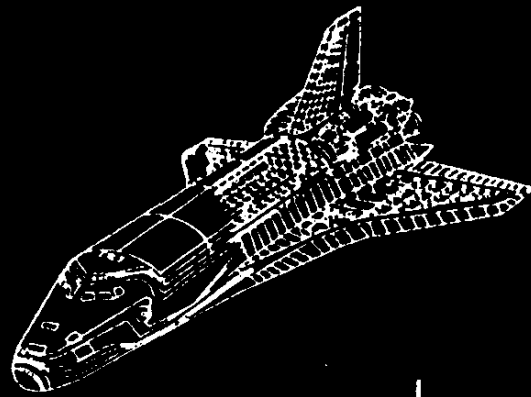
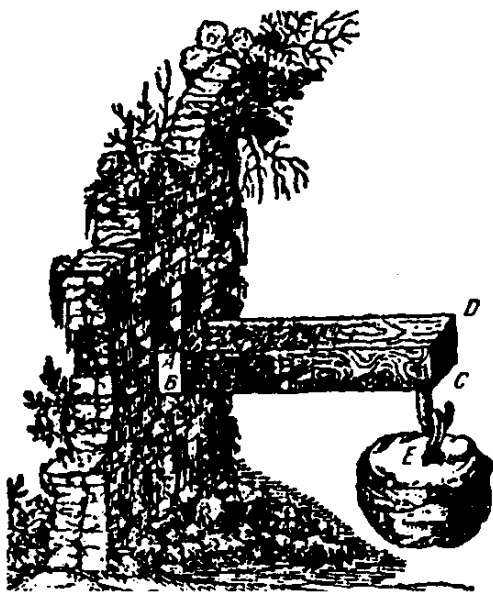


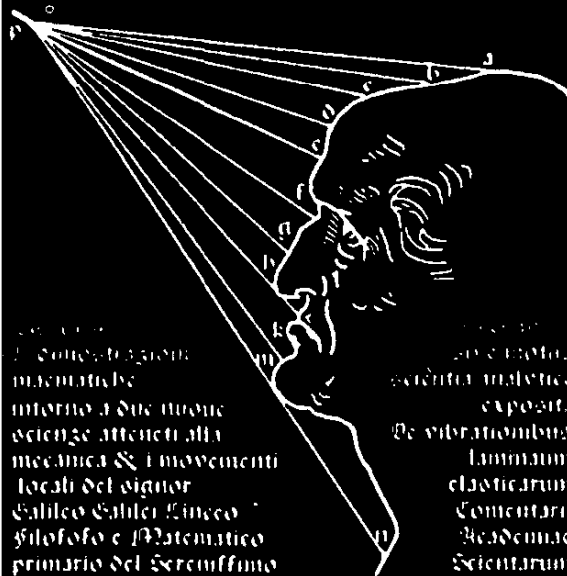
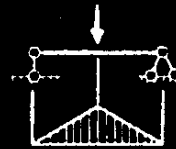
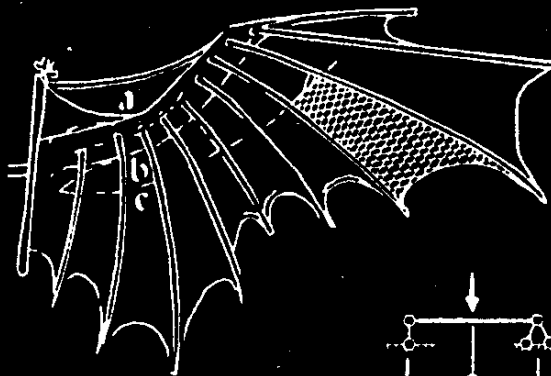
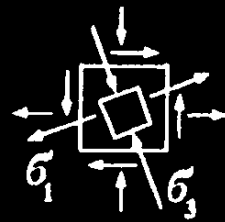
Р.Х. ГАФАРОВ
В.С. ЖЕРНАКОВ

ЧТО
НУЖНО
ЗНАТЬ
О
СОПРОТИВЛЕНИИ
МАТЕРИАЛОВ

МАШИНОСТРОЕНИЕ



$$\int_1 xydA=0$$



De vibrationibus
 mathematicis
 intorno a due nuove
 scienze atteneti alla
 meccanica & i movimenti
 locali del vignor
 Galileo Galilei Linceo
 filosofo e Matematico
 primario del Serenissimo

De vibrationibus
 mathematicis
 exposita
 De vibrationibus
 lammium
 elasticarum
 Commentarij
 Academiae
 Scientiarum

Р.Х. ГАФАРОВ
В.С. ЖЕРНАКОВ

ЧТО НУЖНО ЗНАТЬ
О СОПРОТИВЛЕНИИ
МАТЕРИАЛОВ

Под редакцией заслуженного деятеля
науки РФ д-ра техн. наук проф. В.С.Жернакова

Допущено Министерством
образования Российской Федерации
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений, обучающихся
по направлениям подготовки и специальностям
в области техники и технологии



Москва «Машиностроение» 2001

УДК 539.3/6(031) + 620.10

ББК 30.121

Г24

Гафаров Р.Х., Жернаков В.С.

Г24

Что нужно знать о сопротивлении материалов: Учеб. пособие / Под ред. В.С.Жернакова. – М.: Машиностроение, 2001. – 276с.

ISBN 5-217-03090-9

Рецензенты: Кафедра строительных конструкций Уфимского государственного нефтяного технического университета;

член-корреспондент РАН М.А.Ильгамов;

заслуженный деятель науки и техники РФ д-р техн. наук проф. С.Ф.Чернявский

Пособие призвано помочь студентам систематизировать значительный объем учебного материала и подготовиться к завершающему экзамену по курсу сопротивления материалов, а также годовому междисциплинарному экзамену в ходе государственной аттестации. Оно включает в себя опорный конспект по курсу, развернутое изложение основных понятий и положений в форме вопросов и ответов, триста задач по основным темам с подробными решениями. В приложении даются необходимые для решения задач данные.

Для студентов технических специальностей высших учебных заведений.

ББК 30.121

ISBN 5-217-03090-9

© Р.Х.Гафаров, В.С.Жернаков, 2001

ПРЕДИСЛОВИЕ

Знание и могущество - одно и то же.

Ф. Бэкон

В соответствии с новыми учебными планами инженерной подготовки по курсу сопротивления материалов, который изучается в два семестра, предусмотрен один итоговый экзамен по завершении его изучения. В процессе подготовки к этому экзамену студент должен за ограниченное время систематизировать значительный объем учебного материала, что представляется весьма непростой задачей. Настоящее пособие призвано помочь студентам, завершающим изучение науки о прочности, решить эту проблему. Оно состоит из четырех разделов, каждый из которых служит вполне определенной четко поставленной цели.

В первом разделе дается компактное представление основ науки о прочности в форме опорного конспекта по всем темам базового курса сопротивления материалов. Не следует думать, что опорный конспект может заменить учебник. Его необходимо рассматривать лишь как эффективное подспорье на заключительном этапе подготовки, служащее лучшему усвоению, систематизации и обобщению основ курса с минимальной затратой сил и времени.

Второй раздел, который называется “Сопротивление материалов в вопросах и ответах”, является логическим дополнением первого. В нем дается более развернутое изложение основных понятий и положений в форме вопросов и ответов. Студент ставится как бы в положение экзаменуемого. Тем самым обеспечивается активное повторение и закрепление материала, вырабатываются навыки четко отвечать на поставленные вопросы.

Более углубленное понимание предмета обеспечивается в ходе применения полученных знаний к анализу явлений и решению практических задач. Этой цели служит третий раздел, содержащий качественные вопросы и короткие задачи с ответами и решениями.

Четвертый раздел посвящен рекомендуемой литературе по курсу. Все включенные сюда литературные источники снабжены необходимыми библиографическими данными и краткими комментариями, которые помогут студентам выбрать наиболее подходящие книги как для систематического изучения предмета, так и для углубленной проработки отдельных разделов.

В приложении даются все необходимые для решения задач справочные данные: таблицы сортамента стандартных прокатных профилей, данные по расчетам на устойчивость, важнейшие физико-механические характеристики конструкционных материалов, современные обозначения расчетных величин согласно международному стандарту ИСО, нормальные линейные размеры.

Пособие предназначено в первую очередь для студентов, завершающих изучение курса сопротивления материалов. Однако оно может также с успехом использоваться на всех этапах изучения предмета: при решении задач, выполнении расчетно-проектировочных и курсовых работ, подготовке к коллоквиумам и контрольным работам, для самообразования, а также как справочник.

Особое значение это пособие приобретает для самостоятельного восстановления студентами старших курсов забытых знаний по сопротивлению материалов с целью их подготовки к государственной аттестации, которая включает в себя, помимо выполнения и защиты выпускной квалификационной работы, также итоговый междисциплинарный экзамен.

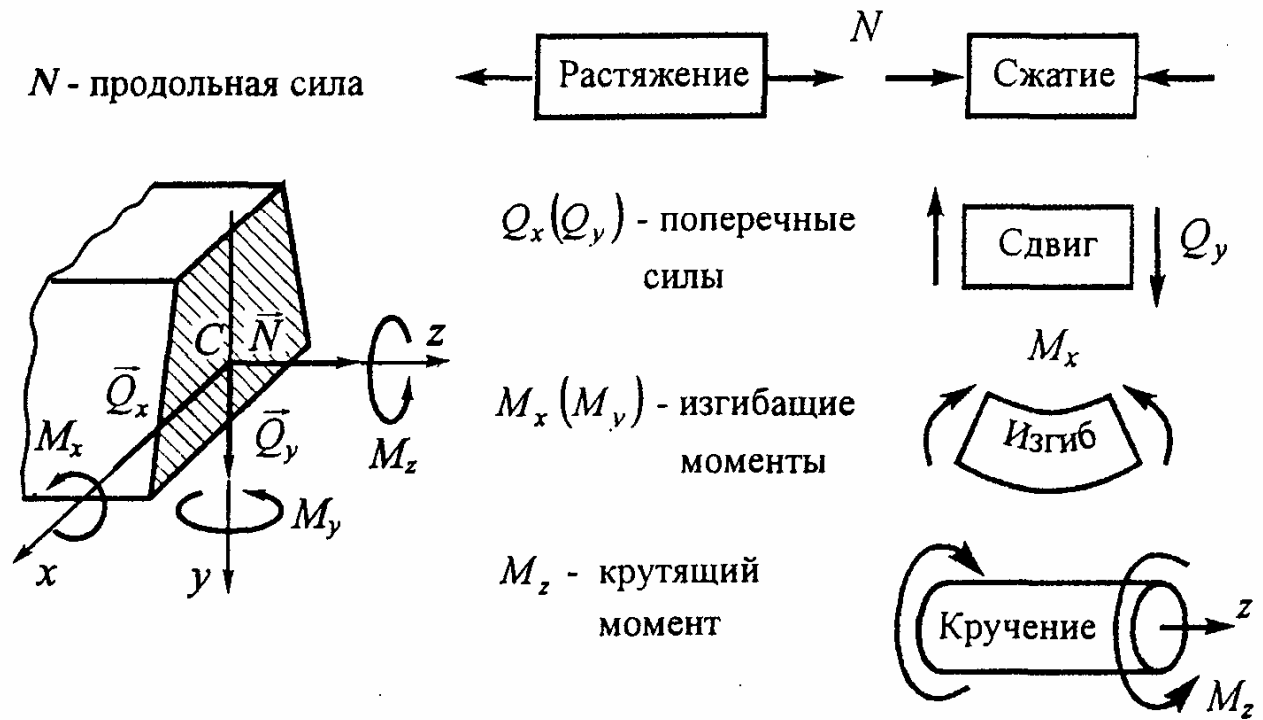
Преподаватели могут применять это пособие для формирования, закрепления и восстановления знаний основных положений курса.

Авторы отдадут себе отчет в том, что при первом издании книги неизбежны недочеты и упущения. Отзывы и замечания коллег и читателей будут приняты с благодарностью.

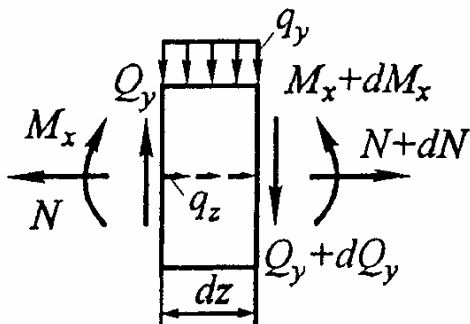
Авторы

ОПОРНЫЙ КОНСПЕКТ

1. ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ И ОСНОВНЫЕ ВИДЫ НАГРУЖЕНИЯ



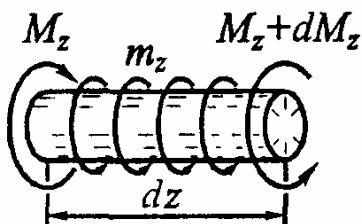
Дифференциальные зависимости



$$\frac{dN}{dz} = -q_z$$

$$\frac{dQ_y}{dz} = -q_y$$

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y$$



$$\frac{dM_z}{dz} = -m_z$$

Интегральные зависимости

$$N = N_0 - \int_0^z q_z dz, \quad Q_y = Q_0 - \int_0^z q_y dz, \quad M_z = M_0 - \int_0^z m_z dz,$$

$$M_x = M_0 + \int_0^z Q_y dz = M_0 + \omega_Q.$$

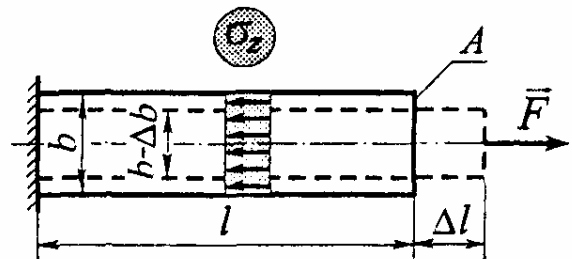
Частные случаи

$q_z(q_y) = \pm q, \quad m_z = \pm m$	$q_z(q_y) = 0, \quad m_z = 0$
$N = N_0 \pm qz$	$N = N_0 = \text{const}$
$Q_y = Q_0 \pm qz$	$Q_y = Q_0 = \text{const}$
$M_z = M_0 \pm mz$	$M_z = M_0 = \text{const}$
$M_x = M_0 + Q_0 z \pm 0,5 qz^2$	$M_x = M_0 + Q_0 z$

2. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО СТЕРЖНЯ

Распределение нормальных напряжений

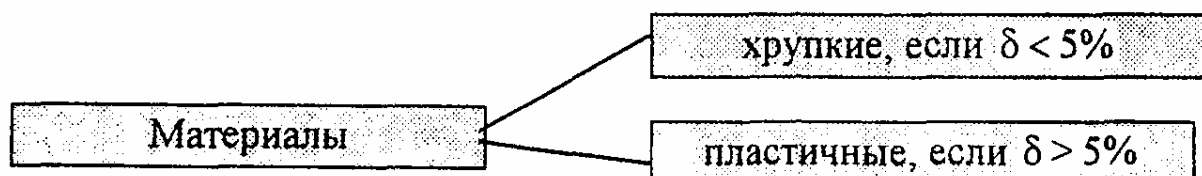
$$\sigma_z = N/A$$



Условие прочности $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$.

Допускаемое напряжение $[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} / [n]$

$$\sigma_{\text{пред}} = \begin{cases} \sigma_T(\sigma_{0.2}) - \text{для пластичных материалов,} \\ \sigma_{\text{пл}} - \text{для хрупких материалов} \end{cases}$$



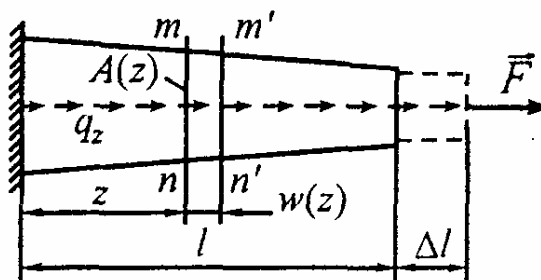
Нормативный коэффициент запаса прочности $[n]$ равен: для пластичных высокооднородных материалов (сталь, сплавы алюминия, титана, магния и меди) - 1,5...2,5; для чугуна - 4...6; для дерева - 8...10.

Ориентировочные значения допускаемых напряжений на растяжение, МПа: стали углеродистые - 140...250; стали легированные - 100...400; бронза - 60...120; латунь - 70...140; дюралюминий - 80...150; чугун - 30...80; сосна (вдоль волокон) - 10.

Относительные деформации :

- продольная $\epsilon = \Delta l/l$,

- поперечная $\epsilon' = \Delta b/b$.



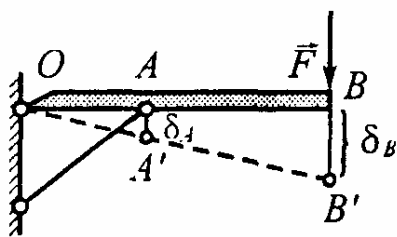
Закон Пуассона $\epsilon' = -\nu\epsilon$.

Коэффициент Пуассона лежит в пределах $0 \leq \nu \leq 0,5$

(пробка $\nu = 0$; сталь $\nu = 0,3$; резина $\nu = 0,5$)

Закон Гука $\sigma = E\epsilon$, где E - модуль Юнга.

Материал	Дерево	Бетон	Дюраль	Медь	Титан	Чугун	Сталь	Алмаз
E , ГПа	10	20	70	100	100	120	200	1050



Удлинение стержня

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N dz}{EA(z)}$$

В частном случае, когда

$N = F = \text{const}$ и $EA = \text{const}$,

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}$$

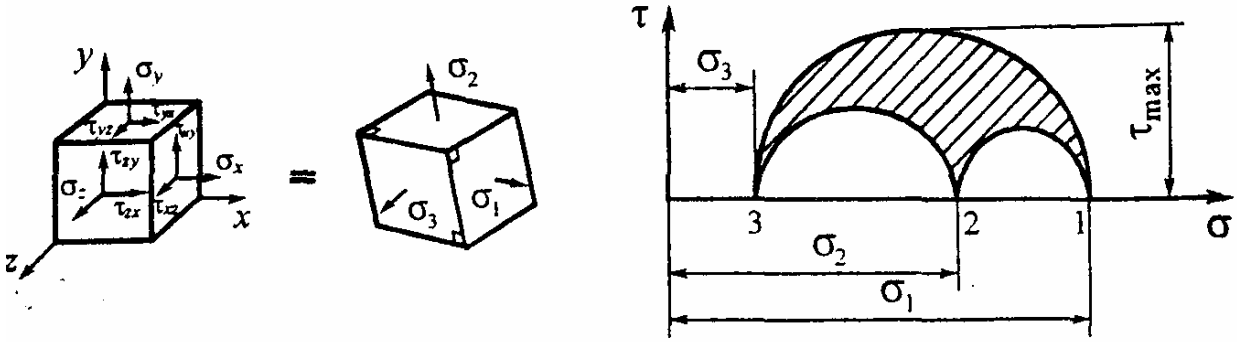
Условие жесткости

$$\delta \leq [\delta]$$

Потенциальная энергия упругой деформации

$$U = \int_0^l \frac{N^2 dz}{2EA}$$

3. ТЕОРИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ



$$T_H = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix} \quad \begin{aligned} \sigma_1 &\geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \\ \tau_{\max} &= 0,5(\sigma_1 - \sigma_3) \end{aligned}$$

Закон парности касательных напряжений

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}.$$

Обобщенный закон Гука

$$\begin{cases} \varepsilon_x = [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]/E, & \gamma_{xy} = \tau_{xy}/G, \\ \varepsilon_y = [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)]/E, & \gamma_{yz} = \tau_{yz}/G, \\ \varepsilon_z = [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]/E, & \gamma_{zx} = \tau_{zx}/G \end{cases} \quad \begin{aligned} &\text{Модуль сдвига} \\ G &= \frac{E}{2(1+\nu)}. \end{aligned}$$

Относительное изменение объема: $\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \sigma/K$,

где $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$, $K = E/3(1-2\nu)$ - модуль объемной упругости.

Удельная потенциальная энергия упругой деформации:

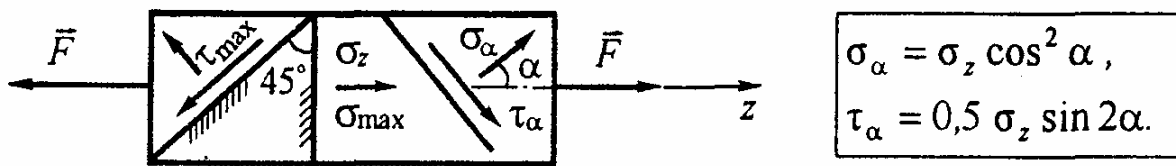
- полная $u = [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]/(2E);$

- изменения объема $u_{об} = \frac{\sigma^2}{2K};$

- изменения формы $u_{\phi} = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]/(12G).$

3.1. Линейное напряженное состояние

(два главных напряжения равны нулю)

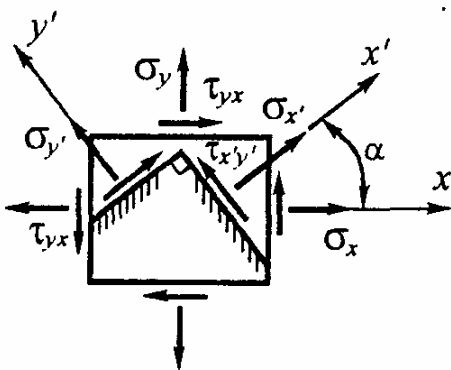


Наибольшее нормальное напряжение: $\sigma_{\max} = \sigma_{\alpha/\alpha=0} = \sigma_z.$

Наибольшее касательное напряжение: $\tau_{\max} = \tau_{\alpha/\alpha=45^\circ} = 0,5\sigma_z.$

3.2. Плоское напряженное состояние

(одно из главных напряжений равно нулю)

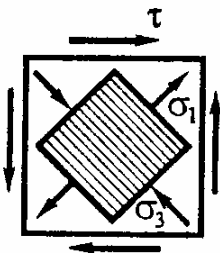


$$\begin{cases} \sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha, \\ \tau_{x'y'} = -0,5(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha, \end{cases}$$

$$\sigma_{\max/\min} = 0,5[(\sigma_x + \sigma_y) \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}],$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max/\min} = (\sigma_{\max/\min} - \sigma_x) / \tau_{xy}.$$

Чистый сдвиг:

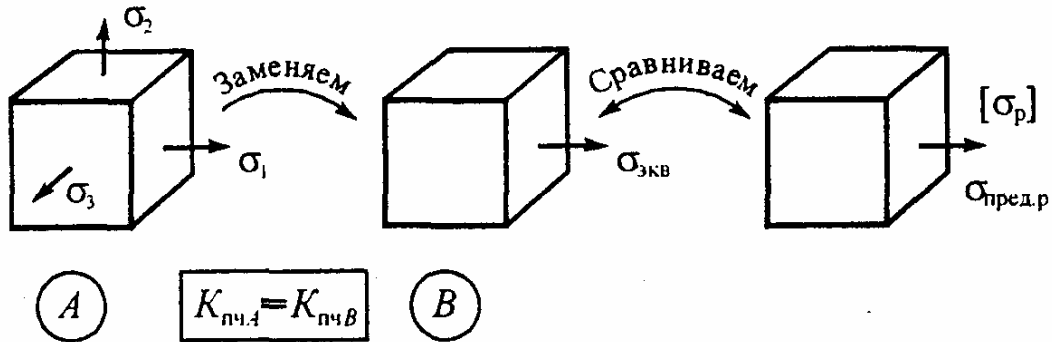


$$\sigma_x = \sigma_y = 0, \quad \tau_{xy} = \tau, \quad \sigma_{\max/\min} = \pm \tau.$$

Главные напряжения

$$\sigma_1 = +\tau, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = -\tau, \quad \alpha_1 = \pm 45^\circ.$$

4. ГИПОТЕЗЫ ПРОЧНОСТИ



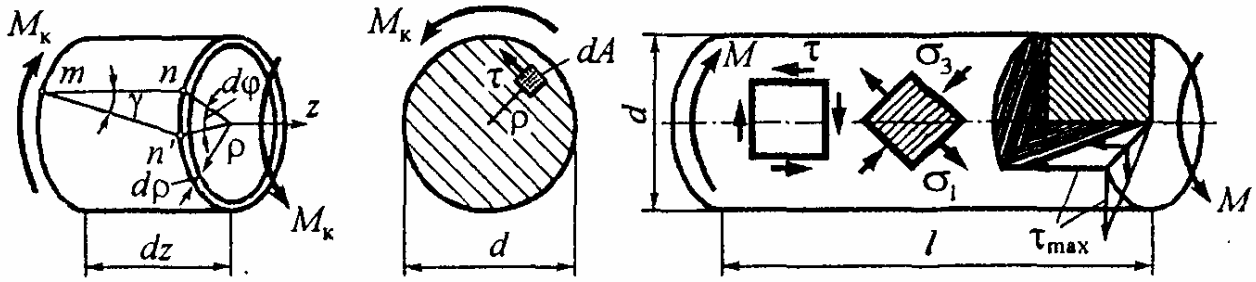
Они используются для оценки прочности конструкций в случае плоского и объемного напряженных состояний. Исходя из принятого критерия эквивалентности, лежащего в основе той или иной гипотезы прочности (см. таблицу, приведенную ниже), сложное напряженное состояние заменяют эквивалентным ему растяжением.

Условие прочности представляется в виде одного из следующих неравенств:

$$\sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma_p] = \sigma_{\text{пред.р}} / [n] \quad \text{или} \quad n = \sigma_{\text{пред.р}} / \sigma_{\text{экв}} \geq [n].$$

Название гипотезы, автор	Критерий прочности	Эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{экв}}$	Область применения
Наибольших нормальных напряжений (Галилей, XVII в.)	σ_{max}	σ_1	Не рекомендуется
Наибольших линейных деформаций (Мариотт, 1682 г.)	ϵ_{max}	$\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)$	Не рекомендуется
Наибольших касательных напряжений (Кулон, 1773 г.)	τ_{max}	$\sigma_1 - \sigma_3$	Для пластичных материалов, у которых $\sigma_{\text{тр}} = \sigma_{\text{тс}}$
Энергии формоизменения (Губер, 1904 г.)	u_{ϕ}	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$	
Гипотеза О. Мора (Мор, 1882 г.)	$\tau_n = f(\sigma_n)$	$m = \begin{cases} \sigma_{\text{тр}}/\sigma_{\text{тс}} - \text{пластичные материалы,} \\ \sigma_{\text{пчр}}/\sigma_{\text{пчс}} - \text{хрупкие материалы} \end{cases}$	Для пластичных и хрупких материалов

5. КРУЧЕНИЕ КРУГЛЫХ ВАЛОВ



Угол сдвига

$$\gamma = \rho d\phi / dz.$$

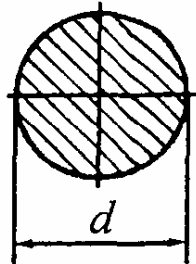
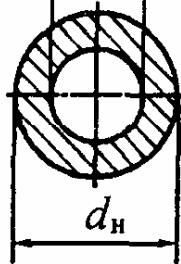
Распределение касательных напряжений

$$\tau = \frac{M_K}{I_p} \rho$$

Максимальное касательное напряжение

$$\tau = \frac{M_K}{I_p} \rho$$

Геометрические характеристики:

Форма		 $A = d_B / d_H$
I_p	$\frac{\pi d^4}{32} \cong 0,1d^4$	$\frac{\pi d_H^4}{32} (1 - \alpha^4)$
W_p	$\frac{\pi d^3}{16} \cong 0,2d^3$	$\frac{\pi d_H^3}{16} (1 - \alpha^4)$

- полярный момент инерции
- полярный момент сопротивления

$$I_p = \int_A \rho^2 dA,$$

$$W_p = I_p / \rho_{\max}.$$

Углы закручивания:

- относительный
- абсолютный (при $M_K = M = \text{const}$)

$$\theta = d\phi/dz = M_K / (GI_p),$$

$$\phi = M_K l / (GI_p).$$

Расчет валов сводится к одновременному удовлетворению двух условий:

- прочности $\tau_{\max} = M_{K\max} / W_p \leq [\tau]$, откуда $d_{\text{пч}} \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{K\max}}{\pi[\tau]}}$;
- жесткости $\theta_{\max} = M_{K\max} / (GI_p) \leq [\theta]$, откуда $d_{\text{ж}} \geq \sqrt[4]{\frac{32M_{K\max}}{\pi G[\theta]}}$.

