,7	9,28	7,88	6,50	5,10	3,71
$\tau_{ai} \text{ в кг/мм}^2$	28,8	25,7	22,3	18,9	15,6	12,2	8,9
n_{i1}	0,015	0,060	0,225	0,936	3,56	13,65	56,5
t_i	0,0002	0,0008	0,0030	0,0125	0,0475	0,1820	0,7540
$\tau_{ai} t_i$	0,00576	0,0206	0,0669	0,2360	0,7410	2,220	6,710
τ_{ai}^4	$6,87 \cdot 10^3$	$4,35 \cdot 10^3$	$2,47 \cdot 10^3$	$1,28 \cdot 10^3$	$0,59 \cdot 10^3$	$0,22 \cdot 10^3$	—
$\tau_{ai}^4 n_{i1}$	$1,03 \cdot 10^4$	$2,61 \cdot 10^4$	$5,55 \cdot 10^4$	$12 \cdot 10^4$	$21 \cdot 10^4$	$30 \cdot 10^4$	—

Аналогичные вычисления для режима Б приведены в табл. 45. В данном случае имеем:

$$\sum_i n_{i1} = 74,94; \quad \sum_i \tau_{ai} t_i = 10,00; \quad a_p = 0,18;$$

$$\sum_i \tau_{ai}^4 t_{i1} = 72,2 \cdot 10^4; \quad \bar{L} = \frac{0,18 \cdot 6 \cdot 10^6 \cdot 9^4}{72,2 \cdot 10^4} = 9,8 \cdot 10^5 \text{ км.}$$

Эта долговечность практически совпадает с ранее найденной средней долговечностью ($\bar{L} \approx 10^6 \text{ км}$). Для оценки рассеяния долговечности найдем величину стандартного отклонения логарифма средней долговечности $s_{lg \bar{L}}$ по формуле, использованной в примере 1:

$$s_{lg \bar{L}} = 0,434 m \sqrt{v_{\tau_{-1a}}^2 + v_{\bar{\tau}_a}^2} = 0,434 \cdot 4 \sqrt{0,07^2 + 0,12^2} = 0,241.$$

Стандартное отклонение логарифма долговечности $s_{lg L}$ получающееся за счет рассеяния характеристик усталости в пределах одной плавки, как уже говорилось, лежит в пределах 0,2—0,6, причем большие значения соответствуют большим средним долговечностям. Примем для режима А $s_{lg L}^* = 0,5$ и для режима Б $s_{lg L}^* = 0,2$. В этом случае результирующее стандартное отклонение ($s_{lg L}$)_{сум} будет иметь значение для случаев А и Б, соответственно:

$$(s_{lg L})_{\text{сум}} = \sqrt{s_{lg \bar{L}}^2 + s_{lg L}^{*2}} = \sqrt{0,241^2 + 0,5^2} = 0,55; \quad (\text{А})$$

$$(s_{lg L})_{\text{сум}} = \sqrt{0,241^2 + 0,2^2} = 0,31. \quad (\text{Б})$$

По величинам \bar{L} и $(s_{lg L})_{\text{сум}}$ на рис. 137 построены пунктирные линии, изображающие распределение долговечности полуосей в режимах А и Б (в предположении справедливости логарифмически нормального распределения долговечности). Эти линии проводились по двум точкам, соответствующим квантилям $u_p = 0$ ($P = 50\%$) и $u_p = -1$ ($P = 15,9\%$). Вычисление абсцисс этих точек приведено в табл. 46.

46. К построению функций распределения долговечности полуосей

Режим эксплуатации	Средний пробег автомобиля \bar{L} в км	$\lg \bar{L}$	$(s_{lg L})_{\text{сум}}$	$\lg L_{0,15}$	$L_{0,15}$
А	$2,48 \cdot 10^6$	6,40	0,55	5,85	$7,1 \cdot 10^5$
Б	$9,8 \cdot 10^5$	3,99	0,31	3,68	$4,8 \cdot 10^5$

Из рис. 137 видно, что функции распределения долговечности, найденные двумя методами, и в данном случае находятся в удовлетворительном соответствии, если иметь в виду, что отклонение по долговечности в 2—3 раза следует считать приемлемым для практики, учитывая сказанное на стр. 211.

ПРАКТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ВАЛОВ

Глава 8

РАСЧЕТЫ ПРОСТЫХ ВАЛОВ

Вал ведущего зубчатого колеса

Схема вала ведущей зубчатой передачи показана на рис. 138, конструкция — на рис. 139.

Исходные данные:

Материал	Сталь марки 40XH
Термическая обработка	Улучшение до твердости $HB \geq 270^*$
Крутящий момент, соответствующий наибольшей кратковременной нагрузке	$M_k = 8000 \text{ кгсм}$
Радиус основной окружности	$r_0 = 4,8 \text{ см}$
Предел прочности (с учетом прокаливаемости материала и диаметра заготовки)	$\sigma_s = 9200 \text{ кг/см}^2$
Предел текучести (с учетом тех же факторов)	$\sigma_T = 7500 \text{ кг/см}^2$
Предел выносливости (с учетом тех же факторов**)	$\sigma_{-1} = 4200 \text{ кг/см}^2$
Коэффициент перегрузки	$\frac{M_{\text{наиб.кр}}}{M_{\text{и наиб. дл}}} = 2$
Минимально допустимый запас прочности по пределу текучести	$n_{T \text{ min}} = 2,4$

* Зубья шестерни, кроме того, закалены с нагревом т. в. ч.
** Значения σ_s , σ_T и σ_{-1} приведены в табл. 4 (стр. 64).

Расчет. Усилие на зубе, нормальное к его профилю,

$$P_n = \frac{M_k}{r_0} = \frac{8000}{4,8} = 1670 \text{ кг.}$$

Неуравновешенную часть окружного усилия на зубьях муфты I (см. рис. 139) принимаем равной нулю*. Сумма опорных реакций равна действующему усилию

$$\sum R = \sum P = P_n = 1670 \text{ кг}$$

(в данном случае безразлично, принимать ли для расчета $\sum R$ или $\sum P$).

* Для других типов муфт учитывают неуравновешенную часть окружного усилия.

Осевые усилия отсутствуют. Расчетный пролет равен расстоянию между опорами L , т. е. $l = 15,2 \text{ см}$, так как на консоли нет поперечных сил.

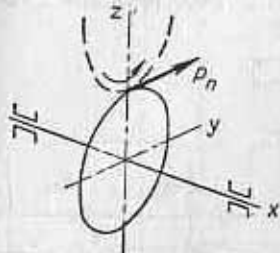


Рис. 138. Схема вала ведущей шестерни

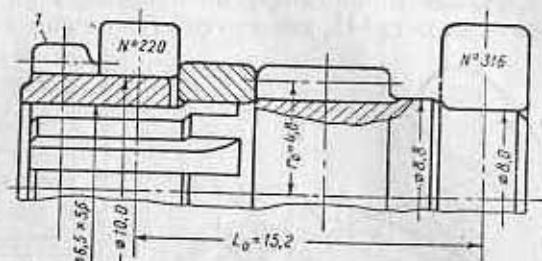


Рис. 139. Эскиз уала вала (размеры даны в см)

Наименьший в пределах расчетного пролета диаметр вала (по шлицам) приблизительно равен среднему диаметру

$$d_{\text{min}} = \frac{5,6 + 6,5}{2} = 6,05 \text{ см.}$$

Приближенное значение запаса прочности по статической несущей способности

$$v_T = \frac{\sigma_T d_{\text{min}}^3}{2l \sum R + 8(Ar + M_k)} = \frac{7500 \cdot 6,05^3}{2 \cdot 15,2 \cdot 1670 + 8 \cdot 8000} = 14,6$$

(осевая сила $A = 0$).

Характеристика материала

$$\frac{\sigma_T}{\sigma_{-1}} = \frac{7500}{4200} = 1,8 \text{ (легированная сталь).}$$

Концентрация напряжений от изгиба (наибольшая в расчетном пролете) у края муфты со скользящей посадкой. Для этих данных по табл. 17 (стр. 88) при $\frac{M_{\text{наиб.кр}}}{M_{\text{и наиб. дл}}} = 2$ находим $v = 5,5$.

Так как $v_T = 14,6 > 2,4 = n_{T \text{ min}}$ и $v_T = 14,6 > 5,5 = v$, то можно заключить, что статическая прочность и выносливость вала обеспечены. Поэтому, если не ставится задача уменьшения размеров и веса, то конструирование и расчет вала на этом можно считать законченным. Если судить только по прочности самого вала, то можно было бы применить значительно менее прочный материал, но в данном случае прочность детали лимитируется прочностью зубьев шестерен и для их изготовления по условиям прочности требуется применение стали марки 40XH.

Вал встроенного редуктора

Пространственная схема промежуточного вала встроенного редуктора машины-орудия приведена на рис. 140, плоские схемы — на рис. 141, конструкция — на рис. 142.

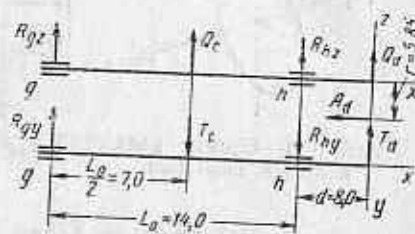
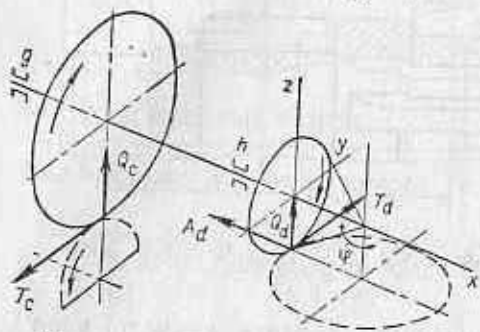


Рис. 140. Пространственная схема вала

Рис. 141. Плоская схема вала

Исходные данные:

Материал	Сталь марки 30ХГТ
Термическая обработка	Улучшение до твердости $HВ \geq 270$
Крутящий момент, соответствующий наибольшей кратковременной нагрузке	$M_k = 20\,000 \text{ кгсм}$
Радиус начальных окружностей зубчатых колес	$r_1 = 17,4 \text{ см}; r_2 = 5,85 \text{ см}$
Половина угла при вершине начального конуса конического зубчатого колеса	$\varphi = 19^\circ$
Углы зацепления зубчатых передач	$\alpha_1 = \alpha_2 = 20^\circ$
Предел прочности (с учетом прокаливаемости материала и диаметра заготовки)	$\sigma_s = 9500 \text{ кг/см}^2$
Предел текучести (с учетом тех же факторов)	$\sigma_T = 7500 \text{ кг/см}^2$
Предел выносливости (с учетом тех же факторов)	$\sigma_{-1} = 4500 \text{ кг/см}^2$
Предел текучести при кручении	$\tau_T = 5200 \text{ кг/см}^2$
Коэффициент перегрузки	$\frac{M_{\text{наиб.кр}}}{M_{\text{наиб.дл}}} = 2$
Минимально допустимое значение запаса прочности по пределу текучести	$n_{T \text{ min}} = 2,4$

Расчет. Усилия на зубьях колес (T — окружные, Q — радиальные, A — осевые составляющие усилия) согласно рис. 141:

$$T_c = \frac{M_k}{r_1} = \frac{2000}{17,4} = 1140 \text{ кг};$$

$$Q_c = T_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = 1140 \cdot 0,364 = 415 \text{ кг};$$

$$T_d = \frac{M_k}{r_2} = \frac{20\,000}{5,85} = 3420 \text{ кг};$$

$$Q_d = T_d \operatorname{tg} \alpha_2 \cos \varphi = 3420 \cdot 0,364 \cdot 0,946 = 1180 \text{ кг};$$

$$A_d = T_d \operatorname{tg} \alpha_2 \sin \varphi = 3420 \cdot 0,364 \cdot 0,324 = 400 \text{ кг}.$$

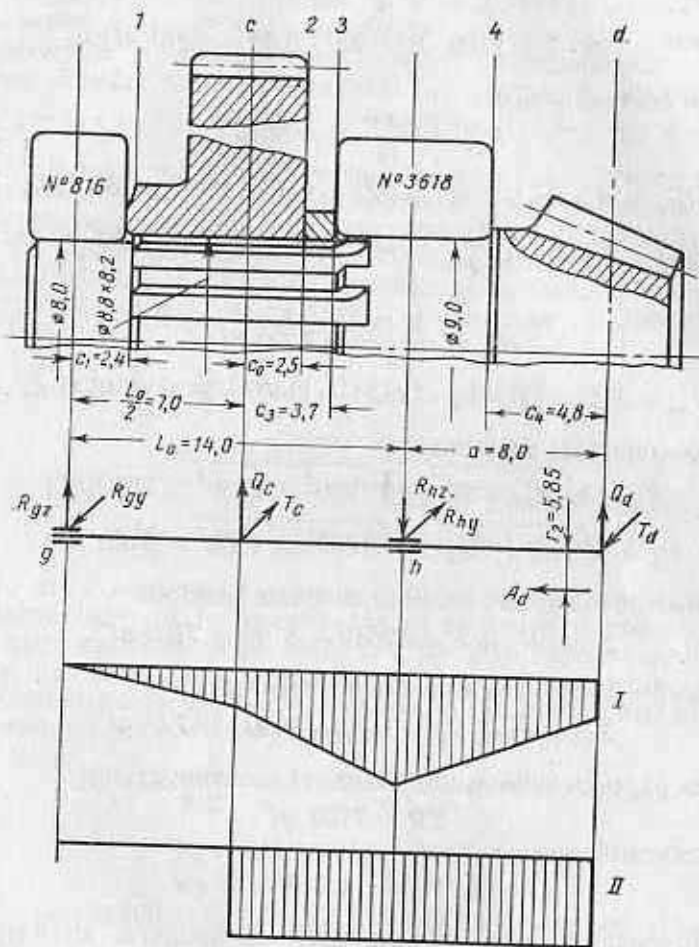


Рис. 142. Эскиз узла вала:

I — эпюра суммарных изгибающих моментов; II — эпюра крутящих моментов (размеры даны в см)

Суммируя геометрически составляющие T_c , Q_c и T_d , Q_d , находим поперечные силы

$$P_c = 1170 \text{ кг}; \quad P_d = 3620 \text{ кг}.$$

Пользуясь рис. 141, определим составляющие опорных реакций в плоскостях XZ и YZ . Из равенства моментов

$$L_0 R_{gz} = -Q_c \frac{L_0}{2} + Q_d a - A_d r_z = \\ = 415 \cdot 7 + 1180 \cdot 8 - 400 \cdot 5,85 = 4200 \text{ кгсм}$$

находим составляющие

$$R_{gz} = \frac{4200}{14} = 300 \text{ кг};$$

$$R_{hz} = R_{gz} + Q_c + Q_d = 300 + 415 + 1800 = 1895 \text{ кг};$$

$$L_0 R_{gy} = T_d d + T_c \frac{L_0}{2} = 3420 \cdot 8 + 140 \cdot 7 = 35400 \text{ кгсм};$$

откуда

$$R_{gy} = \frac{35400}{14} = 2520 \text{ кг};$$

$$R_{hy} = R_{gy} - T_c + T_d = 2520 - 1140 + 3420 = 4800 \text{ кг};$$

Тогда опорные реакции

$$R_g = \sqrt{R_{gz}^2 + R_{gy}^2} = \sqrt{300^2 + 2520^2} = 2540 \text{ кг};$$

$$R_h = \sqrt{R_{hz}^2 + R_{hy}^2} = \sqrt{1895^2 + 4800^2} = 5160 \text{ кг}.$$

Сумма абсолютных величин опорных реакций

$$\Sigma R = R_g + R_h = 2540 + 5160 = 7700 \text{ кг}.$$

Сумма абсолютных величин поперечных сил

$$\Sigma P = P_c + P_d = 1170 + 3620 = 4790 \text{ кг}.$$

Для расчета принимаем большую величину, т. е.

$$\Sigma R = 7700 \text{ кг}.$$

Расчетный пролет

$$l = L_0 + a = 14 + 8 = 22 \text{ см}.$$

Наименьший в пределах расчетного пролета диаметр вала (по шлицам) приближенно равен среднему диаметру

$$d_{\min} = \frac{8,2 + 8,8}{2} = 8,5 \text{ см}.$$

Приближенное значение запаса прочности по статической несущей способности

$$v_T = \frac{\sigma_T d_{\min}^3}{2l \Sigma R + 8(Ar + M_c)} = \frac{7,500 \cdot 8,5^3}{2 \cdot 22 \cdot 7700 + 8(400 \cdot 17,4 + 20000)} = 8,3.$$

Характеристику материала $\frac{\sigma_T}{\sigma_{-1}} = \frac{7500}{4500} = 1,67$ округляем в соответствии с табл. 17 (стр. 88) до 1,8.

Концентрация напряжений от изгиба (наибольшая в расчетном пролете) — у края внутреннего кольца подшипника. По фактическим натягам посадку колец подшипников качения можно приближенно приравнять к прессовой посадке. Для этих данных при $\frac{M_{\text{наиб. кр}}}{M_{\text{наиб. дл}}}$ = 2 по табл. 17 (стр. 88) $v = 9$.

Так как $v_T = 8,3 > 2,4 = n_{T\min}$ и $v_T = 8,3 < 9 = v$, то можно заключить, что требуется провести уточненный расчет на статическую прочность для установления необходимости расчета на выносливость, хотя статическая прочность достаточная.

Для сечений, в которых приложены усилия, и для сечения на правой опоре определяем изгибающие моменты* (см. рис. 141):

$$M_c = \frac{L_0}{2} R_g = \frac{14}{2} 2540 = 17800 \text{ кгсм};$$

$$M_h = \sqrt{(Q_d a - A_d r_z)^2 + (T_d a)^2} = \\ = \sqrt{(1180 \cdot 8 - 400 \cdot 5,85)^2 + (3420 \cdot 8)^2} = 28300 \text{ кгсм};$$

$$M_d = A_d r_z = 400 \cdot 5,85 = 2340 \text{ кгсм}.$$

По этим величинам строим эпюру суммарных изгибающих моментов (рис. 141), ограничивая ее прямыми линиями, что не понижает надежности расчета, так как фактически изображенная в плоскости эпюра суммарных моментов ограничена дугами выпуклых в сторону оси гипербол. Тогда суммарные изгибающие моменты в граничных сечениях ступеней вала

$$M_1 = M \frac{e_1}{0,5L_0} = 17800 \frac{2,4}{0,5 \cdot 14} = 6100 \text{ кгсм};$$

$$M_2 = (M_h - M_c) \frac{e_2}{0,5L_0} + M_c = \\ = (28300 - 17800) \frac{2,5}{0,5 \cdot 14} + 17800 = 21500 \text{ кгсм};$$

$$M_3 = (M_h - M_c) \frac{e_3}{0,5L_0} + M_c = \\ = (28300 - 17800) \frac{3,7}{0,5 \cdot 14} + 17800 = 23340 \text{ кгсм};$$

* В данном случае можно определить сразу суммарные изгибающие моменты, минуя составляющие моментов в плоскостях XZ и XY , так как вал имеет только три участка и не несет в пролете никаких нагрузок, кроме сосредоточенных поперечных сил.

$$M_4 = (M_n - M_d) \frac{a_1}{a} + M_d =$$

$$= (2830 - 2340) \frac{4,8}{8} + 2340 = 18000 \text{ кгсм.}$$

Строим эпюру крутящих моментов (см. рис. 142).

Выбираем для дальнейшего расчета опасные сечения. Из двух одинаковых сечений 2 и 3 сечение 2 нагружено меньше; сечение 1, хотя и меньшее по диаметру, чем сечение 3, не передает крутящего момента и в несколько раз менее нагружено изгибающими моментами; сечение 4 имеет больший, чем сечение 3, диаметр и несет меньшую нагрузку. Таким образом, опасным сечением считаем сечение 3, номинальные напряжения изгиба и кручения для которого будут:

$$\sigma = \frac{M_3}{W} = \frac{23340}{57,8} = 400 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau = \frac{M_k}{W_k} = \frac{20000}{115,6} = 173 \text{ кг/см}^2$$

(определение величин W и W_k здесь и далее опущено).

Коэффициенты запаса прочности по изгибу и кручению

$$n_{T\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma} = \frac{7500}{400} = 18,8; \quad n_{T\tau} = \frac{\tau_T}{\tau} = \frac{5200}{173} = 30.$$

Запас прочности по пределу текучести

$$n_T = \frac{n_{T\sigma} n_{T\tau}}{\sqrt{n_{T\sigma}^2 + n_{T\tau}^2}} = \frac{18,8 \cdot 30}{\sqrt{18,8^2 + 30^2}} = 15,8;$$

Сравниваем величину n_T с $n_{T \min}$ и v :

$$n_T = 15,8 > 2,4 = n_{T \min}; \quad n_T = 15,8 > 9 = v.$$

Отсюда следует, что статическая прочность и выносливость вала достаточны. Дальнейшее зависит от того, ставится ли задача уменьшения размеров и веса. В данном случае уменьшение диаметра вала не имело бы смысла, так как этот диаметр определяется размерами подшипников, не обладающих избыточной работоспособностью; в отношении же перехода на менее легированный (и менее прочный) материал ограничением является прочность зубьев конического зубчатого колеса. Таким образом, расчет вала можно считать законченным.

Промежуточный вал редуктора

Пространственная схема промежуточного вала встроенного редуктора машины-орудия показана на рис. 143, плоские схемы — на рис. 144, конструкция — на рис. 145.