Допускаемые величины:

- касательное напряжение $[\tau] = \begin{cases} (0,55 \dots 0,60) [\sigma_p] & \text{- для стали;} \\ (1,0 \dots 1,2) [\sigma_p] & \text{- для чугуна;} \end{cases}$
- относительный угол закручивания $[\theta] = 3,5 \dots 17,5 \text{ мрад/м } (0,20 \dots 1,0 \text{ град/м}).$

Потенциальная энергия упругой деформации $U = \int_l M_k^2 dz / (2GI_p).$

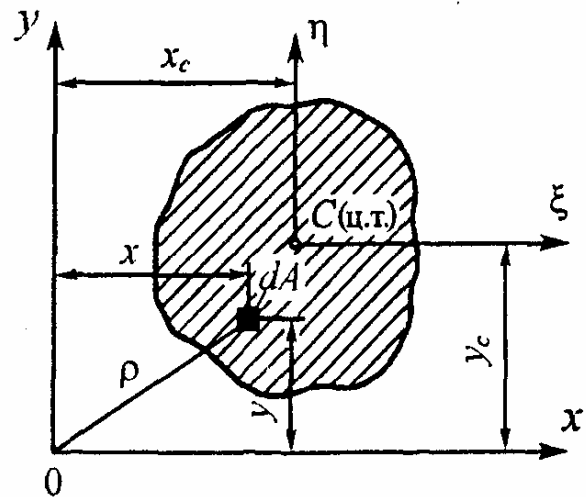
6. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

Статические моменты

$$S_x = \int_A y dA, \quad S_y = \int_A x dA.$$

Координаты центра тяжести

$$x_c = S_y / A, \quad y_c = S_x / A.$$



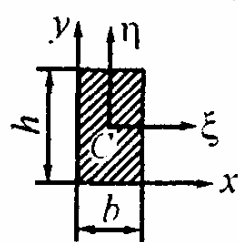
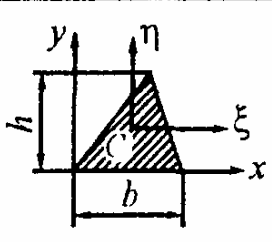
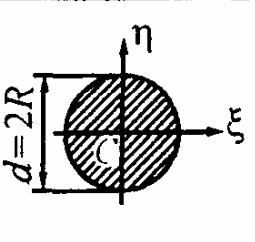
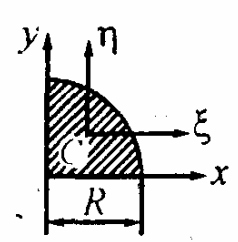
Моменты инерции:

- осевые $I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA;$
- центробежный $I_{xy} = \int_A xy dA;$
- полярный $I_p = \int_A \rho^2 dA = \int_A \rho^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = I_x + I_y.$

Радиусы инерции $i_x^2 = I_x / A, \quad i_y^2 = I_y / A.$

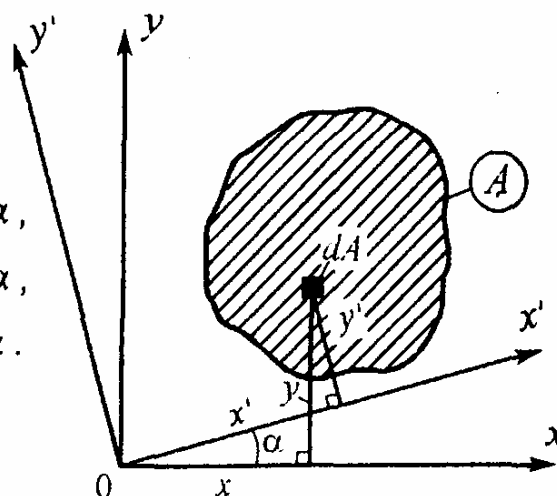
Преобразование моментов инерции при параллельном переносе осей (переход от центральных осей ξ, η к произвольным x, y):

$$I_x = I_\xi + y_c^2 A, \quad I_y = I_\eta + x_c^2 A, \quad I_{xy} = I_{\xi\eta} + x_c y_c A.$$

			
$x_c = 0,5b$	$y_c = h/3$	$\xi_c = \eta_c = 0$	$y_c = 4R/3\pi \approx 0,42R$
$I_\xi = bh^3/12$	$I_\xi = bh^3/36$	$I_\xi = I_\eta = \pi R^4/4$	$I_\xi = I_\eta = 0,055R^4$
$I_x = bh^3/3$	$I_x = bh^3/12$	$I_p = \pi R^4/2$	$I_x = I_y = \pi R^4/16$

Преобразование моментов инерции при повороте осей

$$\begin{cases} I_{x'} = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha, \\ I_{y'} = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha, \\ I_{x'y'} = 0,5(I_x - I_y) \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha. \end{cases}$$



Главные моменты инерции

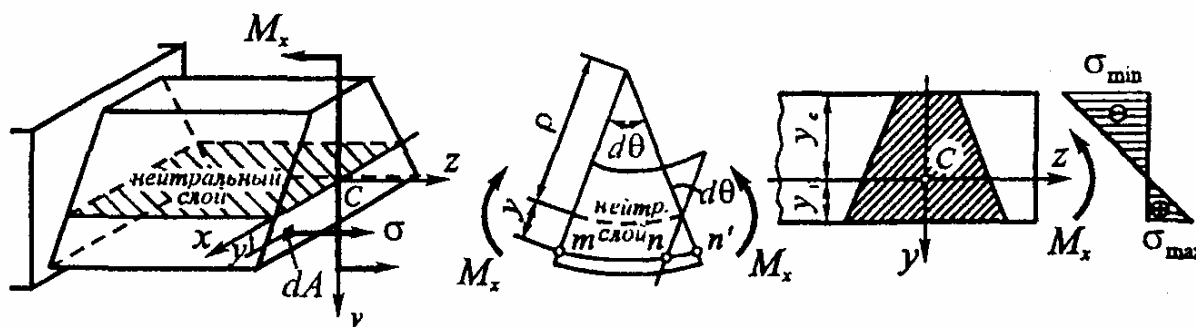
$$I_{\max/\min} = I_{1,2} = 0,5 \left[(I_x + I_y) \pm \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \right].$$

Положение главных осей

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max/\min} = (I_x - I_{\max/\min}) / I_{xy}$$

7. ПЛОСКИЙ ПРЯМОЙ ИЗГИБ

7.1. Определение напряжений и расчет на прочность



НОРМАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Кривизна оси балки

$$1/\rho = M_x / (EI_x)$$

Распределение нормальных напряжений

$$\sigma = \frac{E y}{\rho} = \frac{M_x}{I_x} y$$

Условия прочности :

- для хрупких материалов

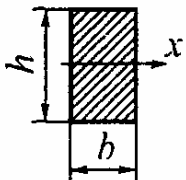
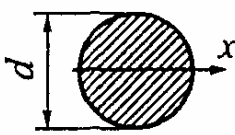
$$\begin{cases} \sigma_{\max} = (M_{\max} / I_x) y_p = M_{\max} / W_p \leq [\sigma_p], \\ \sigma_{\min} = (M_{\max} / I_x) y_c = M_{\max} / W_c \leq [\sigma_c], \end{cases}$$

где $W_p = I_x / y_p$ и $W_c = I_x / y_c$ - моменты сопротивления соответственно растянутых и сжатых волокон ;

- для пластичных материалов

$$\sigma_{\text{наиб}} = (M_{\max} / I_x) y_{\text{наиб}} = M_{\max} / W_x \leq [\sigma],$$

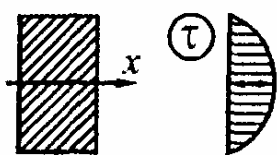
где $W_x = I_x / y_{\text{наиб}}$ - осевой момент сопротивления.

	$I_x = bh^3 / 12$ $W_x = bh^2 / 6$		$I_x = \pi d^4 / 64$ $W_x = \pi d^3 / 32$
---	------------------------------------	--	---

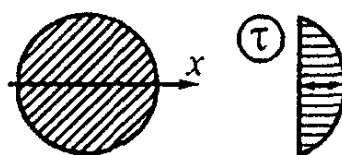
КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Формула Журавского

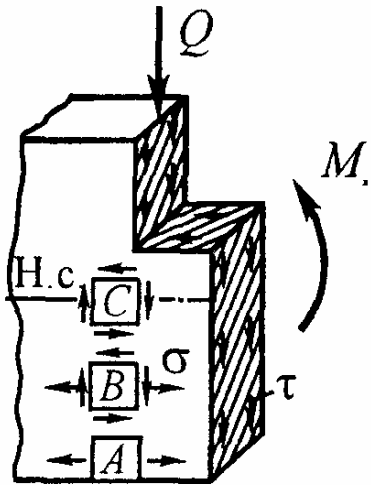
$$\tau = QS_x^{\text{отс}} / (bI_x)$$



$$\tau_{\max} = \frac{3 Q}{2 A}$$



$$\tau_{\max} = \frac{4 Q}{3 A}$$



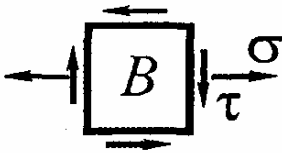
Условие прочности $\tau_{\max} = kQ / A \leq [\tau]$,

где k - коэффициент формы, равный:

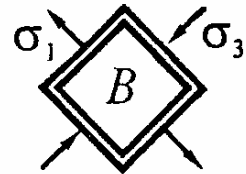
3/2 - для прямоугольника,

4/3 - для круга.

ГЛАВНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ



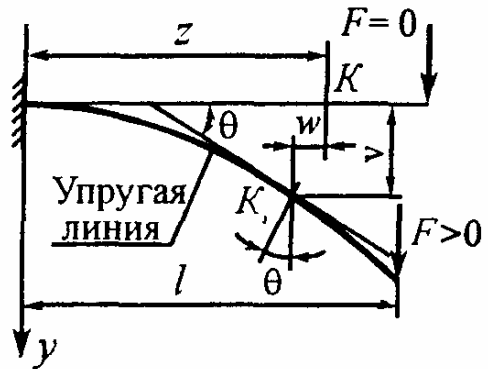
$$\sigma_{1,3} = 0,5[\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}]$$



7.2. Определение перемещений и расчет на жесткость

Перемещения :

- линейные $\left\{ \begin{array}{l} \text{прогиб } v, \\ \text{смещение } w \ll v, \end{array} \right.$
- угловое $\theta = dv / dz$ (угол поворота)

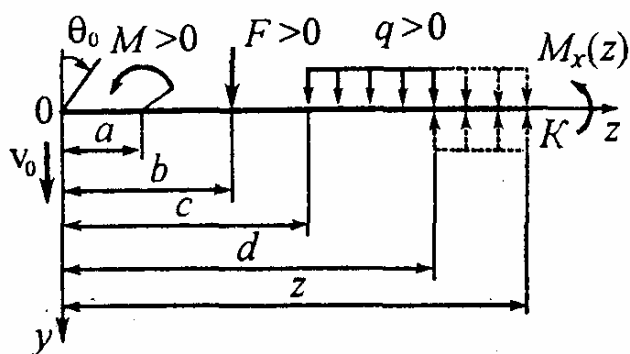


Основное дифференциальное уравнение упругой линии балки

$$v'' = \pm M_x / (EI_x)$$

	$v'' = + \frac{M_x}{EI_x}$		$v'' = - \frac{M_x}{EI_x}$
--	----------------------------	--	----------------------------

МЕТОД НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ



$$\Theta(z) = \Theta_0 - \frac{1}{EI_x} \int_0^z M_x dz,$$

$$v(z) = v_0 + \Theta_0 z - \frac{1}{EI_x} \int_0^z \left(\int_0^z M_x dz \right) dz,$$

$$\Theta(z) = \Theta_0 + \frac{1}{EI_x} \sum^{\text{Л}} \left[\frac{M(z-a)}{1!} + \frac{F(z-b)^2}{2!} + q \frac{(z-c)^3}{3!} - q \frac{(z-d)^3}{3!} \right],$$

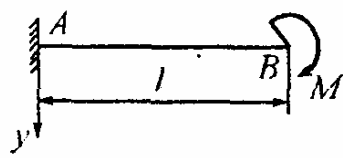
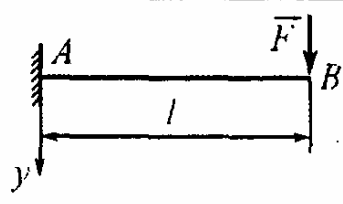
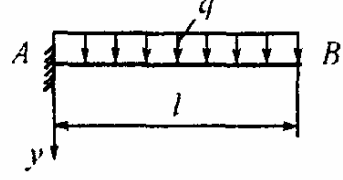
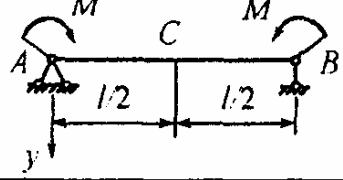
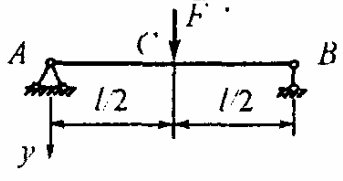
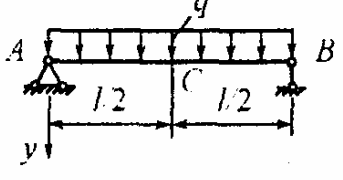
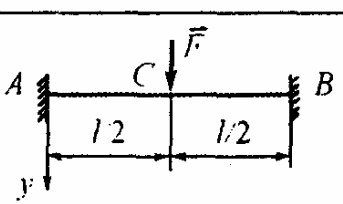
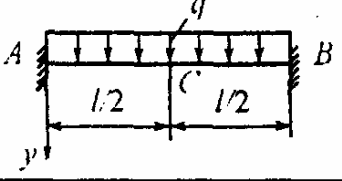
$$v(z) = v_0 + \Theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \sum^{\text{Л}} \left[\frac{M(z-a)^2}{2!} + \frac{F(z-b)^3}{3!} + q \frac{(z-c)^4}{4!} - q \frac{(z-d)^4}{4!} \right].$$

Значок «Л» над символом суммы обозначает, что суммируются только те величины, которые относятся к части балки, расположенной *слева* от того сечения, где ищутся перемещения.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД

Интеграл Мора	Правило Верещагина	Формула Симпсона	
$EI_x V_K = \int_l M_F \bar{M} dz$	$I = \int M_F \bar{M} dz = \omega_F c$	$I = \frac{l}{6} (M_n \bar{M}_n + 4M_{cp} \bar{M}_{cp} + M_p \bar{M}_p)$	
Фи- гу- ра	Треугольник	Квадратная парабола	
ω	$hl/2$	$hl/3$	$2hl/3$

8. СИЛОВЫЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ НЕКОТОРЫХ БАЛОК

Схемы балок	Изгибающий момент	Прогиб	Угол поворота
	$M_x = M = \text{const}$	$V_B = \frac{Ml^2}{2EI}$	$\Theta_B = \frac{Ml}{EI}$
	$M_A = -Fl$	$V_B = \frac{Fl^3}{3EI}$	$\Theta_B = \frac{Fl^2}{2EI}$
	$M_A = -ql^2 / 2$	$V_B = \frac{ql^4}{8EI}$	$\Theta_B = \frac{ql^3}{6EI}$
	$M_x = M = \text{const}$	$V_C = \frac{Ml^2}{8EI}$	$\Theta_A = \frac{Ml}{2EI}$
	$M_C = Fl / 4$	$V_C = \frac{Fl^3}{48EI}$	$\Theta_A = \frac{Fl^2}{16EI}$
	$M_C = ql^2 / 8$	$V_C = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$	$\Theta_C = 0,$ $\Theta_A = \frac{ql^3}{24EI}$
	$M_A = -Fl / 8$ $M_C = Fl / 8$	$V_C = \frac{Fl^3}{192EI}$	$\Theta_A = \Theta_C = 0$
	$M_A = -ql^2 / 12$ $M_C = ql^2 / 24$	$V_C = \frac{ql^4}{384EI}$	$\Theta_A = \Theta_C = 0$

9. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

Конструкцию, усилия в которой не могут быть определены только при помощи уравнений статики, называют статически неопределимой. С точки зрения расчета ее удобно рассматривать как некоторую статически определимую систему, именуемую в последующем основной системой, на которую наложены дополнительные связи.

Статически неопределимые системы (в отличие от статически определимых) обладают следующими особенностями:

1) распределение усилий в них зависит не только от внешних сил, но и от соотношения жесткостей отдельных элементов, а именно: чем больше жесткость элемента, тем больше усилие, на него приходящееся;

2) при смещении опор, неточном изготовлении элементов, колебаниях температуры возникают дополнительные усилия.

Одним из важнейших методов расчета статически неопределимых систем является метод сил, в котором за основные неизвестные принимают обобщенные реактивные силы в отброшенных дополнительных связях системы. Расчет ведется в такой последовательности:

1. Определяется степень статической неопределимости (по числу дополнительных связей).

2. Выбирается основная система, которая получается из заданной после удаления дополнительных связей. Действие отброшенных связей заменяется неизвестными силовыми факторами X_1, X_2, \dots, X_n .

3. Составляются канонические уравнения метода сил, математически выражающие условие эквивалентности основной и заданной систем:

$$\sum_{j=1}^n \delta_{ij} X_j + \Delta_{iF} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где

$$EI \delta_{ij} = \int_1 \overline{M}_i \overline{M}_j dz, \quad EI \Delta_{iF} = \int_1 \overline{M}_i \overline{M}_F dz.$$

Из решения этих уравнений находят значения X_1, X_2, \dots, X_n .

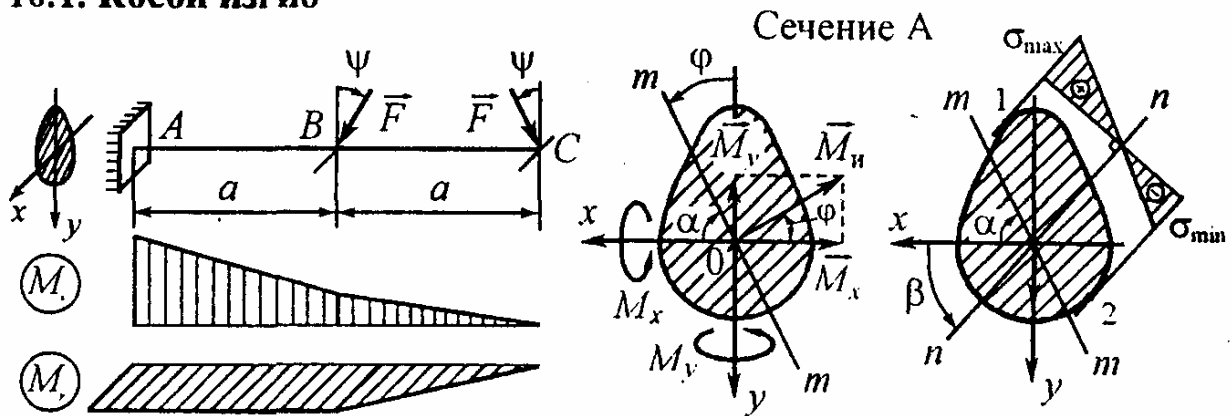
4. Строятся эпюры внутренних силовых факторов.

5. Выполняется проверка решения, включающая в себя статическую проверку (проверяется равновесие системы и ее отдельных частей) и кинематическую (проверяется отсутствие перемещений по направлению наложенных на систему связей).



10. СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

10.1. Косой изгиб



Уравнение силовой линии $y = k_1 x$, где $k_1 = \operatorname{tg} \alpha$.

Уравнение нейтральной линии $y_0 = k_2 x_0$, $k_2 = \operatorname{tg} \beta = -(I / k_1)(I_x / I_y)$.

Связь между угловыми коэффициентами

$$k_1 k_2 = -I_x / I_y$$

Распределение нормальных напряжений

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x$$

или

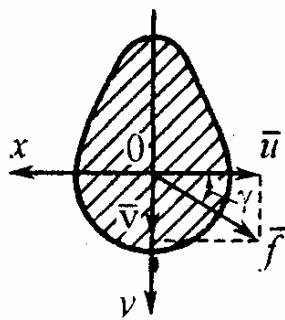
$$\sigma = M_n \left(\frac{\cos \varphi}{I_x} y + \frac{\sin \varphi}{I_y} x \right)$$

Условия прочности:

- для балок произвольного сечения из хрупких материалов

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = (M_x / I_x) y_1 + (M_y / I_y) x_1 \leq [\sigma_p], \\ \sigma_{\min} = (M_x / I_x) y_2 + (M_y / I_y) x_2 \leq [\sigma_c]; \end{cases}$$

- для балок прямоугольного сечения из пластичных материалов



$$\sigma_{\max} = M_x / W_x + M_y / W_y \leq [\sigma].$$

Полное перемещение $\vec{f} = \vec{u} + \vec{v}$,

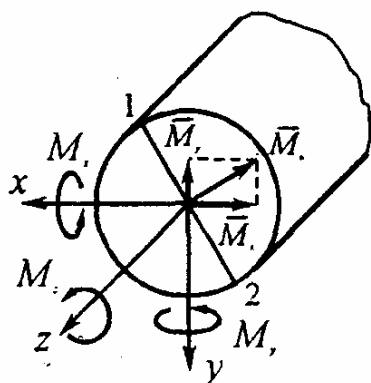
$$f = \sqrt{u^2 + v^2}, \operatorname{tg} \gamma = v/u.$$

Условие жесткости $f_{\max} \leq [f]$.

Примечание. При плоском косом изгибе $\vec{f} \perp nn$.

10.2. Изгиб с кручением

10.2.1. Стержень круглого сечения

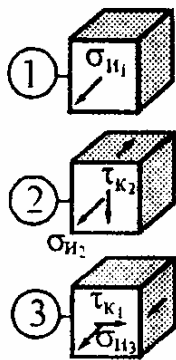
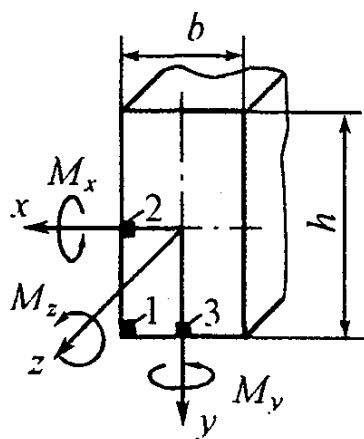


Условие прочности

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = M_{\text{ЭКВ}} / W_x \leq [\sigma]$$

$$M_{\text{ЭКВ}} = \begin{cases} \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} & \text{— по 3-й гипотезе прочности} \\ \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2} & \text{— по 4-й гипотезе прочности.} \end{cases}$$

10.2.2. Стержень прямоугольного сечения



$$\sigma_{\text{ЭКВ}_1} = \sigma_{n_1} = M_x / W_x + M_y / W_y,$$

$$\sigma_{\text{ЭКВ}_2} = \sqrt{\sigma_{n_2}^2 + 4\tau_{k_2}^2},$$

$$\sigma_{n_2} = M_y / W_y, \quad \tau_{k_2} = M_z / (\beta b^3),$$

$$\sigma_{\text{ЭКВ}_3} = \sqrt{\sigma_{n_3}^2 + 4\tau_{k_3}^2},$$

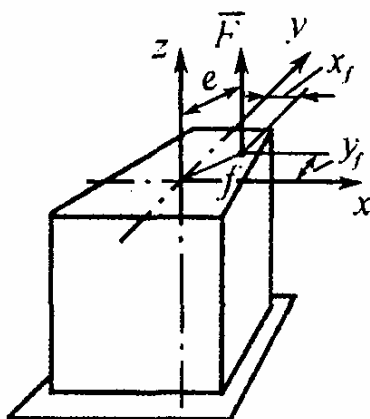
$$\sigma_{n_3} = M_x / W_x, \quad \tau_{k_3} = \gamma \tau_{k_2}.$$

Условие прочности

$$\max = \{ \sigma_{\text{ЭКВ}_1}, \sigma_{\text{ЭКВ}_2}, \sigma_{\text{ЭКВ}_3} \} \leq [\sigma]$$

10.3. Внецентренное продольное нагружение

Распределение нормальных напряжений



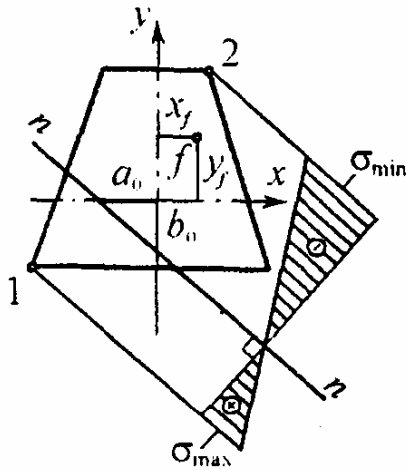
$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x = \frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_f y}{i_x^2} + \frac{x_f x}{i_y^2} \right)$$

Знак «плюс» соответствует растяжению, «минус» - сжатию.

Отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат

$$\begin{cases} a_0 = -i_y^2 / x_f, \\ b_0 = -i_x^2 / y_f. \end{cases}$$

Внецентренное сжатие



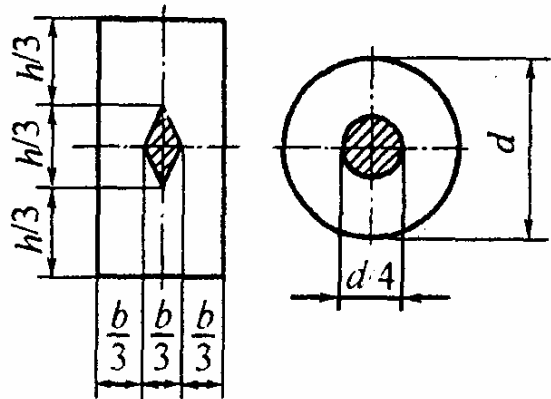
Условия прочности

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_f y_1}{i_x^2} + \frac{x_f x_1}{i_y^2} \right) \leq [\sigma_p], \\ \sigma_{\min} = \left| -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_f y_2}{i_x^2} + \frac{x_f x_2}{i_y^2} \right) \right| \leq [\sigma_c]. \end{cases}$$

Ядро сечения

Координаты
вершин

$$\begin{cases} x_{\text{я}} = -i_y^2 / a_0, \\ y_{\text{я}} = -i_x^2 / b_0. \end{cases}$$



11. УСТОЙЧИВОСТЬ ДЕФОРМИРУЕМЫХ СИСТЕМ

11.1. Продольный изгиб

Формула Эйлера

(стержни большой гибкости, для которых $\sigma_{\text{кр}} \leq \sigma_{\text{пл}}$)

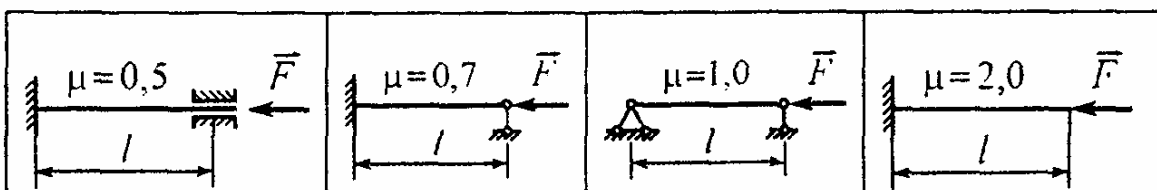
$$F_{\text{кр}} = \pi^2 E I_{\min} / (\mu l)^2 \quad \text{или} \quad \sigma_{\text{кр}} = \pi^2 E / \lambda^2.$$

Формула Тетмайера - Ясинского

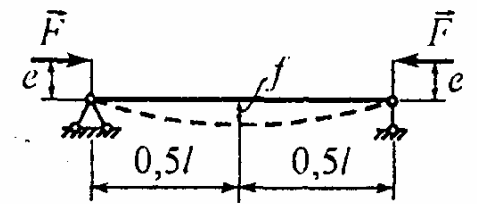
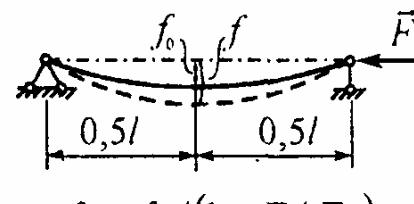
(стержни средней гибкости, для которых $\sigma_{\text{кр}} \geq \sigma_{\text{пл}}$)

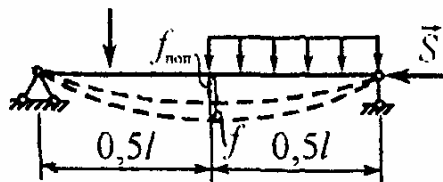
$$F_{\text{кр}} = A (a - b\lambda + c\lambda^2) \quad \text{или} \quad \sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda + c\lambda^2.$$

Гибкость стержня $\lambda = \mu l / i$, где μ - коэффициент приведения.



Условие устойчивости $n_y = F_{кр} / F \geq [n_y]$ или $F / A \leq \varphi[\sigma_c]$.

Внецентренное нагружение	Учет начального искривления
 $f = (4e/\pi)/(F_3 / F - 1)$	 $f = f_0 / (1 - F / F_3)$
$F_3 = \pi^2 EI / l^2$ - эйлерова критическая сила	



11.2. Продольно-поперечный изгиб

Максимальный прогиб

$$f \approx f_{\text{поп}} / (1 - S / S_3).$$

Максимальное напряжение

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{S}{A} + \frac{1}{W_x} \left(M_{\text{поп}} + \frac{S f_{\text{поп}}}{1 - S / S_3} \right), \quad S_3 = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} \quad \text{эйлерова критическая сила.}$$

Условие прочности

$$\sigma_{\text{рас}} = \frac{S}{A} + \frac{1}{W_x} \left(M_{\text{поп}} + \frac{S f_{\text{поп}} [n]}{1 - [n] S / S_3} \right) \leq [\sigma].$$

Условие жесткости

$$f \leq [f].$$

11.3. Устойчивость труб

Критическая нагрузка

$$p_{кр} = Et^3 / [4(1 - \nu^2)R^3].$$

Для стальных труб ($E = 200 \text{ ГПа}$, $\nu = 0,3$)

$$p_{кр} = 55(20t/d)^3 \text{ МПа.}$$

Условие устойчивости

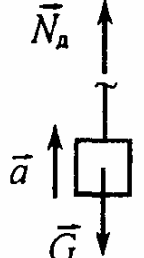
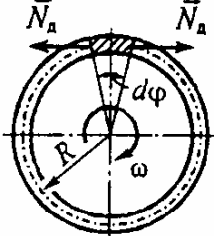
$$n_y = p_{кр} / p \geq [n_y]$$

12. ДИНАМИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ

Общие зависимости

$$\sigma_d = k_d \sigma_{ст}, \quad \delta_d = k_d \delta_{ст}$$

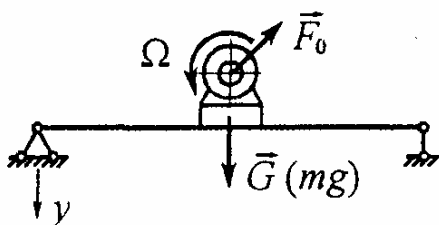
12.1. Учет сил инерции

	<p>Поступательное движение</p> $\sigma_d = k_d \sigma_{ст}$ $k_d = 1 + a/g,$ $\sigma_{ст} = G/A$	<p>Равномерно вращающееся тонкое кольцо</p> $\sigma_d = \rho \omega^2 R^2 = \rho v^2$	
---	--	---	---

12.2. Действие удара на конструкцию

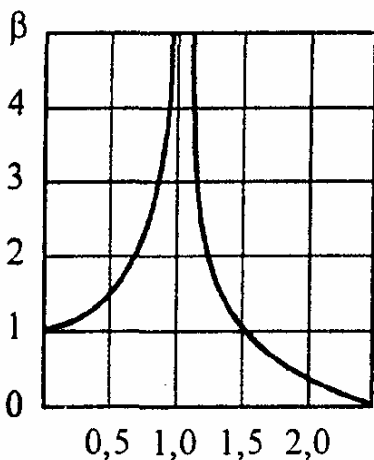
<p>Продольный удар</p>  $\Delta l_{ст} = Gl/(EA)$ $k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_{ст}}}$	<p>Удар в канатах при заедании троса</p>  $k_d = 1 + \frac{v_0}{g \Delta l_{ст}}$	<p>Поперечный удар</p>  $k_d = 1 + \sqrt{1 + 2h/f_{ст}}$
---	---	--

12.3. Колебания упругих систем с одной степенью свободы



Уравнение колебаний упругой системы (неустановившееся движение)

$$y = \underbrace{a \sin(\omega t + \varphi)}_{\text{(собственные колебания)}} + \underbrace{A \sin \Omega t}_{\text{(вынужденные)}}$$



происходящих под действием возмущающей силы $F_{воз} = F_0 \sin \Omega t$, где F_0 - центробежная сила инерции неуравновешенных масс ротора. Частота собственных колебаний упругой системы $\omega = \sqrt{c/m} = \sqrt{g/\delta_{ст}} = 1/\sqrt{m\delta_{ст}}$. Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = (F_0/c)\beta,$$

$\beta = \frac{1}{|1 - (\Omega/\omega)^2|}$ - коэффициент нарастания колебаний.

Динамический коэффициент $k_d = 1 + (F_0/G)\beta$.

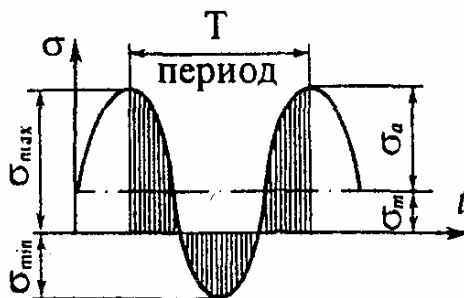
13. ПЕРЕМЕННЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Параметры цикла:

$$\sigma_{\max}, R_{\sigma} = \sigma_{\min} / \sigma_{\max},$$

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) / 2,$$

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / 2.$$

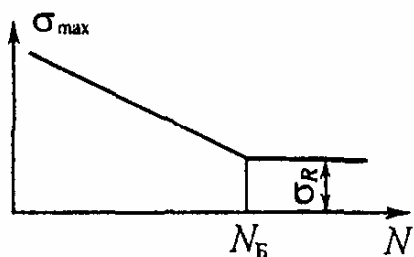


Характерные циклы:

- симметричный



- пульсационный



Предел выносливости $\sigma_R(\tau_R)$ – наибольшее напряжение цикла, которое образец может выдержать, не разрушаясь, до базы испытания N_B , равной 10^7 циклов для стали и $(5...10)10^7$ для цветных металлов.

Эмпирические соотношения для $\sigma_R(\tau_R)$:

$$\sigma_{-1} \approx (0,25...0,5)\sigma_{\text{пч}}; \quad \sigma_{-1p} \approx 0,75\sigma_{-1}; \quad \tau_{-1} \approx (0,6...0,8)\sigma_{-1}.$$

Факторы, влияющие на величину предела выносливости :

1) абсолютные размеры поперечного сечения (масштабный фактор)

$$K_{d\sigma} = \sigma_{-1d} / \sigma_{-1};$$

2) концентрация напряжений

$$K_{\sigma} = \sigma_{-1} / \sigma_{-1K};$$

3) качество обработки поверхности

$$K_F = \sigma_{-1F} / \sigma_{-1};$$

4) поверхностное упрочнение

$$K_v = \sigma_{-1v} / \sigma_{-1};$$

5) асимметрия цикла (коэффициенты чувствительности ψ_{σ} и ψ_{τ});

6) эксплуатационные факторы (коррозия, температура и др.).

Коэффициент снижения предела выносливости

$$K = \left(\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) / K_v.$$

$$\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} = \frac{2\alpha_{\sigma}}{1 + (88,3\bar{G}/L)^{\psi_{\sigma}}}.$$

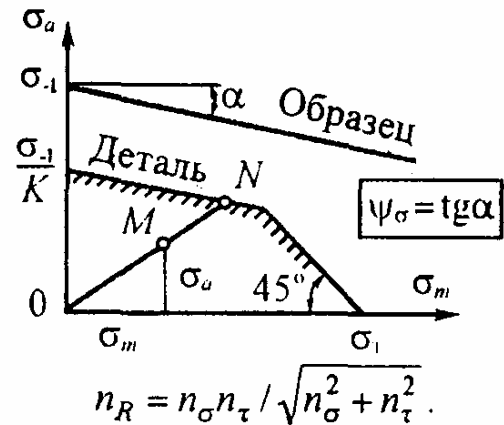
Запас прочности определяется:

- по формуле Серенсена – Кинашошвили
(при простых видах деформации)

$$n_{\sigma} = ON / OM = \sigma_{-1} / (K\sigma_a + \psi_{\sigma}\sigma_m),$$

$$n_{\tau} = \tau_{-1} / (K\tau_a + \psi_{\tau}\tau_m),$$

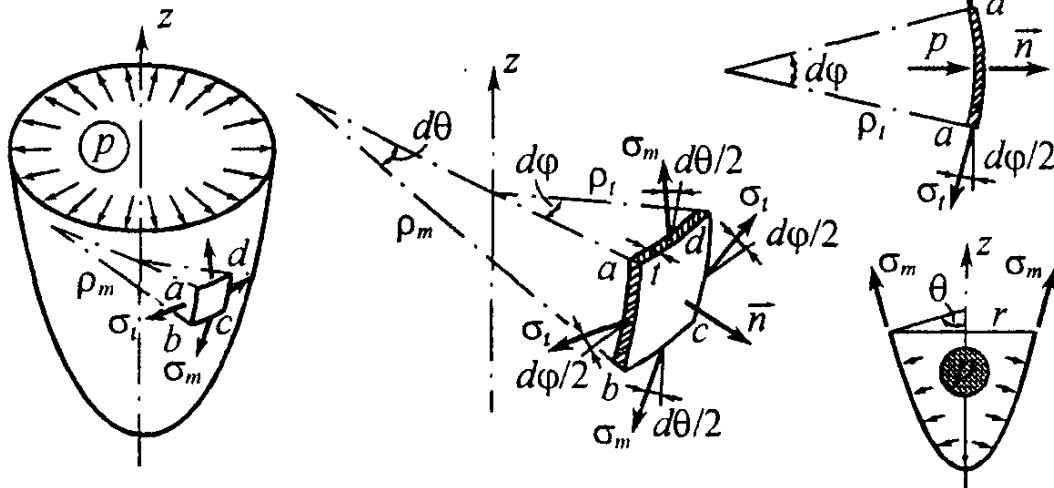
- по формуле Гафа и Полларда
(при плоском напряженном состоянии)



14. ТОНКОСТЕННЫЕ СОСУДЫ

Исходные допущения:

- сосуды имеют форму тела вращения без резких переходов и изломов с тонкой стенкой ($t/d \leq 1/20$);
- нагрузка является осесимметричной.



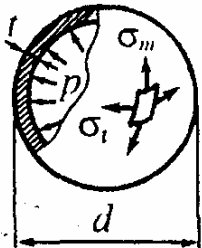
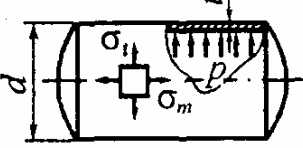
Разрешающие уравнения для определения меридионального σ_m и окружного σ_t напряжений:

- уравнение Лапласа (получается из уравнения равновесия элемента $abcd$ в проекции на нормаль \bar{n})

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{t},$$

- уравнение равновесия части сосуда, отсеченной нормальным коническим сечением, в проекции на ось сосуда z

$$\sigma_m 2\pi r t \sin \Theta = p \pi r^2.$$

Сферический сосуд	Цилиндрический сосуд
 $\sigma_m = \sigma_l = pd / 4t$ $\sigma_r = 0$ $\sigma_{\text{ЭКВ III}} = pd / 4t$	 $\sigma_m = pd / 4t$ $\sigma_r = 0$ $\sigma_l = pd / 2t$ $\sigma_{\text{ЭКВ III}} = pd / 2t$

Условие прочности

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} \leq [\sigma].$$

15. ТОЛСТОСТЕННЫЕ ТРУБЫ

Допущение: нагрузка осесимметрична и постоянна вдоль оси.

Основные уравнения:

- уравнение равновесия

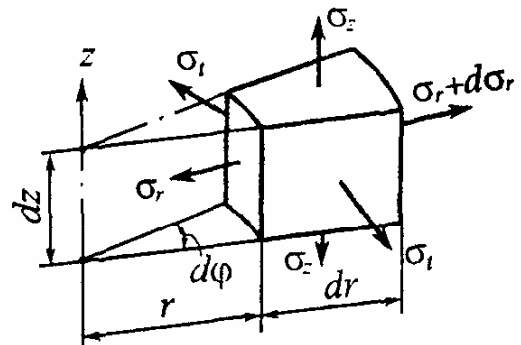
$$\frac{d}{dr}(\sigma_r r) - \sigma_l = 0,$$

- геометрические

$$\varepsilon_r = du / dr, \quad \varepsilon_l = u / r,$$

- физические (закон Гука)

$$\begin{cases} \varepsilon_r = [\sigma_r - \nu(\sigma_l + \sigma_z)] / E, \\ \varepsilon_l = [\sigma_l - \nu(\sigma_r + \sigma_z)] / E. \end{cases}$$

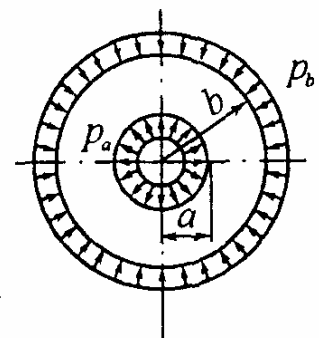


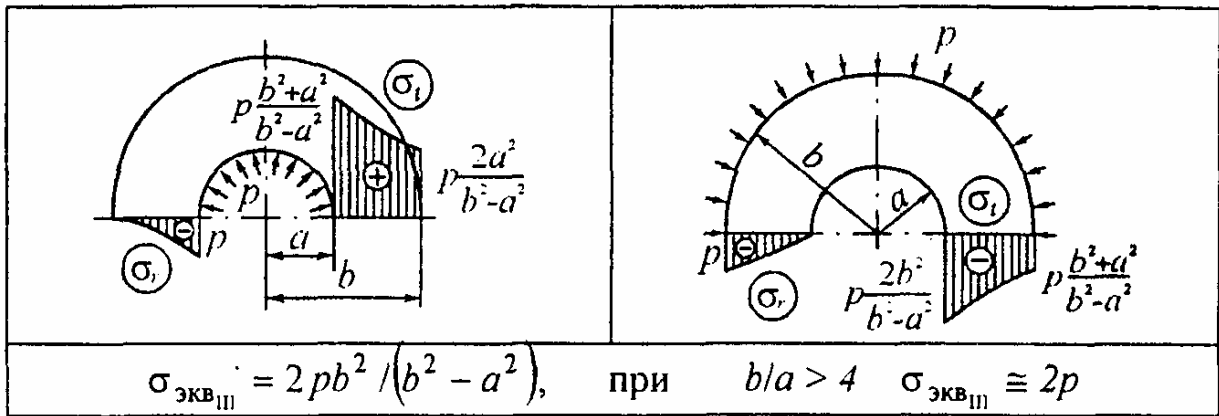
Разрешающие уравнения $\sigma_{r,l} = A \mp B / r^2$, где A и B - произвольные постоянные, определяемые из граничных условий задачи.

15.1. Труба, нагруженная внутренним и внешним давлением (задача Ламе)

$$\sigma_{r,l} = \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} \mp \frac{a^2 b^2}{r^2} \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2},$$

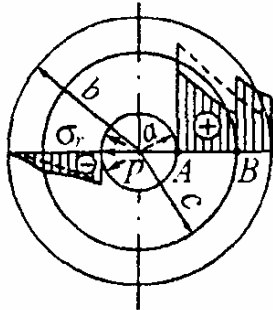
$$u = \frac{1 - \nu}{E} \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} r + \frac{1 + \nu}{E} \frac{a^2 b^2}{r} \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2} - \frac{\nu}{E} \sigma_z r.$$





15.2. Составные соединенные с натягом цилиндры

Контактное давление



$$p_k = \frac{E\Delta}{2c^3} \frac{(c^2 - a^2)(b^2 - c^2)}{b^2 - a^2}$$

Оптимальный натяг из условия равнопрочности цилиндров ($\sigma_{\text{экв}A} = \sigma_{\text{экв}B}$)

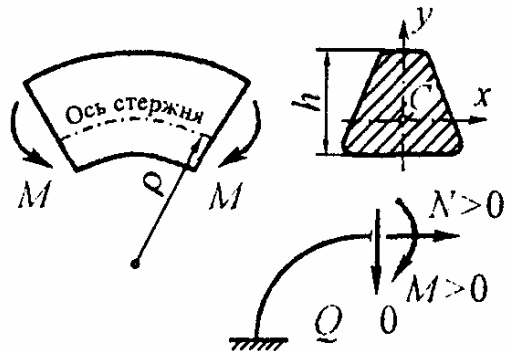
$$\Delta = \frac{2p}{E} \frac{cb^2(c^2 - a^2)}{b^2(c^2 - a^2) + c^2(b^2 - c^2)}$$

Условия Гадолина: $c = \sqrt{ab}$, $\sigma_{\text{экв}}^{\min} = pb / (b - a)$.

16. ПЛОСКИЕ КРИВЫЕ СТЕРЖНИ

Классификация стержней:

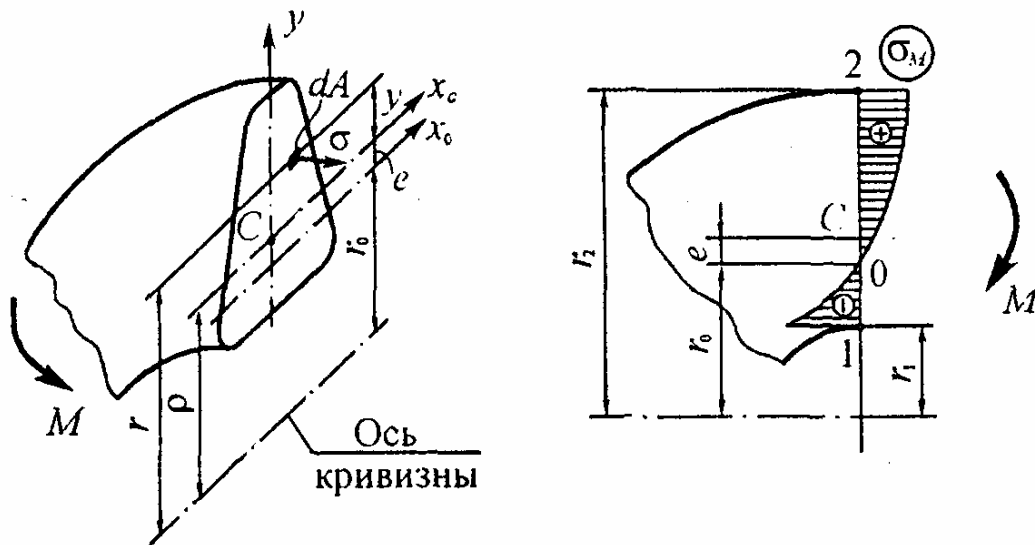
- малой кривизны $h/\rho < 1/5$;
- средней кривизны $1/5 \leq h/\rho \leq 1/2$;
- большой кривизны $h/\rho > 1/2$.



Правило знаков для внутренних силовых факторов:

- для N и Q такое же, как для прямых стержней;

– изгибающий момент считается положительным, если он увеличивает кривизну стержня (вызывает растяжение с выпуклой стороны).



Положение нейтральной линии

$$r_0 = A / \left(\int_A dA / r \right)$$

Приближенная формула Н.Н. Давиденкова (для стержней малой и средней кривизны)

$$e \cong I_{x_c} / (\rho A)$$

Закон распределения нормальных напряжений

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N}{A} + \frac{M}{Ae} \left(1 - \frac{r_0}{r} \right)$$

Условие прочности

$$\sigma_{\text{рас}} \leq [\sigma],$$

$$\sigma_{\text{рас}} = \max \left\{ \sigma_{\text{рас}1}, \sigma_{\text{рас}2} \right\} \quad \begin{cases} \sigma_{\text{рас}1} = \left| \sigma_N + \sigma_{M1} \right|, \\ \sigma_{\text{рас}2} = \left| \sigma_N + \sigma_{M2} \right|, \end{cases}$$

$$\sigma_{M1} = (M / Ae) (1 - r_0 / r_1), \quad \sigma_{M2} = (M / Ae) (1 - r_0 / r_2).$$

Примечание. Для сечений, симметричных относительно центральной оси x_C (прямоугольник, круг и т. п.), $\sigma_{\text{рас}1} > \sigma_{\text{рас}2}$, т. е. опасной является внутренняя точка (т. 1).

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

В ВОПРОСАХ И ОТВЕТАХ

*Отвечать на вопросы всегда труднее,
чем задавать их.*

*Преподаватель ставит в тупик студентов
своими вопросами, а они его - ответами.*

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1. Что понимается под прочностью?

** Способность тела воспринимать воздействие внешних сил без разрушения.*

2. Что такое жесткость?

** Способность тела воспринимать воздействие внешних сил без существенного изменения геометрических размеров.*

3. Что такое расчетная схема?

** Реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.*

4. Какое свойство тел называется упругостью?

** Свойство тела восстанавливать свою первоначальную форму и размеры.*

5. К каким простейшим типам с точки зрения формы сводятся различные элементы конструкций?

** Элементы конструкций схематизируются в виде четырех основных типов: стержня или бруса, пластины, оболочки и массива. По схеме стержня рассчитываются всевозможные валы. Стенки резервуаров для хранения жидкостей и газов, фюзеляж самолета рассматриваются как оболочки, плоские днища резервуаров - как пластины. Примером массива служат фундамент под машину, шарик или ролик подшипника качения.*

6. В чем разница между статическим и динамическим нагружением?

** При статическом нагружении передающаяся на конструкцию нагрузка постепенно возрастает от нуля до своего конечного значения, которое в последующем не изменяется или почти не изменяется. Примером может служить нагружение фундамента и стенок резервуара при его заполнении жидкостью.*

Нагрузка, изменение величины, направления или положения которой происходит настолько быстро, что при расчете необходимо учитывать инерционные силы, называется динамической. В качестве примера можно привести нагружение буксирного троса при резком трогании с места, нагружение рессоры автомобиля при наезде колеса на неровность.

7. Какие основные задачи решаются в курсе сопротивления материалов?

** В сопротивлении материалов изучаются методы расчетов (главным образом стержней и стержневых систем) на прочность, жесткость и устойчивость.*

8. Какие основные требования предъявляются к проектируемым машинам и сооружениям?

** Проектируемые конструкции должны быть надежными, долговечными и экономичными.*

9. Перечислите основные допущения относительно свойств конструкционных материалов, которые принимаются в сопротивлении материалов.

** Материал считается сплошным, однородным, изотропным и идеально упругим.*

10. Почему дерево считается анизотропным материалом?

** Потому что оно обладает разными механическими свойствами вдоль и поперек волокон.*

11. В чем состоит принцип независимости действия сил?

** Результат действия нескольких сил не зависит от последовательности нагружения ими конструкции и равен сумме результатов действия каждой из сил в отдельности.*

12. Какой метод используется при определении внутренних силовых факторов?

** Метод сечений.*

13. Сколько внутренних силовых факторов возникает в поперечных сечениях стержня в общем случае нагружения? Назовите их.

** Их шесть, и они имеют следующие наименования: N_z - продольная сила; Q_x (Q_y) - поперечные силы; M_x (M_y) - изгибающие моменты; M_z - крутящий момент.*

14. Какие случаи простого нагружения Вам известны?

** К их числу относятся растяжение (сжатие), сдвиг, кручение и изгиб.*

15. Что называется напряжением в точке и какова его размерность?

** Физическая величина, характеризующая интенсивность распределения внутренних сил в окрестности точки в пределах данного сечения. Напряжение имеет размерность силы, деленной на площадь. В Международной системе единиц (СИ) в качестве единицы напряжения принят паскаль (Н/м²), но эта единица очень мала, поэтому в практических расчетах используется кратная ей единица - мегапаскаль (МПа).*

16. Какое напряжение называется нормальным и какое касательным?

** Составляющая вектора полного напряжения по нормали к сечению обозначается через σ и называется нормальным напряжением. Составляющая в плоскости сечения называется касательным напряжением и обозначается через τ . Разложение вектора полного напряжения на две указанные составляющие имеет ясный физический смысл. С нормальными напряжениями связано разрушение путем отрыва, а с касательными - разрушение путем сдвига или среза.*

17. При попытке вытащить застрявший автомобиль оборвался буксировочный трос. Какие напряжения ответственны за разрушение?

** Разрушение произошло путем отрыва от действия нормальных напряжений, возникающих в поперечном сечении троса.*

18. Вы разрезаете ножницами бумагу. Под действием каких напряжений происходит деление бумаги на части?

** Разрушение происходит путем среза от действия касательных напряжений.*

19. Какая конструкция называется прочной?

* Конструкция, которая способна в течение предусмотренного срока службы выдерживать наибольшие напряжения, возникающие в условиях нормальной эксплуатации.

20. Какие напряжения называются предельными?

* Напряжения, при которых конструкция уже не может использоваться по своему прямому назначению либо вследствие разрушения, либо из-за возникновения недопустимых остаточных деформаций.

21. Что такое запас прочности конструкции?

* Это число, которое показывает, во сколько раз наибольшее напряжение, возникающее в некоторой точке нагруженной конструкции, меньше предельного для данного материала.

22. Как определяется допускаемое напряжение?