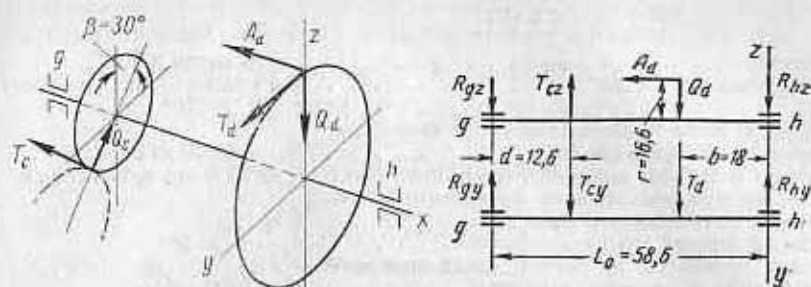


Рис. 143. Пространственная схема вала

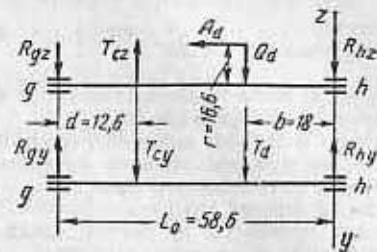


Рис. 144. Плоская схема вала

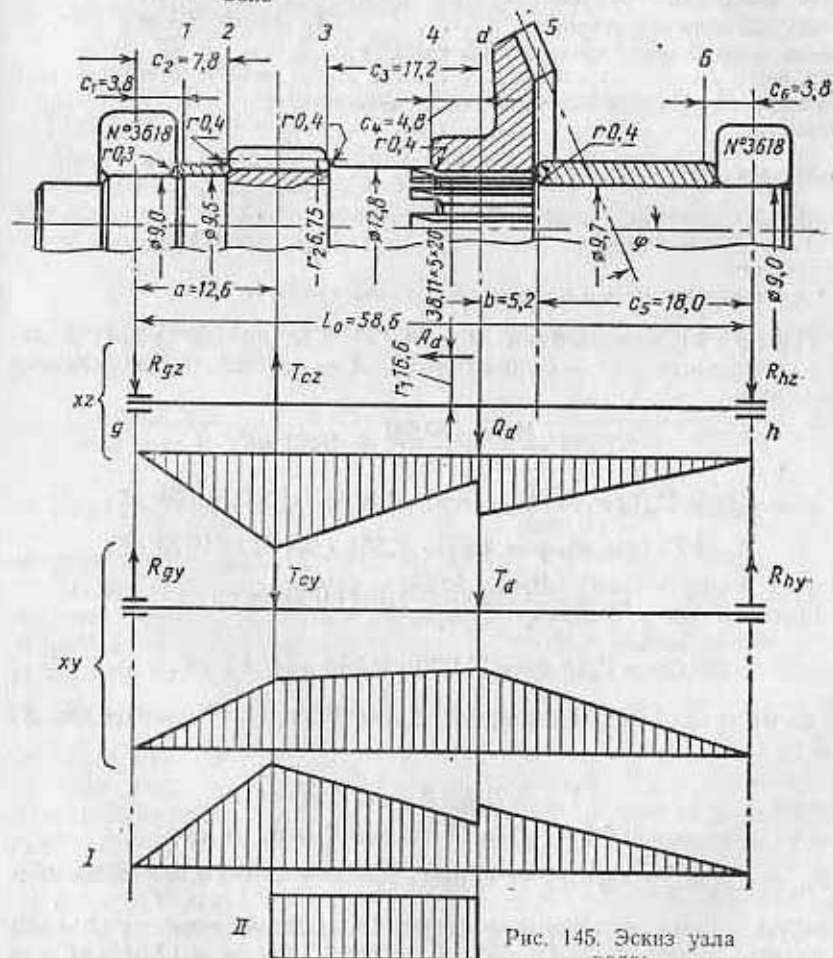


Рис. 145. Эскиз узла вала:

I — эпюра суммарных изгибающих моментов; II — эпюра крутящих моментов (размеры даны в см)

Исходные данные:

Материал	Сталь марки 30ХГТ
Термическая обработка	Улучшение до твердости $HB \geq 270^*$
Крутящий момент, соответствующий наибольшей кратковременной нагрузке	$M_k = 80500 \text{ кгсм}$
Радиусы начальных окружностей зубчатых колес	$r_1 = 16,6 \text{ см}; r_2 = 7,75 \text{ см}$
Половина угла при вершине начального конуса конического зубчатого колеса	$\varphi = 71^\circ$
Углы зацепления зубчатых передач	$\alpha_1 = \alpha_2 = 20^\circ$
Предел прочности (с учетом прокаливаемости материала и диаметра заготовки)	$\sigma_s = 9500 \text{ кг/см}^2$
Предел текучести (с учетом тех же факторов)	$\sigma_T = 7500 \text{ кг/см}^2$
Предел выносливости (с учетом тех же факторов)	$\sigma_{-1} = 4500 \text{ кг/см}^2$
Предел текучести при кручении	$\tau_T = 5200 \text{ кг/см}^2$
Предел выносливости при кручении (табл. 4, стр. 64)	$\tau_{-1} = 2600 \text{ кг/см}^2$
Минимально допустимое значение запаса прочности	$n_{\min} = 2$
Коэффициент перегрузки	$\frac{M_{\text{наиб.кр}}}{M_{\text{а.наиб.дл}}} = 2$
Минимально допустимое значение запаса прочности по пределу текучести	$n_{T \min} = 2,4$

* Зубья шестерни рitzцеля кроме того, цементованы и закалены.

Предварительный расчет. Усилия на зубьях колес (T — окружные, Q — радиальные, A — осевые составляющие усилия):

$$T_d = \frac{M_k}{r_1} = \frac{80500}{16,6} = 4850 \text{ кгГ};$$

$$Q_d = T_d \operatorname{tg} \alpha_1 \cos \varphi = 4850 \cdot 0,364 \cdot 0,324 = 570 \text{ кгГ};$$

$$A_d = T_d \operatorname{tg} \alpha_1 \sin \varphi = 4850 \cdot 0,364 \cdot 0,949 = 1670 \text{ кгГ};$$

$$T_c = \frac{M_k}{r_2} = \frac{80500}{6,75} = 11900 \text{ кгГ};$$

$$Q_c = T_c \operatorname{tg} \alpha_2 = 11900 \cdot 0,364 = 4340 \text{ кгГ}.$$

Суммарные составляющие усилий T_c и Q_c в плоскостях XZ и XY :

$$T_{cz} = T_c \sin \beta + Q_c \cos \beta = 11900 \cdot 0,5 + 4340 \cdot 0,866 = 9710 \text{ кгГ};$$

$$T_{cy} = T_c \cos \beta - Q_c \sin \beta = 11900 \cdot 0,866 - 4340 \cdot 0,5 = 8130 \text{ кгГ}.$$

Суммарные поперечные силы (геометрические суммы составляющих T_d , Q_d и T_c , Q_c): $P_c = 4880 \text{ кгГ}$; $P_d = 12670 \text{ кгГ}$.

Пользуясь рис. 196, определим составляющие опорных реакций в плоскостях XZ и XY и суммарные величины реакций:

$$R_{gz} = 6970 \text{ кгГ}; \quad R_{hz} = 2170 \text{ кгГ};$$

$$R_{gy} = 7870 \text{ кгГ}; \quad R_{hy} = 5110 \text{ кгГ};$$

$$R_g = \sqrt{R_{gz}^2 + R_{gy}^2} = 10500 \text{ кгГ};$$

$$R_h = \sqrt{R_{hz}^2 + R_{hy}^2} = 5550 \text{ кгГ}.$$

Сумма абсолютных величин опорных реакций

$$\Sigma R = R_g + R_h = 10500 + 5550 = 16050 \text{ кгГ}.$$

Сумма абсолютных величин поперечных сил

$$\Sigma P = P_d + P_c = 4880 + 12670 = 17550 \text{ кгГ}.$$

Для расчета принимаем большую величину, т. е. $\Sigma P = 17550 \text{ кгГ}$.

Расчетный пролет $l = L_0 = 58,6 \text{ см}$.

Наименьший в пределах расчетного пролета диаметр вала (по шлицам) приближенно равен диаметру делительной окружности эвольвентных шлицев

$$d_{\min} = 10 \text{ см}.$$

Приближенное значение запаса прочности по статической несущей способности

$$v_T = \frac{\sigma_T d_{\min}^3}{2 \Sigma P + 8(A_r + M_d)} = \frac{7500 \cdot 10^3}{2 \cdot 58,6 \cdot 17550 + 8(1670 \cdot 16,8 + 80500)} = 2,6.$$

Характеристику материала $\frac{\sigma_T}{\sigma_{-1}} = \frac{7500}{4500} = 1,67$ округляем в соответствии с табл. 17 (стр. 88) до 1,8.

Концентрация напряжений от изгиба (наибольшая в расчетном пролете, исключая концевые короткие участки, заключенные в кольца подшипников) — у края ступицы конического зубчатого колеса, сопряженного с валом по скользящей посадке. Для этих данных при $\frac{M_{\text{наиб.кр.}}}{M_{\text{а.наиб.дл.}}} = 2$ по табл. 17 (стр. 88) находим $v = 5,5$.

Так как $v_T = 2,6 > 2,4 = n_{T \min}$ и $v_T = 2,6 < 5,5 = v$, то можно заключить, что, хотя статическая прочность достаточна, требуется провести уточненный расчет на статическую прочность, так как в данном случае нагружение подобное.

Расчет на статическую прочность. Усилия T_d , Q_d и A_d приложены к зубу конического колеса, т. е. на расстоянии $b = 5,2 \text{ см}$ справа от сечения d по середине длины ступицы.

Переноса силы T_d , Q_d и A_d в сечение d , добавляем в этом сечении моменты, компенсирующие поперечный перенос сил:

$$m_z = Q_d b = 570 \cdot 5,2 = 2960 \text{ кгсм};$$

$$m_y = T_d b = 4850 \cdot 5,2 = 25200 \text{ кгсм}.$$

Изгибающие моменты в сечениях c и d в плоскостях XZ и XY :

$$M_{cz} = R_{gz} a = 6970 \cdot 12,6 = 87800 \text{ кгсм};$$

справа от сечения d

$$M_{dz, np} = R_{hz} (b + c_5) = 2170 (5,2 + 18) = 50300 \text{ кгсм};$$

слева от сечения

$$M_{dz, лев} = M_{dz, np} - A_d f_1 = 50300 - 1670 \cdot 16,6 = 22600 \text{ кгсм};$$

$$M_{cy} = R_{gy} a = 7870 \cdot 12,6 = 99000 \text{ кгсм};$$

$$M_{dy} = R_{hy} (b + c_5) = 5110 (5,2 + 18) = 118000 \text{ кгсм}.$$

Суммарные изгибающие моменты в сечениях c и d :

$$M_c = \sqrt{M_{cz}^2 + M_{cy}^2} = 133000 \text{ кгсм};$$

$$M_{d, np} = \sqrt{M_{dz, np}^2 + M_{dy}^2} = 128000 \text{ кгсм};$$

$$M_{d, лев} = \sqrt{M_{dz, лев}^2 + M_{dy}^2} = 120000 \text{ кгсм}.$$

По этим величинам строим эпюру суммарных изгибающих моментов (см. рис. 145), ограничивая ее прямыми линиями (по тем же соображениям, что и в примере 2).

При этом суммарные изгибающие моменты в граничных сечениях ступеней вала будут

$$M_1 = M_c = \frac{c_1}{a} = 40000 \text{ кгсм}; \quad M_2 = M_c \frac{c_2}{a} = 82500 \text{ кгсм};$$

$$M_3 = (M_c - M_{d, лев}) \frac{c_3}{L_0 - a - b - c_5} + M_{d, лев} = 130000 \text{ кгсм};$$

$$M_4 = (M_c - M_{d, лев}) \frac{c_4}{L_0 - a - b - c_5} + M_{d, лев} = 123000 \text{ кгсм};$$

$$M_5 = M_{d, np} \frac{c_5}{b + c_5} = 99000 \text{ кгсм};$$

$$M_6 = M_{d, np} \frac{c_6}{b + c_5} = 21000 \text{ кгсм}.$$

Строим эпюру крутящих моментов (см. рис. 145).

Опасные сечения выбираем для дальнейшего расчета следующим образом.

Из двух одинаковых сечений 1 и 6 последнее, как менее нагруженное, исключаем из расчета. Из двух сечений 3 и 4

исключаем из расчета первое, как значительно большее по диаметру и незначительно больше нагруженное. Для сечений 1, 2, 4 и 5 определяем номинальные напряжения изгиба и кручения:

$$\sigma_1 = \frac{M_1}{W_1} = 5600 \text{ кг/см}^2; \quad \tau_1 = 0;$$

$$\sigma_2 = \frac{M_2}{W_2} = 1040 \text{ кг/см}^2; \quad \tau_2 = 0;$$

$$\sigma_4 = \frac{M_4}{W_4} = 1250 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau_4 = \frac{M_k}{W_{k4}} = 410 \text{ кг/см}^2; \quad \sigma_5 = \frac{M_5}{W_5} = 1090 \text{ кг/см}^2; \quad \tau_5 = 0.$$

Коэффициенты запаса прочности при изгибе и кручении определяем только для наиболее напряженного сечения 4:

$$n_{T\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma_4} = \frac{7500}{1250} = 6; \quad n_{T\tau} = \frac{\tau_T}{\tau_4} = \frac{5210}{410} = 12,7.$$

Запас прочности по пределу текучести

$$n_T = \frac{n_{T\sigma} n_{T\tau}}{\sqrt{n_{T\sigma}^2 + n_{T\tau}^2}} = 5,3.$$

Сравниваем величину n_T с $n_{T\min}$ и ν :

$$n_T = 5,4 > 2,4 = n_{T\min}; \quad n_T = 5,3 < 5,5 = \nu.$$

Отсюда следует, что статическая прочность достаточна, однако необходимо проверить вал на выносливость.

Расчет на выносливость. Места концентрации напряжений:

в сечении 1 — край напрессованной детали (внутреннего кольца подшипника качения) с закруглением при твердости поверхности вала ниже твердости поверхности напрессованной детали и галтель радиуса $r = 0,3$ см при радиальном размере ступени $h = 0,25$ см;

в сечении 2 — галтель радиуса $r = 0,4$ см при радиальном размере ступени $h = 2$ см (до начальной окружности шестерни);

в сечении 3 — галтель радиуса $r = 0,4$ см при радиальном размере ступени $h = 0,35$ см;

в сечении 4 — галтель радиуса $r = 1,3$ при радиальном размере ступени $h = 1,3$ см, выход шлицев и край ступицы без округления при скользящей посадке и при близких по твердости поверхности деталей;

в сечении 5 — галтель радиуса $r = 0,4$ см при радиальном размере ступени $h = 0,5$ см;

в сечении 6 — то же, что и в сечении 1.

Чистота поверхности:

в сечениях 1, 4 и 6 — $\nabla 9$;

в сечениях 2, 3 и 5 — $\nabla 6$;

Сечения 2 и 3 цементованы; заданный срок службы детали $T = 10\,000$ ч; число оборотов вала $n = 147$ в минуту; режим нагрузки:

Ступень нагрузки	1	2	3	4
Крутящий момент M_k в кг·см	40 250	20 800	12 900	8600
Время действия в ч	30	150	8400	1420

Первая ступень ($T_1, M_{к1}$) — кратковременные редкие перегрузки, вызываемые случайными не поддающимися расчету сопротивлениями, приводящими к «опрокидыванию» электродвигателя, но не к внезапным остановкам машины (в противном случае за счет реализации кинетической энергии вращающихся масс перегрузки могли бы значительно превосходить нагрузки, соответствующие «опрокидыванию» двигателя); вторая ступень ($T_2, M_{к2}$) — более частые, но меньшие по величине перегрузки, неизбежные при выполнении машиной технологических функций и связанные с неоднородностью объектов ее работы; третья ступень ($T_3, M_{к3}$) — основная, преобладающая по времени рабочая нагрузка, отражающая средние эксплуатационные условия; четвертая ступень ($T_4, M_{к4}$) — холостой ход машины.

При коэффициенте перегрузки $M_{\text{наиб.кр}} / M_{\text{наиб.дл}} = 2$ наибольшие длительно действующие нагрузки (а при простом нагружении, как в нашем случае, и внутренние усилия) составят 0,5 от соответствующих кратковременных нагрузок.

Крутящий момент

$$M_k = 0,5 \cdot 80\,500 = 40\,250 \text{ кгсм.}$$

Изгибающие моменты в сечениях 3 и 6 вала

$$M_3 = 0,5 \cdot 130\,000 = 65\,000 \text{ кгсм;}$$

$$M_6 = 0,5 \cdot 21\,000 = 10\,500 \text{ кгсм.}$$

Номинальные напряжения для сечений 1, 2, 4 и 5 (половина от вычисленных выше):

$$\sigma_1 = 280 \text{ кг/см}^2 \quad \tau_1 = 0;$$

$$\sigma_2 = 520 \text{ кг/см}^2; \quad \tau_2 = 0;$$

$$\sigma_3 = \frac{M_3}{W_3} = 315 \text{ кг/см}^2; \quad \tau_3 = \frac{M_k}{W_{к3}} = 98 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_4 = 625 \text{ кг/см}^2; \quad \tau_4 = 205 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_5 = 545 \text{ кг/см}^2; \quad \tau_5 = 0;$$

$$\sigma_6 = \frac{M_6}{W_6} = \frac{10\,500}{71,5} = 147 \text{ кг/см}^2; \quad \tau_6 = 0.$$

Опасные сечения для дальнейшего расчета выбираются следующим образом.

Из двух одинаковых по диаметрам и по концентрации напряжений сечений 1 и 6 последнее, как менее напряженное, не рассчитываем; на этом же основании не рассчитываем сечение 3 (из двух сечений 2 и 3) и сечение 2 (из двух сечений 2 и 5). Сечение 4 значительно более напряжено, чем сечение 5, причем в сечении 4 имеется концентрация напряжений (край ступицы при скользящей посадке), близкая по величине к концентрации напряжений в сечении 5, поэтому не рассчитываем также сечение 5. Номинальное напряжение в сечении 4 более чем в 2 раза превосходит напряжение в сечении 1, отношение же напряжений с учетом концентрации составит для этих сечений около 1,5; поэтому запас прочности по пределу выносливости определяем для сечения 4.

Коэффициент эквивалентности при напряжениях от изгиба

$$k_{\sigma\sigma} = \sqrt[m]{\frac{N_{\sigma}}{N_6} \sum p_i^m t_i},$$

где N_{σ} — рабочее число циклов напряжений изгиба за весь срок службы вала;

N_6 — базовое число циклов;

p_i — относительная амплитуда напряжений изгиба для i -й ступени режима нагрузки;

t_i — относительное суммарное число циклов действия напряжения;

m — опытный показатель степени.

В нашем случае

$$N_6 = 60nT = 60 \cdot 147 \cdot 10\,000 = 8,9 \cdot 10^7;$$

$N_{\sigma} = 10^7$ (для легированной стали);

$$p_1 = \frac{\sigma_{\sigma 1}}{\sigma_{\sigma 1}} = 1;$$

$$p_2 = \frac{\sigma_{\sigma 2}}{\sigma_{\sigma 1}} = \frac{M_{к2}}{M_{к1}} = 0,517;$$

$$p_3 = \frac{\sigma_{\sigma 3}}{\sigma_{\sigma 1}} = \frac{M_{к3}}{M_{к1}} = 0,330;$$

$$p_4 = \frac{\sigma_{\sigma 4}}{\sigma_{\sigma 1}} = \frac{M_{к4}}{M_{к1}} = 0,214;$$

$$t_1 = \frac{T_1}{T} = 0,003; \quad t_2 = \frac{T_2}{T} = 0,015;$$

$$t_3 = \frac{T_3}{T} = 0,840; \quad t_4 = \frac{T_4}{T} = 0,142.$$

При изгибе и кручении можно принимать показатель степени $m = 9$. Тогда

$$\sum p_i^9 t_i = 1^9 \cdot 0,003 + 0,517^9 \cdot 0,015 + 0,330^9 \cdot 0,840 + \\ + 0,214^9 \cdot 0,142 = 0,00308;$$

$$k_{\sigma\sigma} = \sqrt[9]{\frac{8,8 \cdot 10^7}{10^7} \cdot 0,00308} = 0,67$$

(значения $k_{\sigma\sigma}$ и $k_{\tau\tau}$ следует ограничивать пределами $0,6 \leq k_{\sigma} \leq 1$).

Из-за отсутствия данных о числе циклов напряжения кручения принимаем приближенно (в пользу надежности расчета)

$$k_{\tau\tau} = k_{\sigma\sigma} = 0,67.$$

По табл. 19 и 20 (стр. 97) для $\sigma_a = 95 \text{ кг/мм}^2$ при $\frac{r}{d} = \frac{0,4}{10,2} = 0,04$ и $\frac{h}{r} = \frac{1,3}{0,4} = 3$ находим коэффициенты концентрации напряжений $k_{\sigma} \approx 2,3$ и $k_{\tau} \approx 1,8$.

Для выхода эвольвентных шлицев находим по табл. 22 (стр. 100) $k_{\sigma} \approx 1,7$ и $k_{\tau} \approx 1,6$.

Для края ступицы по табл. 21 (стр. 98) определяем $k_{\sigma} \approx 3,1$ и $k_{\tau} \approx 2,3$.

Наибольшие из полученных значений: $k_{\sigma} = 3,1$ и $k_{\tau} = 2,3$. Согласно рис. 63 (стр. 95) (для легированных сталей) $\epsilon_{\sigma} = 0,62$; $\epsilon_{\tau} = 0,62$.

Для вала с чистотой поверхности $\nabla 9$ имеем (табл. 23 стр. 102) $k^n = 1$.

Тогда

$$(k_{\sigma})_D = \frac{k_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}} = 5,0; \quad (k_{\tau})_D = \frac{k_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} = 3,3;$$

$$(\sigma_{-1})_D = \frac{\sigma_{-1}}{(k_{\sigma})_D} = 900 \text{ кг/см}^2; \quad (\tau_{-1})_D = \frac{\tau_{-1}}{(k_{\tau})_D} = 790 \text{ кг/см}^2.$$

По табл. 4 (стр. 64) находим коэффициенты цикла $\psi_{\sigma} = 0,1$; $\psi_{\tau} = 0,05$; то же для детали

$$(\Psi_{\sigma})_D = \frac{\psi_{\sigma}}{(k_{\sigma})_D} = 0,02;$$

$$(\Psi_{\tau})_D = \frac{\psi_{\tau}}{(k_{\tau})_D} = 0,017.$$

Амплитуды и средние напряжения цикла $\sigma_a = \sigma_1 = 625 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_m = 0$; $\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_1}{2} = 103 \text{ кг/см}^2$.

Коэффициенты запаса прочности по пределу выносливости для изгиба и кручения

$$n_{\sigma} = \frac{(\sigma_{-1})_D}{k_{\sigma\sigma}\sigma_a + (\Psi_{\sigma})_D\sigma_m} = 2,15;$$

$$n_{\tau} = \frac{(\tau_{-1})_D}{k_{\tau\tau}\tau_a + (\Psi_{\tau})_D\tau_m} = 11.$$

Запас прочности по пределу выносливости

$$n = \frac{n_{\sigma}n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = 2,1 > 2 = n_{\min}.$$

•

Вал рабочего органа машины-орудия

Исходные данные. Схема рабочего органа показана на рис. 146. Рабочий орган состоит из четырех резцов, приводимых в движение двумя одинаковыми вертикальными валами. Валы приводятся во вращение зубчатыми колесами. Массив, подлежащий разрушению, на рисунке заштрихован.

Вал со стороны массива (на рис. 146 — левый) находится в более тяжелых условиях работы, чем вал со стороны конвейера (на рис. 149 — правый), так как встречает большие сопротивления на большем пути. Поэтому рассчитываем левый вал, принимая, что через него передается 60% мощности.

Машина работает попеременно то правой, то левой стороной, поэтому рассчитываемый вал $1/2$ времени нагружен на 60% мощности и $1/2$ времени — на 40%. За один проход резец встречает переменное сопротивление из-за различной крепости объекта разрушения и различной толщины стружки. Изменения сопротивления в зависимости от толщины стружки в расчете не учтены, так как они заметно не влияют на результат расчета.

Определение внешних нагрузок. Нижний резец находится в более тяжелых условиях, чем верхний, так как нижние слои массива являются в среднем более крепкими, чем верхние. Поэтому для расчета вала принимаем, что на нижний резец передается 60%, а на верхний 40% мощности. В таком же отношении (60:40) принимаем и величину окружных составляющих T_1 и T_2 реакций соответственно на нижний и верхний резцы.

Тогда

$$T_1 = \frac{102N_{\text{дв}}}{v_c} \eta_{\Sigma} 0,6 \cdot 1,2;$$

$$T_2 = \frac{102N_{\text{дв}}}{v_c} \eta_{\Sigma} 0,6 \cdot 0,8$$

(при одновременной работе нижнего и верхнего резцов коэффициенты, учитывающие неравномерную нагрузку резцов,

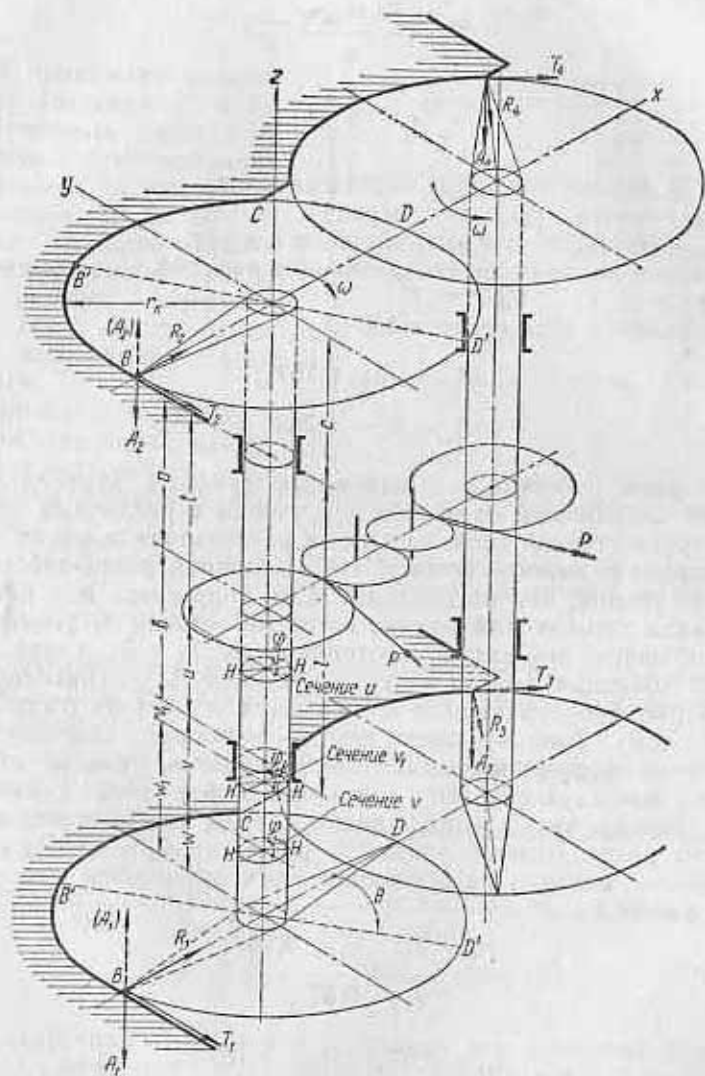


Рис. 146. Эскиз вала рабочего органа

составили бы соответственно 0,6 и 0,4; при одновременной работе резцов соответствующие коэффициенты приняты равными 1,2 и 0,8) или

$$T_1 = \frac{73,4 N_{\text{дв}} \eta_{\Sigma}}{v_{\kappa}};$$

$$T_2 = \frac{2}{3} T_1,$$

где $N_{\text{дв}}$ — мощность на валу двигателя в кВт;

η_{Σ} — суммарный к. п. д. передач;

v_{κ} — окружная скорость на резце в м/сек.

Осевые и радиальные составляющие реакций на резцы находятся в пределах от $0,5T$ до T .

Для расчета вала принимаем

$$A_1 = R_1 = 0,75T_1;$$

$$A_2 = R_2 = 0,75T_2.$$

Построим (сначала в общем виде) графики изменения во времени напряжений от изгиба и кручения в различных точках на контурах сечений вала, взятых на расстояниях u и v от нижней опоры (от нижней потому, что на нижний резец действуют большие усилия, чем на верхний). При ходе вверх для нижней части вала изгибающий момент от составляющей A_1 увеличивает изгибающий момент от составляющих T_1 и R_1 , а при ходе вниз изгибающий момент от составляющей A_1 (штриховая линия на рис. 146) уменьшает изгибающий момент от составляющих T_1 и R_1 . Для верхнего резца — наоборот. Поэтому для каждой из рассматриваемых точек указанных сечений строим графики для двух случаев: ход вверх и ход вниз. Геометрия резца такова, что при ходе вверх осевая составляющая для нижнего резца больше среднего значения $A_1 = 0,75T_1$, а при ходе вниз — меньше; на основании этого принимаем для ходов вверх и вниз:

$$A_{1v} = T_1; \quad R_{1v} = 0,75T_1;$$

$$A_{1n} = 0,5T_1;$$

$$A_{2v} = 0,5T_2; \quad R_{2v} = 0,75T_2;$$

$$A_{2n} = T_2$$

(здесь индекс v соответствует ходу вверх, индекс n соответствует ходу вниз).

Усилие P связано с усилием T соотношением радиусов резца ($r_{\kappa} = 65$ см) и основной окружности зубчатого колеса ($r_0 = 15,2$ см):

$$P = \frac{r_{\kappa}}{r_0} T = \frac{65}{15,2} T \approx 4,3T,$$

где T принимает попеременно значения T_1 и T_2 .

Изменение каждой из окружных составляющих во времени (в том числе, в среднем, и на протяжении каждого прохода) определяется графиком режима нагрузки (рис. 147), построенным по экспериментальным данным.

При среднем квадратичном значении нагрузок, отнесенных к наибольшему значению нагрузки,

$$m_3 = \sqrt{\frac{\sum_i p_i^2}{n}} = 0,221;$$

при длительной мощности электродвигателя $N_{\text{дв}} = 28,5$ кВт, при общем к. п. д. редуктора $\eta_{\Sigma} = 0,86$ и окружной скорости на конце резца

$$v_{\kappa} = \frac{2r_{\kappa}n_{\kappa}}{19} = \frac{2 \cdot 0,65 \cdot 42}{19} = 2,87 \text{ м/сек};$$

значения окружных сил, соответствующих наибольшей из длительно действующих нагрузок,

$$T_1 = \frac{1}{m_3} \cdot \frac{73,4 N_{\text{дв}}}{v_{\kappa}} \eta_{\Sigma} = \frac{1}{0,221} \cdot \frac{73,4 \cdot 28,5}{2,87} \cdot 0,86 = 2840 \text{ кг};$$

$$T_2 = \frac{2}{3} T_1 = \frac{2}{3} \cdot 2840 = 1900 \text{ кг}.$$

В дальнейшем учитываем, что силы эти в течение каждого прохода меняются в среднем в соответствии с графиком рис. 147.

Силы T_1 и T_2 действуют на вал одновременно, так как дуга BC (см. рис. 146), проходимая каждым резцом, составляет менее 180° , а верхний резец повернут относительно нижнего на 180° .

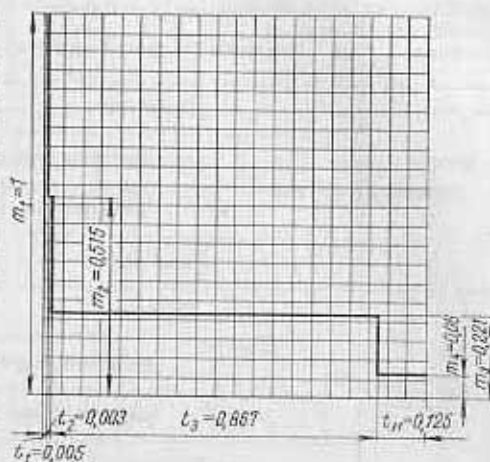


Рис. 147. Распределение амплитуд нагрузки для вала рабочего органа

Пользуясь выведенными выше соотношениями между силами T и остальными силами, получим значения сил для наибольшей из длительно действующих нагрузок (табл. 47).

47. Значения усилий на резцах

Резец	Составляющие усилий на резцах		Обозначение	Усилие в кг
Нижний	Окружная		T_1	2840
	Осевая	движение вверх	$A_{1в}$	2840
		движение вниз	$A_{1н}$	1420
	Радиальная		R_1	2130
Верхний	Окружная		T_2	1900
	—	движение вверх	$A_{2в}$	950
		движение вниз	$A_{2н}$	1900
	Радиальная		R_2	1425

Усилия на зубчатом колесе $P_1 = 13\ 200$ кг, $P_2 = 8170$ кг.

Определение напряжений. Примем связанную с валом плоскость $BBDD$ (рис. 146) за начало отсчета угла φ , составляемого этой плоскостью с радиусом, проведенным из центра сечения в данную точку H . Угол φ отсчитываем по часовой стрелке, если смотреть сверху от положительного направления оси Z .

Так как и нагрузки T, A, R и точка H не вращаются по отношению к валу, то напряжения в точке H , вызываемые этими нагрузками, не зависят от угла поворота вала.

Напряжения же в точке H , вызываемые вращающейся по отношению к валу нагрузкой P , зависят как от угла φ , так и от угла θ поворота вала, составляемого неподвижной плоскостью XZ с вращающейся плоскостью $BBDD$ (на рис. 148 угол θ показан для текущего положения $B'B'D'D'$ этой плоскости). Угол θ отсчитываем по часовой стрелке, если смотреть сверху, от положительного направления оси Z .

Привода систему сил T, A и R к точке O (рис. 148), получим, что на вал действуют: продольная сила $\pm A$, крутящий момент Tr_k , сила $T \sin \varphi + R \cos \varphi$ и сосредоточенный момент $\pm Ar_k \cos \varphi$.

Знак составляющей A выбираем в соответствии с данными рис. 146 и табл. 48.

48. Знаки осевой составляющей

Резец	Движение	Знак	Примечание
Нижний	Вверх	+	Знак плюс соответствует растягивающей силе, знак минус — сжимающей
	Вниз	—	
Верхний	Вверх	—	
	Вниз	+	

Полный изгибающий момент в сечении v (на расстоянии v вниз от нижней опоры) от невращающихся по отношению к валу нагрузок — от нижнего резца:

$$M_v = (T_1 \sin \varphi + R_1 \cos \varphi) W \pm A_1 r_k \cos \varphi.$$

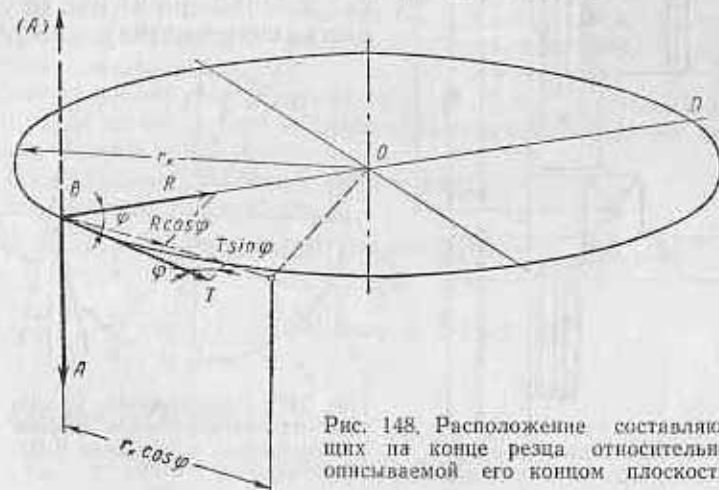


Рис. 148. Расположение составляющих на конце резца относительно описываемой его концом плоскости

Изгибающий момент от невращающихся по отношению к валу нагрузок — от нижнего резца в сечении u (на расстоянии u вверх от нижней опоры)

$$M_{uv} = [(T_1 \sin \varphi + R_1 \cos \varphi)(v + W) \pm A_1 r_k \cos \varphi] \frac{v}{l}.$$

Изгибающий момент в том же сечении u от невращающихся по отношению к валу нагрузок — от верхнего резца:

$$M_{uv} = -[(T_2 \sin \varphi + R_2 \cos \varphi)c \pm A_2 r_k \cos \varphi] \frac{u}{l}.$$

Индексы v и u соответствуют верхнему и нижнему резцам.

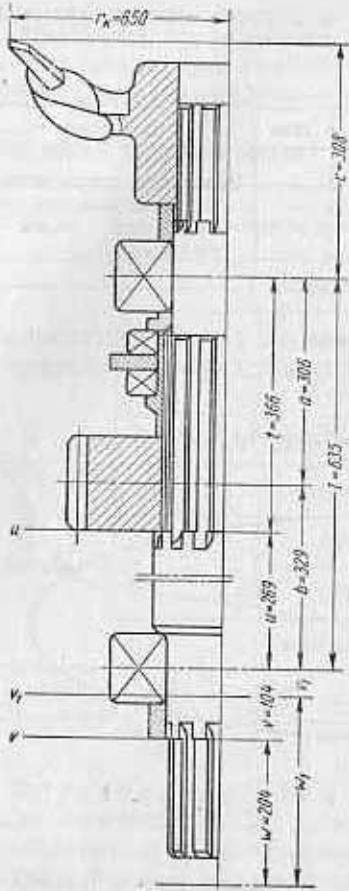


Рис. 150. Эскиз узла вала

Изгибающий момент в том же сечении u от вращающейся по отношению к валу нагрузки P (рис. 149)

$$M_{uP} = P \frac{au}{l} \sin(\varphi + \theta - \alpha),$$

где знак минус показывает, что момент M_{uP} вызывает в точке H напряжение, обратное по знаку напряжению, вызываемому моментом M_{uH} .

Обозначив через W и W_k моменты сопротивления сечения изгибу и кручению и через F — площадь сечения, можем выразить напряжения при изгибе (с учетом растяжения-сжатия) и кручения

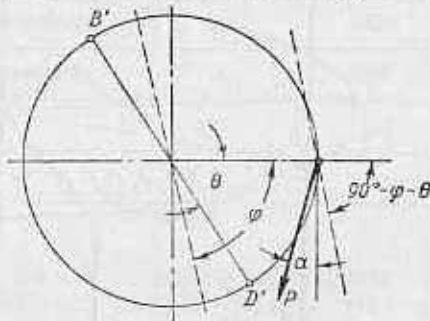


Рис. 149. Расположение вращающегося относительно вала усилка по отношению к плоскости $BBDD$

в точках H сечений u и v :

$$\sigma_u = \pm \frac{A_1}{F_u} + \frac{1}{W_u} \left\{ [(T_1 \sin \varphi + R_1 \cos \varphi)(v + W) \pm A_1 r_k \cos \varphi] \frac{l}{l} - [(T_2 \sin \varphi + R_2 \cos \varphi)c \pm A_2 r_k \cos \varphi] \frac{u}{l} - P \frac{au}{l} \sin(\varphi + \theta - \alpha) \right\};$$

$$\sigma_v = \pm \frac{A_1}{F_v} + \frac{1}{W_v} [(T_1 \sin \varphi + R_1 \cos \varphi)W \pm A_1 r_k \cos \varphi];$$

$$\tau_v = \frac{T_1 r_k}{W_{kv}}$$

Пользуясь обозначениями рис. 150, подставим в полученные выражения значения плеч, а также значения: $W_u = 130,7 \text{ см}^3$;

$W_{ku} = 261 \text{ см}^3$; $F_u = 104 \text{ см}^2$; $W_v = 98,2 \text{ см}^3$; $W_{kv} = 196,4 \text{ см}^3$; $F_v = 87 \text{ см}^2$; $\alpha = 25^\circ$ (угол зацепления зубчатой передачи).

Тогда получим

$$\sigma_u = \pm \frac{A_1}{104} + \frac{1}{130,7} (0,577 [30,8 (T_1 \sin \varphi + R_1 \cos \varphi) \pm 65A_1 \cos \varphi] - 0,425 [30,8 (T_2 \sin \varphi + R_2 \cos \varphi) \pm 65A_2 \cos \varphi] - 13P \sin(\varphi + \theta - 25^\circ));$$

$$\tau_u = 0,249T_1;$$

$$\sigma_v = \pm \frac{A}{87} + \frac{1}{98,2} [20,4 (T_1 \sin \varphi + R_1 \cos \varphi) \pm 65A_1 \cos \varphi];$$

$$\tau_v = 0,331T_1.$$

Не доказано, что сечения u и v являются наиболее опасными, они приняты в качестве таковых ориентировочно — для выбора наиболее опасных точек, с тем, чтобы в дальнейшем, пользуясь выработанной методикой, рассчитать, если потребуется, другие сечения сокращенным путем.

Используя полученные значения T , R , A и P , учитывая знаки величины A , получим после промежуточных вычислений значения напряжений (в кг/см^2).

1. Для движения рабочего органа вверх:

а) при работе нижнего резца

$$\sigma_u = 27 + 386 \sin \varphi + 1107 \cos \varphi - 1210 \sin(\varphi + \theta - 25^\circ);$$

$$\tau_u = 706;$$

$$\sigma_v = 33 + 591 \sin \varphi + 2323 \cos \varphi;$$

$$\tau_v = 940;$$

б) при работе верхнего резца

$$\sigma_u = -190 \sin \varphi - 343 \cos \varphi - 812 \sin(\varphi + \theta - 25^\circ);$$

$$\tau_u = 0;$$

$$\sigma_v = 0;$$

$$\tau_v = 0.$$

2. Для движения рабочего органа вниз:

а) при работе нижнего резца

$$\sigma_u = -14 + 386 \sin \varphi - 119 \cos \varphi - 1210 \sin(\varphi + \theta - 25^\circ);$$

$$\tau_u = 706;$$

$$\sigma_v = -17 + 591 \sin \varphi - 497 \cos \varphi;$$

$$\tau_v = 940;$$

б) при работе верхнего резца

$$\sigma_u = -190 \sin \varphi + 260 \cos \varphi - 812 \sin(\varphi + \theta - 25^\circ);$$

$$\tau_u = 0;$$

$$\sigma_n = 0;$$

$$\tau_n = 0.$$

Работа нижнего резца начинается при $\theta = 0$ и заканчивается при $\theta = 145^\circ$. Работа верхнего резца начинается при $\theta = 180^\circ$ и заканчивается при $\theta = 325^\circ$. Осевая плоскость, проходящая через концы резцов для левого вала, составляет с такой же плоскостью резцов правого вала угол 145° при $\theta = 0$

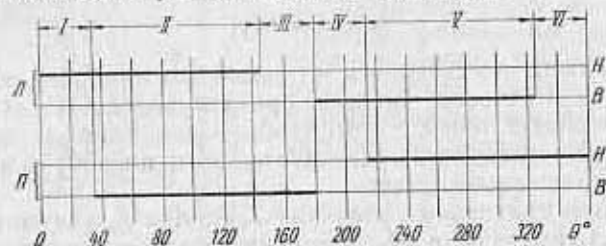


Рис. 151. Циклограмма работы резцов:

Л — левый вал; П — правый вал; Н — нижний резец; В — верхний резец.

(рассматривая угол между радиусами нижних резцов и отсчитывая его в ту же сторону, что и углы φ и θ).

Нижний резец правого вала начинает работать при $\theta = 215^\circ$ и заканчивает при $\theta = 360^\circ$; верхний резец правого вала начинает работать при $\theta = 35^\circ$ и заканчивает при $\theta = 180^\circ$.

Последовательность работы резцов показана в виде циклограммы на рис. 151. Откуда видно, что цикл (один полный оборот нижнего резца левого вала) работы рабочего органа комбайна разделяется на шесть периодов I—VI.

В соответствии с принятыми выше соотношениями, средние относительные нагрузки на коронки составляют:

$$\begin{aligned} \text{левый вал} & \begin{cases} \text{нижний резец } 0,6 \cdot 1,2 = 0,72; \\ \text{верхний резец } 0,6 \cdot 0,8 = 0,48; \end{cases} \\ \text{правый вал} & \begin{cases} \text{нижний резец } 0,4 \cdot 1,2 = 0,48; \\ \text{верхний резец } 0,4 \cdot 0,8 = 0,32. \end{cases} \end{aligned}$$

В тех же относительных величинах средняя квадратичная по времени (а значит, и по углу) величина относительной нагрузки составит

$$\sqrt{\frac{0,72^2 \cdot 35^\circ + (0,72 + 0,32)^2 \cdot 110^\circ + 0,32^2 \cdot 35^\circ + 0,48^2 \cdot 35^\circ + (0,48 + 0,32)^2 \cdot 110^\circ + 0,48^2 \cdot 35^\circ}{360^\circ}} = 0,8,$$

откуда следует, что действующие напряжения несколько выше полученных ранее. Однако при резке перегрузочном режиме влияние наибольших нагрузок (не зависящих от полученного коэффициента) являются преобладающими, а поправка на величину действующего напряжения невелика (5—10%) и ею можно пренебречь, тем более, что при работе попеременно правой и левой стороной половину времени вал нагружен меньше, чем принято для расчета (т. е. передает в среднем около 40% мощности вместо принятых для расчета 60%); в этих условиях эквивалентная по усталости постоянная нагрузка составит приблизительно

$$\sqrt{0,6^2 \cdot 0,5 + 0,4^2 \cdot 0,5} = 0,93,$$

что примерно компенсирует указанную выше поправку.