* Оно определяется как отношение предельного напряжения $\sigma_{\text{пред}} (\tau_{\text{пред}})$ на нормативный коэффициент запаса прочности $[n]$.

$$[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} / [n] \quad \text{или} \quad [\tau] = \tau_{\text{пред}} / [n].$$

23. Как записываются условия прочности конструкции и что будет в тех случаях, когда они не выполняются?

* Они записываются в виде одного из неравенств

$$\sigma_{\text{max}} \leq [\sigma] \quad (\tau_{\text{max}} \leq [\tau]),$$

или $n = \sigma_{\text{пред}} / \sigma_{\text{max}} \geq [n] \quad (n = \tau_{\text{пред}} / \tau_{\text{max}} \geq [n]),$

которые выражают требование, чтобы наибольшее напряжение в конструкции не превосходило допускаемой величины или чтобы фактический запас прочности был не меньше нормативного (требуемого). Нарушение этих условий означает, что конструкция работает с запасом прочности, меньшим нормативного, и не всегда приводит к выходу конструкции из строя. Последнее имеет место только при условии $n \leq 1$.

24. Назовите существующие методы расчета на прочность?

** Расчет ведется либо по допускаемым напряжениям, либо по допускаемым нагрузкам. В основу первого метода положено предположение о том, что критерием прочности конструкции является напряжение или, точнее говоря, напряженное состояние в точке. При этом сам расчет выглядит следующим образом. На основании анализа конструкции выявляется опасная точка, в которой возникают наибольшие напряжения. Найденное значение напряжений в этой точке сопоставляется с допускаемым значением для данного материала, полученным из опыта, и делается заключение о прочности конструкции.*

Во втором методе путем расчета определяется не напряжение, а находится допускаемая нагрузка, которую может выдержать конструкция, не разрушаясь и не изменяя существенно своей формы. Допускаемая нагрузка сопоставляется с рабочей и на основании этого делаются выводы о степени прочности конструкции в рабочих условиях. Этот метод обладает тем недостатком, что расчетное определение допускаемой нагрузки возможно только в наиболее простых конструктивных схемах.

25. Что такое деформация? Какие Вам известны простейшие деформации?

** Термин "деформация" имеет двоякий смысл. С одной стороны, под деформацией понимается вообще всякое изменение формы без количественной оценки. С другой стороны, деформация выступает как количественная мера интенсивности изменения формы и размеров в окрестности точки. Изменение размеров описывается с помощью линейных деформаций ϵ , а изменение формы - с помощью сдвиговых деформаций γ . Из этих простейших деформаций (ϵ и γ) может быть получена любая самая сложная деформация.*

26. В чем заключается расчет на жесткость?

** Расчет на жесткость имеет целью ограничить перемещения и деформации определенными пределами, которые накладываются на рассчитываемую конструкцию.*

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

27. Какой вид нагружения называется растяжением?

** Под растяжением понимается такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях стержня возникают только продольные силы, а все прочие внутренние силовые факторы равны нулю.*

28. Чему равна продольная сила?

** Продольная сила в произвольном поперечном сечении стержня численно равна алгебраической сумме проекций на продольную ось стержня всех внешних сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения.*

29. Какая гипотеза положена в основу теории растяжения (сжатия) прямолинейных стержней и какой закон распределения напряжений из нее вытекает?

** Гипотеза плоских сечений, которая гласит: поперечные сечения стержня, плоские и нормальные к его оси до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси и после деформации. Ее предложил Яков Бернулли - старший (Jacob Bernoulli, 1654-1705) - швейцарский ученый-математик, принадлежащий талантливой семье, давшей науке несколько выдающихся ученых, среди которых он был старшим.*

Из этой гипотезы следует, что нормальные напряжения распределяются равномерно по площади поперечного сечения.

30. Как вычисляются напряжения в поперечном сечении растянутого стержня?

** Они вычисляются по формуле $\sigma = N/A$.*

31. В каких частях растянутого стержня распределение напряжений не является равномерным?

** Вблизи от места нагружения и в местах резкого изменения формы и размеров поперечного сечения стержня.*

32. Зависит ли распределение напряжений от способа приложения внешних сил?

** Распределение напряжений существенно зависит от способа приложения внешних сил лишь вблизи места нагружения. На достаточном удалении от места нагружения распределение напряжений практически зависит только от статического эквивалента этих сил, а не от способа их приложения. В этом и заключается принцип Сен-Венана по имени известного французского ученого прошлого века.*

33. Как записывается условие прочности растянутого стержня? Какие задачи можно решать с помощью этого условия?

** Условие прочности записывается в виде одного из неравенств*

$$\sigma_{\max} = N_{\max} / A \leq [\sigma] \quad \text{или} \quad n = \sigma_{\text{пред}} / \sigma_{\max} \geq [n],$$

исходя из которого можно решать три вида задач: 1) проверять прочность стержня; 2) определять размеры поперечного сечения; 3) определять допускаемую нагрузку.

34. Что такое полное и относительное удлинение стержня?

** Пусть l_0 - начальная длина стержня, l_1 - длина после нагружения. Тогда полное удлинение будет $\Delta l = l_1 - l_0$, а относительное $\epsilon = \Delta l / l_0$.*

35. Как записывается закон Гука при растяжении (сжатии)?

** Математически он выражается так: $\sigma = E\epsilon$, где E - коэффициент пропорциональности, называемый модулем продольной упругости или модулем Юнга.*

Роберт Гук (1635-1703) высказал это положение в 1660 году в форме зависимости силы F от перемещения x , хорошо известной из школьного курса физики как $F = kx$, которая по латыни звучит так: "ut tensio sic vis" ("каково удлинение, такова и сила"). Но закон был опубликован в 1676 году в виде буквенной анаграммы "ceiinnossstuv". Так выглядела приоритетная заявка того времени.

Модуль продольной упругости E называется также модулем Юнга в честь Томаса Юнга (1773-1829) - английского ученого, физика и механика, который впервые ввел эту величину.

36. Каков физический и геометрический смысл модуля Юнга?

** Физически модуль Юнга характеризует жесткость материала, а геометрически он выражается тангенсом угла наклона прямолинейного участка диаграммы напряжений к оси абсцисс.*

37. Чем характеризуется жесткость материала, жесткость поперечного сечения и жесткость стержня при растяжении?

** Жесткость материала характеризуется модулем Юнга, жесткость поперечного сечения равна произведению EA , а жесткость стержня определяется выражением EA/l .*

38. Что такое коэффициент Пуассона? В каких пределах он изменяется для изотропных материалов?

** Это абсолютная величина отношения относительной поперечной деформации к относительной продольной деформации. Для изотропных материалов он изменяется в пределах от 0 до 0,5. Назван в честь Симеона Дени Пуассона (Simeon Deni Poisson, 1781-1850) - французского математика и механика, который попытался вычислить это отношение на основе молекулярной теории. Пуассон обнаружил, что для изотропных материалов $\nu = 0,25$. Эксперименты с металлами показывают, что коэффициент Пуассона для них лежит в пределах от 0,25 до 0,35.*

39. Характеристиками каких свойств материала являются модуль Юнга и коэффициент Пуассона?

** Они являются упругими характеристиками материала.*

40. Какая линейная деформация при растяжении больше: продольная или поперечная?

* Продольная и поперечная деформации связаны между собой законом Пуассона $\varepsilon_{\text{поп}} = -\nu\varepsilon_{\text{прод}}$. Так как для изотропных материалов $0 \leq \nu \leq 0,5$, то продольная деформация всегда больше поперечной.

41. Какие образцы применяют для испытаний на растяжение?

* Цилиндрические (как предпочтительные) и плоские (при испытании пластмасс и листовых материалов). Они делятся на:

◆ короткие $\left\{ \begin{array}{l} \text{цилиндрические} \quad l_0 = 5d_0, \\ \text{плоские} \quad l_0 = 5,65\sqrt{A_0}; \end{array} \right.$

◆ длинные (нормальные) $\left\{ \begin{array}{l} \text{цилиндрические} \quad l_0 = 10d_0, \\ \text{плоские} \quad l_0 = 11,3\sqrt{A_0}. \end{array} \right.$

42. Что называют диаграммой растяжения образца?

* График, автоматически вычерчиваемый испытательной машиной, у которого по оси абсцисс откладывается удлинение, а по оси ординат - сила.

43. Какое отличие имеет условная диаграмма напряжений от диаграммы растяжения образца?

* По оси ординат на условной диаграмме напряжений откладывают напряжения $\sigma = F/A_0$, а по оси абсцисс - относительные удлинения $\varepsilon = \Delta l/l_0$, обычно выражаемые в процентах.

44. Когда появляется шейка? Как распределяются деформации по длине образца до и после появления шейки?

** К моменту достижения наибольшего значения растягивающей силы в наиболее слабом месте образца образуется шейка. До ее образования деформации распределяются практически равномерно по длине расчетной части образца, а после образования шейки они локализуются в этом месте.*

45. По каким признакам заключают, что стекло - хрупкий материал?

** Потому что оно разрушается при очень малых остаточных деформациях, составляющих доли процента.*

46. Перечислите характеристики прочности материала при растяжении и дайте их определения.

** К характеристикам прочности материала относятся: предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести (физический или условный), предел прочности.*

Предел пропорциональности $\sigma_{пц}$ - наибольшее напряжение, до достижения которого справедлив закон Гука.

Предел упругости σ_y - наибольшее напряжение до достижения которого в образце не возникает остаточных деформаций.

Предел текучести σ_T (физический) - напряжение, при котором происходит рост пластических деформаций образца при практически постоянной нагрузке.

Предел текучести $\sigma_{0,2}$ (условный) - напряжение, при котором относительное остаточное удлинение образца равно 0,2 %.

Предел прочности $\sigma_{пч}$ - это отношение максимальной силы, которую способен выдержать образец, к начальной площади его поперечного сечения.

47. Что такое пластичность материала?

** Способность материала без разрушения получать большие остаточные деформации.*

48. Какие величины характеризуют пластические свойства материала и как они определяются?

** К ним относятся относительное остаточное удлинение при разрыве*

$$\delta = [(l_1 - l_0) / l_0] \cdot 100\%$$

и относительное остаточное сужение при разрыве

$$\psi = [(A_0 - A_1) / A_0] \cdot 100\%.$$

49. По какому критерию конструкционные материалы делятся на пластичные и хрупкие?

** В зависимости от величины δ различают:*

- пластичные материалы, если $\delta > 5\%$;

- хрупкие материалы, если $\delta < 5\%$.

50. Что такое наклеп?

** Повышение упругих свойств материала при предварительном нагружении за предел текучести называется наклепом. В некоторых случаях явление наклепа бывает нежелательным и с ним борются, в других случаях, наоборот, искусственно вызывают наклеп.*

При пробивке отверстий под заклепки материал, лежащий у кромки отверстия, получает наклеп, делается более жестким. Это способствует образованию трещин. Для устранения в этом случае вредного последствия наклепа часть материала, получившую наклеп, удаляют, увеличивая диаметр отверстия сверлением. Наклеп, кроме того, может быть уничтожен отжигом.

В других случаях наклеп создают искусственно. Например, цепи и тросы подвергают предварительной вытяжке выше предела текучести для того, чтобы они стали менее пластичными и во время работы не получили больших деформаций.

Наклепом, в частности, объясняется и тот факт, что проволока, полученная волочением, имеет значительно большую прочность, чем сталь, из которой она сделана.

51. Что выражает собой площадь под диаграммой растяжения?

** Она выражает работу внешних сил, затраченную на разрыв образца.*

52. Как вычисляется потенциальная энергия упругой деформации при растяжении (сжатии)?

** Она вычисляется по формуле $U = \int_0^l N^2 dz / (2EA)$. В частности, для стержня постоянного сечения, нагруженного силами F по концам, получим $U = F^2 l / (2EA)$. Энергия, которая накапливается в единице объема, называемая удельной потенциальной энергией, в последнем случае будет равна $u = \sigma^2 / (2E)$. Отсюда следует, что при данном напряжении запас энергии u будет тем больше, чем меньше E . Поэтому резина, например, для которой величина E невелика, является одним из наиболее энергоемких материалов и широко применяется во всевозможных амортизирующих устройствах.*

53. Каковы особенности испытаний на сжатие?

** Они заключаются в следующем:*

1. Пластичные материалы при сжатии не разрушаются, а только сплющиваются, приобретая бочкообразную форму. Из опыта определяются пределы пропорциональности, упругости и текучести, а также упругие константы E и ν .

2. Хрупкие материалы (чугун, бетон, камень, кирпич и т.п.) разрушаются при сжатии с образованием трещин по наклонным или продольным плоскостям. Предел прочности вычисляется так же, как и при растяжении $\sigma_{\text{пчс}} = F_{\text{max}} / A_0$.

Сопоставление предела прочности хрупких материалов при растяжении $\sigma_{пчр}$ с пределом прочности при сжатии $\sigma_{пчс}$ показывает, что эти материалы обладают, как правило, более высокими прочностными показателями при сжатии, чем при растяжении. Величина отношения $m = \sigma_{пчр} / \sigma_{пчс}$ для чугуна колеблется в пределах 0,2...0,4. Однако существуют материалы, способные воспринимать при растяжении большие нагрузки, чем при сжатии. Это обычно материалы, имеющие волокнистую структуру (дерево и некоторые композиты). Этим свойством обладают и некоторые металлы, например, магнии.

54. Почему нежелательно применять хрупкие материалы для изготовления деталей, работающих при динамических нагрузках?

* Детали, работающие при динамических нагрузках, должны изготавливаться из материалов, обладающих высокой вязкостью. Мемой вязкости служит, как известно, удельная работа, затраченная на разрыв образца, численно равная площади под диаграммой напряжений. Для хрупких материалов она весьма мала из-за низкой пластичности δ .

55. Какие прочностные характеристики материала можно получить при испытании на сжатие малоуглеродистой стали, чугуна, бетона, дерева?

* Для малоуглеродистой стали определяется только предел текучести при сжатии $\sigma_{те}$, а для всех остальных материалов - предел прочности при сжатии $\sigma_{пчс}$.

56. Почему при испытаниях на сжатие применяют короткие образцы?

* С целью уменьшения влияния искривления оси образца на результаты опыта. Для длинных образцов разрушение связано не с исчерпанием прочности, а с потерей устойчивости первоначальной формы, выражающейся в искривлении оси образца.

57. Чем объясняют образование бочкообразной формы у образцов из малоуглеродистой стали и чугуна?

** Во время испытаний на сжатие большое влияние на результаты опыта оказывают силы трения между торцами образца и плитой машины. Эти силы трения ограничивают поперечные деформации концевых сечений, отчего образец приобретает бочкообразную форму.*

58. По каким признакам при сжатии можно отличить пластичный материал от хрупкого?

** Образец из пластичного материала вначале приобретает бочкообразную форму, затем сплющивается в лепешку. Разрушения не наблюдается.*

59. Как изменяются механические качества стали с повышением и понижением температуры?

** У большинства материалов с повышением температуры понижается прочность и повышается пластичность. Мягкая сталь ведет себя несколько иначе: при температуре около 250-300 °С предел прочности стали достигает максимума, но при дальнейшем увеличении температуры начинает резко снижаться.*

При понижении температуры прочность стали увеличивается, но сильно снижается пластичность. Сталь при низкой температуре весьма чувствительна ко всякого рода ударам (хладноломкость стали).

60. Что такое ползучесть материала и как она проявляется?

** Изменение во времени деформаций и напряжений, возникающих в нагруженной детали, носит название ползучести.*

Частным проявлением ползучести является рост необратимых деформаций при постоянном напряжении. Это явление носит название последствия. Примером служит наблюдаемое увеличение раз-

меров диска и лопаток газовой турбины, находящихся под воздействием больших центробежных сил и высоких температур.

Другим частным проявлением свойств ползучести является релаксация - самопроизвольное изменение во времени напряжений при неизменной деформации. Релаксацию можно наблюдать, в частности, на примере ослабления затяжки болтовых соединений, работающих в условиях высоких температур.

61. Перечислите основные механические характеристики материала в условиях ползучести и дайте их определения.

** Это предел длительной прочности и предел ползучести.*

Пределом длительной прочности называется отношение нагрузки, при которой происходит разрушение растянутого образца через заданный промежуток времени, к первоначальной площади сечения.

Пределом ползучести называется напряжение, при котором пластическая деформация за заданный промежуток времени достигает заданной величины.

62. Какое напряжение принимается в качестве предельного для пластичных и хрупких материалов?

** Для пластичных материалов в качестве предельного принимается предел текучести $\sigma_T (\sigma_{0,2})$, а для хрупких - предел прочности $\sigma_{пч}$.*

63. Что называют твердостью материала и как ее измеряют?

** Способность материала противодействовать механическому проникновению в него посторонних тел. Наиболее широкое распространение получили пробы по Бринелю и по Роквеллу. В первом случае в поверхность исследуемой детали вдавливается стальной шарик диаметром 10 мм, во втором - алмазный острый наконечник. По размеру полученного отпечатка судят о твердости материала. Между*

числом твердости по Бринелю и величиной предела прочности стали при разрыве установлена довольно четкая эмпирическая зависимость $\sigma_{пч} \approx 0,36HB$. Таким образом, определение предела прочности стали путем изготовления специальных образцов и разрыва их можно заменить определением твердости. Этим способом широко пользуются на практике.

64. Что такое стержень равного сопротивления растяжению (сжатию)?

* Стержень, во всех поперечных сечениях которого напряжения одинаковы и равны допускаемому, называется стержнем равного сопротивления. Это простейший пример равнопрочной конструкции, в которой материал используется наиболее эффективно.

65. Какие задачи называются статически неопределимыми и как они решаются?

* Задачи, в которых число неизвестных превышает число независимых уравнений статики и поэтому определить неизвестные усилия только из уравнений статики не представляется возможным. Для решения этих задач необходимо в дополнение к уравнениям статики составить уравнения деформации.

66. Каковы особенности, присущие статически неопределимым системам?

* Статически неопределимые системы (в отличие от статически определимых) обладают следующими особенностями:

1) распределение усилий в них зависит не только от внешних сил, но и от соотношения жесткостей отдельных элементов, а именно: чем больше жесткость элемента, тем больше усилие, на него приходится;

2) при смещении опор, неточном изготовлении элементов, колебаниях температуры возникают дополнительные усилия.

ТЕОРИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ И ГИПОТЕЗЫ ПРОЧНОСТИ

67. Что такое напряженное состояние в точке и как оно количественно оценивается?

** Совокупность векторов напряжений для всевозможных площадок, проходящих через данную точку, образует напряженное состояние в точке. Количественно оно оценивается сложной физической величиной, называемой тензором напряжений, компонентами которого являются нормальные и касательные напряжения, действующие на трех взаимно перпендикулярных площадках, проходящих через данную точку.*

68. Какие площадки называются главными?

** Площадки, на которых отсутствуют касательные напряжения, а нормальные напряжения принимают экстремальные значения.*

69. Какое существует соотношение между главными напряжениями?

** Главные напряжения связаны между собою следующим соотношением: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ (с учетом знака!).*

70. Сформулируйте закон парности касательных напряжений.

** На двух взаимно перпендикулярных площадках составляющие касательных напряжений, перпендикулярные к общему ребру, равны и направлены обе либо к ребру, либо от ребра.*

71. Что такое круговая диаграмма Мора?

** Круговая диаграмма Мора представляет собой ограниченный тремя окружностями криволинейный треугольник, который на координатной плоскости σ, τ изображает напряженное состояние в точке.*

72. Чему равно наибольшее касательное напряжение в точке тела и на каких площадках оно действует?

** Наибольшее касательное напряжение равно радиусу наибольшего круга*

$$\tau_{\max} = 0,5(\sigma_1 - \sigma_3)$$

и действует на площадке, равнонаклоненной к главным площадкам, на которых действуют максимальное σ_1 и минимальное σ_3 из главных напряжений.

73. Дайте классификацию напряженных состояний.

** Различают три вида напряженных состояний:*

1) линейное, при котором только одно главное напряжение отличается от нуля;

2) плоское, при котором два главных напряжения отличны от нуля;

3) объемное, при котором все три главных напряжения отличны от нуля.

74. Как вычисляются напряжения на наклонных площадках растянутого стержня?

** Они определяются по формулам*

$$\begin{cases} \sigma_\alpha = \sigma_z \cos^2 \alpha, \\ \tau_\alpha = 0,5\sigma_z \sin 2\alpha. \end{cases}$$

75. На каких площадках растянутого стержня возникают наибольшие нормальные и на каких - наибольшие касательные напряжения?

** Наибольшие нормальные напряжения действуют в поперечных сечениях стержня. Наибольшие касательные напряжения возникают на площадках, наклоненных к оси стержня под углом 45° , и по величине они вдвое меньше наибольших нормальных напряжений.*

76. Какой вид имеет круговая диаграмма Мора для растяжения и сжатия?

** При растяжении $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ и круг Мора касается начала координат слева. При сжатии $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\sigma$ и круг Мора касается начала координат справа.*

77. Какое напряженное состояние называется чистым сдвигом? Чему в этом случае равны главные напряжения и как ориентированы главные площадки?

** Чистый сдвиг - это частный случай плоского напряженного состояния, при котором на четырех его гранях действуют только касательные напряжения τ . Главные напряжения принимают следующие значения: $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau$. Главные площадки наклонены под углом 45° к граням исходного элемента.*

78. Какой вид имеет круговая диаграмма Мора для чистого сдвига?

** Она представляет собой окружность, центр которой совпадает с началом координат, а радиус равен касательному напряжению τ .*

79. Что представляет собой обобщенный закон Гука?

** Это закон, который устанавливает линейную зависимость между компонентами тензора напряжений и компонентами тензора деформаций.*

80. Как вычисляется объемная деформация для изотропного тела?

** Она определяется по формуле $\varepsilon_v = \sigma/K$, где величина $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ - среднее напряжение в точке, а коэффициент $K = E/[3(1 - 2\nu)]$ - модуль объемной деформации. При положительном σ величина ε_v должна быть также положительной. Это возможно только в том случае, если $K \geq 0$ или $\nu \leq 0,5$. Следовательно,*

значение коэффициента Пуассона для изотропного тела не может превышать 0,5.

81. На какие составляющие может быть разбита потенциальная энергия упругой деформации?

* На энергию изменения объема и энергию изменения формы (энергию формоизменения), т.е. $u = u_{об} + u_{\phi}$.

82. Чему равна энергия изменения объема при чистом сдвиге?

* Энергия изменения объема вычисляется по формуле $u_{об} = \sigma^2 / 2K$, где $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$. При чистом сдвиге $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau$, откуда следует, что $\sigma = 0$. Таким образом, при чистом сдвиге энергия изменения объема равна нулю.

83. Чему равна энергия формоизменения при всестороннем (гидростатическом) сжатии?

* Энергия формоизменения вычисляется по формуле

$$u_{\phi} = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] / 12G.$$

При всестороннем сжатии $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$, откуда вытекает, что $u_{\phi} = 0$.

84. Какие существуют типы предельных состояний материала в локальной области?

* Известны два типа предельных состояний материала - хрупкое разрушение и текучесть.

85. Что такое гипотеза прочности?

* Гипотеза о причине разрушения материала или возникновения в нем состояния текучести, позволяющая оценить прочность материала при любом напряженном состоянии, если из опыта известна его прочность при простом растяжении.

86. Какие Вам известны классические гипотезы разрушения?

** Это гипотезы наибольших нормальных напряжений σ_{\max} (Г.Галилей) и наибольших линейных деформаций ϵ_{\max} (Мариотт, 1684 г.).*

87. Какие Вам известны классические гипотезы пластичности?

** К ним относятся гипотезы наибольших касательных напряжений τ_{\max} (Кулон, 1773 г.) и удельной потенциальной энергии формоизменения u_{ϕ} (Губер, 1904 г.).*

88. Каковы преимущества и недостатки гипотезы Мора?

** К преимуществам следует отнести простоту и универсальность: она применима как для пластичных, так и для хрупких материалов. Однако она не учитывает влияния промежуточного главного напряжения σ_2 - это несомненный ее недостаток.*

89. Какие напряженные состояния называются равноопасными?

** Напряженные состояния, для которых коэффициенты запаса равны.*

90. Что такое эквивалентное напряжение?

** Это такое напряжение, которое следует создать в растянутом образце, чтобы его состояние было равноопасно с заданным напряженным состоянием. По смыслу это лишь некоторая условная величина, а не какое-либо реально возникающее напряжение. Его значение зависит не только от заданного напряженного состояния, но и от принятого критерия прочности.*

КРУЧЕНИЕ КРУГЛЫХ ВАЛОВ

91. Какой вид нагружения называется кручением?

** Это такой вид нагружения стержня, при котором в его поперечных сечениях возникает единственный внутренний силовой фактор - крутящий момент. Стержни, подвергающиеся кручению, называются валами.*

92. Что называется крутящим моментом и как определяется его знак?

** Крутящим моментом называется главный момент относительно продольной оси вала внутренних касательных сил, возникающих в его поперечном сечении. Крутящий момент считается положительным, если для наблюдателя, смотрящего на сечение с конца внешней нормали, он представляется направленным против часовой стрелки.*

93. Чему равен крутящий момент?

** Крутящий момент в произвольном поперечном сечении вала численно равен алгебраической сумме моментов скручивающих пар, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.*

94. Какие предположения лежат в основе теории кручения круглых валов?

** Теория кручения круглых валов основана на двух гипотезах:*

1. В поперечных сечениях возникают только касательные напряжения.

2. Поперечные сечения поворачиваются без искривления радиусов, оставаясь плоскими.

95. Как выражается закон Гука при сдвиге?

** Закон Гука при сдвиге устанавливает линейную зависимость между сдвиговой деформацией γ и касательным напряжением τ , т.е. имеет вид $\tau = G\gamma$, где G - модуль сдвига.*

96. Характеристикой каких свойств материала является модуль сдвига? Какая существует связь между упругими константами G , E и ν ?

* Модуль сдвига G , наряду с модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν , является упругой константой материала и выражается через последние две величины следующим образом

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$

97. По какому закону распределяются касательные напряжения в поперечных сечениях круглого вала в области упругих деформаций?

* Вдоль любого радиуса они распределяются по линейному закону

$$\tau = (M_k / I_p) \rho.$$

98. В каких точках поперечного сечения круглого вала возникают наибольшие касательные напряжения и как они определяются?

* Они возникают в точках, примыкающих к наружной поверхности вала и определяются по формуле $\tau_{\max} = M_k / W_p$.

99. Что такое полярный момент инерции и полярный момент сопротивления? Как они вычисляются и какова размерность этих величин?

* Полярный момент инерции I_p и полярный момент сопротивления W_p являются геометрическими характеристиками круглого и кольцевого сечений при кручении. Они определяются выражениями

$$I_p = \int_A \rho^2 dA, \quad W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}}.$$

и измеряются соответственно в см^4 и см^3 .

100. Как записывается условие прочности для круглого вала и какие задачи оно позволяет решать?

* Условие прочности имеет вид $\tau_{\max} = M_k / W_p \leq [\tau]$ и позволяет решать задачи трех типов: проверять прочность вала, определять его диаметр и грузоподъемность и величину максимального крутящего момента.

101. Какая выгода достигается при использовании полых валов?

* В сплошных валах часть материала, расположенная вблизи оси, малонагружена. Поэтому часто она совершенно удаляется, что приводит к значительному снижению веса вала. Так, при равной прочности, т.е. при одинаковых значениях W_p , полый вал с отношением диаметров $\alpha = d_v / d_n = 0,8$ получается вдвое легче сплошного. Вот почему валы всех авиационных двигателей, для которых выигрыш в весе имеет весьма большое значение, делают полыми.

102. По какой формуле определяется угол закручивания круглого вала при постоянном по длине крутящем моменте и неизменной жесткости поперечного сечения?

* Угол закручивания равен $\varphi = M_k l / (GI_p)$.

103. Какую величину называют жесткостью поперечного сечения круглого вала и какова ее размерность?

* Это величина GI_p , которая измеряется в $\text{Н} \cdot \text{м}^2$.

104. Как определяется жесткость круглого вала? Сравните жесткости стального и медного валов, имеющих одинаковые геометрические размеры, учитывая, что $G_{\text{ст}} = 2G_{\text{м}}$.

* Она определяется по формуле GI_p / l , исходя из которой при равных геометрических размерах жесткость стального вала будет вдвое больше, чем медного.

105. Как формулируется условие жесткости круглого вала?

* Оно имеет вид $\theta_{\max} = M_k / (GI_p) \leq [\theta]$.

106. Как определяется диаметр круглого вала?

* Он находится, исходя из одновременного удовлетворения условий прочности и жесткости. Из двух значений диаметра вала, определенных из расчетов на прочность и жесткость, в качестве окончательного принимается большее.

107. Как должен изменяться диаметр вала, если передаваемая им мощность P остается без изменения, а угловая скорость ω увеличивается?

* Диаметр вала, определенный по условию прочности, выражается следующим образом через мощность P и угловую скорость вращения ω :

$$d = \sqrt[3]{16P / (\omega\pi[\tau])}.$$

Как следует из этой формулы, с увеличением скорости вращения при неизменной прочности и передаваемой мощности диаметр вала уменьшается. Поэтому конструкторы стремятся увеличить быстродействие машин, в особенности тогда, когда важную роль играет уменьшение веса, - например, в авиации.

108. Чему равна потенциальная энергия упругой деформации при кручении круглого вала?

* В общем случае нагружения она определяется с помощью интеграла

$$U = \int_0^l M_k^2 dz / (2GI_p).$$

Если крутящий момент M_k по длине не меняется и жесткость поперечного сечения постоянна, то

$$U = \frac{M_k^2 l}{2GI_p}.$$

109. Какое напряженное состояние возникает при кручении круглого вала? По каким площадкам действуют максимальные касательные напряжения и по каким - максимальные нормальные?

** Во всех точках круглого вала возникает состояние чистого сдвига. Максимальные напряжения имеют место в точках, примыкающих к наружной поверхности. Касательные напряжения действуют в поперечных сечениях и на перпендикулярных к ним продольных площадках. Нормальные напряжения, равные по величине касательным, возникают на площадках, наклоненных под углом 45° к образующим.*

110. Объясните, почему разрушение круглого деревянного стержня при кручении происходит по продольным площадкам, а стального стержня - по площадкам, совпадающим с поперечным сечением? Какие напряжения ответственны за разрушение в том и другом случае?

** Дерево, как известно, обладает ярко выраженной анизотропией упругих и прочностных свойств. Древесина имеет сравнительно низкую прочность на скалывание вдоль волокон. Поэтому разрушение деревянного стержня при кручении начинается с образования продольных трещин от действия касательных напряжений, возникающих на продольных площадках. Стальной стержень разрушается по поперечному сечению от действия возникающих там касательных напряжений.*

111. Объясните, почему поверхность излома чугуна вала наклонена к оси под углом 45° ?

** Хрупкие материалы, к числу которых относится чугун, разрушаются от наибольших растягивающих напряжений, действующих на площадках, наклоненных к оси под углом 45° . Поэтому разрушение происходит по сложной винтовой поверхности, соответствующей максимальным растягивающим напряжениям.*

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ СТЕРЖНЯ

112. Что такое статический момент сечения относительно некоторой оси и в каких единицах он измеряется?

* Это интеграл, составленный из произведений элементарных площадей dA на расстояние до соответствующей оси (x или y)

$$S_x = \int_A y dA, \quad S_y = \int_A x dA.$$

Статический момент измеряется в см^3 или мм^3 .

113. Какая ось называется центральной?

* Ось, относительно которой статический момент равен нулю.

114. Что такое центр тяжести сечения?

* Это точка пересечения центральных осей сечения.

115. Что представляют собой следующие интегралы:

$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA, \quad I_{xy} = \int_A xy dA,$$

где через x и y обозначены текущие координаты элементарной площадки dA в произвольно взятой системе координат x, y .

* Первые два интеграла называются осевыми моментами инерции сечения относительно осей x и y соответственно. Третий интеграл называется центробежным моментом инерции сечения относительно осей x, y . Измеряются моменты инерции в см^4 или мм^4 .

116. Как изменяются моменты инерции при параллельном переносе осей?

* При параллельном переносе от центральных осей ξ, η к произвольным x, y моменты инерции преобразуются следующим образом:

$$I_x = I_\xi + y_c^2 A, \quad I_y = I_\eta + x_c^2 A, \quad I_{xy} = I_{\xi\eta} + x_c y_c A.$$

117. Относительно какой из множества параллельных осей осевой момент инерции сечения принимает наименьшее значение?

* Относительно оси, проходящей через центр тяжести сечения.

118. Как вычисляется момент инерции прямоугольника с основанием b и высотой h относительно центральной оси ξ , параллельной основанию?

* Он вычисляется по формуле $I_\xi = bh^3 / 12$.

119. Чему равен момент инерции круга диаметром d относительно центральной оси ξ ?

* Он равен $I_\xi = \pi d^4 / 64$.

120. Как вычисляются моменты инерции относительно осей x', y' , повернутых относительно заданных осей x, y на угол α ?

* Искомые моменты инерции определяются по формулам

$$\begin{cases} I_{x'} = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha, \\ I_{y'} = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha, \\ I_{x'y'} = I_{xy} \cos 2\alpha + 0,5(I_x - I_y) \sin 2\alpha. \end{cases}$$

121. Каким свойством обладает сумма осевых моментов инерции относительно двух любых взаимно перпендикулярных осей, проходящих через данную точку?

* Эта сумма не зависит от угла α и при повороте осей остается постоянной, т.е. является инвариантом.

122. Как связаны между собой полярный и осевые моменты инерции?

* Сумма осевых моментов инерции относительно двух любых ортогональных осей равна полярному моменту инерции относительно начала координат, т.е. $I_x + I_y = I_{x'} + I_{y'} = I_p$.

123. Какие оси называются главными осями инерции?

* Оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю, а осевые моменты инерции принимают экстремальные значения.

124. Какие моменты инерции сечения называются главными и как они определяются?

* Это моменты инерции относительно главных осей. Они определяются следующим образом:

$$I_{\begin{matrix} \max \\ \min \end{matrix}} = 0,5 \left[(I_x + I_y) \pm \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \right].$$

Верхний знак соответствует максимальному моменту инерции, а нижний - минимальному.

125. В каком случае можно без вычислений определить положение главных осей инерции сечения?

* Если сечение имеет ось симметрии, то эта ось, очевидно, всегда будет главной.

126. Докажите следующее положение: если главные моменты инерции некоторого сечения равны между собой, то любая ось, проходящая через начало координат, является главной.

* Если оси x и y , например, являются главными, то $I_{xy} = 0$.
Для произвольно взятой пары осей x', y' имеем

$$I_{x'y'} = I_{xy} \cos 2\alpha + 0,5(I_x - I_y) \sin 2\alpha.$$

Очевидно, независимо от угла α получаем $I_{x'y'} = 0$, т.е. любая пара осей x', y' является главной. При этом осевые моменты инерции относительно произвольных осей, проходящих через начало координат, оказываются одинаковыми.

Аналогично можно доказать и более общее утверждение, согласно которому у всякого сечения, имеющего три и более осей симметрии, все центральные оси являются главными и осевой момент инерции относительно любой центральной оси будет одним и тем же. Этим свойством обладают такие, например, сечения, как равносторонний треугольник, квадрат, шестиугольник и др.

НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ

127. Какой вид нагружения называется изгибом?

* Под изгибом понимается такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях стержня возникают изгибающие моменты.

128. Что такое балка?

* Стержень, работающий в основном на изгиб.

129. Какие нагрузки вызывают плоский прямой изгиб стержня?

* Плоский прямой изгиб возникает при действии на стержень системы внешних сил, перпендикулярных к его оси и лежащих в одной главной плоскости.

130. Какие типы опор применяются в технике для закрепления балок?

** В технике применяются четыре типа опор: 1) цилиндрическая подвижная опора или каток (допускает вращение вокруг оси шарнира и поступательное перемещение); 2) цилиндрическая неподвижная опора (допускает только вращение вокруг оси шарнира); 3) заземляющая подвижная опора (допускает только поступательное перемещение); 4) заземляющая неподвижная опора или заделка (не допускает никаких перемещений).*

131. Какие типы статически определимых балок используются в технике?

** В технике используются следующие типы балок:*

а) консоль - балка, заземленная на одном конце и свободная на другом (примером служат столбы, мачты, кронштейны);

б) простая - балка, шарнирно опертая по концам (примером служит ось автоприцепа);

в) одноконсольная - балка, у которой одна из опор установлена с отступом от конца (пример - продольная балка рамы автомобиля);

г) двухконсольная - балка, у которой обе опоры установлены с отступом от концов (пример - вагонная ось).

Свешивающиеся части балок называются консолями, расстояние между опорами - пролетом.

132. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечных сечениях балок?

** В общем случае плоского прямого изгиба в поперечных сечениях балки возникают два внутренних силовых фактора: поперечная сила Q_y и изгибающий момент M_x .*

133. Что называется поперечной силой и изгибающим моментом?

* *Поперечной силой Q_y называется равнодействующая внутренних касательных сил, возникающих в поперечном сечении балки:*

$$Q_y = \int_A \tau_{zy} dA.$$

Она считается положительной, если вектор \bar{Q} образует правую систему координат с вектором внешней нормали к сечению.

Изгибающим моментом M_x называется результирующий момент внутренних нормальных сил, возникающих в поперечном сечении балки, взятый относительно нейтральной оси этого сечения:

$$M_x = \int_A \sigma_z y dA.$$

Изгибающий момент считается положительным, если он вызывает растяжение нижних волокон балки (балка изгибается выпуклостью вниз).

134. Чему равна поперечная сила Q_y ?

* *Поперечная сила в произвольном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций на поперечную ось y всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.*

135. Чему равен изгибающий момент M_x ?

* *Изгибающий момент M_x в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов относительно поперечной оси x сечения всех сил, расположенных по одну сторону от этого сечения.*

136. Какой изгиб называется чистым?

* *Если изгибающий момент в сечении балки является единственным силовым фактором.*

137. Когда имеет место поперечный изгиб?

** Если в поперечных сечениях балки, наряду с изгибающими моментами, возникают также и поперечные силы.*

138. Какие существуют зависимости между q , Q и M ?

** Между указанными величинами существуют дифференциальные зависимости*

$$dQ / dz = q, \quad dM / dz = Q,$$

согласно которым поперечная сила представляет собой производную от изгибающего момента по координате z , а производная по z от поперечной силы дает интенсивность внешней распределенной нагрузки q .

139. Для чего строятся эпюры поперечных сил и изгибающих моментов?

** Для расчета балок на прочность необходимо знать, как изменяются поперечная сила и изгибающий момент по длине. С этой целью строятся их графики, называемые эпюрами поперечных сил и изгибающих моментов.*

140. На каких допущениях построена теория нормальных напряжений при чистом изгибе?

** Принимаются два допущения:*

1. *Гипотеза плоских сечений (гипотеза Я. Бернулли).*

2. *Гипотеза об отсутствии взаимного надавливания продольных волокон балки.*

141. Что такое нейтральный слой и нейтральная линия балки?

** Достаточно очевидно и подтверждается опытом, что балка при изгибе деформируется таким образом, что волокна, расположенные в выпуклой части, растягиваются, а в вогнутой - сжимаются. Между ними лежит слой волокон, который лишь искривляется, не*

изменяя своей первоначальной длины. Этот слой называется нейтральным, а его след на плоскости поперечного сечения - нейтральной линией.

142. Откуда следует, что при изгибе нейтральная линия проходит через центр тяжести поперечного сечения?

* При изгибе продольная сила отсутствует, что возможно, если $S_x = 0$. Так как статический момент равен нулю, то нейтральная линия проходит через центр тяжести сечения.

143. Что такое силовая линия?

* Линия пересечения плоскости нагрузки с плоскостью поперечного сечения балки. Она проходит через центр тяжести сечения, так как плоскость нагрузки проходит через ось стержня.

144. В каком случае нейтральная линия перпендикулярна силовой?

* Если плоскость нагрузки проходит через одну из главных осей сечения.

145. Какая существует связь между кривизной оси балки и изгибающим моментом?

* Между ними существует следующая зависимость:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x},$$

из которой, в частности, вытекает, что при чистом изгибе, когда изгибающий момент постоянен по длине, изогнутая ось балки представляет собой дугу окружности радиуса EI_x / M_x .

146. Какая величина называется жесткостью поперечного сечения балки?

* Произведение EI_x , где модуль Юнга E характеризует жесткость материала, а момент инерции I_x является геометрической характеристикой жесткости стержня при изгибе.

147. Как изменяются по высоте поперечного сечения балки нормальные напряжения при изгибе?

* Они распределяются по линейному закону $\sigma = (M_x / I_x) y$, достигая максимума в точках, наиболее удаленных от нейтральной линии $\sigma_{\max} = (M_x / I_x) y_{\max}$.

148. Какая величина называется моментом сопротивления сечения при изгибе и какова ее размерность?

* Величина, равная отношению осевого момента инерции к расстоянию наиболее удаленных точек сечения от нейтральной линии:

$$W_x = I_x / y_{\max}.$$

Осевой момент сопротивления измеряется в см^3 или мм^3 .

149. Чему равен осевой момент сопротивления для балок прямоугольного и круглого сечений?

* Для балки прямоугольного сечения с основанием b и высотой h

$$I_x = bh^3 / 12, \quad y_{\max} = h/2, \quad W_x = bh^2 / 6.$$

Для балки круглого сечения диаметром d

$$I_x = \pi d^4 / 64, \quad y_{\max} = d/2, \quad W_x = \pi d^3 / 32 \approx 0,1d^3.$$

150. Как записывается условие прочности по нормальным напряжениям для балок из пластичных материалов?

* Прочность балок из пластичных материалов обеспечена, если наибольшие по абсолютному значению нормальные напряжения, возникающие в опасном сечении, не превышают допустимой величины

$$\sigma_{\text{наиб}} = M_{\max} / W_x \leq [\sigma].$$

151. Какие формы сечений являются рациональными для балок из пластичных материалов?

* Во-первых, сечения должны быть симметричны относительно нейтральной оси, так как для пластичных материалов допускаемые напряжения на растяжение и сжатие одинаковы.

Во-вторых, сама форма сечения должна быть такой, чтобы с наименьшей затратой материала получить наибольший момент сопротивления W_x . Наилучший результат достигается для двутаврового профиля.

152. Как записываются условия прочности по нормальным напряжениям для балок из хрупких материалов?

* Для обеспечения прочности балки необходимо, чтобы наибольшие растягивающие и наибольшие сжимающие напряжения в опасном сечении не превосходили соответствующих допускаемых напряжений, т.е.

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = M_{\max} / W_p \leq [\sigma_p], \\ \sigma_{\min} = M_{\max} / W_c \leq [\sigma_c], \end{cases}$$

где $W_p = I_x / h_1$ и $W_c = I_x / h_2$ - моменты сопротивления растянутого и сжатого волокон; h_1 - расстояние до наиболее удаленного от нейтральной оси растянутого волокна; h_2 - расстояние до наиболее сжатого волокна.

153. Почему для балок из хрупких материалов нецелесообразно применять сечения, симметричные относительно нейтральной оси?

* Как известно, хрупкие материалы (например, чугун) на сжатие работают значительно лучше, чем на растяжение (для чугуна $[\sigma_c] / [\sigma_p] = 3 \dots 5$). Поэтому для симметричных сечений материал в сжатой зоне будет значительно недогружен. Для несимметричных сечений (например, таврового, П-образного и т.п.) можно добиться одновременного выполнения условий прочности и на растяжение, и на сжатие, т.е. $\sigma_{\max} = [\sigma_p]$ и $\sigma_{\min} = [\sigma_c]$. В этом случае материал будет использоваться наиболее эффективно.

154. Как распределяются нормальные напряжения по ширине сечения балки?

* По ширине сечения балки нормальные напряжения распределяются равномерно.

155. На каких допущениях базируется элементарная теория касательных напряжений при изгибе?

* Эта теория была предложена в 1855 году Д.И. Журавским применительно к балкам прямоугольного сечения и исходит из следующих допущений: касательные напряжения в каждой точке поперечного сечения направлены параллельно поперечной силе Q и распределяются равномерно по ширине сечения балки.

156. Как распределяются касательные напряжения по высоте балки прямоугольного сечения?

* Согласно формуле Журавского они распределяются по закону квадратной параболы; в точках верхней и нижней кромок сечения они равны нулю и достигают максимума в точках нейтрального слоя. Этот максимум равен

$$\tau_{\max} = \frac{3Q}{2A}$$

157. В каких точках поперечного сечения максимальны касательные напряжения и чему они равны?

* Для большинства сечений максимальные касательные напряжения имеют место в точках нейтрального слоя и определяются по формуле

$$\tau_{\max} = \frac{3Q_{\max}}{2A} = \frac{kQ_{\max}}{A}$$

где k - коэффициент формы, равный: $3/2$ - для прямоугольника, $4/3$ - для круга.

158. Что такое центр изгиба?

* Точка, относительно которой момент касательных сил в сечении при поперечном изгибе равен нулю.

159. Какое напряженное состояние возникает в балке при поперечном изгибе?

** В балке возникает неоднородное плоское напряженное состояние. По высоте сечения оно изменяется от линейного в крайних точках сечения до чистого сдвига в точках нейтрального слоя.*

160. Какое напряженное состояние возникает в точках нейтрального слоя при поперечном изгибе? Как расположены главные площадки и чему равны главные напряжения?

** В точках нейтрального слоя возникают только касательные напряжения ($\sigma = 0$), поэтому напряженное состояние является чистым сдвигом, для которого $\sigma_1 = \tau, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -\tau$. Главные площадки повернуты под углом $\pm 45^\circ$ к оси балки.*

161. Какое напряженное состояние возникает в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси? Как расположены главные площадки и чему равны главные напряжения?

** В этих точках возникают только нормальные напряжения $\sigma = \pm M_x / W_x$ на площадках, совпадающих с поперечным сечением. На продольных площадках согласно второй гипотезе изгиба нормальные напряжения равны нулю. Таким образом, здесь имеет место линейное напряженное состояние, а указанные выше площадки являются главными.*

162. По каким формулам определяются величины и направления главных напряжений при поперечном изгибе?

** Величины главных напряжений и ориентация главных площадок определяются по формулам*

$$\sigma_{\max}^{\min} = 0,5 \left[\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right] \quad \text{tg} \alpha_{\max}^{\min} = \frac{\left(\begin{matrix} \sigma_{\max} \\ \sigma_{\min} \end{matrix} - \sigma \right)}{\tau}$$

163. Почему главные напряжения при поперечном изгибе обозначаются σ_1 и σ_3 , а не σ_1 и σ_2 ?

* Так как $\left| \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right| > |\sigma|$, то при любых значениях σ (положительных или отрицательных) σ_{\max} всегда положительно, а σ_{\min} - отрицательно. Следовательно, исходя из соотношения между главными напряжениями $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ получим $\sigma_1 = \sigma_{\max}$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \sigma_{\min}$.

164. В чем заключается полная проверка прочности балки?

* Она включает в себя три проверки:

- по нормальным напряжениям $\sigma_{\max} = M_{\max} / W_x \leq [\sigma]$;

- по касательным напряжениям $\tau_{\max} = kQ_{\max} / A \leq [\tau]$;

- по главным напряжениям $\sigma_{\text{экв max}} \leq [\sigma]$.

Проверка по нормальным напряжениям является основной и в подавляющем большинстве случаев покрывает две другие.

165. В каких случаях необходима проверка по касательным напряжениям?

* Такая проверка бывает необходима для коротких балок, нагруженных значительными поперечными силами.

ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ

166. Что такое прогиб, смещение, угол поворота?

* Произвольное сечение балки получает при изгибе два линейных перемещения (перпендикулярное к оси - прогиб v , вдоль оси - смещение w) и угловое (угол поворота) θ .

167. Что такое упругая линия?

* Это ось изогнутой балки.

168. Как связаны между собой прогиб v и угол поворота θ в любом сечении балки?

** В пределах упругих деформаций углы поворота θ малы, а поэтому $\operatorname{tg}\theta \approx \theta$. С другой стороны, $\operatorname{tg}\theta$ равен производной от прогиба, т. е. $\operatorname{tg}\theta = dv/dz$. Следовательно, $\theta \cong dv/dz$.*

169. Как приближенно выражается кривизна оси балки?

** Из курса математики известно следующее выражение кривизны некоторой кривой:*

$$K = 1/\rho = v'' / [1 + (v')^2]^{3/2},$$

где $v' = dv/dz$, $v'' = d^2v/dz^2$. Однако для большинства практических задач величиной $(v')^2 = \operatorname{tg}^2\theta \approx \theta^2$, ввиду малости углов поворота (порядка тысячных долей радиана), можно пренебречь по сравнению с единицей. Отбрасывая $(v')^2$ в знаменателе формулы, получим приближенное выражение кривизны оси балки

$$1/\rho = v''.$$

170. Какой вид имеет основное дифференциальное уравнение изгиба?

** Это дифференциальное уравнение следующего вида:*

$$EI_x v'' = \pm M_x.$$

Выбор знака определяется системой координат: при направлении оси y вверх берется знак "плюс", при обратном направлении - знак "минус".

171. В чем сущность метода начальных параметров для определения перемещений при изгибе?

** Этот метод заключается в использовании универсальных уравнений для прогибов и углов поворота, содержащих в общем случае два неизвестных начальных параметра, определяемых из граничных условий задачи.*

172. Что представляют собой начальные параметры v_0 и θ_0 ?

* Это соответственно прогиб и угол поворота в начале координат.

173. Чему равна потенциальная энергия упругой деформации при изгибе?

* Она включает в себя энергию чистого изгиба, обусловленную изгибающим моментом M_x , и энергию сдвига, связанную с поперечной силой Q_y , т.е.

$$U_{\text{изг}} = U_M + U_Q = \int_0^l \frac{M_x^2 dz}{2EI_x} + \int_0^l \frac{kQ_y^2 dz}{2GA}$$

Следует учесть, что при обычных соотношениях размеров балок, когда длина превышает высоту сечения, по крайней мере, в 6-8 раз, энергия сдвига составляет весьма малую долю от общей энергии (меньше 3%), и ею можно пренебречь.

174. Как формулируется теорема взаимности работ?

* Она формулируется следующим образом: Работа первой силы на перемещении точки ее приложения под действием второй силы равна работе второй силы на перемещении точки ее приложения под действием первой силы. Она получила название теоремы Бетти (по имени итальянского ученого, который первым ее опубликовал).

175. В чем заключается теорема взаимности перемещений?

* Теорема взаимности перемещений, известная как теорема Максвелла, гласит: Перемещение точки А под действием силы, приложенной в точке В, равно перемещению точки В под действием такой же силы, приложенной в точке А.

176. Как формулируется теорема Кастильяно?

** Частная производная от потенциальной энергии системы по силе равна перемещению точки приложения силы по направлению этой силы.*

177. В каком случае теорема Кастильяно не применима?

** Если в сечении бруса, где ищется перемещение, отсутствует соответствующий внешний силовой фактор: сосредоточенная сила при определении линейного перемещения или сосредоточенный момент при определении угла поворота.*

178. Как определяются линейные и угловые перемещения балок энергетическим методом?

** Искомые перемещения определяются с помощью интеграла Мора*

$$\Delta_k = \int_0^l \frac{M_F \bar{M}_1 dz}{EI_x},$$

где M_F - момент от заданной нагрузки, обозначаемой обобщенным символом "F"; \bar{M}_1 - момент от единичного силового фактора (единичной силы при нахождении прогиба или единичного момента при вычислении угла поворота).

179. Какое правило знаков для перемещений принято в энергетическом методе?

** В отличие от метода начальных параметров, где знаки перемещений определяются выбранной системой координат, при нахождении перемещений энергетическим методом система координат отсутствует и правило знаков здесь следующее: перемещение (линейное или угловое) получается положительным, если его действительное направление совпадает с направлением единичного силового фактора (единичной силы или единичного момента). В противном случае, т.е. при обратном направлении единичной силы и прогиба или единичного момента и угла поворота сечения, искомое перемещение получается отрицательным.*

180. В чем преимущество интеграла Мора по сравнению с теоремой Кастильяно?

** При помощи теоремы Кастильяно можно определять перемещения только точек приложения внешних сил и только в направлении этих сил. Интеграл Мора позволяет определять перемещения любых точек системы в любом направлении.*

181. Какие графоаналитические приемы вычисления интеграла Мора Вы знаете?

** Наибольшее распространение в инженерной практике получили правило Верещагина и формула Симпсона.*

182. В каком случае операция перемножения эпюр по правилу Верещагина обладает свойством коммутативности?

** Если обе перемножаемые эпюры являются линейными.*

183. Можно ли применять правило Верещагина при сложных эпюрах моментов от заданной нагрузки?

** Можно, если предварительно разбить эпюру изгибающих моментов на простейшие фигуры: прямоугольники, треугольники и параболические сегменты, для которых величина площади и положение центра тяжести известны. Эта операция получила название «расслоение эпюр».*

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

184. Какие системы называются статически неопределимыми? Что такое степень статической неопределимости?

** Системы, усилия в которых не могут быть определены из одних уравнений равновесия статики, являются статически неопределимыми. Разность между числом неизвестных и числом независимых уравнений статики, которые можно составить для рассматриваемой системы, носит название степени статической неопределимости.*

185. Сколько раз статически неопределим замкнутый контур?

** Трижды.*

186. Какие методы раскрытия статической неопределимости наиболее широко применяются в инженерных расчетах?

** Это в основном два метода: метод сил и метод перемещений. В методе сил за основные неизвестные принимают обобщенные реактивные силы в отброшенных связях системы, а в методе перемещений в качестве неизвестных принимаются перемещения. Нельзя сказать, который из них лучше. Преимущества одного перед другим определяются особенностями статически неопределимой системы и в какой-то мере привычками и традициями.*

187. Что такое абсолютно необходимые и дополнительные связи?

** Абсолютно необходимые связи служат для обеспечения кинематической неизменяемости системы (на плоскости таких связей три, а в пространстве - шесть). Всякую связь, наложенную сверх, называют дополнительной. Число дополнительных связей равно степени статической неопределимости.*

188. Что понимают под основной системой?

** Система, освобожденная от дополнительных связей, носит название основной.*

189. Каким требованиям должна удовлетворять основная система?

** Она должна быть кинематически неизменяемой и статически определимой.*

190. Каков физический смысл канонических уравнений метода сил?

* Эти уравнения математически выражают условие эквивалентности основной и заданной систем. В заданной системе в направлении имеющих жестких связей (в том числе и тех связей, которые отброшены при переходе к основной системе) перемещений быть не может. Поэтому в основной системе перемещения по направлению отброшенных связей должны быть равны нулю. Что касается названия, то оно указывает, во-первых, на то, что уравнения составляются по определенному правилу (канону), и, во-вторых, на то, что неизвестными в уравнениях являются силы, представляющие собой реакции отброшенных связей. Число уравнений равно числу отброшенных связей, т.е. степени статической неопределимости заданной системы.