Найдем изменение напряжения от изгиба в сечении v при движении рабочего органа вверх (1а) и вниз (2а) по полученным выше уравнениям

$$1a) \sigma_v = 33 + 591 \sin \varphi + 2323 \cos \varphi;$$

$$2a) \sigma_v = -17 + 591 \sin \varphi - 497 \cos \varphi.$$

Результаты вычисления выражены в виде кривых на рис. 152, которые показывают величину напряжений от изгиба при наибольшей из длительно действующих нагрузок для различных точек сечения v при движении рабочего органа вверх и вниз.

Для любой из точек сечения v на один ход вверх приходится несколько (по числу оборотов рабочего органа) последовательных импульсов напряжений, одинаковых по знаку и условно одинаковых по величине (поскольку мы принимаем для расчета различные крепости верхних и нижних слоев массива лишь в виде различных средних нагрузок на верхний и нижний резцы, а для каждого из резцов — в данном случае для нижнего — принимаем условно крепость массива на всем ходе рабочего органа постоянной).

При движении рабочего органа вниз также имеется несколько последовательных импульсов напряжений. Так, например, для некоторой точки ($\varphi = 10^\circ$) при движении вверх $\sigma_v = +2420 \text{ кг/см}^2$, а при движении вниз $\sigma_v = -400 \text{ кг/см}^2$; для

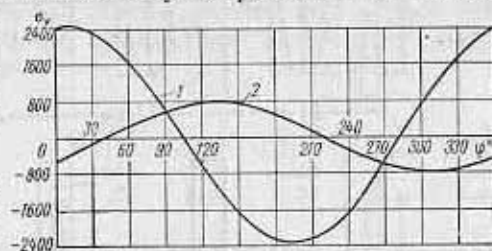


Рис. 152. График изменения напряжения изгиба в сечении v в функции угла φ :

1 — движение вверх; 2 — движение вниз

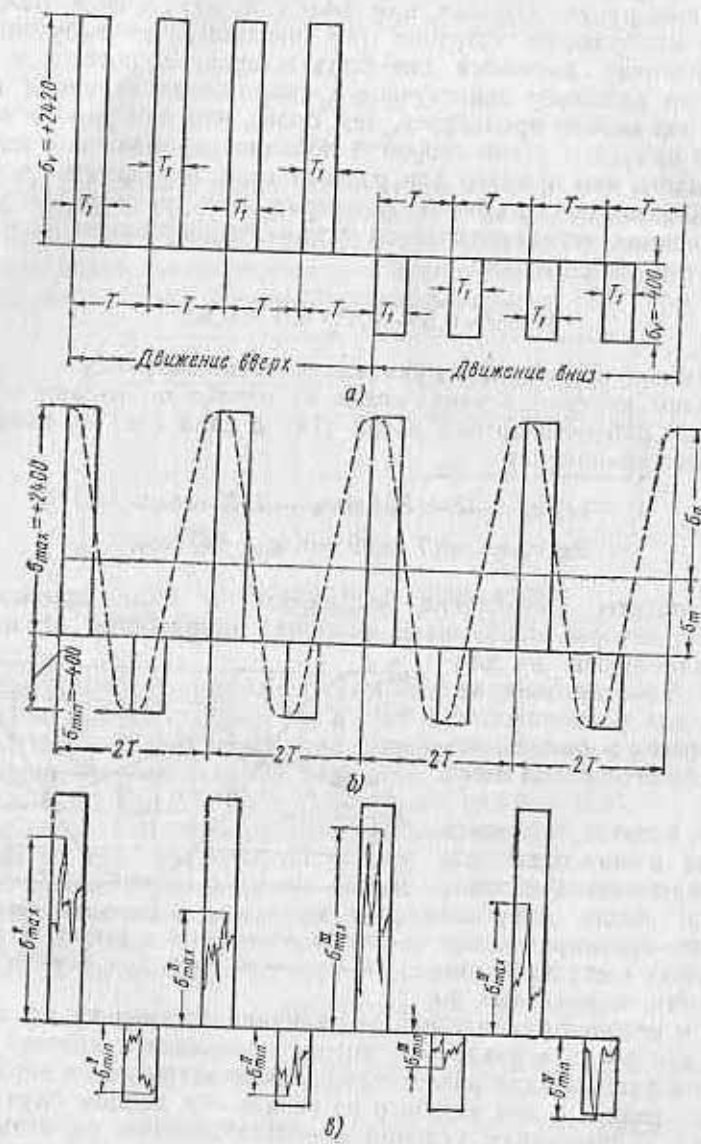


Рис. 153:

а — график изменения во времени напряжения изгиба для точки $\varphi = 10^\circ$ сечения ν вала; б — графики условного чередования во времени напряжения изгиба для точки $\varphi = 10^\circ$ сечения ν вала; в — график чередования импульсов напряжений, соответствующих графику б с учетом случайных изменений

другой точки ($\varphi = 80^\circ$) при движении вверх $\sigma_0 = +1020 \text{ кг/см}^2$ и вниз $\sigma_0 = +480 \text{ кг/см}^2$ и т. д.

На рис. 153, а показан график напряжений по времени для точки $\varphi = 10^\circ$, где T обозначает время одного оборота рассчитываемого вала; T_1 — время действия напряжения, соответствующее повороту вала на угол 145° (см. рис. 152).

Такое изменение напряжения (по несколько импульсов в каждую сторону) в данной точке вала несколько более благоприятно для его сопротивления усталости, чем чередование по одному импульсу, как показано на рис. 153, б. Однако из-за отсутствия экспериментальных данных о влиянии на усталость группового чередования импульсов напряжения* (т. е. чередованием в пользу надежности расчета), что напряжение меняется так, как показано на рис. 153, б, где общее число импульсов за время подъема и опускания рабочего органа то же, что и на рис. 153, а. Так как, согласно имеющимся экспериментальным данным, форма цикла напряжений не оказывает заметного влияния на усталостную прочность, то действительный ступенчатый график напряжений заменяем условным, синусоидальным графиком (штриховая линия на рис. 153, б) с длительностью цикла $2T$ и максимальным (σ_{\max}) и минимальным (σ_{\min}) значениями напряжений, равными значениями σ_0 при движении вверх и вниз. Тогда для любой точки сечения ν по рис. 150 получим следующие значения параметров расчетного цикла напряжений и запасов прочности:

а) в сечении ν

σ_{\max} в кг/см^2	φ^0	345	0	15	30	45
σ_{\min} »	»	+2124	+2360	+2430	+2430	+2090
n_σ	»	-650	-510	-340	-160	+50
	»	1,24	1,20	1,24	1,36	1,66

* Хотя экспериментальные данные о влиянии на усталость группового чередования импульсов напряжений отсутствуют, однако можно все же учесть то обстоятельство, что чередование положительных и отрицательных напряжений по одному импульсу, т. е. наличие знакопеременного напряжения, значительно сильнее сказывается на усталости, чем пульсирующее напряжение. Это видно, хотя бы из соотношения пределов выносливости σ_{-1} (при симметричном знакопеременном цикле) и σ_0 (при пульсирующем цикле), обычно для стали различных марок это соотношение лежит в пределах $\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_0} = 0,5 \div 0,6$. Если напряжения соответствуют наклонной ветви кривой усталости, то этому соотношению соответствует соотношение предельных чисел циклов $\frac{N_{(-1)}}{N_0} \approx (0,5 \div 0,6)^3 = 0,002 \div 0,010$. Отсюда можно заключить, что группирование небольшого числа импульсов одного знака не может заметно изменить усталостный эффект по сравнению с чередованием импульсов разных знаков по одному. Лишь при группировании импульсов одного знака в большие группы, измеряемые сотнями и тысячами, можно ожидать заметного изменения усталостного эффекта.

б) в сечении v_1

φ°	345	0	15	30	45
σ_{\max} в кг/см^2	+1600	+1800	+1860	+1800	+1600
σ_{\min} "	-460	-340	-160	-40	-80
n_σ	0,918	0,878	0,927	1,012	1,224

По формам кривых рис. 152 заключаем, что наименьшего значения запаса усталостной прочности следует ожидать в пределах значений $\varphi = 345 \div 45^\circ$. Для точек, лежащих на этих дугах, следует построить график изменения запаса прочности с учетом переменного характера нагрузки и с учетом концентрации напряжений.

Показанный на рис. 147 график режима нагрузки охватывает большое число (миллионы) резов, причем в каждом из этих резов, происходящем за 0,57 сек на пути в 1,6 м, содержатся десятки импульсов (колебаний) нагрузки. Цикл изменения нагрузки не имеет строго определенного периода, так как отражает механизм разрушения неоднородного материала. Процесс разрушения происходит при чередовании сжатия материала передней гранью резца и скалывании его по случайно ориентированной поверхности наименьшего сопротивления; при сжатии сопротивление нарастает, при скалывании — падает (см. рис. 6).

Принятый для расчета и полученный в результате камеральной обработки автоматической записи мощности на зажимах двигателя график режима нагрузки, представленный в виде ступенчатой диаграммы (см. рис. 147), близок к кривой, являющейся интегральной по отношению к кривой нормального распределения. Очевидно, что почти во всех случаях сопротивления, встречающиеся резцу на протяжении одного прохода, по величине представляют собой лишь известную часть всей нагрузки.

Учитывая, что напряжения, показанные на рис. 153, б, соответствуют наибольшей из длительно действующих нагрузок, необходимо каждый из импульсов напряжений скорректировать в соответствии с встречающимися случайными сопротивлениями (рис. 153, а).

Если учесть, что форма графика, выражающего изменение напряжения по времени, не оказывает заметного влияния на усталость, то циклы напряжения будут в нашем случае характеризоваться экспериментальными значениями:

$$\sigma_{\max}^{\prime}; \sigma_{\min}^{\prime}; \sigma_{\max}^{\prime\prime}; \sigma_{\min}^{\prime\prime}; \sigma_{\max}^{\prime\prime\prime}; \sigma_{\min}^{\prime\prime\prime} \text{ и т. д.}$$

Чтобы дать ориентировочную оценку распределению экстремальных значений напряжения (по числу циклов их действия), воспользуемся графиком, показанным на рис. 154, а, из которого получен упрощенный график, показанный на рис. 154, б. Сохраняя те же ступени относительной нагрузки m , что и на рис. 154, а, построим график, где по оси абсцисс отложим

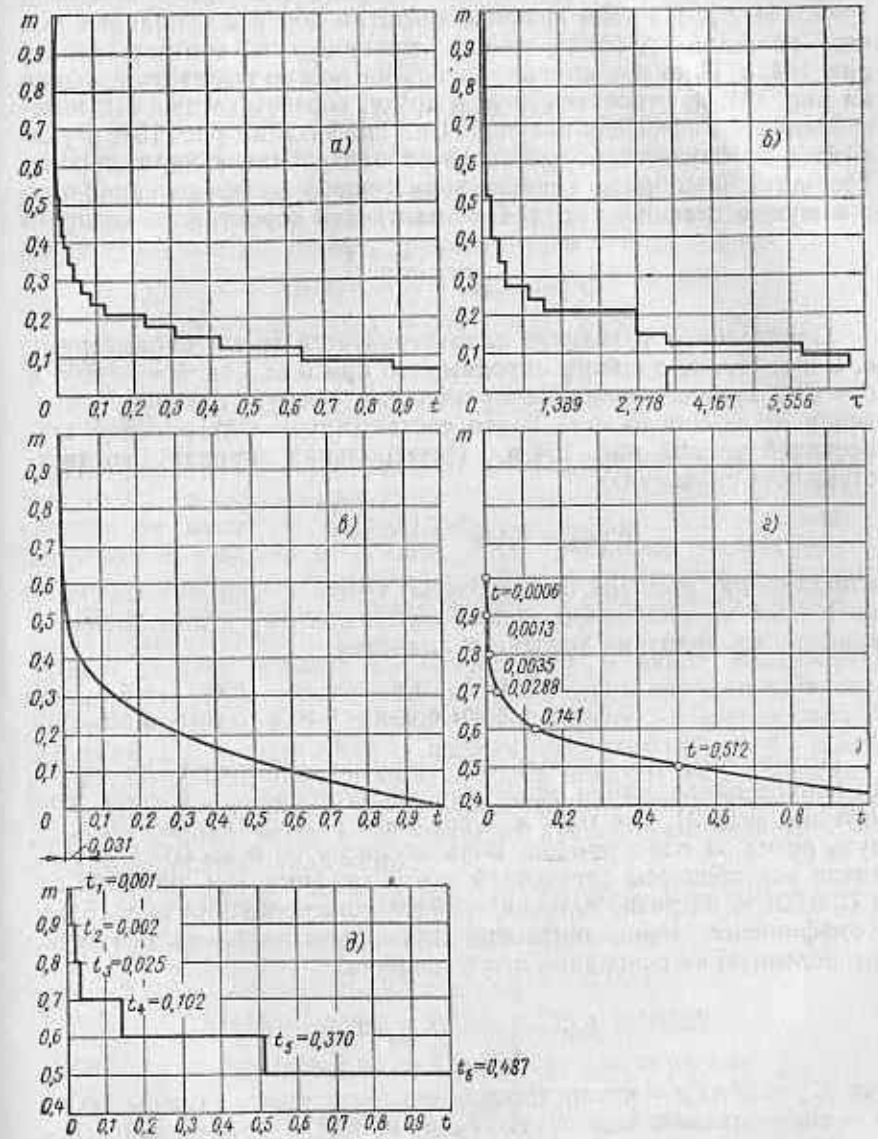


Рис. 154:

а — первичный график нагрузки, как первый этап обработки экспериментальных данных; б — график нагрузки, производный по отношению к графику а; в — интегральная по отношению к кривой нормального распределения кривая, соответствующая а; г — часть $t = 0 \div 0,031$ графика в, приведенная к абсциссе $\Sigma t = 1$; д — ступенчатый (для расчета) график нагрузки, соответствующий кривой б

значения относительных в долях рабочего чисел циклов τ (рис. 154, б). На этом графике масштаб абсцисс исправлен так, что площадь графика равна единице — в соответствии с рис. 154, а. Плавные кривые, которыми можно выразить графики на рис. 154, а, относятся друг к другу, соответственно как интегральная к дифференциальной. Вид графика на рис. 154, б указывает на близость полученного распределения к нормальному. Требуется подобрать кривую нормального распределения, ближайшую к графику рис. 154, б, плотность вероятности которого

$$\Phi'(m) = ce^{-\frac{1}{2}\left(\frac{m-b}{c}\right)^2}$$

Приведенное уравнение характеризуется тремя параметрами a , b и c . Путем подбора находим, что при $a = 4,44$, $b = -0,05$ и $c = 0,22$ кривая ограничивает площадь, равную единице, в пределах от $m = 0$ до $m = 1$, что соответствует интегральной ступенчатой кривой рис. 154, а. Интегральная кривая, соответствующая уравнению

$$\Phi(m) = 4,44e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{m+0,5}{0,22}\right)^2}$$

показана на рис. 154, в. Абсциссы точек с ординатами $m = 1 + 0,5$ на рис. 154, в весьма малы, поэтому в дополнение к графику приводим их численные значения:

m	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
τ	0,00002	0,00004	0,00011	0,0009	0,0044	0,016

Принимаем, что наибольшие нагрузки действуют на резец за период откалывания одного куска материала, т. е. примерно $0,05 : 1,6 = 0,031$, где $0,05$ м — средний размер куска; $1,6$ м — путь резца за один проход. Взяв абсциссу от 0 до $0,031$ и увеличив все абсциссы отсеченной части графика (см. рис. 154, а) в $1 : 0,031 = 32$ раза, получим график, показанный на рис. 154, г. Коэффициент эквивалентности для нормальных напряжений, вычисленный на основании этого графика,

$$k_{\sigma\sigma} = \sqrt[9]{\frac{N_u}{N_0} \sum p_i^9 t_i}$$

где $N_u = 60nT_p$ — число циклов за весь срок службы вала; n — число циклов в минуту; $T_p = 10\,000$ ч — расчетный срок службы вала; $N_0 = 10^7$ — базовое число циклов для легированной стали; p_i — относительное напряжение для i -й ступени графика; t_i — относительное число циклов напряжения. Длительность одного цикла напряжения от изгиба (рис. 153, в) составляет $2T = 2 \frac{1}{n} = 2 \frac{1}{42} = 0,0476$ мин ($n = 42$ — число

оборотов вала в минуту). Число циклов напряжения

$$n = \frac{1}{2T} = \frac{1}{0,0176} = 21 \text{ в минуту.}$$

Отсюда

$$N_u = 60n; T_p = 60 \cdot 21 \cdot 10\,000 = 1,26 \cdot 10^7.$$

Для определения величины $\sum p_i^9 t_i$ представим график рис. 154, г в виде ступенчатого графика (рис. 154, д), где (с допущением в пользу прочности) абсциссы нижележащих точек распространяем на вышележащие ступени. Тогда имеем

$$\begin{aligned} \sum p_i^9 t_i &= 1^9 \cdot 0,001 + 0,9^9 \cdot 0,002 + 0,8^9 \cdot 0,025 + \\ &+ 0,7^9 \cdot 0,102 + 0,6^9 \cdot 0,371 + 0,5^9 \cdot 0,487 = 0,0152. \end{aligned}$$

Отсюда

$$k_{\sigma\sigma} = \sqrt[9]{\frac{N_u}{N_0} \sum p_i^9 t_i} = \sqrt[9]{\frac{1,26 \cdot 10^7}{10^7} \cdot 0,0152} \approx 0,83.$$

Напряжение кручения зависит от положения рассматриваемой точки на окружности сечения лишь постольку, поскольку сечение не является кругом (шлицованное). Эти изменения напряжения в расчет не вводим, а как обычно за расчетную величину напряжения кручения принимаем номинальное напряжение, в дальнейшем корректируемое коэффициентом концентрации напряжения.

Для расчета условно (с допущением в запас прочности) принимаем, что значения максимальной нагрузки для каждого цикла соответствуют графику (рис. 154, д), а минимальные значения для каждого цикла принимаем равными нулю (хотя в действительности они больше нуля, за исключением отдельных случаев). Число циклов напряжений кручения принимаем равным расчетному числу откалываемых кусков (см. выше), т. е. в 32 раза больше числа резцов:

$$N_u = 60 \cdot 32n_p T_p = 60 \cdot 32 \cdot 42 \cdot 10\,000 = 80,6 \cdot 10^7.$$

Для графика, показанного на рис. 147, имеем

$$\begin{aligned} \sum p_i^9 t_i &= 1^9 \cdot 0,005 + 0,515^9 \cdot 0,003 + \\ &+ 0,221^9 \cdot 0,867 + 0,06^9 \cdot 0,125 = 0,00508. \end{aligned}$$

Отсюда коэффициент эквивалентности для кручения

$$k_{\sigma\tau} = \sqrt[9]{\frac{N_u}{N_0} \sum p_i^9 t_i} = \sqrt[9]{\frac{80,6 \cdot 10^7}{10^7} \cdot 0,00508} \approx 0,9.$$

Запасы прочности определяются по формуле

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}.$$

Подставив в это выражение приведенные в гл. 4 выражения для величин n_σ и n_τ , после преобразований найдем

$$n_\sigma = \frac{2\sigma_{-1}}{\sigma_{\max} [k_{\sigma\sigma} (k_\sigma)_D + \psi_\sigma] - \sigma_{\min} [k_{\sigma\sigma} (k_\sigma)_D - \psi_\sigma]};$$

$$n_\tau = \frac{2\tau_{-1}}{\tau_{\max} [k_{\sigma\tau} (k_\tau)_D + \psi_\tau]}.$$

где σ_{\max} , σ_{\min} и τ_{\max} соответствуют наибольшей из длительно действующих нагрузок.

Для стали марки 12Х2Н4А, улучшенной до твердости не ниже НВ 270*, $\sigma_{-1} = 100 \text{ кг/см}^2$; для сечения v на выходе шлицев для обработки $\nabla 6 - \nabla 8$ принимаем $k^n = 0,85$ (табл. 23 на стр. 102). Коэффициенты концентрации напряжений $k_\sigma = 1,72$; $k_\tau = 1,58$ (табл. 19 на стр. 97). Коэффициенты асимметрии цикла $\psi_\sigma = 0,15$; $\psi_\tau = 0,10$ (табл. 4 на стр. 64). Коэффициенты влияния абсолютных размеров $e_\sigma = 0,64$; $e_\tau = 0,72$ (рис. 63 на стр. 95). Пределы выносливости при изгибе и кручении $\sigma_{-1} = 4500 \text{ кг/см}^2$, $\tau_{-1} = 2300 \text{ кг/см}^2$ (табл. 4 на стр. 64).

Тогда

$$(k_\sigma)_D = \frac{1,72}{0,85 \cdot 0,64} = 3,17; \quad (k_\tau)_D = \frac{1,58}{0,85 \cdot 0,72} = 2,58;$$

$$k_{\sigma\sigma} (k_\sigma)_D + \psi_\sigma = 0,83 \cdot 3,17 + 0,15 = 2,78;$$

$$k_{\sigma\sigma} (k_\sigma)_D - \psi_\sigma = 0,83 \cdot 3,17 - 0,15 = 2,47;$$

$$k_{\sigma\tau} (k_\tau)_D + \psi_\tau = 0,9 \cdot 2,58 + 0,10 = 2,42;$$

$$2\sigma_{-1} = 2 \cdot 4500 = 9000 \text{ кг/см}^2;$$

$$2\tau_{-1} = 2 \cdot 2300 = 4600 \text{ кг/см}^2,$$

отсюда

$$n_\sigma = \frac{9000}{2,78\sigma_{\max} - 2,47\sigma_{\min}} = \frac{3240}{\sigma_{\max} - 0,89\sigma_{\min}};$$

$$n_\tau = \frac{4600}{2,42\tau_{\max}} = \frac{1900}{\tau_{\max}}.$$

Значения σ_{\max} и σ_{\min} получим по рис. 152. Значение $\tau_{\max} = \tau_v = 940 \text{ кг/см}^2$ было вычислено выше.

Для всех точек сечения v

$$n_\sigma = \frac{1900}{940} = 2,02.$$

* В табл. 4 (стр. 64) механические свойства этой стали даны для НВ 300.

Для различных значений φ при различных σ_{\max} и σ_{\min} по данным рис. 152 получим следующие величины n_σ :

φ°	...	345	0	15	30	45
σ_{\max}	...	+2124	+2360	+2430	+2430	+2090
σ_{\min}	...	-650	-510	-340	-160	+50
n_σ	...	1,24	1,20	1,24	1,36	1,66

Кривая изменения запаса прочности показана на рис. 155. Для наименьшего из полученных значений $n_\sigma = 1,20$ находим наименьшее значение запаса прочности по сопротивлению усталости для сечения v :

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{1,20 \cdot 2,02}{\sqrt{1,20^2 + 2,02^2}} = 1,1.$$

Расчет запаса прочности в сечении v показывает, что в нем преобладает влияние изгиба. Недалеко от сечения v с коэффициентом концентрации $k_\sigma = 1,72$ расположено сечение v_1 с коэффициентом концентрации (край кольца подшипника качения) $k_\sigma = 4,90$ (табл. 19 на стр. 97). Можно ожидать, что в сечении v_1 , несмотря на большой момент сопротивления и незначительно увеличенный изгибающий момент, запас прочности окажется меньше, чем для сечения v , а поскольку изгиб преобладает, то и общий запас прочности при изгибе и кручении также может оказаться в сечении v_1 меньше, чем в сечении v .

Рис. 155. График изменения напряжения изгиба в сечении v_1 в функции угла φ

Подставляя в полученные выше уравнения $W_1 = 22,8 \text{ см}^3$ вместо $W = 20,4 \text{ см}^3$; $W_{\sigma 1} = 0,1 \cdot 11^3 = 133 \text{ см}^3$ вместо $W_\sigma = 98,2 \text{ см}^3$ и $F_{\sigma 1} = 0,785 \cdot 11^2 = 95 \text{ см}^2$ вместо $F_v = 87 \text{ см}^2$, получим напряжение при изгибе в сечении v_1 :

$$\sigma_{\sigma 1} = \pm \frac{A_1}{95} \pm \frac{1}{133} [(T_1 \sin \varphi + R_1 \cos \varphi) 22,8 \pm 65 \cos \varphi].$$

При движении рабочего органа вверх, при работе нижнего резца

$$\sigma_{\sigma 1} = + \frac{2840}{95} + \frac{1}{133} [22,8 (2840 \sin \varphi + 2310 \cos \varphi) + 652840 \cos \varphi] = 30 + 487 \sin \varphi + 1760 \cos \varphi;$$

при работе верхнего резца $\sigma_{\sigma 1} = 0$.

При движении рабочего органа вниз, при работе нижнего реза

$$\sigma_{v1} = -\frac{1420}{95} + \frac{1}{133} [22,8(2840 \sin \varphi + 2310 \cos \varphi) - 65 \cdot 1420 \cos \varphi] = 15 + 487 \sin \varphi - 328 \cos \varphi,$$

при работе верхнего реза $\sigma_{v1} = 0$.

Значения σ_{v1} в зависимости от φ приведены на рис. 155. Для сечения v_1 коэффициенты эквивалентности остаются такими же, как и для сечения v : $k_{\sigma} = 0,83$; $k_{\tau} = 0,90$. Коэффициен-

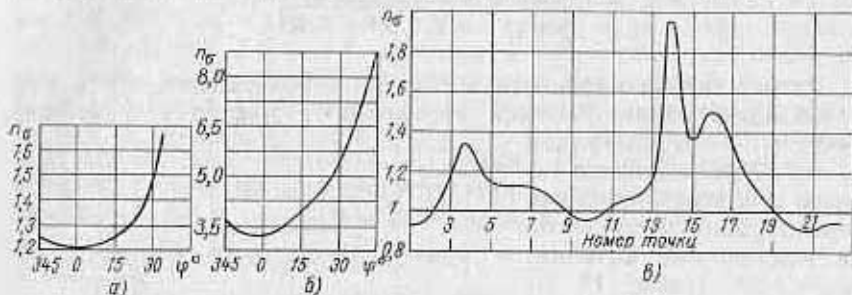


Рис. 156. Графики:

а — изменения коэффициента n_{σ} запаса прочности по дуге $\varphi = -15 - 45^\circ$ сечения v ; б — изменение коэффициента n_{σ} запаса прочности по дуге сечения v_1 ; в — изменение коэффициента n_{σ} запаса прочности по окружности сечения u

ты концентрации напряжения для сечения v_1 в месте посадки подшипника принимаем по табл. 20 на стр 98; для прессовой посадки: $k_{\sigma D} = 4,90$; $k_{\tau D} = 3,34$. Остальные данные для расчета на выносливость: $\psi_{\sigma} = 0,15$; $\psi_{\tau} = 0,10$; $\varepsilon_{\sigma} = 0,64$; $\varepsilon_{\tau} = 0,64$; $\sigma_{-1} = 4500$; $\tau_{-1} = 2300$; $k^n = 1$ (шлифование под подшипник).

$$(k_{\sigma})_D (k_{\sigma})_D + \psi_{\sigma} = 0,83 \cdot 4,90 + 0,15 = 4,2;$$

$$k_{\sigma} (k_{\sigma})_D - \psi_{\sigma} = 0,83 \cdot 4,90 - 0,15 = 3,9;$$

$$k_{\tau} (k_{\tau})_D + \psi_{\tau} = 0,9 \cdot 3,34 + 0,10 = 3,0;$$

$$2\sigma_{-1} = 2 \cdot 4500 = 9000; \quad 2\tau_{-1} = 2 \cdot 2300 = 4600;$$

$$n_{\sigma} = \frac{9000}{4,2\sigma_{\max} - 3,9\sigma_{\min}} = \frac{2140}{\sigma_{\max} - 0,93\sigma_{\min}};$$

$$n_{\tau} = \frac{4600}{3,0\tau_{\max}} = \frac{1530}{\tau_{\max}}.$$

Значения σ_{\max} и σ_{\min} получим по рис. 156, а. Значение τ_{\max} определяем по вычисленному выше значению $\tau_v = 940 \text{ кг/см}^2$,

учитывая соотношение моментов сопротивления $W_{кр1} = 266$ и $W_{хв} = 196,4 \text{ см}^3$, получим

$$\tau_{v1} = \tau_v \frac{W_{хв}}{W_{кр1}} = 940 \frac{196,4}{266} = 693 \text{ кг/см}^2;$$

$$n_{\tau} = \frac{1530}{\tau_{\max}} = \frac{1530}{\tau_{v1}} = \frac{1530}{693} = 2,21.$$

Величины n_{σ} для различных значений следующие:

φ°	345	0	15	30	45
σ_{\max}	+1600	+1800	+1860	+1800	+1600
σ_{\min}	-60	-340	-160	-40	-80
n_{σ}	1,4	1,34	1,42	1,55	1,9

Кривая изменения запаса прочности n_{σ} показана на рис. 156, б.

В сечении v_1 для наименьшего из полученных значений $n_{\sigma} = 1,34$ запас прочности по сопротивлению усталости

$$n_{\tau} = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{1,34 \cdot 2,21}{\sqrt{1,34^2 + 2,21^2}} = 1,23.$$

Так же определяем запас прочности в сечении u $n = 0,90$. На рис. 156, в показано изменение n_{σ} по окружности сечения u , разделенной на 24 участка.

Полученные величины запасов прочности для трех опасных сечений вала (1,10 для v , 1,23 для v_1 ; 0,90 для u) указывают на недостаточную прочность вала. В эксплуатационных условиях наблюдались поломки валов по сечению u . В связи с этим было применено поверхностное упрочнение (закалка с нагревом т. в. ч.) по всей длине вала, кроме участка 130 мм, после чего поломки прекратились.

Проверим вал на статическую прочность при действии наибольшей кратковременной нагрузки, т. е. при $k_{\sigma 0} = k_{\tau 0} = 1$. При этом для пластичного материала для расчета на статическую прочность эффективные коэффициенты концентрации напряжений при изгибе k_{σ} и кручении k_{τ} полагаем равными единице. Запас прочности по пределу текучести определяем по формуле

$$n_T = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}},$$

где коэффициенты запаса прочности

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}}; \quad n_{\tau} = \frac{\tau_T}{\tau_{\max}}$$

$$(\sigma_T = 7500 \text{ кг/см}^2; \quad \tau_T = 4500 \text{ кг/см}^2).$$

Опасным по статической прочности является сечение u (это выявлено в примере, рассмотренном в гл. 5). Для этого сечения выше было получено уравнение для напряжения изгиба

$$\sigma = 27 + 368 \sin \varphi + 1107 \cos \varphi - 1210 \sin(\varphi + \theta - 25^\circ),$$

коэффициенты которого соответствуют нагрузке, вызывающей крутящий момент $M_k = T_1 r_k = 2840 \cdot 65 = 184000 \text{ кг}\cdot\text{см}$.

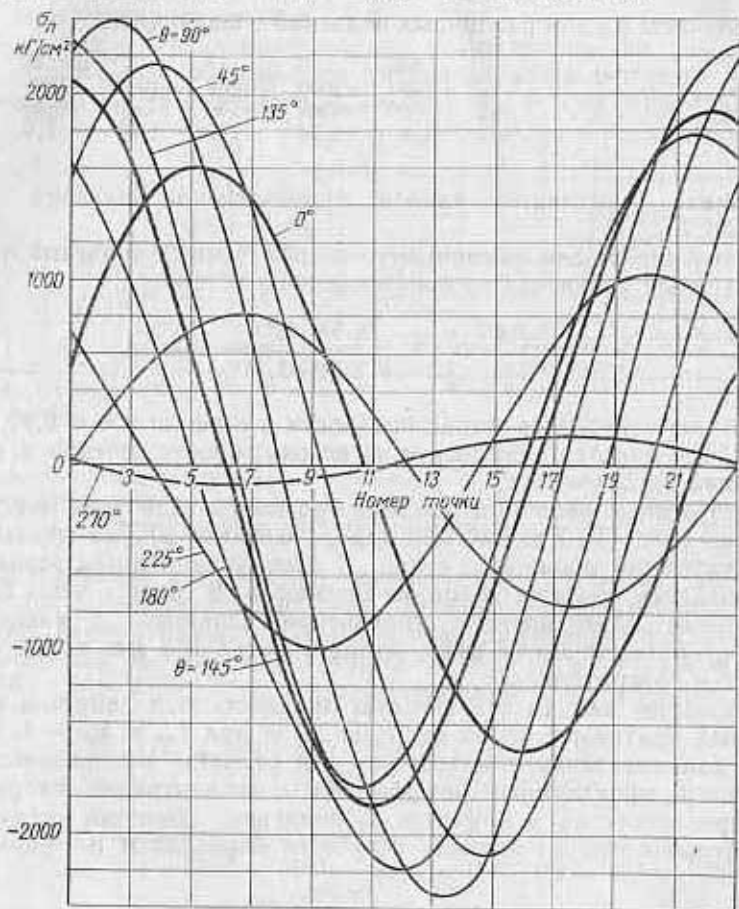


Рис. 157. Графики изменения напряжений изгиба в сечении u в функции угла φ (№ точки) и угла θ

Не меняя пока коэффициентов уравнения $\sigma = f(\varphi, \theta)$, в соответствии с заданной величиной наибольшей нагрузки, найдем сочетание величин φ и θ , при которых напряжение при изгибе достигает наибольшего значения. Для этого строим графики для

σ_u (рис. 157), где положение точки определяется ее номером, соответствующим номеру зуба шлицев. Учитываем при этом, что для случая I, a (работа нижнего резца при движении рабочего органа вверх) угол φ меняется от 0 до 145° (жирные линии на рис. 157). Напряжение достигает наибольшей величины при значениях $\varphi = 0$ и $\theta = 145^\circ$, для которых при

$$M_k = 184000 \text{ кг}\cdot\text{см}$$

$$\sigma = 2070 \text{ кг}/\text{см}^2;$$

$$\tau = 706 \text{ кг}/\text{см}^2.$$

Следовательно, при заданной величине наибольшей нагрузки $M_{k \max} = 520000 \text{ кг}\cdot\text{см}$ наибольшее напряжение будет: при изгибе

$$\sigma_{\max} = \sigma \frac{M_{k \max}}{M_k} = 2070 \frac{520000}{184000} = 5850 \text{ кг}/\text{см}^2;$$

при кручении

$$\tau_{\max} = \tau \frac{M_{k \max}}{M_k} = 706 \frac{520000}{184000} = 2000 \text{ кг}/\text{см}^2.$$

Тогда коэффициенты запаса прочности будут:

при изгибе

$$n_{T\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{7500}{5850} = 1,28;$$

при кручении

$$n_{T\tau} = \frac{\sigma_T}{\tau_{\max}} = \frac{4500}{2000} = 2,25,$$

а запас прочности по пределу текучести

$$n_T = \frac{n_{T\sigma} n_{T\tau}}{\sqrt{n_{T\sigma}^2 + n_{T\tau}^2}} = \frac{1,28 \cdot 2,25}{\sqrt{1,28^2 + 2,25^2}} = 1,1.$$

При столь близком к единице значении запаса прочности по пределу текучести вероятность возникновения пластических деформаций является достаточно высокой. Поэтому статическая несущая способность вала будет достаточной лишь при условии, что нагрузки, заметно превосходящие расчетную наибольшую нагрузку (более чем на 10%), вызовут настолько небольшие пластические деформации, что нормальная работа связанных с валом деталей не нарушится.

Вал подъемной машины

Чертежи узла коренного вала подъемной машины и самого вала приведены на рис. 158 и 159. На валу расположены два барабана, один из которых несет ветвь каната с грузом, второй—

без груза. По условиям работы каждый из барабанов может нести как нагруженную, так и ненагруженную ветви.

Исходные данные (в кг)

Вес вала	$G_n = 25\ 000$
Вес барабана левого со ступицами и венцов	$G_A = 36\ 000$
Вес барабана правого со ступицами	$G_B = 33\ 000$
Вес зубчатой муфты	$G_M = 4\ 500$
Вес каната каждого барабана	$G_K = 7\ 150$
Силы от ветвей с грузом и без груза, действующие на вал через барабаны:	
номинальное усилие в канате с грузом с учетом веса каната	$G_{ср} + G_K = 27\ 150$
номинальное усилие в канате без груза	$G_{бс} = 8\ 000$

Нагрузки от веса узла вала в процессе его работы не могут меняться сколько-нибудь значительно. С другой стороны, усилия в канатах существенно зависят от условий эксплуатации. Поэтому наибольшие кратковременные и длительно действующие нагрузки определяются как нагрузки в канатах, а затем суммируются с нагрузками от веса.

Наибольшие кратковременные нагрузки принимаем равными разрывному усилию каната, т. е. усилию, действующему на грузовой барабан $G_{рп} = P_{разр} = 125\ 000$ кг при усилии в порожняковом канате $G_{бс} = 8\ 000$ кг.

Для случая действия наибольших длительно действующих нагрузок необходимо учесть увеличение номинальных нагрузок на нагруженной ветви каната за счет динамических нагрузок, возникающих в процессе разгона и торможения клети. В книге [42] приведены результаты экспериментального исследования динамики работы подъемной машины, близкой по параметрам к рассматриваемой. Прямых измерений усилий, возникающих в канате, в этой книге не приведено, однако имеющиеся данные по измерениям касательных напряжений при кручении коренного вала позволяют сделать некоторые выводы по динамике приложения нагрузок.

На рис. 160, а приведены данные по измерениям пути, скорости, ускорений и напряжений по коренному валу, из которых видно, что среднее ускорение подъема $j_1 \approx 0,3$ м/сек², а среднее замедление $j_2 = 0,17$ м/сек². Диаграмма напряжений показывает, что при пуске наибольшие касательные напряжения превосходят номинальные примерно в 2 раза, а время действия этих напряжений составляет около 1/6 времени пуска; периоды действия этих напряжений соответствуют периодам переключения пусковых реостатов. В остальное время пуска, как и в период равномерного подъема, касательные напряжения в валу близки к номинальным. Из-за отсутствия прямых измерений усилий в канате принимаем, что их изменение соответствует изменению касательных напряжений в

коренном валу. На рис. 160, в приведена схематическая диаграмма усилий в канате с грузом. Наибольшая длительно действующая нагрузка составляет удвоенную номинальную, поэтому $S_{наиб.дл.} = 2(G_{ср} + G_K) = 2(20\ 000 + 7\ 150) = 54\ 300$ кг. Число циклов действия наибольших кратковременных нагрузок за весь срок 30 лет службы машин, предполагая четыре

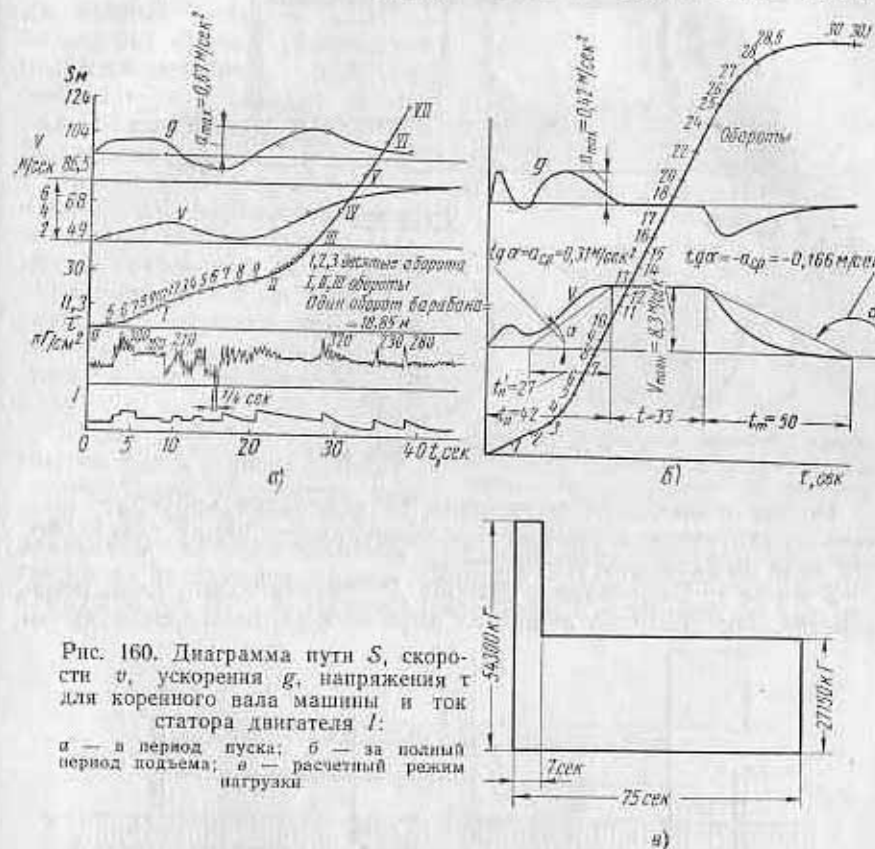


Рис. 160. Диаграмма пути S , скорости v , ускорения g , напряжения τ для коренного вала машины и ток статора двигателя I :

а — в период пуска; б — за полный период подъема; в — расчетный режим нагрузки.

подъема в час при круглосуточной работе и число оборотов вала $n = 26,4$ об/мин, будет

$$N = \frac{7 \cdot 4 \cdot 24 \cdot 360 \cdot 30\pi}{60} = 3,2 \cdot 10^6.$$

Так как полученное число циклов действия наибольшей нагрузки близко к базовому [$N_6 = (1+4) 10^6$], то расчет ведем только на наибольшую длительно действующую нагрузку, без учета номинальной.

В ненагруженной ветви нагрузку при пуске определяем, пренебрегая инерционными нагрузками (имея в виду малое ускорение $j_1 = 0,3 \text{ м/сек}^2$): $S_{\delta a} = G_{\delta a} = 8000 \text{ кг}$.

Схема узла вала показана на рис. 161. Материал вала — сталь марки 45 нормализованная.

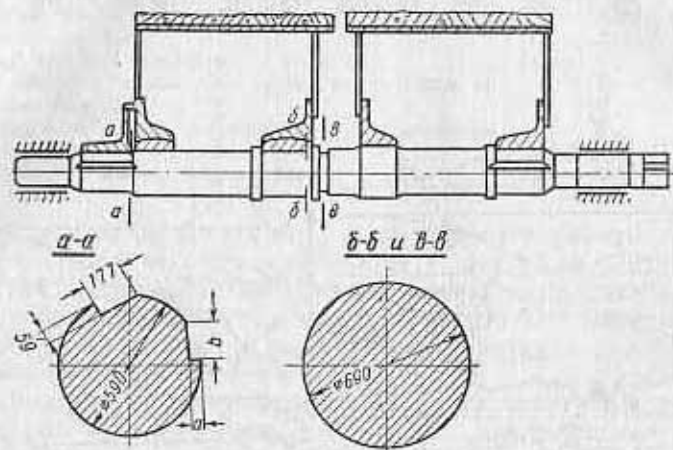


Рис. 161. Схема узла вала

Расчет вала ведем полностью, не используя критериев расчета на статическую прочность и выносливость ввиду уникальности вала по размерам и стоимости.

Расчет. *Определение усилий.* Расчетная схема вала показана на рис. 162. Вал лежит на двух опорах скольжения; точки

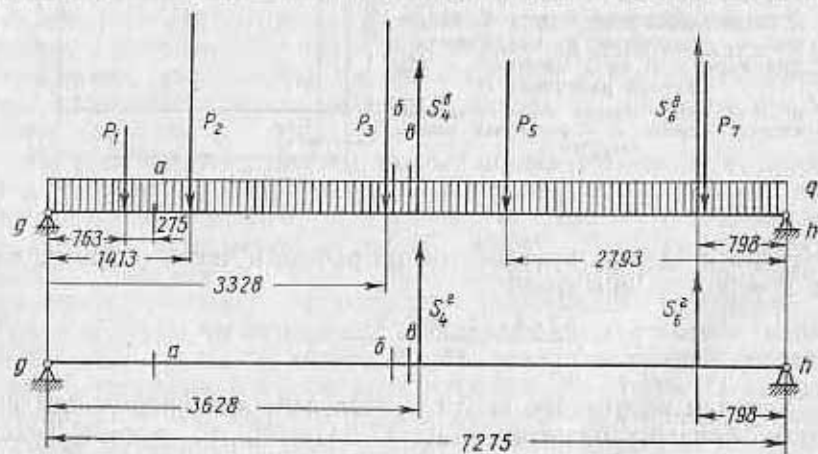


Рис. 162. Действие на вал нагрузок в вертикальной и горизонтальной плоскостях

опор выбираем на расстоянии $0,25 l_{подш} = 0,25 \cdot 65 = 16,25 \text{ см}$ от внутренних краев опор.