191. Что представляют собой коэффициенты канонических уравнений и как они определяются?

* Коэффициенты при неизвестных δ_{ij} являются перемещениями основной системы по направлению неизвестной X_i от единичной силы \bar{X}_j . Свободные члены уравнений Δ_{iF} - это перемещения основной системы по направлению неизвестной X_i от заданной нагрузки, обозначаемой обобщенным символом "F". Величины δ_{ij} и Δ_{iF} определяются с помощью интегралов Мора:

$$\delta_{ij} = \int_S \bar{M}_i \bar{M}_j ds / (EI), \quad \Delta_{iF} = \int_S \bar{M}_i M_F ds / (EI).$$

192. Как проверить правильность расчета статически неопределимой системы?

* Для этого необходимо выполнить статическую и кинематическую проверки.

193. В чем заключается статическая проверка?

* Составляются уравнения равновесия всей системы в целом, ее узлов и отдельных произвольно выделенных частей. При правильном определении внутренних усилий (M , Q , N) эти уравнения должны удовлетворяться тождественно.

194. В чем заключается кинематическая проверка?

** В установлении отсутствия перемещений по направлению любой из связей, наложенных на систему.*

195. Какие упрощения вносит использование свойств симметрии при раскрытии статической неопределимости?

** У симметричной рамы в плоскости симметрии при симметричной внешней нагрузке обращаются в нуль кососимметричные силовые факторы, а при кососимметричной внешней нагрузке - симметричные силовые факторы.*

СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

196. Что называется сложным сопротивлением?

** Это такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях стержня возникает не менее двух внутренних силовых факторов.*

197. Какой изгиб называется косым?

** Изгиб, при котором плоскость действия суммарного изгибающего момента не совпадает ни с одной из главных плоскостей инерции стержня. Косой изгиб может быть плоским (упругая линия - плоская кривая) и пространственным (упругая линия - пространственная кривая). В первом случае все внешние силы действуют в одной плоскости, а во втором - в нескольких плоскостях.*

198. Что представляет собой силовая линия при косом изгибе?

** След плоскости результирующего изгибающего момента на плоскости поперечного сечения называется силовой линией. Она проходит через начало координат (центр тяжести сечения), образуя с осью x угол α , поэтому угловой коэффициент силовой линии равен $k_1 = \operatorname{tg} \alpha$.*

199. Как распределяются нормальные напряжения при косом изгибе?

** Они распределяются по закону плоскости*

$$\sigma(x, y) = (M_x / I_x)y + (M_y / I_y)x,$$

проходящей через начало координат. След этой плоскости на плоскости поперечного сечения представляет собой нейтральную линию, для точек которой $\sigma = 0$.

200. Как проходит нейтральная линия при косом изгибе?

** Она проходит через начало координат, образуя угол β с осью x , поэтому уравнение нейтральной линии имеет вид*

$$y_0 = k_2 x_0, \text{ где } k_2 = \operatorname{tg} \beta.$$

201. Каково взаимное расположение силовой и нейтральной линий при косом изгибе?

** Угловые коэффициенты силовой (k_1) и нейтральной k_2 линий связаны между собой соотношением*

$$k_1 k_2 = -I_x / I_y,$$

из которого следует, что:

- силовая и нейтральная линии проходят через разные четверти;

- угол между ними, содержащий ось x , может быть тупым ($I_x > I_y$), острым ($I_x < I_y$) или прямым ($I_x = I_y$).

202. Может ли балка круглого поперечного сечения испытывать косой изгиб?

** Если для поперечного сечения балки главные моменты инерции равны между собой ($I_x = I_y$), что имеет место не только для круга, но и для любого правильного многоугольника с четным числом сторон, то косой изгиб невозможен.*

203. Чему равно нормальное напряжение в центре тяжести поперечного сечения при косом изгибе?

** Оно равно нулю, так как нейтральная линия проходит через центр тяжести поперечного сечения.*

204. В каких точках поперечного сечения нормальные напряжения при косом изгибе достигают максимальных значений?

** Так как эпюра нормальных напряжений в сечении линейна, то максимальные напряжения возникают в точках, наиболее удаленных от нейтральной линии.*

205. Какой вид имеют условия прочности при косом изгибе?

** Для стержня, изготовленного из материала, различно сопротивляющегося растяжению и сжатию, составляются два условия прочности*

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = (M_x / I_x) y_1 + (M_y / I_y) x_1 \leq [\sigma_p], \\ \sigma_{\min} = (M_x / I_x) y_2 + (M_y / I_y) x_2 \leq [\sigma_c]. \end{cases}$$

Для стержней из пластических материалов, у которых $[\sigma_p] = [\sigma_c] \doteq [\sigma]$, используется лишь одно из вышеприведенных условий, которое соответствует большему по абсолютному значению напряжения.

206. Как вычисляются перемещения при косом изгибе?

** Они определяются на основании принципа независимости действия сил путем геометрического суммирования прогибов, вычисленных любым известным методом в каждой из главных плоскостей, т.е. искомый полный прогиб равен*

$$f = \sqrt{u^2 + v^2},$$

где u и v соответственно составляющие по осям x и y .

Следует заметить, что при плоском косом изгибе вектор \vec{f} всегда перпендикулярен нейтральной линии ($\vec{f} \perp nn$).

207. Как распределяются нормальные напряжения при внецентренном продольном нагружении?

* Они распределяются по закону плоскости, не проходящей через начало координат

$$\sigma(x, y) = N / A + (M_x / I_x) y + (M_y / I_y) x.$$

208. Чему равно нормальное напряжение в центре тяжести поперечного сечения при внецентренном продольном нагружении?

* Оно определяется по формуле $\sigma = F/A$, т. е. как и при центральном продольном нагружении.

209. Как определяется положение нейтральной линии при внецентренном продольном нагружении?

* Положение нейтральной линии определяется из условия $\sigma = 0$, откуда получаем уравнение нейтральной линии

$$x_0 / a_0 + y_0 / b_0 = 1,$$

где x_0, y_0 - координаты точек нейтральной линии; a_0 и b_0 - отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат и вычисляемые по формулам

$$a_0 = -i_y^2 / x_f, \quad b_0 = -i_x^2 / y_f.$$

Из этих формул следует, что полюс f (точка приложения продольной силы F) и нейтральная линия всегда расположены по разные стороны от начала координат, совпадающего с центром тяжести сечения.

210. Что такое ядро сечения?

* Это область, очерченная вокруг центра тяжести и характерная тем, что продольная сила, приложенная внутри этой области, вызывает во всех точках поперечного сечения напряжения одного знака.

211. Как проходит нейтральная линия, если полюс расположен на границе ядра сечения?

** Нейтральная линия касается контура поперечного сечения.*

212. Как ведет себя полюс при вращении нейтральной линии вокруг некоторой неподвижной точки?

** Полюс перемещается вдоль некоторой прямой.*

213. Какой вид имеет ядро сечения для прямоугольника и круга?

** Для прямоугольника с основанием b и высотой h оно имеет вид ромба с диагоналями, равными $b/3$ и $h/3$. Для круга диаметром d ядро сечения также является кругом диаметром $d/4$.*

214. Какие точки являются опасными при внецентренном продольном нагружении?

** В соответствии с линейным законом распределения нормальных напряжений в поперечном сечении опасными являются точки, наиболее удаленные от нейтральной линии.*

215. Какие точки являются опасными при изгибе с кручением стержня круглого сечения?

** Точки пересечения плоскости действия суммарного изгибающего момента с контуром поперечного сечения, так как в них возникают наибольшие нормальные и касательные напряжения.*

216. Как записывается условие прочности при изгибе с кручением круглого стержня?

** Условие прочности имеет вид*

$$M_{\text{экв}} / W_x \leq [\sigma],$$

где $M_{\text{экв}}$ - эквивалентный изгибающий момент, равный

$$M_{\text{экв}} = \begin{cases} \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} & \text{— по 3-й гипотезе прочности,} \\ \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2} & \text{— по 4-й гипотезе прочности.} \end{cases}$$

217. Как выполняется расчет на прочность стержня прямоугольного сечения, работающего на изгиб с кручением?

* Вначале находится опасная точка. С этой целью вычисляются эквивалентные напряжения в трех вероятно опасных точках, которыми являются:

- одна из вершин прямоугольника, где складываются нормальные напряжения от изгиба и растяжения-сжатия (точка 1);

- одна из точек, расположенных посередине длинных сторон прямоугольника, где складываются касательные напряжения от кручения и изгиба (точка 2);

- одна из точек, расположенных посередине коротких сторон прямоугольника, где складываются касательные напряжения от кручения и изгиба (точка 3).

Точка, в которой эквивалентное напряжение является наибольшим и которая будет опасной. Следовательно,

$$\sigma_{\text{рас}} = \max \{ \sigma_{\text{экв}}^{(1)}, \sigma_{\text{экв}}^{(2)}, \sigma_{\text{экв}}^{(3)} \}$$

Затем записывается условие прочности

$$\sigma_{\text{рас}} \leq [\sigma],$$

исходя из которого делается заключение о прочности конструкции или определяются искомые величины (размеры сечения, допускаемая нагрузка).

УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

218. Какая форма равновесия конструкции называется устойчивой? Что такое критическая нагрузка?

** Форму равновесия статически нагруженной конструкции называют устойчивой, если малым возмущающим воздействиям соответствуют малые отклонения от этой формы. Нагрузка, при которой происходит потеря устойчивости первоначальной формы, называется критической.*

219. Что такое продольный изгиб?

** Изгиб стержня, связанный с потерей устойчивости прямолинейной формы его равновесия.*

220. Как определяется критическая сила?

** При потере устойчивости в упругой стадии работы материала критическая сила определяется по формуле Эйлера*

$$F_{крЭ} = \pi^2 EI_{\min} / (\mu l)^2.$$

При потере устойчивости за пределом пропорциональности материала критическая сила определяется по эмпирической формуле Гетмайера - Ясинского

$$F_{крЯ} = A(a - b\lambda + c\lambda^2).$$

221. Что такое гибкость стержня?

** Гибкостью называется величина, равная*

$$\lambda = \mu l / i_{\min},$$

где $i_{\min} = \sqrt{I_{\min} / A}$ - минимальный радиус инерции поперечного сечения; l - длина стержня; μ - коэффициент приведения, зависящий от условий закрепления концов стержня.

222. Что такое первая и вторая предельные гибкости?

* Первая предельная гибкость устанавливает предел применимости формулы Эйлера и определяется из условия

$$\sigma_{крЭ} = \pi^2 E / \lambda_1^2 = \sigma_{пц}, \quad \text{откуда} \quad \lambda_1 = \sqrt{\pi^2 E / \sigma_{пц}}.$$

Вторая предельная гибкость λ_2 устанавливает предел применимости формулы Тетмайера - Ясинского и определяется из условия

$$\sigma_{крЯ} = a - b\lambda_2 + c\lambda_2^2 = \sigma_{пред},$$

где $\sigma_{пред}$ - предельное для данного материала напряжение, равное пределу прочности $\sigma_{пц}$ для хрупких материалов или пределу текучести σ_T для пластичных материалов.

223. Как классифицируются стержни по их гибкости?

* В зависимости от гибкости различают стержни:

- 1) большой гибкости, для которых $\lambda \geq \lambda_1$;
- 2) средней гибкости, для которых $\lambda_2 \leq \lambda \leq \lambda_1$;
- 3) малой гибкости, для которых $\lambda \leq \lambda_2$.

224. При каких напряжениях теряют устойчивость стержни большой гибкости? По какой формуле определяется для них критическая сила?

* Они теряют устойчивость в упругой стадии и критическая сила для них определяется по формуле Эйлера.

225. При каких напряжениях теряют устойчивость стержни средней гибкости? По какой формуле определяется для них критическая сила?

* Они теряют устойчивость за пределом пропорциональности материала и критическая сила для них определяется по эмпирической формуле Тетмайера-Ясинского.

226. Можно ли пользоваться формулой Эйлера за пределом пропорциональности материала?

* Нельзя, так как формула Эйлера дает в этом случае завышенное значение критической силы.

227. Как записывается условие устойчивости сжатого стержня и какие задачи оно позволяет решать?

* Оно записывается в виде одного из двух неравенств:

$$n_y = \frac{F_{кр}}{F} \geq [n_y] \quad \text{или} \quad \frac{F}{A} \leq \varphi[\sigma],$$

исходя из которых можно решать задачи трех типов: проверять устойчивость стержня, определять размеры поперечного сечения и допустимую нагрузку.

Вторая форма условия устойчивости очень удобна в практических расчетах, так как применима при любых значениях гибкости, для которых имеются табличные значения φ , и в этом смысле является универсальной. Коэффициент запаса устойчивости в этом расчете явно не фигурирует, он включен в величину φ .

228. Каков физический смысл коэффициента продольного изгиба φ ?

* Если использовать условие устойчивости в форме

$$F/A \leq \varphi[\sigma_c] = [\sigma_y],$$

то смысл коэффициента φ совершенно ясен: он указывает, какую долю основного допускаемого напряжения на сжатие $[\sigma_c]$ составляет допускаемое напряжение на устойчивость $[\sigma_y]$ при различных гибкостях, так как φ зависит от материала и гибкости стержня. Поэтому его также называют коэффициентом уменьшения основного допускаемого напряжения.

229. Каковы особенности расчета сжатых стержней при наличии осложняющих факторов (внецентренное приложение силы, начальное искривление стержня)?

** Во-первых, прогибы растут с момента приложения сжимающих сил, поэтому необходима проверка жесткости конструкции. Во-вторых, напряжения зависят нелинейно от нагрузок и увеличиваются значительно быстрее, чем нагрузки, т.е. запасы по напряжениям и по нагрузкам не совпадают. Запас по нагрузкам оказывается всегда меньше, поэтому он выступает как запас прочности конструкции.*

230. Как производится оценка надежности стержней, испытывающих продольно-поперечный изгиб?

** Она заключается в проверке выполнения трех условий:*

- условия устойчивости в плоскости наименьшей жесткости (из плоскости поперечной нагрузки);*
- условия прочности в плоскости действия поперечной нагрузки;*
- условия жесткости в той же плоскости.*

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

231. Какие Вам известны разновидности динамических нагрузок?

** Можно указать четыре вида:*

- инерционные (возникают в элементах конструкций, движущихся ускоренно; например, в поршне, шатуне и других деталях двигателей);*
- ударные (действие падающего груза на сваю при ее забивке, действие взрывной волны);*
- вибрационные (возникают за счет неуравновешенности вращающихся частей машин и механизмов);*
- случайные (например, воздействие неровностей дороги на подвеску и корпус автомобиля).*

232. На чем базируется расчет на прочность движущихся элементов конструкций?

** На применении принципа Даламбера, позволяющего привести задачи динамики к задачам статики путем присоединения сил инерции к действующим силам.*

233. Как определяются напряжения и перемещения в детали, движущейся поступательно с ускорением a ?

** Искомые величины определяются по формулам*

$$\sigma_d = k_d \sigma_{ст}, \quad \delta_d = k_d \delta_{ст}, \quad k_d = 1 + a/g,$$

где $\sigma_{ст}$, $\delta_{ст}$ - напряжения и перемещения при статическом нагружении, k_d - динамический коэффициент.

234. Некоторый груз перемещается вертикально с помощью троса. В какие моменты трос подвергается наибольшему воздействию груза?

** В момент отрыва груза от земли, а также при заедании троса, когда груз опускается вниз.*

235. Чему равны напряжения в поперечном сечении тонкого кольца, равномерно вращающегося в своей плоскости с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси?

** Они определяются по формуле $\sigma_d = \rho \omega^2 R^2 = \rho v^2$, где v - окружная скорость точек оси кольца, R - радиус оси, ρ - плотность материала.*

236. Какие Вам известны разновидности удара?

** Стержни, подверженные действию удара, могут испытывать деформации растяжения (сжатия), изгиба и кручения. В соответствии с этим различают: продольный, поперечный и скручивающий удары.*

237. Какие допущения принимаются при расчетах на удар?

* Элементарная теория удара базируется на следующих допущениях:

- напряжения в конструкции не превосходят предела пропорциональности материала ($\sigma_d \leq \sigma_{пц}$);

- удар считается неупругим, т.е. ударяющее тело не отскакивает после удара, а продолжает перемещаться вместе с конструкцией, как бы прилипнув к ней;

- потери энергии при ударе пренебрежимо малы.

238. Как приближенно учитывается масса конструкции при ударе?

* Путем введения приведенной массы $m_{пр}$.

239. Что такое приведенная масса конструкции?

* Сосредоточенная в месте удара масса, имеющая такую же кинетическую энергию, что и конструкция в целом. Она определяется по формуле

$$m_{пр} = k_{пр} m,$$

где $k_{пр}$ - коэффициент приведения, учитывающий особенности конструкции, m - масса конструкции.

240. Чему равен динамический коэффициент при вертикальном ударе?

* Он определяется по формуле

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + 2H / (\mu \delta_{ст})},$$

где H - высота падения груза, $\delta_{ст}$ ($\Delta l_{ст}$) при продольном ударе или $f_{ст}$ при поперечном ударе) - перемещение точки удара при статическом приложении груза массой $m_{гр}$; $\mu = 1 + m_{пр} / m_{гр}$ - коэффициент, учитывающий массу стержня, по которому производится удар.

241. Как влияет масса конструкции на величину динамического коэффициента?

** С возрастанием массы конструкции увеличивается коэффициент μ , стоящий в знаменателе формулы для k_d . Следовательно, динамический коэффициент уменьшается.*

242. Как влияет податливость конструкции на величину динамического коэффициента при ударе?

** С увеличением податливости, которая характеризуется величиной $\delta_{ст}$, динамический коэффициент уменьшается. Поэтому для смягчения ударов на практике широко применяют различного типа пружины и рессоры, обладающие значительной податливостью.*

243. Каково значение динамического коэффициента при мгновенном (без начальной скорости) приложении нагрузки?

** Он равен двум.*

244. Груз висит на нити и касается верха балки. Какие наибольшие напряжения возникнут в балке при мгновенном рассечении нити, если при статическом нагружении балки силой, равной весу груза, наибольшее напряжение равно 50 МПа?

** Так как груз прикладывается внезапно, то динамический коэффициент равен 2, а искомые напряжения - 100 МПа.*

245. По какой формуле определяется динамический коэффициент, если $H \gg \delta_{ст}$?

** Динамический коэффициент в этом случае определяется по упрощенной формуле*

$$k_d = \sqrt{2H / \delta_{ст}} .$$

Необходимо отметить, что в то время как пренебрежение единицей в подкоренном выражении допустимо уже при $2H / \delta_{ст} \geq 10$ (погрешность не превышает 5 %), пренебрежение единицей, стоящей перед корнем, допустимо лишь при очень большой величине этого отношения (только при $2H / \delta_{ст} \geq 110$ погрешность не превышает 10 %).

246. Как определяются напряжения и перемещения при ударе?

* Они находятся либо непосредственно из закона сохранения энергии, либо через соответствующие статические величины ($\sigma_{ст}$, $\delta_{ст}$) с помощью динамического коэффициента k_d :

$$\sigma_d = k_d \sigma_{ст}, \quad \delta_d = k_d \delta_{ст}.$$

Выбор того или иного подхода диктуется особенностями и содержанием решаемой задачи.

247. В каких случаях вал подвергается скручивающему удару? Приведите примеры.

* Во всех случаях, когда вал испытывает угловое ускорение ϵ . Например, в начальный момент вращения вала или при заклинивании в подшипнике одного из опорных сечений равномерно вращающегося вала.

248. Что такое свободные и вынужденные колебания упругой системы?

* Упругая система, возбужденная начальным толчком и затем предоставленная себе, совершает свободные колебания, которые в случае отсутствия затухания (сопротивления) называют собственными колебаниями, а их частоту - собственной частотой.

Колебания упругой системы, вызванные переменной во времени силой, называют вынужденными. На практике роль такой силы чаще всего играет вертикальная составляющая центробежных сил инерции неуравновешенных масс вращающихся частей.

249. Как вычисляется частота собственных колебаний упругой системы с одной степенью свободы?

* Она определяется по одной из следующих формул:

$$\omega = \sqrt{c/m} = \sqrt{g/\delta_{ст}} = 1/\sqrt{m\delta_{11}}.$$

При определении частоты крутильных колебаний вместо массы m следует подставить момент инерции массы I_m . С увеличением жесткости упругой системы частота собственных колебаний растет.

250. Чему равна амплитуда вынужденных колебаний?

* Она равна $A = (F_0 / c)\beta$, где F_0 - центробежная сила инерции неуравновешенных масс ротора, c - жесткость упругой системы, $\beta = \left| 1 / [1 - (\Omega / \omega)^2] \right|$ - коэффициент нарастания колебаний, Ω - частота изменения возмущающей силы.

251. Как влияет частота Ω изменения возмущающей силы на амплитуду вынужденных колебаний?

* Если частота Ω мала, то коэффициент нарастания колебаний β стремится к единице, а амплитуда колебаний A приближается к величине F_0 / c . При очень большой частоте Ω коэффициент нарастания колебаний β и амплитуда стремятся к нулю. Если частота изменения возмущающей силы близка к частоте собственных колебаний, т.е. $\Omega / \omega \cong 1$, то имеет место резонанс. В этом случае даже небольшая возмущающая сила может вызвать высокие напряжения.

252. Как определяется динамический коэффициент при вынужденных колебаниях? Какое наименьшее значение он может принимать?

* Он равен $k_d = 1 + \frac{F_0}{G}\beta$, где $G = mg$ - вес колеблющейся массы.

При очень большой частоте изменения возмущающей силы коэффициент нарастания колебаний β стремится к нулю, а динамический коэффициент k_d приближается к единице.

ПЕРЕМЕННЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

253. Что называется усталостью и выносливостью материала?

** Накопление необратимых механических изменений в материале при приложении циклических нагрузок называют усталостью, а разрушение в результате постепенного развития трещины - усталостным разрушением. Свойство же материала противостоять усталостному разрушению называется выносливостью.*

254. Что такое цикл напряжений?

** Однократная смена напряжений, получающих непрерывный ряд значений, называется циклом, а его продолжительность во времени - периодом.*

255. Перечислите основные параметры цикла.

** Основными параметрами цикла являются:*

- наибольшее напряжение σ_{\max} ;*
- наименьшее напряжение σ_{\min} ;*
- среднее напряжение $\sigma_m = 0,5(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})$;*
- амплитуда $\sigma_a = 0,5(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$;*
- коэффициент асимметрии $R_\sigma = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$.*

256. Назовите характерные циклы, которые реализуются в испытательных машинах?

** Характерными циклами являются:*

- симметричный, для которого $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$ и $R_\sigma = -1$;*
- пульсационный, для которого $\sigma_{\min} = 0$ и $R_\sigma = 0$.*

257. Какие циклы считаются подобными?

** Циклы, имеющие одинаковые показатели R_σ .*

258. Что такое база испытаний? Чему она равна для сталей и цветных металлов?

** Число циклов, до которого ведется испытание на усталость. Для сталей база испытаний N_B равна 10^7 циклов, а для цветных металлов - $(50...100) \cdot 10^6$ циклов.*

259. Какие предъявляются требования к образцам (с точки зрения количества и размеров) при проведении стандартных испытаний на усталость?

** Для проведения стандартных испытаний на усталость необходимо иметь не менее десяти гладких лабораторных образцов диаметром $d_0 = 7,5$ мм (ГОСТ 25.504 - 82).*

260. При каких видах деформации проводятся испытания на усталость?

** В условиях симметричного цикла испытания обычно проводят на изгиб, а при несимметричных циклах - на растяжение (сжатие) и на кручение с применением специальных машин - гидропульсаторов.*

261. Что представляет собой кривая усталости?

** Кривая зависимости числа циклов нагружений до разрушения от максимального напряжения, создаваемого в образце. Эту кривую часто называют кривой Велера по имени одного из основоположников учения об усталостной прочности материалов.*

262. Что называется пределом выносливости материала?

** Наибольшее значение максимального напряжения цикла, при котором образец не разрушается до базы испытания. Предел выносливости обозначается через σ_R , где индекс R соответствует коэффициенту асимметрии цикла. Так, для симметричного цикла обозначение предела выносливости принимает вид σ_{-1} , для пульсационного - σ_0 и т. д.*

263. Может ли предел выносливости быть равным пределу текучести, пределу прочности?

** Нет.*

264. Может ли образец из стали разрушиться при 200 млн циклов, если он не разрушился при 10 млн циклов?

** Кривая усталости для стали носит ярко выраженный асимптотический характер. Уже при 10 млн циклов она достигает асимптоты. Поэтому разрушение при 200 млн циклов практически невозможно.*

265. Какие существуют эмпирические зависимости между пределом выносливости и пределом прочности для сталей?

** Для сталей можно принять*

$$\sigma_{-1} \cong (0,4 \dots 0,5) \sigma_{\text{пч}}; \quad \sigma_{-1p} \cong 0,75 \sigma_{-1}; \quad \tau_{-1} \cong 0,6 \sigma_{-1}.$$

266. Какие факторы влияют на величину предела выносливости деталей машин?

** Наиболее существенное влияние оказывают:*

- абсолютные размеры поперечного сечения;
- концентрация напряжений;
- качество обработки поверхности;
- поверхностное упрочнение;
- вид деформации (растяжение, кручение, изгиб);
- асимметрия цикла;
- эксплуатационные факторы (коррозия, температура и др.).

267. Как влияют и как учитываются в расчетах абсолютные размеры поперечного сечения детали?

** С увеличением размеров снижается предел выносливости. Так, например, предел выносливости для стали, идущей на изготовле-*

ние вагонных осей, определенный на лабораторных образцах диаметром $d_0 = 7,5$ мм, равен 230 МПа. Предел выносливости вагонной оси диаметром $d = 170$ мм составляет 120 МПа, что почти вдвое меньше лабораторных результатов.

Для количественной оценки этого фактора вводят коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения

$$K_{d\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}},$$

где σ_{-1d} - предел выносливости гладких образцов диаметром d ; σ_{-1} - предел выносливости гладких лабораторных образцов диаметром $d_0 = 7,5$ мм.

268. Что такое концентрация напряжений и как она оценивается в упругой стадии работы материала?

* Многочисленные теоретические и экспериментальные исследования показывают, что в области резких изменений формы упругого тела (отверстия, выточки и т. п.), а также в зоне контакта деталей создается местное повышение напряжений, получившее название концентрации напряжений. Основными показателями местных напряжений являются теоретические коэффициенты концентрации напряжений:

- для нормальных напряжений $\alpha_\sigma = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{ном}}$;

- для касательных напряжений $\alpha_\tau = \tau_{\max} / \tau_{\text{ном}}$,

где σ_{\max} и τ_{\max} - наибольшие местные напряжения, $\sigma_{\text{ном}}$ и $\tau_{\text{ном}}$ - номинальные напряжения, определяемые по простым формулам сопротивления материалов без учета эффекта концентрации.

269. Как оценивается влияние концентрации напряжений на величину предела выносливости?

* Фактическое снижение пределов выносливости вследствие влияния концентрации напряжений оценивается эффективными коэффициентами концентрации

$$K_{\sigma} = \sigma_{-1} / \sigma_{-1д}, \quad K_{\tau} = \tau_{-1} / \tau_{-1д},$$

где σ_{-1} и τ_{-1} - пределы выносливости гладких лабораторных образцов диаметром $d_0 = 7,5$ мм; $\sigma_{-1д}$ и $\tau_{-1д}$ - пределы выносливости детали.

Эффективные коэффициенты концентрации K_{σ} (K_{τ}) обычно имеют меньшие значения, чем теоретические α_{σ} (α_{τ}). Оценить эту разницу можно с помощью коэффициентов чувствительности материала к концентрации напряжений:

$$q_{\sigma} = (K_{\sigma} - 1) / (\alpha_{\sigma} - 1), \quad q_{\tau} = (K_{\tau} - 1) / (\alpha_{\tau} - 1).$$

270. От чего зависит величина q ?

* Величина q зависит в основном от свойств материала. Так, например, можно считать, что для высокопрочных легированных сталей величина q близка к единице (материал обладает полной чувствительностью к концентрации напряжений). Для конструкционных сталей в среднем $q = 0,6 \dots 0,8$, причем более прочным сталям соответствуют большие значения q . Для серого чугуна величина q близка к нулю (материал нечувствителен к концентрации напряжений). Объясняется это тем, что крупные зерна графита, содержащиеся в структуре чугуна, уже сами по себе являются такими очагами концентрации, по сравнению с которыми геометрические особенности детали теряют свое значение.

271. Как учитывается в расчетах совместное влияние концентрации напряжений и абсолютных размеров поперечного сечения?

* В расчетных выкладках это учитывается множителем $K_{\sigma} / K_{d\sigma}$, который рассматривается как единое целое. Числитель

отражает в основном роль концентрации напряжений, но в то же время зависит от размеров детали, а знаменатель, отражая масштабный эффект, определяется в какой-то мере концентрацией напряжений.

272. По какой формуле определяется множитель $K_\sigma / K_{d\sigma}$?

* Для сталей, алюминиевых и магниевых сплавов, а также для чугуна с шаровидным графитом она имеет вид

$$K_\sigma / K_{d\sigma} = 2\alpha_\sigma / [1 + (88,3\bar{G} / L)^{\nu_\sigma}],$$

где α_σ - теоретический коэффициент концентрации напряжений; 88,3 - эмпирический коэффициент, имеющий размерность мм^2 ; \bar{G} - относительный градиент первого главного напряжения в зоне концентрации напряжений, мм^{-1} ; L - параметр рабочего сечения образца или детали или его часть, прилегающая к местам повышенной напряженности, мм ; ν_σ - постоянная для данного материала величина, определяющая чувствительность к концентрации напряжений и влиянию абсолютных размеров поперечного сечения при изгибе или растяжении-сжатии.

273. Как влияет качество обработки поверхности на величину предела выносливости детали?

*В большинстве деталей усталостное разрушение начинается с поверхности. Поэтому состояние поверхности существенным образом влияет на предел выносливости и в еще большей степени сказывается на долговечности детали.

Особенности, связанные с обработкой поверхности, учитываются при расчетах на усталостную прочность введением коэффициента влияния шероховатости поверхности

$$K_F = \sigma_{-1F} / \sigma_{-1},$$

где σ_{-1F} - предел выносливости образца с данным качеством поверхности, σ_{-1} - предел выносливости гладкого лабораторного образца.

274. Какие методы поверхностного упрочнения применяются в современной технике?

** В промышленности уже давно и весьма широко применяются методы поверхностного упрочнения деталей, работающих в условиях циклических напряжений (рессоры и полуоси автомашин, зубья шестерен, винтовые клапанные пружины и пр.). Эта специальная поверхностная обработка не преследует целей общего изменения прочностных показателей металла. Речь идет именно об усталостном упрочнении, часто в сочетании с требованиями износостойкости. К числу таких методов, применяемых в различных сочетаниях, относятся химико-термические (азотирование, цементация, цианирование), поверхностная закалка токами высокой частоты и наклеп поверхностного слоя обкаткой роликами или обдувкой дробью.*

275. Какой положительный эффект дает поверхностная обработка деталей машин?

** Во-первых, повышается прочность поверхностного слоя, но сохраняется вязкость нижележащих слоев, а, во-вторых, в поверхностном слое создаются остаточные сжимающие напряжения, препятствующие образованию трещины. В результате обработки предел выносливости в оптимальных случаях может увеличиться в несколько раз, а долговечность детали - в десятки раз. Причем наибольший эффект поверхностная обработка дает для деталей, имеющих заметную концентрацию напряжений.*

276. Как учитывается в расчетах эффект поверхностного упрочнения?

** Он учитывается коэффициентом влияния поверхностного упрочнения K_v , который равен отношению предела выносливости упрочненной детали $\sigma_{-1\text{дупр}}$ к пределу выносливости неупрочненной детали $\sigma_{-1\text{д}}$:*

$$K_v = \sigma_{-1\text{дупр}} / \sigma_{-1\text{д}}$$

277. Каковы пути повышения усталостной прочности деталей?

** Для повышения усталостной прочности деталей применяются металлургические, конструктивные и технологические мероприятия.*

278. На что ориентированы металлургические мероприятия?

** Они сводятся к правильному выбору технологии выплавки стали, к борьбе с появлением усадочных трещин, раковин, к уменьшению содержания вредных примесей (включения серы, фосфора).*

Большое влияние на величину усталостной прочности оказывает технология выплавки стали. Повышенной усталостной прочностью обладают стали вакуумной плавки, а также полученные методами электродугового переплава в вакууме или под слоем синтетического шлака.

279. К чему сводятся конструктивные мероприятия по борьбе с усталостным разрушением?

** Конструктивные меры борьбы с усталостным разрушением сводятся к приданию деталям таких форм, при которых обеспечивается наименьшая концентрация напряжений. Для валов, например, основными концентраторами являются галтели, шпоночные канавки, шлицы, отверстия, прессовые посадки. Поэтому здесь применяются такие меры, как: 1) увеличение радиуса галтели (переход от меньшего диаметра к большему не по дуге окружности, а по дуге эллипса; галтель с поднутрением); 2) уменьшение разности в жесткостях смежных участков вала; 3) замена шпоночных соединений шлицевыми; 4) применение в прессовых соединениях разгрузочных канавок на валу и в ступице колеса.*

280. На что направлены технологические мероприятия повышения качества и механических свойств поверхностного слоя детали?

** Они направлены на повышение качества и механических свойств поверхностного слоя деталей.*

Поверхности деталей, работающих при высоких циклических нагрузках, следует обрабатывать с максимальной, экономически приемлемой степенью чистоты. Все виды отделочных операций (полирование, притирка и т. д.), сглаживая микронеровности, остающиеся

на поверхности после предыдущей, более грубой механической обработки, способствуют повышению усталостной прочности, особенно для деталей, изготовленных из высокопрочных и твердых материалов.

Другим эффективным направлением повышения усталостной прочности в области технологии является поверхностное упрочнение (механическое, термохимическое, термическое).

281. Как влияет вид деформации на величину предела выносливости?

** Как показывают многочисленные опыты, предел выносливости при симметричном цикле растяжения-сжатия σ_{-1p} оказывается на 20...30% ниже, чем предел выносливости, полученный при изгибе σ_{-1} . Это объясняется тем, что при растяжении и сжатии напряжения во всех точках поперечного сечения одинаковы, т.е. весь материал детали одинаково нагружен. При изгибе же напряжения распределяются неравномерно по сечению: наибольшие напряжения имеют место лишь в крайних волокнах, а остальная часть материала менее нагружена, что снижает вероятность образования усталостной трещины.*

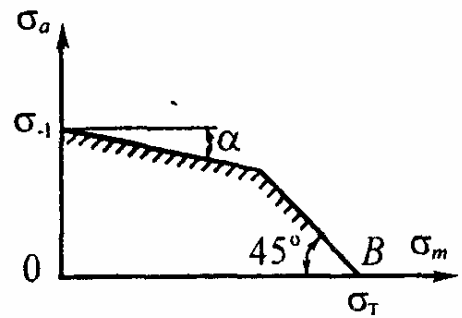
282. Для чего строится диаграмма предельных амплитуд?

** Чтобы получить полное представление об усталостной прочности материала, определяют его пределы выносливости при различных видах циклов. Результаты испытаний представляют в виде так называемых диаграмм предельных циклов. Чаще всего в расчетах используется диаграмма предельных амплитуд, при построении которой по оси абсцисс откладывают средние напряжения циклов σ_m , а по оси ординат - предельные амплитуды циклов σ_a .*

Любой цикл напряжений может быть охарактеризован координатами точки σ_m , σ_a кривой. Сумма координат $\sigma_m + \sigma_a$ любой точки предельной кривой дает величину предела выносливости σ_R при данном среднем напряжении.

283. Как схематизируется диаграмма предельных амплитуд?

* Построение диаграммы предельных амплитуд является достаточно трудоемким, поэтому для целей расчета ее схематизируют, заменяя двумя отрезками прямых. Левая часть диаграммы с более чем достаточной точностью аппроксимируется прямой, проходящей че-



рез точку A и имеющей угловой коэффициент $\psi_\sigma = \operatorname{tg} \alpha$. Точка A расположена на оси ординат и соответствует симметричному циклу. Правая часть диаграммы аппроксимируется прямой, проходящей через точку B и составляющей угол 45° с координатными осями σ_m и σ_a , т. е. $\sigma_m + \sigma_a = \sigma_{\text{пред}}$ ($\sigma_{\text{пред}}$ равно пределу текучести для пластичных и пределу прочности для хрупких материалов). Точка B расположена на оси абсцисс $\sigma_m = \sigma_{\text{пред}}$, $\sigma_a = 0$ и соответствует обычным испытаниям на растяжение.

284. Как определяется предел выносливости детали при симметричном цикле?

* Он определяется по формулам:

при действии нормальных напряжений

$$\sigma_{-1д} = \sigma_{-1} / K, \quad K = (K_\sigma / K_{d\sigma} + 1 / K_F - 1) / K_v;$$

при действии касательных напряжений

$$\tau_{-1д} = \tau_{-1} / K, \quad K = (K_\tau / K_{d\tau} + 1 / K_F - 1) K_v,$$

где K - коэффициент снижения предела выносливости

285. Как определяется предел выносливости детали при несимметричном цикле?

* Он определяется по формулам:

$$\text{при изгибе и растяжении } \sigma_{R_d} = 2\sigma_{-1} / [K(1 - R_\sigma) + \psi_\sigma(1 + R_\sigma)];$$

$$\text{при кручении } \tau_{R_d} = 2\tau_{-1} / [K(1 - R_\tau) + \psi_\tau(1 + R_\tau)].$$

286. Как определяется запас усталостной прочности детали при простых видах деформации?

** При простых видах деформации (растяжение-сжатие, изгиб, кручение) он определяется по формулам, предложенным в 40-х годах С.В. Серенсеном и Р.С. Кинашошвили:*

при растяжении-сжатии и изгибе

$$n_{\sigma} = \sigma_{-1} / (K\sigma_a + \psi_{\sigma}\sigma_m);$$

при кручении

$$n_{\tau} = \tau_{-1} / (K\tau_a + \psi_{\tau}\tau_m).$$

287. По какой формуле определяется запас усталостной прочности при сложном напряженном состоянии?

** При сложном напряженном состоянии (например, при изгибе с кручением) общепринятой в настоящее время является эмпирическая формула Гафа и Полларда*

$$n_R = n_{\sigma}n_{\tau} / \sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}.$$

ПЛОСКИЕ КРИВЫЕ СТЕРЖНИ.

ТОНКОСТЕННЫЕ И ТОЛСТОСТЕННЫЕ СОСУДЫ

288. Как распределяются нормальные напряжения в поперечных сечениях плоского кривого стержня при чистом изгибе?

** По гиперболическому закону*

$$\sigma = \frac{M}{Ae} \left(1 - \frac{r_0}{r} \right).$$

289. Проходит ли нейтральная линия через центр тяжести поперечного сечения при чистом изгибе кривого стержня?

* В отличие от прямых стержней при изгибе кривых стержней нейтральная линия не проходит через центр тяжести поперечного сечения, а смещена к оси кривизны на величину эксцентриситета e , который приближенно равен (формула Н.Н. Давиденкова)

$$e \cong I_{xc} / (\rho A),$$

где I_{xc} - момент инерции сечения относительно центральной оси x_c , ρ - радиус кривизны оси стержня.

290. Какие точки являются опасными для кривых стержней, имеющих симметричное относительно центральной оси поперечное сечение?

* Опасными являются внутренние точки, ближе расположенные к оси кривизны.

291. На каких допущениях базируется расчет сосудов по безмоментной теории оболочек?

* Считается, что сосуд представляет собой тонкостенную осесимметричную оболочку гладкой формы, испытывающую осесимметричное нагружение.

292. Что представляет собой уравнение Лапласа?

* Это соотношение между меридиональным σ_m и окружным σ_t напряжениями, имеющее вид

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{t}.$$

293. Почему при расчете тонкостенных сосудов не учитываются радиальные напряжения?

* Наибольшее радиальное напряжение по абсолютной величине равно нормальному давлению p , в то время как σ_m и σ_t согласно уравнению Лапласа имеют величину порядка $p\rho_m/t$ и $p\rho_t/t$, т. е.

значительно больше p при обычных соотношениях r/t для тонкостенных сосудов.

294. Какие уравнения используются для определения главных напряжений в тонкостенных сосудах?

** Прежде всего это уравнение Лапласа, в дополнение к которому составляется уравнение равновесия части оболочки, отсеченной нормальным коническим сечением.*

295. Для какого сосуда можно определить главные напряжения непосредственно из уравнения Лапласа?

** Для сферического, у которого $\rho_m = \rho_l$ и $\sigma_m = \sigma_l$.*

296. Какие напряжения являются более опасными для замкнутого цилиндрического сосуда, нагруженного внутренним давлением?

** Опасными являются окружные напряжения σ_l , которые вдвое больше меридиональных σ_m . Именно по этой причине такие сосуды разрушаются вдоль образующей.*

297. При каком соотношении диаметров сферического и цилиндрического сосудов, нагруженных одинаковым внутренним давлением, они будут равнопрочны?

** При одинаковых диаметрах сосудов расчетное напряжение в сферической оболочке вдвое меньше, чем в цилиндрической. Поэтому для обеспечения равнопрочности необходимо увеличить в 2 раза диаметр сферического сосуда.*

298. Какое давление (внутреннее или наружное) опаснее для толстостенной трубы?

** Согласно третьей гипотезе прочности эквивалентные напряжения в обоих случаях одинаковы и равны*

$$\sigma_{\text{эквIII}} = 2pb^2 / (b^2 - a^2)$$

поэтому наружное и внутреннее давления одинаково опасны.

299. Может ли труба неограниченно большой толщины выдержать неограниченно большое давление?

** В пределе при бесконечно большой толщине $\sigma_{\text{экв}} = 2p$, т. е. предельное давление, которое может выдержать труба, не превышает половины предела текучести материала трубы.*

300. Какие способы повышения несущей способности толстостенных труб Вы знаете?

** Одним из таких решений является создание составных, соединенных с натягом цилиндров. Этот способ используется как в технике высоких давлений, так и в артиллерийской практике для упрочнения стволов мощных орудий.*

Другой подход заключается в предварительной нагрузке цилиндра внутренним давлением, большим рабочего, с таким расчетом, чтобы во внутренних слоях цилиндра возникли пластические деформации. После снятия давления во внешних слоях цилиндра сохраняются упругие напряжения растяжения, а во внутренних слоях возникают напряжения сжатия. Такой прием называется автофретированием.

КАЧЕСТВЕННЫЕ ВОПРОСЫ И КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ

Физическая сущность действительно
понимаемого вопроса может быть
объяснена без помощи сложных формул.

Энрико Ферми

Книга – книгой, а мозгами двигай!

В. Маяковский

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1. Каков физический смысл гипотезы сплошности?

** Материал рассматривается как непрерывная сплошная среда, т.е. не принимается во внимание корпускулярное строение материи.*

2. Каков физический смысл гипотез об однородности и изотропности материала? Является ли однородным такой материал, как фанера?

** Свойства материала предполагаются одинаковыми во всех точках и в каждой точке во всех направлениях. Металлы имеют поликристаллическую структуру, т.е. состоят из множества хаотически расположенных кристаллитов. И тем не менее в расчетах их рассматривают как однородные и изотропные. Композиционные материалы и фанера рассматриваются как однородные, но вместе с тем анизотропные.*

3. Каков физический смысл гипотезы о естественном ненапряженном состоянии тела?

** Внутренние силы связи, которые существуют в упругом теле до нагружения, принимаются за условный ноль.*

4. Подчиняется ли резина закону Гука?

** Ответ на этот вопрос зависит от того, сколь большие деформации имеются в виду. Обычно принято считать, что резина не подчиняется закону Гука. При этом, однако, умалчивается, что речь идет о больших деформациях порядка 100% и более.*

При деформациях, не превышающих 10–20%, все типы резины, как правило, с вполне достаточной для практических целей точностью можно считать подчиняющимися закону Гука. Никакой другой материал не дает в пределах пропорциональности столь больших деформаций.

5. Тонкостенный сосуд находится под внутренним давлением и состоит из цилиндрического корпуса, к которому с помощью болтов прикреплены плоские крышки. К каким схематическим типам формы следует отнести отдельные элементы данной конструкции?

** Расчет крепежных болтов сводится к схеме стержня, корпуса сосуда - к схеме оболочки, плоских крышек - к схеме пластины.*

6. При нагружении плоской фермы тремя силами по отдельности были зафиксированы такие усилия в одном из стержней: от силы F_1 – 150 кН (растяжение), от силы F_2 – 250 кН (сжатие), от силы F_3 – 200 кН (растяжение). Чему равно усилие в этом элементе при совместном действии всех трех сил?

* На основании принципа независимости действия сил искомое усилие равно

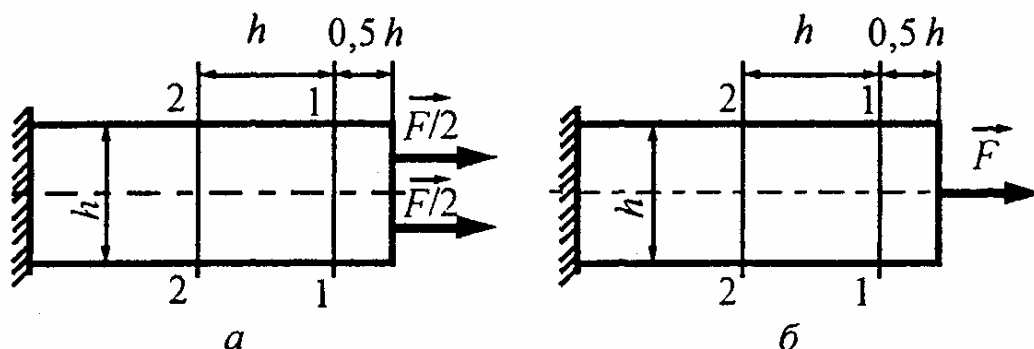
$$N(\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3) = N(\bar{F}_1) + N(\bar{F}_2) + N(\bar{F}_3).$$

Учитывая, что растяжению приписывается знак «плюс», а сжатию - знак «минус», получим

$$N(\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3) = 150 - 250 + 200 = 100 \text{ кН.}$$

т.е. при совместном действии всех трех сил стержень будет растягиваться силой, равной 100 кН.

7. Что можно сказать о распределении напряжений в сечениях 1-1 и 2-2 для вариантов нагружения а и б? Совпадают они или нет? Дайте обоснованное заключение.



* В сечениях 1-1, удаленных менее чем на h от торцов (места нагружения), распределение напряжений не является равномерным и не совпадает для вариантов а и б. В сечениях же 2-2 на основании принципа Сен-Венана распределение напряжений будет одинаковым и равномерным в силу достаточной удаленности от торцов (более характерного размера сечения h) и статической эквивалентности нагрузок (в обоих случаях равнодействующая равна F).

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

8. К двум стержням разного поперечного сечения приложены одинаковые растягивающие силы. В каком стержне продольная сила будет больше, если площадь поперечного сечения первого стержня вдвое больше, чем второго?

** Продольная сила зависит не от формы и размеров стержня, а только от внешних сил. В данном случае внешние растягивающие силы одинаковы, поэтому продольные силы также будут одинаковыми.*

9. Как изменится продольная сила в стержне, если, не меняя растягивающей силы, просверлить в нем отверстие?

** Не изменится, так как внешняя растягивающая сила остается неизменной.*

10. К каждому из трех вертикальных стержней одинаковой площади поперечного сечения, но разной длины и разных материалов подвешены равные грузы. Будут ли одинаковы напряжения в стержнях?

** Напряжения при растяжении, определяемые по формуле $\sigma = N/A$, не зависят от длины и материала стержня. Поэтому при равенстве площадей поперечных сечений всех трех стержней напряжения в них будут одинаковыми.*

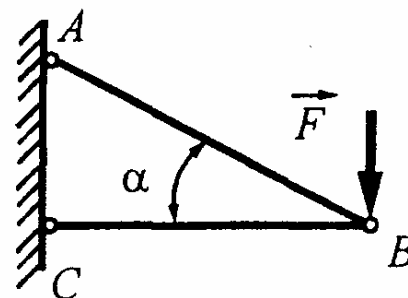
11. Стальной и дюралюминиевый стержни одинаковых размеров подвешены вертикально и соединены внизу горизонтальной балкой. В каком стержне возникнут большие напряжения, если к середине балки приложить силу? Сохранится ли горизонтальность балки?

* В силу симметрии нагружения усилия в обоих стержнях совпадают и равны половине внешней силы F , т.е. $N_c = N_d = 0,5F$. При равенстве площадей поперечных сечений стержней напряжения также будут одинаковыми. Однако деформации стержней, определяемые по закону Гука $\Delta l = Nl/(EA)$, будут разными ($\Delta l_d > \Delta l_c$), так как $E_d < E_c$. Поэтому горизонтальность балки нарушится.

12. Натягивая провода высоковольтной линии электропередач, им дают большие провисания. Для чего это делают?

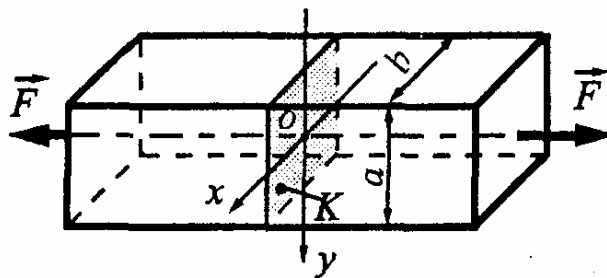
* Чем больше провисание проводов, тем меньше их натяжение, а следовательно, меньше продольная сила и напряжения.

13. Как изменится усилие в стержне AB , если: а) изменить его жесткость (увеличить сечение вдвое, уменьшить сечение вдвое; заменить материал, например, сталь на медь); б) изменить температуру окружающей среды (повысить на 30°C , понизить на 20°C); в) сделать его короче проектной длины (разумеется, в пределах установленного допуска)?



* Усилия в статически определимой конструкции, которая рассматривается в данном случае, зависят только от ее геометрии (угла α) и внешней силы F , а они при всех указанных условиях не меняются. Поэтому усилие в стержне AB не изменится.

14. Призматический стержень сечением $a \times b$ растягивается осевыми силами F , приложенными по концам. Зная



координаты x_K , y_K некоторой точки K данного сечения и напряжение в этой точке, равное σ_K , требуется определить величину силы F .

** При растяжении напряжения распределяются равномерно по площади поперечного сечения, т.е. $\sigma_K = F/A = F/(ab)$, откуда находим искомую силу $F = \sigma_K ab$.*

15. К двум круглым стержням разного диаметра ($d_2 = 2d_1$) приложены одинаковые растягивающие силы. Как будут отличаться продольные силы и напряжения в них?

** Продольные силы будут одинаковы, а напряжения во втором стержне будут в 4 раза меньше, чем в первом.*

16. Буксировочный трос составлен из 100 стальных проволок сечением $A = 2,5 \text{ мм}^2$ каждая. Какие напряжения возникают в поперечном сечении троса при растяжении его силой, равной 50 кН?

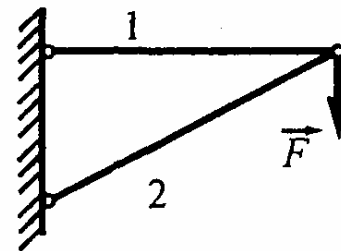
** Искомые напряжения равны*

$$\sigma = N/A = 50 \cdot 10^3 / (100 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6}) = 200 \text{ МПа}.$$

17. Растянутый элемент конструкции по проекту должен быть круглым стержнем сечением $A = 1 \text{ см}^2$. На практике его изготовили из прутка квадратного сечения $10 \times 10 \text{ мм}$, но сохранив тот же материал. Насколько фактические напряжения будут отличаться от расчетных?

** Напряжения при растяжении зависят от площади A поперечного сечения стержня, но не от его формы. Фактическая площадь $A_{\text{ф}}$ совпадает с проектной $A_{\text{п}}$, поэтому фактические напряжения не будут отличаться от расчетных.*

18. При нагружении кронштейна некоторой силой F в его стержнях возникают усилия $N_1 = 40$ кН и $N_2 = 50$ кН. С каким запасом прочности работает



данная конструкция, если $A_1 = 4$ см², $A_2 = 2,5$ см², $\sigma_{\tau 1} = 200$ МПа, $\sigma_{\tau 2} = 500$ МПа?

* Запас прочности конструкции определяется по наиболее слабому элементу. В данном случае имеем

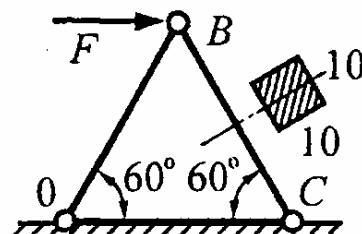
$$\sigma_1 = N_1 / A_1 = 40 \cdot 10^3 / 4 \cdot 10^{-4} = 100 \text{ МПа,}$$

$$\sigma_2 = N_2 / A_2 = 50 \cdot 10^3 / 2,5 \cdot 10^{-4} = 200 \text{ МПа,}$$

$$n_{\tau 1} = \sigma_{\tau 1} / \sigma_1 = 200 / 100 = 2, \quad n_{\tau 2} = \sigma_{\tau 2} / \sigma_2 = 500 / 200 = 2,5.$$

Меньшее из двух полученных значений и определяет запас прочности конструкции, т.е. $n = \min\{n_{\tau 1}, n_{\tau 2}\} = 2$.

19. Выдержит ли стержень BC сечением 10×10 мм заданную нагрузку, равную $F = 10$ кН, если допускаемое напряжение материала $[\sigma] = 80$ МПа?



* Стержень BC будет работать надежно, если выполняется условие прочности $\sigma_{BC} \leq [\sigma]$.

Из условий равновесия узла B находим продольную силу $N_{BC} = F = 10$ кН, а по ней напряжение в стержне BC

$$\sigma_{BC} = N_{BC} / A_{BC} = 10 \cdot 10^3 / 1 \cdot 10^{-4} = 100 \text{ МПа.}$$

Как видим, оно больше допустимой величины, поэтому стержень не выдержит заданной нагрузки F .