При работе машины возможны два расчетных варианта действия рабочих нагрузок (рис. 163): *I* — на левый барабан целиком намотан ненагруженный канат, грузовой канат целиком смотан с правого; *II* — с левого барабана смотан нагруженный канат, на правый целиком намотан канат без груза. Вследствие несимметричности приложения нагрузок следует проверить оба варианта и отобрать более опасный.

Все весовые нагрузки действуют на вал вертикально. Вертикальная составляющая натяжения грузовой и порожняковой ветвей $S^v = S \sin 30^\circ$. Полагаем, что нагрузки, действующие на барабан, распределяются по опорам барабанов на валу.

Схема нагрузок, действующих на вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях, приведена на рис. 162. В табл. 49 приведены значения нагрузок и реакций опор для вариантов нагружения кратковременными и длительно действующими нагрузками, в табл. 50 — значения изгибающих и крутящих моментов.

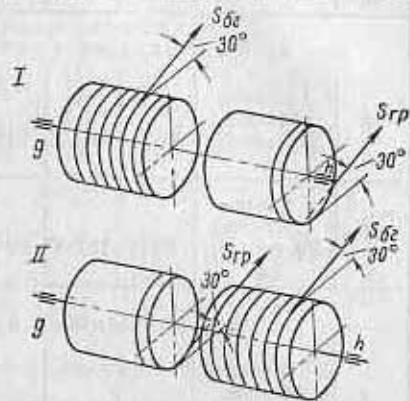


Рис. 163. Варианты действия нагрузок ($S_{\delta a}$ — усилие в порожняковой ветви; $S_{\epsilon a}$ — усилие в грузовой ветви)

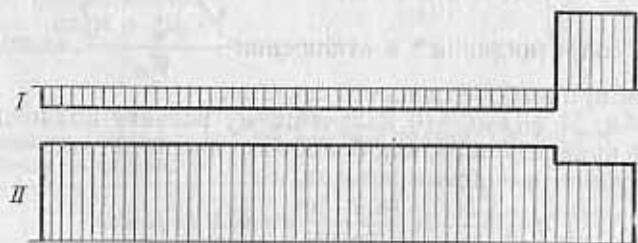


Рис. 164. Эпюры крутящих моментов

Эпюры крутящих моментов приведены на рис. 164 (эпюры *I* и *II* соответствуют вариантам действия нагрузок).

Выбор опасных сечений и определение номинальных напряжений. а) При расчете на статическую прочность *II* вариант нагружения оказывается более опасным. Сечения, подлежащие проверке (рис. 161): по концу ступицы зубчатой муфты (сечение *aa*) и у краев ступицы левого барабана (сечение *бб*).

Вариант	Плоскость	Нагрузки и реакции опор в кг							
		P_1	$P_2 = P_3$	$P_4 = P_5$	q в кг/см	S_1	S_2	R_g	R_H
А. Наибольшие кратковременные нагрузки									
I	Горизонтальная	—	—	—	—	6 900	108 000	149 000	100 000
	Вертикальная	4500	21 575	10 500	28	—4 000	62 500	44 900	5 750
II	Горизонтальная	—	—	—	—	108 000	6 900	54 900	60 000
	Вертикальная	4500	18 000	20 075	28	62 500	4 000	35 300	3 850
Б. Наибольшие длительные нагрузки									
I	Горизонтальная	—	—	—	—	6 900	47 000	8 700	45 200
	Вертикальная	4500	21 575	165 000	28	4 000	27 150	48 700	25 800
II	Горизонтальная	—	—	—	—	47 000	6 900	24 300	29 600
	Вертикальная	4500	18 000	20 075	28	27 150	4 000	36 600	37 900

В табл. 51 даны значения приведенного момента $\sqrt{M_u^2 + M_k^2}$, моментов сопротивления* и отношения $\frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{W_u}$, являющегося критерием при выборе опасного сечения.

Из табл. 51 видно, что дальнейшему расчету подлежит сечение aa по краю ступицы, как более напряженное.

Напряжение в опасном сечении

$$\sigma = \frac{M}{W_u} = \frac{66,2 \cdot 10^5}{20\,000} = 331 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau = \frac{M_k}{W_k} = \frac{375 \cdot 10^3}{41\,600} = 900 \text{ кг/см}^2,$$

где

$$W_k = \frac{\pi 59^3}{16} - \frac{5,9 \cdot 17,7 \cdot 59}{4} = 41\,600 \text{ см}^3.$$

* Моменты сопротивления сечения при наличии тангенциальных шпонок вычислены по формулам $W_u = \frac{\pi D^3}{32} - ab \frac{D}{4}$ и $W_k = \frac{\pi D^3}{16} - \frac{abD}{4}$; обозначения см. на рис. 161.

Варианты	Моменты	Сечения					
		1	2	3	4	5	6
		Значение $M_u \cdot 10^{-5}$ и $M_k \cdot 10^{-5}$ в кг/см					
А. Наибольшие кратковременные							
I	Изгибающие:						
	горизонтальная плоскость	33,4	57,6	79,4	77,2	84,5	—5,4
	вертикальная плоскость	11,35	21,1	49,6	52,6	63,7	79,8
	результатирующий	35,6	60	93,5	93,5	106	80
Крутящий	24	24	24	24	24	351	
II	Изгибающие:						
	горизонтальная плоскость	26,2	44,3	56,1	50,4	32,25	3
	вертикальная плоскость	41,8	77,5	183	199	153,8	48
	результатирующий	49,3	89	192	205	156	49
Крутящий	375	375	375	375	375	351	
Б. Наибольшие длительно действующие							
I	Изгибающие:						
	горизонтальная плоскость	6,65	12,3	29	31,6	32,2	36,2
	вертикальная плоскость	36,3	63,1	94,8	91,5	39,85	11,7
	результатирующий	37	64,3	99,2	97,0	51,3	37,8
Крутящий	24	24	24	24	24	139	
II	Изгибающие:						
	горизонтальная плоскость	18,55	34,6	81,5	88,7	68,8	19,4
	вертикальная плоскость	27,1	46,1	60,5	56,3	63,1	21,2
	результатирующий	32,8	57,6	101,5	105	93,4	28,8
Крутящий	163	163	163	163	163	139	

51. Определение критерия выбора опасных сечений при расчете на статическую прочность

Расчетные величины	Сечения	
	aa	bb
$M_u \cdot 10^{-5}$ кг/см	66,2	205
$M_k \cdot 10^{-5}$ кг/см	375	375
$\sqrt{M_u^2 + M_k^2} \cdot 10^{-5}$ кг/см	380	426
W_u см ³	20 000	32 000
$\frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{W_u}$ кг/см ²	1 900	1 330

52. Определение критерия выбора опасных сечений при расчете на выносливость

Расчетные величины	Сечения		
	aa	bb	aa
$M_a \cdot 10^{-5} \text{ кгсм}$	48,5	105	105
$M_k \cdot 10^{-5} \text{ кгсм}$	69,5	69,5	69,5
$\sqrt{M_a^2 + M_k^2} \cdot 10^{-5} \text{ кгсм}$	84,8	126	126
$W_a \text{ см}^3$	20 000	32 000	343 000
k_σ	3	2,0	2,1
$k_\sigma \frac{\sqrt{M_a^2 + M_k^2}}{W_a} \text{ кг/см}^2$	1 270	790	775

б) При расчете на выносливость изгибающие моменты при I варианте нагружения в сечениях 1, 2 и 6 оказываются большими, чем при II варианте нагружения, в сечениях 3 и 5 — наоборот. Так как нагрузки вращаются относительно вала, то приведенные в табл. 51 значения изгибающих моментов являются амплитудными значениями моментов. Амплитудное значение крутящего момента в сечениях 1—5

$$M_{k.a} = \frac{M_{кII} - M_{кI}}{2} = 69,5 \cdot 10^5 \text{ кгсм},$$

поскольку за два подъема осуществляются оба варианта нагружения в один цикл изменения напряжения кручения. Среднее значение крутящего момента

$$M_{k.m} = \frac{M_{кII} + M_{кI}}{2} = 93,5 \cdot 10^5 \text{ кгсм}.$$

Опасными являются следующие сечения: по краю ступицы муфты (сечение aa), где имеется концентрация напряжений от прессовой посадки ступицы; по краю ступицы левого барабана (сечение bb), где имеется концентрация от ходовой посадки ступицы на вал; по галтели (сечение aa) у края ступицы левого барабана.

Изгибающие моменты (амплитудные значения) в сечении aa

$$M = \frac{M_2 - M_1}{65} = 27,5 + M_1 = 48,5 \cdot 10^5 \text{ кгсм};$$

в сечения bb и aa

$$M = 105 \cdot 10^5 \text{ кгсм}.$$

В табл. 52 даны амплитудные значения приведенных моментов, моментов сопротивления, ориентировочные значения коэффициентов концентрации и отношение

$$k_\sigma \frac{\sqrt{M_a^2 + M_k^2}}{W_a},$$

являющееся критерием при выборе опасного сечения.

Критерий выбора опасных сечений достигает наибольшего значения в сечении aa и превосходит критерий в других сечениях более чем на 30%. Дальнейший расчет на выносливость производим для сечения I—I.

Напряжения в опасном сечении в кг/см²:

$$\sigma_a = \frac{48,5 \cdot 10^5}{20 000} = 242;$$

$$\tau_a = \frac{69,5 \cdot 10^5}{41 600} = 167;$$

$$\tau_m = \frac{93,5 \cdot 10^5}{41 600} = 225.$$

Определение запаса прочности. Материал вала — сталь марки 45, диаметр заготовки 850—900 мм; по табл. 4 (стр. 64) предел прочности $\sigma_b = 56 \text{ кг/мм}^2$, предел текучести $\sigma_T = 28 \text{ кг/мм}^2$, $\tau_T = 15 \text{ кг/мм}^2$, предел усталости при изгибе $\sigma_{-1} = 25 \text{ кг/мм}^2$, предел усталости при кручении $\tau_{-1} = 15 \text{ кг/мм}^2$, $\psi_\sigma = 0$, $\psi_\tau = 0$.

а) При расчете на статическую прочность коэффициенты запаса прочности будут:

$$n_{T\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma_a} = \frac{2800}{331} = 8,46;$$

$$n_{T\tau} = \frac{\tau_T}{\tau} = \frac{1500}{900} = 1,65.$$

Запас прочности

$$n_T = \frac{n_{T\sigma} n_{T\tau}}{\sqrt{n_{T\sigma}^2 + n_{T\tau}^2}} = \frac{1,65 \cdot 8,46}{\sqrt{1,65^2 + 8,46^2}} = 1,6.$$

Наибольшие кратковременные нагрузки выбираем по условию обрыва каната, причем принимаем, что на барабан действует статическое усилие разрыва каната. Вместе с тем в реальных условиях из-за больших маховых масс барабанов на вал передается лишь часть усилия разрыва каната. Поэтому можно считать, что при условии тщательного контроля качества поковки вала запас прочности $n_T = 1,6$ можно признать достаточным.

б) При расчете на выносливость коэффициенты концентрации напряжений для прессовой посадки ступицы при $\sigma_a =$

$= 56 \text{ кг/мм}^2$ и диаметрах порядка 100 мм по табл. 21 $(k_{\sigma})_D = 3,45$; $(k_{\tau})_D = 2,45$. Пересчет для диаметра 500 мм производим по рис. 63: для $d = 100 \text{ мм}$ $\epsilon_{\sigma} = 0,7$; $\epsilon_{\tau} = 0,7$ и для $d = 500 \text{ мм}$ $\epsilon_{\sigma} = 0,6$; $\epsilon_{\tau} = 0,6$.

Для $d = 500 \text{ мм}$

$$(k_{\sigma})_{D,500} = (k_{\sigma})_{D,100} \cdot \frac{\epsilon_{\sigma,100}}{\epsilon_{\sigma,500}} = 3,45 \frac{0,7}{0,6} = 4,0;$$

$$(k_{\tau})_{D,500} = (k_{\tau})_{D,100} \frac{\epsilon_{\tau,100}}{\epsilon_{\tau,500}} = 2,45 \frac{0,7}{0,6} = 2,86.$$

Пределы выносливости для детали в кг/см^2 будут

$$(\sigma_{-1})_D = \frac{\sigma_{-1}}{(k_{\sigma})_D} = \frac{2500}{4,0} = 625;$$

$$(\tau_{-1})_D = \frac{\tau_{-1}}{(k_{\tau})_D} = \frac{1500}{2,86} = 525.$$

Коэффициенты запаса прочности:

$$n_{\sigma} = \frac{(\sigma_{-1})_D}{\sigma_{\sigma} + (\psi_{\sigma})_D \sigma_m} = \frac{625}{242} = 2,58;$$

$$n_{\tau} = \frac{(\tau_{-1})_D}{\tau_{\sigma} + (\psi_{\tau})_D \tau_m} = \frac{525}{167} = 3,13.$$

Запас прочности

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{2,58 \cdot 3,13}{\sqrt{2,58^2 + 3,13^2}} = 2.$$

Для валов подобных размеров, принимая во внимание уникальность и ответственность конструкции, запас прочности должен быть не менее $1,8-2,5$. Имея в виду достаточную точность задания внешних нагрузок, полученных тензометрированием работающей конструкции, считаем запас прочности по выносливости $n = 2$ достаточным.

Коленчатый вал тракторного двигателя Д-54 *

Исходные данные. Нагрузки, действующие на колено вала, приводятся к силам, лежащим в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, и складываются из сил давления газов в цилиндре и сил инерции вращающихся и поступательно движущихся частей, связанных с коленчатым валом. В табл. 53 при-

ведены значения сил радиальных Z (в плоскости колена) и тангенциальных T (в плоскости, перпендикулярной к колену) в четырех коленах вала в зависимости от угла поворота кривошипа для режимов работы в наиболее часто встречающихся эксплуатационных условиях: полная мощность $N = 54 \text{ л.с.}$ при числе оборотов вала $n = 1300$ в минуту, порядок работы цилиндров двигателя 1-3-4-2.

Вал имеет четыре противовеса, сила инерции от вращения каждого $P_n = 464 \text{ кг}$.

53. Радиальная и тангенциальная составляющие для каждого колена вала

α°	Радиальная и тангенциальная составляющие в кг							
	I колено		II колено		III колено		IV колено	
	Z	T	Z	T	Z	T	Z	T
0	-2662	0	-2147	0	-2351	0	2117	0
20	-2508	-485	-2139	191	-2264	-225	3872	2430
40	-2024	-654	-2093	392	-2134	-426	392	2080
60	-1590	-426	-1573	546	-1923	-534	-1010	1318
80	-1447	-11,9	-1813	569	-164	-452	-1515	1190
100	-1620	304	-1469	360	-1457	-145	-1904	1062
120	-1818	416	-1423	765	-1540	278	-2194	840
140	-2013	344	-1082	415	-1922	539	-2383	572
160	-2115	184	342	820	-2372	422	-2383	258
180	-2147	0	2117	0	-2662	0	-2351	0
200	-2139	191	3872	2430	-2508	-485	-2264	-225
220	-2093	392	392	2080	-2024	-654	-2134	-426
240	-1579	546	-1010	1318	-1590	-426	-1923	-534
260	-1813	569	-1515	1190	-1447	-11,9	-1642	-452
280	-1469	366	-1904	1062	-1620	304	-1457	-145
300	-1423	76,5	-2194	840	-1818	416	-1540	278
320	-1082	415	-2383	572	-2013	344	-1922	539
340	342	820	-2383	528	-2115	184	-2372	422
360	2117	0	-2351	0	-2147	0	-2662	0
380	3872	2430	-2264	-225	-2139	191	-2508	-485
400	392	2080	-2134	-426	-2093	392	-2024	-654
420	-1010	1318	-1923	-534	-1573	546	-1590	-426
440	-1515	1190	-1642	-452	-1813	569	-1447	-11,9
460	-1904	1062	-1457	-145	-1469	366	-1620	304
480	-2194	840	-1540	278	-1423	76,5	-1818	416
500	-2383	572	-1922	539	-1082	415	-2013	344
520	-2383	258	-2372	422	342	820	-2115	184
540	-2351	0	-2662	0	2117	0	-2147	0
560	-2264	-225	-2508	-485	3872	2430	-2139	191
580	-2134	-426	-2024	-654	392	2080	-2093	392
600	-1923	-534	-1590	-426	-1010	1318	-1573	546
620	-1642	-452	-1447	-11,9	-1515	1190	-1813	569
640	-1457	-145	-1620	304	-1904	1062	-1469	366
660	-1540	278	-1818	416	-2194	840	-1423	76,5
680	-1922	539	-2013	344	-1383	572	-1082	415
700	-2372	422	-2115	184	-2383	258	342	820
720	-2662	0	-2147	0	-2351	0	2117	0

* Пример в сокращенном виде заимствован из книги [15].

Схема коленчатого вала показана на рис. 165, размеры его, а также все геометрические параметры, необходимые для расчета, представлены в табл. 54 и 55.

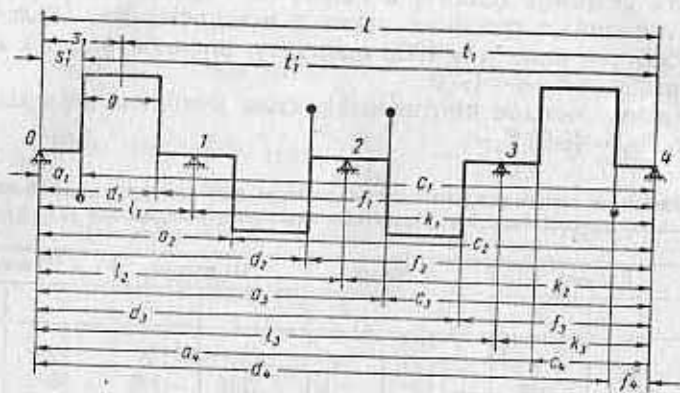


Рис. 165. Схема вала

54. Размеры коленчатого вала

Общая длина l в см	Радиус кривизны r в см	Диаметр шейки в см		Размеры шейки в см		Расстояние l_j от опоры j до нулевой опоры в см			Расстояние k_j от опоры j до четвертой опоры в см		
		$d_{ш}$	d_k	b	h	l_1	l_2	l_3	k_1	k_2	k_3
75,25	7,6	8,50	8,50	13,0	3,05	18,37	36,99	56,61	56,88	38,26	19,64
Расстояние от точки приложения сил давления газов и сил инерции до четвертой опоры t в см						Расстояние от точки приложения сил давления газов и сил инерции до нулевой опоры z в см					
t_1	t_2	t_3	t_4	z_1	z_2	z_3	z_4				
66,04	47,72	28,8	10,48	9,21	27,53	46,45	64,77				
Расстояние от точки приложения сил инерции противовеса до четвертой опоры t' в см						Расстояние от точки приложения сил инерции противовеса до нулевой опоры s' в см					
t'_1	t'_2	t'_3	t'_4	s'_1	s'_2	s'_3	s'_4				
70,62	43,14	33,38	5,90	4,63	32,11	41,87	69,35				

55. Моменты инерции и моменты сопротивления сечения шеек и щеки коленчатого вала

Момент инерции в см ⁴			Моменты сопротивлений в см ³		
шеек	щеки	шеек	щеки	шеек	щеки
$J_{ш,x} = 256$	$J_{кор,x} = 256$	$J_{щ,x} = 30,7$	$W_{ш,x} = 60,3$	$W_{кор,x} = 60,3$	$W_{щ,x} = 20,1$
$J_{ш,y} = 256$	$J_{кор,y} = 256$	$J_{щ,y} = 558$	$W_{ш,y} = 60,3$	$W_{кор,y} = 60,3$	$W_{щ,y} = 85,6$
$J_{ш,\kappa} = 512$	$J_{кор,\kappa} = 105$	$J_{щ,\kappa} = 512$	$W_{ш,\kappa} = 120,6$	$W_{кор,\kappa} = 120,6$	$W_{щ1,\kappa} = 46,4$ $W_{щ2,\kappa} = 34,4$

Материал вала — сталь марки 45, предел прочности $\sigma_B = 60 \text{ кг/мм}^2$, предел усталости при изгибе $\sigma_{-1} = 28 \text{ кг/мм}^2$, при кручении $\tau_{-1} = 16 \text{ кг/мм}^2$. Опоры вала приняты соосными.

Расчет. *Определение внутренних усилий.* Как видно на схеме (см. рис. 165), вал представляет собой трижды статически неопределимую систему. Имея в виду, что степень статической неопределимости сравнительно невелика, используем для расчета способ «лишних опорных реакций». При составлении уравнения упругой линии используем метод начальных параметров [15].

При изгибе в плоскости колен вала

$$EJy = Bx + Dx^3 + \frac{1}{6} P(x-s)^3 - \sum_{i=1}^4 [M_{ai}r(x-a_i)\psi_{ai} + \Sigma M_{di}r(x-d_i)\psi_{di}]$$

при изгибе в плоскости, перпендикулярной плоскости колен,

$$EJy = B_1x + Dx^3 + \frac{1}{6} P(x-s)^3 - \frac{E}{a} \sum_{i=1}^4 [M_{aik}r(x-a_i)\psi_{ai} + M_{dik}r(x-d_i)\psi_{di} - M_{wik}g_i r\psi_{wi}] + FJy_2$$

где M_{ai} ; M_{di} ; M_{ai} ; M_{dik} — моменты изгибающие и крутящие в щеках, расстояния до которых от точки O равны a_i и d_i ;

M_{wik} — крутящий момент в шатунной шейке ($i = 1, 2, 3, 4$);

y_2 — прогиб, учитывающий влияние изгиба шеек и кручения коренных шеек;

J — момент инерции коренной шейки;

ψ — отношение моментов инерции щеки или шатунной шейки к моменту инерции коренной шейки.

Из условия равенства нулю момента на четвертой опоре $M_4 = 0$ ($x = l$) можно получить выражение для D ; имея в виду также условие равенства нулю прогиба на четвертой опоре ($x = l$), можно исключить постоянную B из уравнений для прогибов на трех других опорах, реакции на которых отыскиваются.

В результате уравнения для определения «лишних опорных реакций» от единичной силы в пролете можно записать так (см. гл. 6, стр. 159):

при изгибе в плоскости колена вала

$$\delta_{1,x}(P_k) + X_1\delta_{1,x}(X_1) + X_2\delta_{1,x}(X_2) + X_3\delta_{1,x}(X_3) = 0;$$

$$\delta_{2,x}(P_k) + X_1\delta_{2,x}(X_1) + X_2\delta_{2,x}(X_2) + X_3\delta_{2,x}(X_3) = 0;$$

$$\delta_{3,x}(P_k) + X_1\delta_{3,x}(X_1) + X_2\delta_{3,x}(X_2) + X_3\delta_{3,x}(X_3) = 0;$$

при изгибе в плоскости, перпендикулярной к плоскости колена,

$$\delta_{p,x}(P_x) + \sum_{j=1}^3 X_j\delta_{p,x}(X_j) = 0,$$

где в индексах j и p — номера опор; p — последовательно принимает значения 1, 2, 3.

В этих выражениях коэффициенты уравнения при действии единичной силы в первом колене (1-й случай нагружения $k = 1$)

$$\delta_{p,x}(P_1) = \frac{t_1}{6l} \left[l^2 - l_p^2 - t_1^2 + \frac{t}{t_1} \frac{(l_p - s_1)^3}{l_p} \right] + \frac{t_1}{l} A_{pj} - B_{pj};$$

$$\delta_{p,x}(P_1) = \frac{t_1}{6l} \left[l^2 - l_p^2 - t_1^2 + \frac{t}{t_1} \frac{(l_p - s_1)^3}{l_p} \right] +$$

$$+ \frac{E}{G} \left\{ \frac{t_1}{l} A_{pj} - B_{pj} - \frac{r^2}{l^2} (l - t_1) \left(1 - \frac{t}{l_p} \right) \sum_{i=1}^4 g_i \Psi_{uitk} \right\};$$

$$\delta_{p,y}(y_j) = \frac{k_j}{6l} \left[l_p^2 + k_j^2 - l^2 - \frac{t}{k_j} \frac{(l_p - s_1)^3}{l_p} \right] -$$

$$- \frac{E}{G} \left\{ \frac{k_j}{l} A_{pj} - B_{pj} + \frac{r^2}{l^2} k_j \left(\frac{t}{l_p} + 1 \right) \sum_{i=1}^4 g_i \Psi_{uitk} \right\};$$

где

$$A_{pj} = r \sum_{i=1}^4 \left[a_i \Psi_{ai} \left(\frac{c_i}{l} - \frac{l_p - a_i}{l_p} \right) + d \Psi_{di} \left(\frac{f_i}{l} - \frac{l_p - d_i}{l_p} \right) \right];$$

$$B_{pj} = r \sum_{i=1}^4 \left[(a_i - s_1) \Psi_{ai} \left(\frac{c_i}{l} - \frac{l_p - a_i}{l_p} \right) + (d_i - s_1) \Psi_{di} \left(\frac{f_i}{l} - \frac{l_p - d_i}{l_p} \right) \right];$$

$$f = 1; 2; 3; p = 1; 2; 3.$$

При действии единичных сил в других коленах в коэффициентах $\delta_p(P_k)$ индексы, стоящие при s и t , следует заменить на индекс соответствующего колена; коэффициенты $\delta(X_j)$, $\delta(Y_j)$ не зависят от случая нагружения, если пренебречь прогибом, отображающим влияние изгиба шек и кручения коренных шеек, т. е. положить $y_2 = 0$. Во всех дальнейших вычислениях использовано это условие, что для рассчитываемого вала не дает существенных погрешностей.

Все параметры, необходимые для определения коэффициентов влияния, собраны в табл. 55 и 56. Вычисление коэффициентов влияния в плоскости XZ проводим отдельно от действия сил давления газов и сил инерции и отдельно от действия инерционных сил противовесов для четырех случаев нагружения: случай I — сила приложена к первому колону; случай II — ко второму; случай III — к третьему; случай IV — к четвертому колону вала. Аналогично, в плоскости YZ от действия тангенциальных сил вычисляем коэффициенты влияния для этих же случаев нагружения. Вычисления их проводим по приведенным выше формулам. Ход вычислений не приведен; результаты вычислений представлены в табл. 56 и 57.

56. Коэффициенты влияния $\delta_{p,x}(P_k)$ и $\delta_{p,y}(P_k)$

Случай нагружения	В плоскости колена						В плоскости, перпендикулярной к плоскости колена		
	От сил давления газов и сил инерции			От сил инерции противовесов					
	$\delta_{p,x}(P_k)$ в 1/см ²			$\delta_{p,x}(P_k)$ в 1/см ²			$\delta_{p,y}(P_k)$ в 1/см ²		
	$p=1$	$p=2$	$p=3$	$p=1$	$p=2$	$p=3$	$p=1$	$p=2$	$p=3$
I	1145	673	293	603	346	148	998	562	243
II	2482	1662	745	2575	1797	810	2204	1523	680
III	2209	1689	864	2430	1828	894	1788	1343	682
IV	935	746	437	540	434	259	682	534	292

57. Коэффициенты влияния $\delta_{p,x}(X_j)$ и $\delta_{p,y}(Y_j)$

Расположение нагрузки	δ_{1j} в 1/см ²			δ_{2j} в 1/см ²			δ_{3j} в 1/см ²		
	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
В плоскости колена	-2023	-2516	-1656	-1250	-1825	-1301	-546	-863	-721
В плоскости, перпендикулярной плоскости колена	-1608	-1984	-1307	-994	-1436	-1024	-431	-678	-566

При известных коэффициентах влияния для определения единичных опорных реакций остается решить систему уравнений. Для случая нагружения I силами давления газов и инерции, например, эту систему уравнений записываем так:

$$1145 - 2023X_1 - 2516X_2 - 1656X_3 = 0;$$

$$673 - 1250X_1 - 1825X_2 - 1301X_3 = 0;$$

$$293 - 546X_1 - 363X_2 - 721X_3 = 0.$$

Решая систему, получим $X_1 = 0,756$; $X_2 = 0,191$; $X_3 = 0,056$.

58. Значения реакций от единичных сил (действие сил давления газов и сил инерции) в плоскости колен в кг

Случай нагружения	Реакции				
	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4
I	0,3878	0,7562	-0,1910	0,0555	-0,0093
II	-0,0744	0,5664	-0,6263	-0,1447	0,0266
III	0,0268	-0,1423	0,6251	0,5581	-0,0676
IV	-0,0123	0,0689	-0,2306	0,8308	0,3425

59. Значение реакций от единичных сил (действие сил давления газов и сил инерции) в плоскости, перпендикулярной к плоскости колен, в кг

Случай нагружения	Реакции				
	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
I	0,2922	1,0089	-0,4493	0,1965	-0,0488
II	-0,1698	0,5542	0,9073	-0,9073	0,0008
III	-0,1173	0,1785	0,4268	0,5692	-0,0564
IV	-0,1117	0,4123	-0,5796	0,8946	0,3836

60. Значения реакций от единичных сил (действие сил инерции противовесов) в кг

Случай нагружения	Реакции				
	X'_0	X'_1	X'_2	X'_3	X'_4
I	0,6691	0,4336	-0,1311	0,0341	-0,0050
II	-0,0323	0,1831	1,0831	-0,3111	0,0821
III	0,0404	-0,2104	1,0105	0,1890	-0,0274
IV	-0,0089	0,0508	-0,1772	0,5334	0,6028
Σ	0,668	0,458	1,784	0,445	0,652

Аналогично решаются уравнения и в других случаях нагружения. Результаты расчета единичных опорных реакций сведены в табл. 58 для случая действия сил давления газов и инерции в плоскости колен, в табл. 59 для случая действия этих сил в перпендикулярной к коленам плоскости и в табл. 60 для случаев действия инерционных сил противовесов. В этом случае реакции не зависят от углового положения вала и определяются суммированием соответствующих единичных реакций.

Реакции, возникающие на опорах от действующих на вал сил, могут быть получены умножением соответствующей силы на единичную реакцию и суммированием полученных реакций на опоре для четырех случаев нагружения. Например, при действии сил давления газов и инерции можно написать реакции на опоре 2 для некоторого углового положения вала α° :

$$X_2 = X_{2,1}Z_1 + X_{2,2}Z_2 + X_{2,3}Z_3 + X_{2,4}Z_4;$$

$$Y_2 = Y_{2,1}T_1 + Y_{2,2}T_2 + Y_{2,3}T_3 + Y_{2,4}T_4.$$

При действии сил инерции противовесов

$$X'_2 = (X'_{2,1} + X'_{2,2} + X'_{2,3} + X'_{2,4})P_{пр}.$$

Здесь случаю нагружения соответствует индекс при силах и второй индекс при реакциях на опоре 2.

В табл. 61 приведены значения суммарных реакций в плоскости колена.

61. Суммарные реакции в плоскости колен

α°	Суммарные реакции в кг					α°	Суммарные реакции в кг				
	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4		X_0	X_1	X_2	X_3	X_4
0	-845	-733	1717	2933	899	380	1723	3970	1480	-682	-727
20	-817	-503	1227	4352	1505	400	376	1305	1923	-480	-529
40	-586	-385	1827	1421	315	440	-341	-336	1671	-192	-308
80	-331	-168	1674	-365	-316	480	-603	-877	1523	-741	-405
120	-441	-702	1493	-950	-549	520	-782	-318	1101	-2103	-364
160	-400	-2058	1108	-503	-714	560	-840	349	-1038	-4107	-131
180	-273	-3123	164	29	-768	600	-516	-569	1243	-760	-295
200	-144	-4086	733	280	-776	640	-314	-319	1708	-153	-323
240	-348	-126	1708	-343	-292	680	-516	-201	2253	70	-208
320	-217	350	2287	-558	-469	720	-845	-733	1717	2933	899
360	1038	2682	1905	-899	-716						

Как показывает анализ напряженности коленчатых валов ряда тракторных двигателей, наибольшая напряженность возникает в IV пролете коленчатого вала. Поэтому ниже внутренние усилия определяются в опасных сечениях этого пролета.

На рис. 166 схематически изображен эскиз IV пролета вала. Опасными сечениями, в которых должны определяться внутренние усилия, являются сечения коренной и шатунной шеек по-

смазочным отверстиям (сечения 1—1, 5—9, 9—9), по галтелям (2—2, 4—4, 6—6, 8—8) и сечения щек по галтелям (3—3, 7—7).

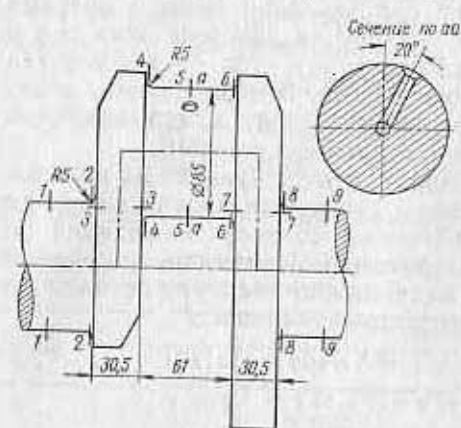


Рис. 106. Эскиз IV колена вала

Как следует из уравнения упругой линии, полученного методом начальных параметров, коэффициенты влияния для вычисления моментов, изгибающих вал, составляют

$$\alpha_x = EJy'' = 6D_x X + (x-s) - \sum_{i=1}^3 X_i(x-l_i);$$

$$\alpha_y = EJy'' = 6D_y Y + (x-s) - \sum_{i=1}^3 Y_i(x-l_i),$$

где постоянная D , полученная из условия равенства нулю момента на четвертой опоре, будет

$$D_x = -\frac{1}{6} \cdot \frac{l}{l} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{l} \sum_{j=1}^3 X_j(l-l_j);$$

$$D_y = -\frac{1}{6} \cdot \frac{l}{l} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{l} \sum_{j=1}^3 Y_j(l-l_j)$$

для случая действия единичной силы в пролете.

Например, при действии единичной силы в первом пролете в плоскости колена вала постоянная

$$D_{1,x} = \frac{1}{6} \cdot \frac{66,04}{75,25} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{75,25} [0,7562 \cdot 56,88 - 0,191 \cdot 38,26 - 0,0555 \cdot 19,64] = -0,6464.$$

Аналогично и для других случаев нагружения.

В табл. 62 представлены значения постоянной D в зависимости от случая нагружения.

62. Значения постоянных

Случай нагружения единичной силой	I	II	III	IV
Постоянная D_x	-0,06464	0,01241	-0,00447	0,00206
Постоянная D_y	-0,04859	-0,02856	0,01953	0,01850

Порядок вычисления коэффициентов влияния ясен из примера вычисления в сечении 1—1 коренной шейки:

$$\alpha_{x,1-1} = (EJy'')_{x,1-1} = -0,06464 \cdot 55,61 + 46,40 - 0,7562 \cdot 37,24 + 0,1910 \cdot 18,62 = 0,22775 \text{ см};$$

$$\alpha_{y,1-1} = (EJy'')_{y,1-1} = 0,29151 \cdot 55,61 + 46,40 - 1,0089 \cdot 37,24 + 0,4493 \cdot 18,62 = 0,98199 \text{ см}.$$

Аналогично вычисляются коэффициенты влияния и для других сечений. Результаты вычисления представлены в табл. 63—64.

63. Значения коэффициентов влияния α в плоскости колена в см

Сечения	Случай нагружения			
	I	II	III	IV
1—1	-0,22775	0,53373	-1,32843	-2,41527
2—2	-0,20163	0,45291	-1,12156	-0,40894
3—3	-0,18864	0,41253	-1,01828	0,59259
4—4	-0,17559	0,37220	-0,91499	1,59412
5—5	-0,14952	0,29135	-0,70811	3,60046
6—6	-0,12342	0,21049	-0,47441	2,55180
7—7	-0,11043	0,15885	-0,39561	2,02694
8—8	-0,09683	0,12977	-0,29168	1,50486

64. Значения коэффициентов влияния α в плоскости, перпендикулярной к плоскости колена, в см

Сечения	Случай нагружения				Сечения	Случай нагружения			
	I	II	III	IV		I	II	III	IV
1—1	-0,98199	0	-1,08202	-1,61081	5—5	-0,54661	0	-0,55698	4,03450
2—2	-0,83646	0	-0,90690	0,27199	6—6	-0,40006	0	-0,38185	2,86230
4—4	-0,69115	0	-0,73208	2,15170	8—8	-0,25477	0	-0,20703	1,69201

Моменты, действующие в сечении, определяются перемножением коэффициентов влияния при данном случае нагружения на величину действующей силы и последующим суммированием полученных выражения. Например,

$$M_x = \alpha_{x,1} Z_1 + \alpha_{x,2} Z_2 + \alpha_{x,3} Z_3 + \alpha_{x,4} Z_4;$$

$$M_y = \alpha_{y,1} T_1 + \alpha_{y,2} T_2 + \alpha_{y,3} T_3 + \alpha_{y,4} T_4,$$

где M_x — момент в плоскости колена (в сечении 1—1);

M_y — момент в плоскости, перпендикулярной к плоскости колена (сечение 1—1).

В табл. 65 приведены полученные в результате вычислений экстремальные значения изгибающих моментов в опасных сечениях IV пролета.

65. Экстремальные значения изгибающих моментов в опасных сечениях IV пролета в кгсм

Расчетные величины	Изгибающий момент в сечениях							
	1-1	2-2	3-3	4-4	5-5	6-6	7-7	8-8
$M_{x\max}$	10 738	6810	3 682	5337	13 851	9566	9 057	5680
$M_{x\min}$	-12 073	-2648	-5 544	-5792	-9 949	-7416	-4 510	-4436
$M_{y\max}$	3 672	-862	8 913	2863	3 377	2433	3 301	1470
$M_{y\min}$	-3 158	-2341	-14 652	-5399	-9 943	-7063	-12 809	4188

Крутящие моменты в щеках IV колена определяем аналогично определению изгибающих моментов в плоскости, перпендикулярной к плоскости колена. Крутящие моменты в коренных шейках определяем для сечения 1-1 и 2-2 по формуле

$$M_k = r \sum_{i=1}^3 T_i$$

и для сечений 8-8 и 9-9 по формуле

$$M_k = r \sum_{i=1}^4 T_i$$

Крутящие моменты в шатунных шейках определяем при помощи коэффициентов влияния. Для шатуновой шейки IV пролета коэффициенты влияния определяем для крутящих моментов по формуле

$$\beta_{w, k} = \left(-\frac{l_1}{l} + \sum_{i=1}^4 Y_i \frac{l-l_i}{l} - \sum_{i=1}^3 Y_i \right) r;$$

составляют: для случая нагружения I $\beta_{w, 1} = 7,961$; для случая II $\beta_{w, 2} = 7,597$; для случая III $\beta_{w, 3} = 7,160$; для случая IV $\beta_{w, 4} = 4,684$. Крутящий момент в шатуновой шейке

$$M_{k, w} = \beta_1 T_1 + \beta_2 T_2 + \beta_3 T_3 + \beta_4 T_4.$$

В табл. 66 приведены экстремальные значения крутящих моментов в щеках, коренных и шатунных шейках IV колена.

66. Экстремальные значения крутящих моментов в опасных сечениях IV пролета в кгсм

Расчетные величины	Значения крутящих моментов в опасных сечениях				
	Щеки		Коренные шейки		Шатуновая шейка
	3-3	7-7	1-1	9-9	-
$M_{k\max}$	2595	1949	11 450	1 429	6 180
$M_{k\min}$	-3135	-5608	-15 310	-11 620	-14 000

Продольные усилия в щеках IV колена составляют для сечения 7-7: $Q_{\max} = -X_4 = 727$ кг ($\alpha = 380^\circ$) и $Q_{\min} = -X_4 = -1505$ кг ($\alpha = 20^\circ$); для сечения 3-3:

$$Q = -X_4 P_n + Z_{IV} = +131 + 464 - 2139 = -1544 \text{ кг}$$

$$(\alpha = 560^\circ); Q_{\max} = 776 + 464 - 2351 = -1110 \text{ кг}$$

($\alpha = 200^\circ$); углы α приняты те же, что и для экстремальных значений изгибающего момента в щеках.

В табл. 67 приведены амплитудные и средние значения изгибающих и крутящих моментов, а также амплитудные и средние значения продольных сил в щеках.

67. Амплитудные и средние значения изгибающих и крутящих моментов (в кгсм) и продольных сил (в кг) в сечениях IV пролета

Расчетные величины	Изгибающие и крутящие моменты и продольные силы в сечениях							
	1-1	2-2	3-3	4-4	5-5	6-6	7-7	8-8
M_{ax}	11 408	4 729	4 613	5565	11 900	8 491	6783	5083
M_{mx}	-667	2 081	-931	-227	1 851	1 070	2273	1200
M_{ay}	3 415	740	11 482	4 131	6 660	4 748	8056	2823
M_{my}	257	-1 600	-3 170	-1 269	-3 283	-2 315	-4752	-1354
M_{ox}	13 380	13 380	2 865	10 090	10 090	10 090	3728	6525
M_{mx}	-1 930	-1 930	-270	-3 910	-3 910	-3 910	-1830	-5095
Q_a	-	-	1 116	-	-	-	217	-
Q_m	-	-	-389	-	-	-	-1354	-

Места концентрации напряжений в колечных валах весьма сложны по форме, поэтому таблицы гл. 7 не включают ориентировочных значений коэффициентов концентрации для колечных валов. Отбор опасных сечений проводим среди сечений с одинаковой концентрацией напряжений, используя в качестве критерия амплитудные значения моментов, приведенные в табл. 66.

Сечения коренных и шатунных шеек по поперечному отверстию (1-1, 5-5) имеют примерно равную напряженность более высокую, чем сечение 9-9, в котором нет изгиба. Эти сечения необходимо рассчитать.

Сечения коренных и шатунных шеек по галтели (2-2, 4-4, 8-8) имеют меньшую напряженность, чем сечение 6-6 по галтели шатуновой шейки, которое и будем рассчитывать.

Сечение 7-7 по щеке более напряженно, чем сечение 3-3, так как в сечении 7-7 амплитуды моментов, изгибающих щеку в плоскости меньшей жесткости и крутящих моментов, больше, чем в сечении 3-3, а основная напряженность щеки складывается именно из этих моментов. Поэтому для дальнейших расчетов составляем сечение 7-7 по щеке.

Определение номинальных напряжений. В опасных сечениях номинальные напряжения определяем по следующим формулам: в коренной и шатунной шейках (по галтелям)

$$\sigma_x = \frac{M_x}{W_{ux}}; \quad \sigma_y = \frac{M_y}{W_{uy}}; \quad \tau = \frac{M_k}{W_k};$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2};$$

по поперечному отверстию (см. рис. 166)

$$\sigma = \frac{M_x}{W_{ux}} \frac{2y}{d} + \frac{M_y}{W_{uy}} \frac{2x}{d}; \quad \tau = \frac{M_k}{W_k};$$

в щеке напряжения от изгиба и растяжения

$$\sigma_x = \frac{M_x}{W_{ux}} + \frac{Q}{F};$$

напряжения от кручения

$$\tau = \frac{M_k}{W_{щ.к.}}$$

По приведенным формулам вычисляем напряжения в опасных сечениях (табл. 68).

68. Напряжения в опасных сечениях

Элемент вала	Сечение	Напряжения в кг/см ²				
		от изгиба		от кручения		
		σ_a	σ_m	τ_a	τ_m	
Коренная шейка	1-1	В плоскости колена	190	-11	—	—
		В плоскости, перпендикулярной плоскости колена	57	4	125	-18
		Суммарные	87	6	—	—
Шатунная шейка	5-5	В плоскости колена	198	30	—	—
		В плоскости, перпендикулярной плоскости колена	111	-54	91	-41
		Суммарные	82	53	—	—
	6-6	—	—	80	-36	
Щеки	7-7	В плоскости колена	396	144	—	—

Расчет на выносливость. На рис. 166 приведен эскиз колена вала с указанием размеров, необходимых для определения коэффициентов, отражающих влияние различных факторов на распределение напряжений и прочность.

Коэффициенты влияния абсолютных размеров для диаметров шеек $d = 85$ мм по рис. 63 (стр. 95) $\epsilon_\sigma = 0,73$; $\epsilon_\tau = 0,73$.

Для случая изгиба и кручения шейки с отверстием для смазки общую неравномерность распределения напряжений учитывают коэффициентами β (см. табл. 30 на стр. 164), приведенными для данного случая в табл. 69.

69. Коэффициенты общей неравномерности напряжений для шейки вала

Конструктивный параметр	Изгиб		Кручение
	в плоскости колена	в перпендикулярной плоскости	
$\frac{h}{d} = 0,36$	$\beta_h = 0,87$	$\beta_h = 0,9$	$\beta_h = 0,98$
$\frac{b}{d} = 1,53$	$\beta_b = 1,04$	$\beta_b = 1,02$	$\beta_b = 1,25$
$\frac{l}{d} = 0,72$	$\beta_l = 1,6$	$\beta_l = 1,75$	$\beta_l = 1,01$
$\frac{\Delta}{d} = 0,11$	$\beta_\Delta = 0,96$	$\beta_\Delta = 0,93$	$\beta_\Delta = 0,97$
$\theta = 20^\circ$	$\beta_\theta = 0,35$	$\beta_\theta = -0,1$	$\beta_\theta = 0,7$
Коэффициент	$\beta_1 = 0,35$	$\beta_2 = -0,15$	$\beta_k = 1,14$

Суммарные напряжения на контуре отверстия

$$(\sigma_a)_{сум} = \eta_\alpha \sigma_a + \eta_k \alpha_k \tau_a;$$

$$(\sigma_m)_{сум} = \eta \sigma_m + \eta_k \tau_m;$$

а запас прочности составляет

$$n = \frac{\sigma_{-1} \epsilon_\sigma}{k_\sigma \eta \sigma_a + k_\tau \eta_k \tau_a + \psi_\sigma (\eta \sigma_m + \eta_k \tau_m)}.$$

Коэффициенты α , α_k , входящие в эти выражения, определяют по рис. 90, а.

Для $\frac{a}{d} = \frac{5}{85} = 0,059$ $\alpha = 2,55$ и $\alpha_k = 2,85$, эффективные коэффициенты концентрации определяют из соотношений

$$k_\sigma = 1 + q_\sigma (\alpha_\sigma - 1);$$

$$k_\tau = 1 + q_\tau (\alpha_\tau - 1);$$

здесь коэффициенты чувствительности определяем по рис. 92 для $r = \frac{a}{2} = 2,5$ мм при $\sigma_a = 60$ кг/мм² и

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_a} = 0,5; \quad (q)_{\sigma_a} = 0,67 \text{ и } (q)_{\sigma_r} = 0,57;$$

отсюда $k_\sigma = 1,97$ и $k_\tau = 2,05$.

Коэффициенты относительной напряженности на кромке η и η_k определяют по рис. 90, б для значений $\text{arctg} \frac{\sigma_a \alpha}{\tau_a \alpha_k}$.

Для коренной шейки

$$\text{arctg} \frac{\sigma_a \alpha}{\tau_a \alpha_k} = \text{arctg} \frac{87 \cdot 2,55}{125 \cdot 2,85} = 32^\circ \text{ и } \eta = 0,6, \quad \eta_k = 0,93;$$

для шатунной шейки

$$\text{arctg} \frac{\sigma_a \alpha}{\tau_a \alpha_k} = \text{arctg} \frac{82 \cdot 2,55}{91 \cdot 2,85} = 39^\circ \text{ и } \eta = 0,65, \quad \eta_k = 0,905.$$

Для сопряжения щеки с шейкой общую неравномерность распределения напряжений можно рассчитывать на основе данных табл. 31 (стр. 168), результаты расчета приведены в табл. 70.

Коэффициенты концентрации напряжений определяем для случая изгиба по рис. 91, а для $\frac{r}{h} = \frac{5}{30,5} = 0,164$; $\alpha = 2,63$ и для кручения — по рис. 91, б для $\frac{r}{d} = 0,059$ и $\frac{d_1}{d} = 0$, $\alpha_k = 1,71$. Эффективные коэффициенты концентрации для $q_\sigma = 0,7$ и $q_\tau = 0,65$ (по рис. 92 для $r = 5$ мм) при изгибе $k_\sigma = 2,14$ и при кручении $k_\tau = 1,46$.

70. Коэффициенты общей неравномерности напряжений для щеки вала

Конструктивный параметр	Изгиб		Конструктивный параметр	Кручение	
	Изгиб	Кручение		Изгиб	Кручение
$b/d = 1,53$	$\beta_b = 0,98$	—	λ/λ_0 $l/d = 0$ Коэффициент	$\beta_l = 1,15$	—
$d_1/d = 0$	$\beta_{d_1} = 1$	—		$\beta_l = 1$	$\beta_k = 1$
$h/d = 0,36$	—	$\beta_k = 0,98$		$\beta = 1,07$	$\beta_k = 1$
$\Delta/d = 0,11$	$\beta_\Delta = 0,95$	$\beta_\Delta \approx 1$			

Запасы прочности в этом случае вычисляем по формуле

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}$$

где

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \varepsilon_\sigma}{k_\sigma \beta_\sigma \sigma_a + \psi_\sigma \beta_\sigma \sigma_m};$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1} \varepsilon_\tau}{k_\tau \beta_\tau \tau_a + \psi_\tau \beta_\tau \tau_m}.$$

Для стали 45 $\sigma_{-1} = 28$ кг/мм²; $\tau_{-1} = 16$ кг/мм²; $\psi_\sigma = 0,05$; $\psi_\tau = 0$.

Величины запасов прочности n , вычисленные в предположении соосности опор, следующие:

Коренная шейка (по отверстию для смазки)	6
Шатунная шейка (по отверстию для смазки)	5,9
Щека (по галтели сопряжения с шейкой)	2,1

Исходная несоосность и несоосность, вызванная неравномерным износом, оказываются при неблагоприятных условиях производства и эксплуатации причиной недостаточной прочности вала при таких запасах прочности [15].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Валы являются массовыми и ответственными деталями современных механизмов и рациональное конструирование их и правильный расчет на прочность и жесткость имеют большое значение для обеспечения надежности и долговечности конструкций.

В настоящем издании книги, переработанном и дополненном по сравнению с первым изданием, рассмотрены основные аспекты конструирования валов в связи со статическими и динамическими нагрузками, воздействующими на них. Выбор рациональных конструктивных форм, необходимых для снижения местной напряженности, правильное назначение материала и технологии механической и термической обработки рассмотрены в непосредственной связи с задачами обеспечения прочности. Особое значение приобретают эти факторы в связи с задачей повышения сопротивления усталости, поскольку на долю усталости приходится более половины выходов из строя валов.

В соответствии с этим в книге дан анализ режимов и в ряде случаев спектров переменных напряжений в связи с особенностями работы конструкций, причем особое внимание уделено параметрам соответствующих распределений. Вместе с тем в книге отсутствуют методы расчета динамических усилий изгиба и кручения, поскольку этим вопросам посвящена обширная специальная литература.

В книге даны обычные, общеупотребительные методы расчета валов на статическую прочность и выносливость, иллюстрированные разнообразными примерами. Излагаются справочные данные по концентрации напряжений для типичных конструктивных форм, в особенности для сложных форм коленчатых валов, для которых существенна не только местная, но также и общая неравномерность распределения напряжений. Даны также методы расчета жесткости валов и оценено влияние на жесткость посаженных на вал деталей; вместе с тем этот вопрос исследован еще недостаточно и нуждается в дальнейшем развитии, особенно в связи с расчетом динамических процессов.

В специальные главы книги вынесены вопросы статистики многоопорных валов и статистических методов расчета на выносли-

вость. Статистика многоопорных валов особенно существенна в связи с расчетом коленчатых валов, расположенных на упругих (за счет корпуса) опорах и в связи с износом опор. Учет упругости картера позволяет оценить изменение опорных моментов. Анализ изменения схемы опирания вала при смещении опор или при их неравномерном износе показал, что запасы прочности могут снизиться в два-три раза, по сравнению с тем, что дает расчет по схеме соосного вала. Необходимость анализа напряженности сложных статически неопределимых валов в связи с указанными особенностями их опирания требует для обеспечения эффективности расчета применения вычислительных машин при проведении расчетов и создания методов расчета, приспособленных к использованию ЭВМ. Такие методы в последнее время начали использоваться в инженерной практике, но в настоящем издании еще не нашли отражения. Использование вычислительной техники позволяет поставить задачу об оптимизации силовой схемы вала (выбор оптимального расположения сопряженных элементов, опор) и оптимизации конструктивных форм валов применительно к обеспечению жесткости, прочности и долговечности ответственных конструкций. Эта задача в настоящее время по существу только ставится, но следует ожидать ее развития и практического использования уже в течение ближайшего времени.

Статистические методы расчета валов на выносливость требуют для своего развития и применения разработки ряда предположений о влиянии основных конструктивных факторов на параметры статистического распределения пределов усталости и долговечности конструкции, разработки вопросов накопления повреждений при нестационарном нагружении и статистической информации о спектрах нагрузок. Рекомендуемые методы расчета позволяют охватить указанные аспекты и в первом приближении дают возможность конструктору определить долговечность вала с учетом вероятности разрушения, что является шагом на пути к расчету надежности конструкции в целом. Включение этой специальной главы в книгу обусловлено также тем, что использование конструкторами статистических методов побудит к получению и накоплению необходимой статистической информации, что будет способствовать повышению надежности расчета.

Настоящая книга имеет целью систематически осветить сочетание ряда новых подходов расчета на прочность валов и усовершенствования существующих в целях ознакомления в первую очередь конструкторов и испытателей машин с современными возможностями расчетной оценки прочности этих деталей с учетом условий работы, конструктивных форм, технологии изготовления и применяемых материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авиационные поршневые двигатели. М., Оборонгиз, 1950.
2. Андисифоров В. П., Коновалов Л. В., Курганов В. Д., Мальцев А. И. Сб. трудов ВНИИМЕТМАШ, № 22, 1968.
3. Бейзельман Р. Д., Цыпкин Б. В. Подшипники качения. Справочник. М., Машгиз, 1954.
4. Бидено К., Граммель Р. Техническая динамика. М.—Л., Гостехиздат, 1950.
5. Волотни В. В. Статистические методы в строительной механике. Госстройиздат, 1961.
6. Борович Л. С. Бесплопное соединение деталей машин. М., Машгиз, 1951.
7. Буглов Е. Г. Испытания на усталость и оценка эксплуатационной долговечности автомобильных полуосей. Сб. «Механическая усталость в статистическом аспекте». «Наука», 1969.
8. Вагапов Р. Д., Диментберг Ф. М., Серансен С. В. Известия ОТН, 1955, № 9.
9. Вагапов Р. Д., Шишорина О. И., Хрипина Л. А. Сб. «Испытания деталей машин на прочность». М., Машгиз, 1960.
10. Вайсфельд Л. С., Ганапольский М. А. «Вестник машиностроения», 1968, № 12.
11. Вандышев В. П. Сб. Общие проблемы машиностроения. Изд-во «Наука», 1967.
12. Воропаев М. В. Известия Киевского политехнического института, 1913, вып. 2.
13. Гальперин М. Я., Когаев В. П. Сб. «Механическая усталость в статистическом аспекте». «Наука», 1969.
14. Гальперин М. Я. «Машиноведение», 1967, № 6.
15. Гарф М. Э. и др. Прочность коленчатых валов тракторных двигателей. Изд. АН УССР, Киев, 1955.
16. Гарф М. Э., Буглов Е. Г., Павловский В. Э. «Вестник машиностроения», 1964, № 6.
17. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. Изд. «Наука», 1965.
18. Горшков А. А., Волощенко М. В. Литые коленчатые валы. М., изд. «Машиностроение», 1964.
19. Громан М. Б., Шнейдерович Р. М. «Известия вузов, МВО. Машиностроение», № 7, 1958.
20. Громан М. Б., Шнейдерович Р. М. «Известия вузов, МВО. Машиностроение», № 8, 1958.
21. Детали машин, под ред. Колчина Н. И., Машгиз, М., 1953.

22. Диментберг Ф. М. Изгибные колебания вращающихся валов. Изд. АН СССР, 1958.
23. Добровольский В. А. Детали машин. Киев, Гостехиздат УССР, 1954.
24. Докукин А. В., Красников Ю. Д. Теоретические основы формирования нагрузок в приводе горных машин. Сб. «Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых». Вып. 1, 1966.
25. Кинасшвили Р. С., Кушкуль М. Я. Определение усилий, действующих в коленчатых валах. Сб. «Динамика и прочность коленчатых валов». Сб. 1, изд. АН СССР, 1948.
26. Кинасшвили Р. С. Из опыта расчета и наблюдения за поломками деталей авиационных двигателей. Сб. докладов о динамической прочности, АН СССР, 1946.
27. Кинасшвили Р. С. Расчет прочности валов авиационных двигателей. Труды МАП, № 94, Оборонгиз, 1945.
28. Кистьян Я. Г. Конструирование редукторов. Труды ЦНИИТМАШ, кн. 3, 1947.
29. Когаев В. П. «Машиноведение», 1965, № 6.
30. Когаев В. П. Усталость и несущая способность узлов и деталей машин при стационарном и нестационарном переменном нагружении. НТО Машпром, 1966.
31. Коновалов Л. В. «Вестник машиностроения», 1962, № 3.
32. Corten H., Dolan T. Proc. International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956.
33. Кудрявцев И. В., Белкин М. Я. Сб. «Вопросы механической усталости», М., «Машиностроение», 1964.
34. Кудрявцев И. В., Саввина Н. М. «Вестник машиностроения», 1961, № 11.
35. Кудрявцев И. В. и др. Конструкционная прочность чугуна с шаровидным графитом. М., Машгиз, 1957.
36. Крылов А. Н. Собрание сочинений, АН СССР, 1943—1956.
37. Кушкуль М. Я. О влиянии выработки подшипников на прочность коленчатых валов. Сб. «Динамика и прочность коленчатых валов». Вып. II, Изд. АН СССР, 1950.
38. Лейкин А. С. «Вестник машиностроения», 1943, № 4.
39. Лейкин А. С. Напряженность и выносливость деталей сложной конфигурации. М., изд. «Машиностроение», 1968.
40. March K. J. The Journ. of Mech. Eng. Science, June, 1965, vol. 7, № 2, p. 138.
41. Massonet C., Revue Universelle des Mines de la Metallurgie, des Travaux Publics de Sciences et des Arts, appliques à l'industrie, 9 Serie, Tome XI, Juni 1955, p. 203—222.
42. Морозов Б. А. Исследование прочности шахтных подъемных машин. М., Машгиз, 1951.
43. Нейбер Г. Концентрация напряжений. ОГИЗ, Гостехиздат, 1947.
44. Парамонова З. А. Валы и оси. Киев, Машгиз, 1958.
45. Пеньков С. И. Расчет допускаемых напряжений в судовом машиностроении. Судпромгиз, 1951.
46. Петрусевич А. И. Зубчатые и червячные передачи. Сб. «Детали машин». Под ред. Н. С. Ачеркана. М., Машгиз, 1953.
47. Ретшер Ф. Детали машин. М.—Л., Госмаштехиздат, 1933, 1934.
48. Решетов Д. Н. Расчет деталей станков. Машгиз, 1945.
49. Решетов Д. Н. Расчет валов (шпинделей) с учетом упругого взаимодействия их с опорами. Машгиз, 1939.
50. Решетов Д. Н. Расчет подшипников качения, установленных по два в опоре. Труды МВТУ. Вып. 33. Машгиз, 1955.

51. Решетов Д. И., Чатыняев Р. М. «Вестник машиностроения», 1964, № 4.

52. Ржаницын А. Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. Стройиздат, 1954.

53. Сборник докладов по динамической прочности деталей машин. Изд. АН СССР, 1946.

54. Сборник «Механическая усталость в статистическом аспекте». «Наука», 1969.

55. Серенсен С. В. Прикладная математика и механика. Т. III, Вып. 1. Изд. АН СССР, 1946.

56. Серенсен С. В. Динамическая прочность коленчатых валов двигателей. Сб. «Динамика и прочность коленчатых валов». АН СССР, 1950.

57. Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчет деталей машин. Машгиз, 1963.

58. Серенсен С. В., Крамаренко О. Ю. Конструкционная прочность чугуна в связи с применением для коленчатых валов. Сб. «Высокопрочные чугуны». Машгиз, 1954.

59. Серенсен С. В. и др. Методика исследований усилий в трансмиссии самоходного комбайна применительно к условиям эксплуатации. Сб. «Исследование напряжений и усилий в деталях машин». Машгиз, 1955.

60. Серенсен С. В., Козлов Л. А. «Заводская лаборатория». 1958, № 11.

61. Серенсен С. В. и др. Исследование рассеяния характеристик выносливости конструкционных алюминиевых сплавов в связи с технологией их производства. Труды МАТИ, № 35, 1958.

62. Серенсен С. В., Буглов Е. Г. «Вестник машиностроения», 1960, № 10, 11.

63. Серенсен С. В., Козлов Л. А. «Вестник машиностроения», 1962, № 1.

64. Серенсен С. В. и др. Конструктивная прочность авиационных сплавов. Оборонгиз, Труды МАТИ, № 54, 1963.

65. Серенсен С. В. Сб. «Вопросы механической усталости». «Машиностроение», 1964.

66. Серенсен С. В., Когаев В. П. «Вестник машиностроения», № 1, 1966, № 4 — 1967, № 1 — 1968.

67. Скаков А. И., Калашникова З. В. Статистический анализ прочности вагонных осей. Сб. «Прочность при неустановившихся режимах переменных напряжений». АН СССР, 1954.

68. Слобин Б. З. «Вестник машиностроения», № 6, 1964.

69. Смирнов Н. В., Дулин-Барковский И. В. Краткий курс математической статистики для технических приложений. Физматгиз, 1959.

70. Снытин М. Е. Сб. «Механическая усталость в статистическом аспекте». «Наука», 1969.

71. Современные методы расчета на прочность в машиностроении. Под ред. С. Д. Пономарева. Машгиз, 1950—1952.

72. Справочник машиностроителя, т. III Машгиз, 1955.

73. Справочник машиностроителя, т. IV. Машгиз, 1955.

74. Старосельский А. А., Забловский К. И. Изгибная жесткость валов с насаженными на них деталями. Научные труды. Вып. IX. Одесский институт инженеров морского флота, 1951.

75. Табличные расчеты деталей станков. Под ред. Д. Н. Решетова. Машгиз, 1952.

76. Танатар Д. Б. Дизели, компоновка и расчет. Л., Изд. «Морской транспорт», 1956.

77. Терских В. П. Расчеты крутильных колебаний силовых установок. Судпромгиз, 1954.

78. Тимошенко С. П., Лессельс. Прикладная теория упругости. ГНТИ, Л., 1930.

79. Ужик Г. В., Гальперн М. Я. Об эффекте масштаба при переменных напряжениях. Симпозиум по усталости. Прага, 1960.

80. Фрейденталь А. М., Геллер Р. А. Накопление усталостных повреждений. Сб. «Усталость самолетных конструкций». Оборонгиз, 1961.

81. Шаталов К. Т. Вопросы экспериментальных исследований крутильных колебаний валов двигателей. Сб. «Динамика и прочность коленчатых валов». АН СССР, 1948.

82. Шнейдерович Р. М. «Известия ОТН», № 3, 1958.

83. Шульц В. Ф. Оси, цапфы и валы. Киев, 1928.

84. Schmidt. Berechnung und Gestaltung von Wellen, Serie «Konstruktion an Bücher», Band 10, 1956.



ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
--------------------	---

Раздел I

ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ И РАСЧЕТА ВАЛОВ И ОСЕЙ

Глава 1. Нагрузки, воспринимаемые валами и осями	9
Нагрузки, меняющиеся во времени периодически	10
Нагрузки, меняющиеся во времени случайно	19
Нагрузки, меняющие положение относительно вала	34
Глава 2. Конструктивные формы и материалы валов и осей	37
Конструктивные элементы прямых валов	37
Конструктивные элементы коленчатых валов	52
Материалы валов	63
Глава 3. Определение внутренних усилий и номинальных напряжений	67
Приведение нагрузок, действующих на вал	67
Расчетная схема вала	69
Статика двухопорных валов	70
Особенности определения усилий в зависимости от характера действия нагрузок	74
Номинальные напряжения	75
Выбор опасных сечений вала	85
Глава 4. Расчет на статическую прочность и выносливость	89
Действие на вал нагрузок	89
Влияние размеров, конструктивных форм и других факторов на прочность вала	92
Вычисление запасов прочности	103
Критерии необходимости расчета валов на статическую прочность и выносливость	107
Порядок проведения расчета вала	113

Раздел II

НЕКОТОРЫЕ СПЕЦИАЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ ВАЛОВ И ОСЕЙ

Глава 5. Жесткость валов	119
Предельно допустимые перемещения в валах	119
Определение перемещений в валах	128

Глава 6. Особенности расчета многоопорных и коленчатых валов	144
Статика многоопорных прямых валов	146
Статика многоопорных коленчатых валов	152
Расчет на прочность коленчатых валов	161
Глава 7. Вероятностные методы расчета валов и осей на прочность при переменных нагрузках	172
Рассеяние характеристик усталости и методы статистической обработки результатов испытаний	173
Статистические закономерности подобия усталостного разрушения. Критерий подобия	178
Аппроксимация нормального распределения величин $\lg(\sigma_{max} - u)$ нормальным распределением величин σ_{max}	194
Оценка параметров спектров амплитуд напряжений и их рассеяния	199
О расчете на усталость при стационарной нагруженности в вероятностном аспекте (1-й расчетный случай)	204
Определение ограниченной долговечности при нестационарном переменном нагружении (2-й расчетный случай)	209
Определение вероятности разрушения при нестационарном нагружении и значительной долговечности ($N_{сум} > 10^7 \div 10^8$ циклов) (3-й расчетный случай)	221

Раздел III

ПРАКТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ВАЛОВ

Глава 8. Расчеты простых валов	248
Вал ведущего зубчатого колеса	248
Вал встроенного редуктора	250
Промежуточный вал редуктора	254
Глава 9. Расчеты сложных валов	264
Вал рабочего органа машины-орудия	264
Вал подъемной машины	285
Коленчатый вал тракторного двигателя Д-54	296
Заключение	312