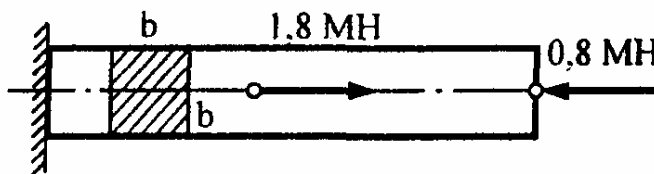
20. Сечение растянутого стержня было подобрано из одного материала в 4-х вариантах: круглое, кольцевое, квадратное, двутавровое. Стержни равнопрочны и имеют одинаковую длину. В каком варианте масса стержня будет наименьшей и в каком - наибольшей?

* Масса стержня равна $m = \rho Al$. При одинаковом материале (плотности ρ) и длине l стержней она пропорциональна площади поперечного сечения A . Из условия равнопрочности стержней

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 \quad (\sigma_i = N/A_i)$$

вытекает $A_1 = A_2 = A_3 = A_4$, т.е. массы всех стержней будут одинаковы.

21. Определите размер b поперечного сечения квадратного стержня, если допускаемые напряжения на растяжение и сжатие равны 100 МПа.



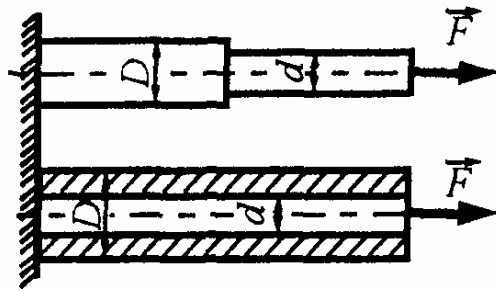
* Наибольшее значение продольной силы равно $N_{\max} = 1 \text{ MN}$.

Из условия прочности стержня $N_{\max}/A \leq [\sigma]$ находим
искомый размер $b \geq \sqrt{N_{\max}/[\sigma]} = \sqrt{1/100} = 10 \text{ см}$.

22. Стержни круглого и квадратного сечений растягиваются одинаковыми силами. При каком соотношении размеров поперечных сечений стержней обеспечивается их равнопрочность? Выразите сторону квадрата через диаметр круга d .

* По условию равнопрочности $\sigma_1 = \sigma_2$, откуда при равенстве продольных сил вытекает $A_1 = A_2$. Но $A_1 = \pi d^2/4$, $A_2 = b^2$. Следовательно, $b = d\sqrt{\pi/4} \cong 0,89d$.

23. При каком отношении диаметров $\alpha = d/D$ расчетные напряжения для ступенчатого и полого стержней будут одинаковы?



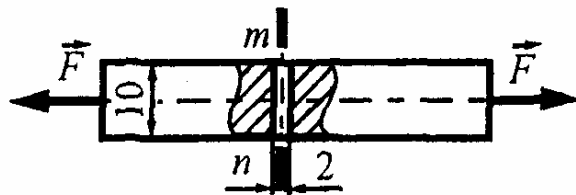
* Расчетные напряжения равны:

- для ступенчатого стержня $\sigma_{ст} = F/A_{ст\ min}$,

- для полого стержня $\sigma_{пол} = F/A_{пол}$,

где $A_{ст\ min} = \pi d^2/4$, $A_{пол} = (\pi D^2/4)(1 - \alpha^2)$. При равенстве расчетных напряжений $A_{ст\ min} = A_{пол}$, откуда $\alpha^2 = 1 - \alpha^2$ и $\alpha = 1/\sqrt{2} \approx 0,707$.

24. Какую наибольшую нагрузку может выдержать стержень квадратного сечения 10×10 мм, ослабленный сквозным отверстием диаметром $d = 2$ мм, если



допускаемое напряжение материала равно $[\sigma] = 125$ МПа? Концентрацию напряжений не учитывать.

* Продольная сила, постоянная по всей длине, равна внешней силе $N = F$. Площадь опасного сечения $mn - A_{нетто} = 80$ мм². Условие прочности в опасном сечении имеет вид

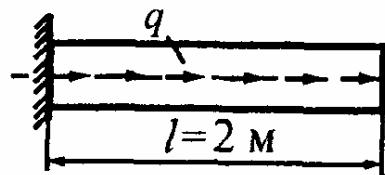
$$\sigma_{max} = F/A_{нетто} \leq [\sigma].$$

откуда находим искомую нагрузку

$$[F] = [\sigma]A_{нетто} = 125 \cdot 10^6 \cdot 80 \cdot 10^{-6} = 10 \text{ кН}.$$

25. Определите величину интенсивности равномерно распределенной нагрузки q из условия прочности, если до-

пускаемое напряжение равно $[\sigma] = 200 \text{ МПа}$, площадь поперечного сечения $A = 3 \text{ см}^2$.

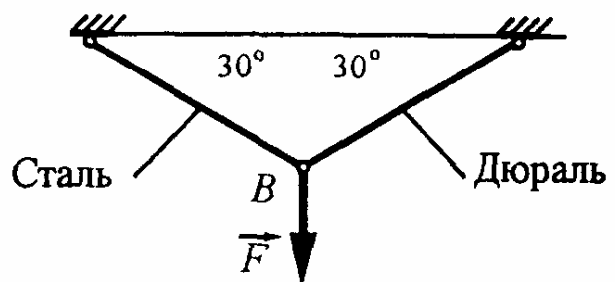


* Продольная сила распределяется по линейному закону, достигая максимума в защемлении $N_{\max} = ql$.

Из условия прочности в опасном сечении $\sigma_{\max} = N_{\max}/A \leq [\sigma]$

находим $[q] = [\sigma] A/l = 200 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-4} / 2 = 3 \text{ кН/м}$.

26. Какую наибольшую нагрузку может выдержать кронштейн, выполненный из двух стержней, один из которых стальной



($A_{\text{ст}} = 1 \text{ см}^2$, $[\sigma_{\text{ст}}] = 200 \text{ МПа}$), а другой – дюралюминиевый ($A_{\text{д}} = 3 \text{ см}^2$, $[\sigma_{\text{д}}] = 80 \text{ МПа}$) ?

* Из условий равновесия узла B находим продольные силы в стержнях

$$N_{\text{ст}} = N_{\text{д}} = F.$$

Затем записываем условия прочности

$$F/A_{\text{ст}} \leq [\sigma_{\text{ст}}] \quad \text{и} \quad F/A_{\text{д}} \leq [\sigma_{\text{д}}],$$

из которых определяем допустимые нагрузки для каждого из стержней

$$[F_{\text{ст}}] = [\sigma_{\text{ст}}] A_{\text{ст}} = 200 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 20 \text{ кН},$$

$$[F_{\text{д}}] = [\sigma_{\text{д}}] A_{\text{д}} = 80 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 24 \text{ кН}.$$

Несущая способность конструкции определяется по наиболее слабому элементу, т.е. $[F] = \min\{[F_{\text{ст}}], [F_{\text{д}}]\} = 20 \text{ кН}$.

27. Подобрать диаметр d шпилек крепления цилиндра двигателя внутреннего сгорания, считая распределение усилий между шпильками равномерным, если внутренний диаметр цилиндра $D = 100$ мм, наибольшее избыточное давление газов в цилиндре $p = 10$ МПа, число шпилек $n = 10$, допускаемое напряжение для материала шпилек $[\sigma] = 100$ МПа.

* Сила, отрывающая цилиндр от картера, $F = p\pi D^2/4$. При равномерном распределении усилий между шпильками в каждой из них возникает продольная сила, равная $N = F/n = p\pi D^2/4n$.

Из условия прочности шпилек имеем

$$\sigma = N/A = (p\pi D^2/4n)/(\pi d^2/4) \leq [\sigma].$$

Отсюда находим искомый диаметр шпилек

$$d \geq D\sqrt{p/(n[\sigma])} = 100\sqrt{10/(10 \cdot 100)} = 10 \text{ мм}.$$

28. Стальной болт длиной 160 мм при затяжке получил удлинение $\Delta l = 0,12$ мм. Чему равно напряжение в болте, если модуль упругости материала $E = 200$ ГПа?

* Сначала находим относительное удлинение болта $\varepsilon = \Delta l/l = 0,12/160 = 75 \cdot 10^{-5}$, а затем по закону Гука искомое напряжение

$$\sigma = E\varepsilon = 200 \cdot 10^9 \cdot 75 \cdot 10^{-5} = 150 \text{ МПа}.$$

29. Диаметр круглого стержня больше на величину Δ внутреннего диаметра шайбы, которую требуется надеть на стержень. С какой силой F нужно растянуть стержень, чтобы шайба свободно наделась на него?

* Относительная продольная деформация по закону Гука равна

$$\varepsilon_{\text{прод}} = \sigma/E = 4F/(\pi d^2 E).$$

Используя закон Пуассона, находим поперечную деформацию

$$\varepsilon_{\text{поп}} = -\nu\varepsilon_{\text{прод}} = -\nu 4F/(\pi d^2 E).$$

С другой стороны, $\varepsilon_{\text{поп}} = -\Delta/d$. Следовательно, $F = E\pi d\Delta/(4\nu)$.

30. Во сколько раз изменится абсолютное удлинение круглого стержня, растягиваемого некоторой силой, если уменьшить в 2 раза его длину и диаметр?

* По закону Гука абсолютное удлинение стержня равно

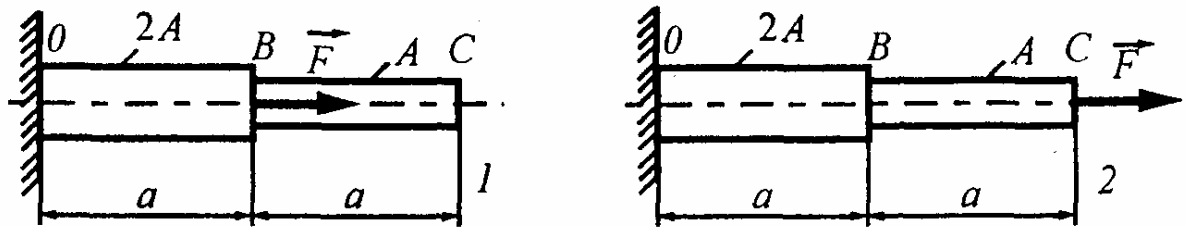
$$\Delta l = Fl/(EA) = 4Fl/(E\pi d^2).$$

При уменьшении длины и диаметра в 2 раза числитель уменьшается также в 2 раза, а знаменатель - в 4 раза. Следовательно, удлинение увеличится в 2 раза.

31. Под действием некоторого груза, подвешенного к проволоке, в ней возникают напряжения, равные 200 МПа. При этом проволока удлиняется на 2 мм. Во сколько раз изменятся напряжения в проволоке и ее удлинение, если согнуть проволоку пополам и подвесить тот же груз?

* После сгибания проволоки пополам ее длина уменьшится в 2 раза, а площадь поперечного сечения увеличится в 2 раза. Поэтому напряжения уменьшатся в 2 раза, а удлинение, определяемое по формуле $\Delta l = Nl/(EA)$, уменьшится в 4 раза.

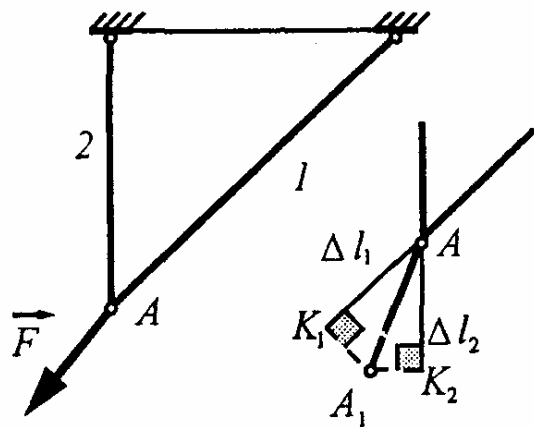
32. Как изменится перемещение сечения С, если силу F перенести по линии ее действия, как показано на рисунке?



* В первом случае перемещение сечения C одинаково с перемещением сечения B и равно $W_{C1} = W_B = Fa/(2EA)$.

Во втором случае $W_{C2} = Fa/(2EA) + Fa/(EA) = 3Fa/(2EA)$, т.е. в 3 раза больше, чем в первом.

33. При нагружении узла A некоторой силой F стержни 1 и 2 получили удлинения, равные Δl_1 и Δl_2 . Покажите графически полное перемещение точки A .

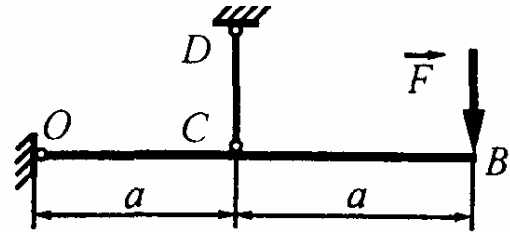


* Полное перемещение будет определяться, естественно, не диагональю параллелограмма, построенного на отрезках Δl_1 и Δl_2 , как это часто приходится слышать в ответ на поставленный вопрос, а длиной отрезка, измеренного от точки A до точки пересечения перпендикуляров, восстановленных из концов отрезков Δl_1 и Δl_2 (точек K_1 и K_2). Таким образом, искомое перемещение представляется отрезком $\overline{AA_1}$.

Решение основано на том, что деформации стержней являются проекциями полного перемещения узла A на направления этих стержней.

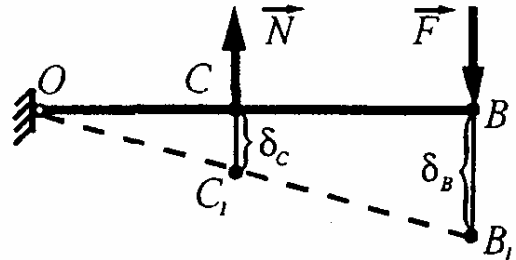
34. Недеформируемый брус OB поддерживается упругим стержнем CD . Какую наибольшую силу F можно приложить к конструкции, не нарушая ее жесткости, если перемещение

точки B не должно превышать величины $[\delta_B] = 2 \text{ мм}$, а жесткость стержня CD равна 200 кН/мм ?



* Из уравнения равновесия статики находим усилие в стержне CD : $N = 2F$.

Перемещение точки C , равное деформации стержня CD , вдвое меньше, чем точки B , т.е.



$$[\delta_C] = 0,5[\delta_B] = 0,5 \cdot 2 = 1 \text{ мм}.$$

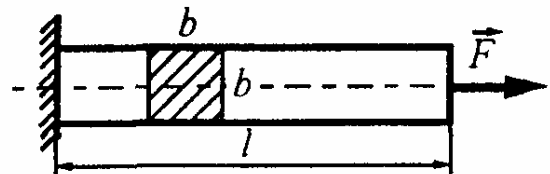
Допустимое усилие в стержне CD находим по закону Гука

$$[N] = c[\delta_C] = 200 \cdot 1 = 200 \text{ кН}.$$

Следовательно, искомая нагрузка

$$[F] = 0,5[N] = 0,5 \cdot 200 = 100 \text{ кН}.$$

35. Определите размеры поперечного сечения стержня, удовлетворяющие условиям



прочности и жесткости, если допускаемое напряжение материала $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$, а перемещение свободного конца не должно превышать величины $[\delta] = 0,0001l$, $F = 800 \text{ кН}$, модуль продольной упругости $E = 200 \text{ ГПа}$.

* Записываем условие прочности: $\sigma_{\max} = F/A = F/b^2 = [\sigma]$,

откуда $b_{\text{проч}} \geq \sqrt{F/[\sigma]} = \sqrt{800 \cdot 10^3 / (80 \cdot 10^6)} = 10 \text{ см}.$

По условию жесткости,

$$\Delta = Fl / (Eb^2) \leq [\delta] = 0,0001l.$$

Отсюда

$$b_{\text{ж}} = \sqrt{F/(E \cdot 0,0001)} = \sqrt{800 \cdot 10^3 \cdot 10^4 / 200 \cdot 10^9} = 20 \text{ см.}$$

Окончательно принимаем большее из найденных значений, т.е.

$$b = \max\{b_{\text{пч}}, b_{\text{ж}}\} = 20 \text{ см.}$$

36. Наибольшая глубина Мирового океана достигает 11 км (Марианская впадина). Каков должен быть предел упругости стальной проволоки, используемой для измерения такой глубины?

* Наибольшее напряжение в проволоке с учетом архимедовой выталкивающей силы $\sigma_{\text{max}} = (\gamma_{\text{с}} - \gamma_{\text{в}})H$.

Учитывая, что $\gamma_{\text{с}} = 78,5 \text{ кН/м}^3$, $\gamma_{\text{в}} = 10 \text{ кН/м}^3$, получим

$$\sigma_{\text{max}} = (78,5 - 10) \cdot 10^3 \cdot 11 \cdot 10^3 = 754 \text{ МПа.}$$

Предел упругости стальной проволоки, используемой для измерения такой глубины, должен быть не меньше полученной величины.

37. Можно ли построить кирпичное здание в 30 этажей, обеспечив не менее чем двадцатикратный запас прочности, если предел прочности кирпичной кладки $\sigma_{\text{пч}} = 10 \text{ МПа}$, а удельный вес равен 16 кН/м^3 ?

* Полагая высоту одного этажа, равной 3 м, получим высоту здания $H = 90 \text{ м}$. Наибольшее напряжение, возникающее в кирпичной кладке: $\sigma_{\text{max}} = \gamma H = 16 \cdot 10^3 \cdot 90 = 1,44 \text{ МПа}$.

Допускаемое напряжение $[\sigma] = \sigma_{\text{пч}} / [n_{\text{пч}}] = 10 / 20 = 0,5 \text{ МПа}$.

Как видим, при указанных механических свойствах кирпича это невозможно.

38. Во сколько раз увеличатся наибольшие напряжения, возникающие в призматическом стержне от собственного веса, если все размеры стержня увеличить в 5 раз?

** Наибольшие напряжения от собственного веса определяются по формуле $\sigma_{\max} = \gamma l$. При увеличении всех размеров (в том числе и длины l) в 5 раз напряжения также увеличатся в 5 раз.*

МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

39. При испытании нормального образца диаметром $d_0 = 10$ мм относительное остаточное удлинение составило $\delta = 25\%$. Чему равна длина расчетной части образца после разрыва?

** Относительное остаточное удлинение при разрыве равно $\delta = (l_1 - l_0)/l_0 = 0,25$. Отсюда находим искомую длину расчетной части:*

$$l_1 = 1,25l_0 = 1,25 \cdot 100 = 125 \text{ мм.}$$

40. Относительное остаточное сужение образца диаметром $d_0 = 10$ мм составило $\psi = 64\%$. Чему равен диаметр шейки?

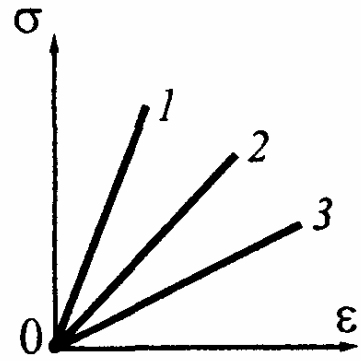
** Относительное остаточное сужение при разрыве равно*

$$\psi = (A_0 - A_1)/A_0 = 0,64.$$

Отсюда, учитывая, что $A_0 = \pi d_0^2/4$, $A_1 = \pi d_1^2/4$, находим искомый диаметр шейки:

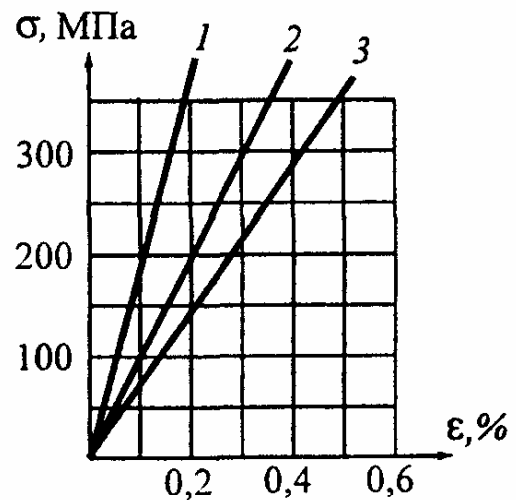
$$d_1 = d_0 \sqrt{1 - \psi} = 0,6d_0 = 0,6 \cdot 10 = 6 \text{ мм.}$$

41. На рисунке показаны начальные участки диаграмм напряжений, полученных при испытании на растяжение дюралюминиевого, стального и титанового образцов. Какая из диаграмм относится к титановому образцу?



* Как известно, тангенс угла наклона прямолинейного участка диаграммы напряжений равен модулю Юнга материала. Модули Юнга стали, титана и дюралюминия соответственно равны 200, 100 и 70 ГПа. Следовательно, прямая 1 соответствует стальному, прямая 2 - титановому, прямая 3 - дюралюминиевому образцу.

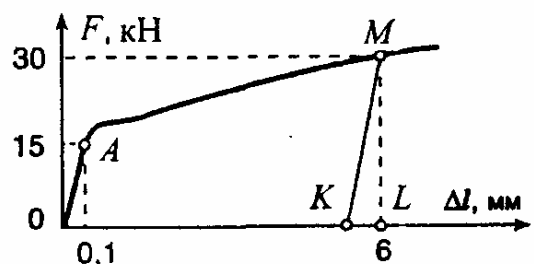
42. На рисунке приведены начальные участки диаграмм напряжений, полученных при испытании на растяжение трех материалов. Определите по ним модули Юнга.



* Согласно закону Гука $E = \sigma/\epsilon$.
В данном случае имеем:

- для первого материала $E_1 = 200/0,1 \cdot 10^{-2} = 200 \text{ ГПа}$;
- для второго материала $E_2 = 200/0,2 \cdot 10^{-2} = 100 \text{ ГПа}$;
- для третьего материала $E_3 = 350/0,5 \cdot 10^{-2} = 70 \text{ ГПа}$.

43. Определите остаточное удлинение для момента, соответствующего точке M .



* Если напряжение в образце превышает предел упругости материала, то его полная деформация Δl состоит из двух частей: упругого удлинения $\Delta l_{\text{упр}}$ и пластического или остаточного $\Delta l_{\text{ост}}$, т.е.

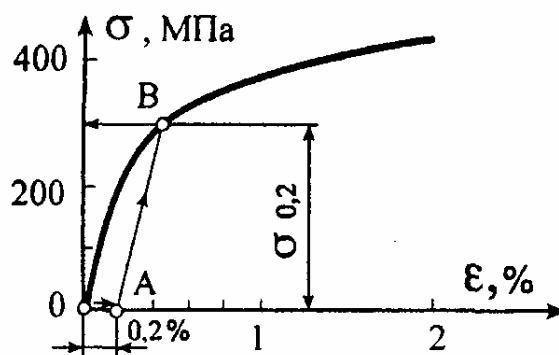
$$\Delta l = \Delta l_{\text{упр}} + \Delta l_{\text{ост}}$$

В данном случае полное удлинение равно $\Delta l = 6$ мм. Для получения упругого удлинения проведем из точки M прямую MK , параллельную начальному прямолинейному участку OA . Отрезок KL дает упругое удлинение, равное $\Delta l_{\text{упр}} = KL = 0,2$ мм. Следовательно, искомое остаточное удлинение будет равно

$$\Delta l_{\text{ост}} = \Delta l - \Delta l_{\text{упр}} = 6 - 0,2 = 5,8 \text{ мм.}$$

44. Определите условный предел текучести $\sigma_{0,2}$ для данного материала.

* В тех случаях, когда на диаграмме напряжений отсутствует явно выраженная площадка текучести, за предел текучести принимается условно величина напряжения, при которой остаточная деформация равна 0,2%.



Из начала координат (точки O) по оси абсцисс откладываем отрезок OA , равный 0,2%. Затем из точки A проводим прямую AB , параллельную начальному прямолинейному участку. Ордината точки B дает искомый условный предел текучести $\sigma_{0,2}$, равный в данном случае примерно 300 МПа.

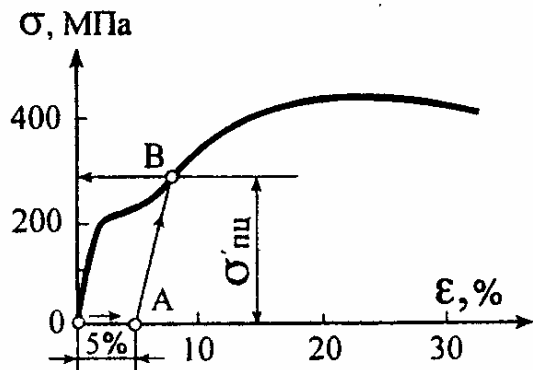
45. Почему струнные музыкальные инструменты нуждаются в периодической настройке?

* При игре напряжения в струне время от времени превышают предел упругости материала. Возникающие при этом остаточные

деформации с течением времени накапливаются, что приводит к вытягиванию струн и изменению их звучания.

46. Определите предел пропорциональности материала, если остаточная деформация после разгрузки составила 5%.

* В результате предварительного пластического деформирования упругие свойства материала повышаются. Полученное явление носит название наклепа, который имеет место в данном случае.



Новый предел пропорциональности, соответствующий остаточной деформации 5%, определяется следующим образом. Из начала координат по оси абсцисс откладывается отрезок, равный 5%, а из конца этого отрезка проводится прямая, параллельная начальному прямолинейному участку до пересечения с диаграммой напряжений. Ордината точки пересечения дает искомый предел пропорциональности, равный примерно $\sigma'_{пл} = 300$ МПа.

47. До какого наибольшего значения можно довести предел пропорциональности материала с помощью наклепа?

* До предела прочности.

48. При испытании пробным загрузением стальной фермы моста разность показаний тензометра, установленного на одном из элементов фермы, оказалась равной $\Delta l = 10$ мм. Какие напряжения возникают в исследуемом элементе, если база тензометра $s = 20$ мм, а коэффициент увеличения $K = 1000$?

* Сначала находим относительную деформацию элемента фермы

$$\epsilon = \Delta l / (sK) = 10 / (20 \cdot 1000) = 5 \cdot 10^{-4},$$

а затем по закону Гука искомое напряжение

$$\sigma = E\varepsilon = 200 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 100 \text{ МПа}.$$

49. Стержень длиной $l = 2$ м и площадью поперечного сечения $A = 2 \text{ см}^2$ при растяжении силой $F = 40$ кН удлиняется на 2 мм. Чему равен модуль упругости материала стержня?

* По закону Гука абсолютное удлинение стержня равно

$$\Delta l = Fl / (EA).$$

Отсюда находим модуль Юнга

$$E = Fl / (A\Delta l) = 40 \cdot 10^3 \cdot 2 / (2 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-3}) = 200 \text{ ГПа}.$$

50. При растяжении силой $F = 40$ кН плоского образца с поперечным сечением 40×10 мм и длиной 250 мм его удлинение оказалось равным 150 мкм, а уменьшение большего поперечного размера составило 6 мкм. Определите коэффициент Пуассона материала.

* Как известно, коэффициент Пуассона равен $\nu = |\varepsilon_{\text{поп}} / \varepsilon_{\text{прод}}|$.

Но
$$\varepsilon_{\text{поп}} = \Delta b / b = -6 \cdot 10^{-6} / 40 \cdot 10^{-3} = -1,5 \cdot 10^{-4},$$

$$\varepsilon_{\text{прод}} = \Delta l / l = 150 \cdot 10^{-6} / 250 \cdot 10^{-3} = 6 \cdot 10^{-4}.$$

Следовательно,
$$\nu = |-1,5 \cdot 10^{-4} / 6 \cdot 10^{-4}| = 0,25.$$

51. При проведении лабораторной работы по определению коэффициента Пуассона для стали группа была разбита на 5 бригад, которые получили следующие значения:

1. 0,15. 2. 0,28. 3. 0,50. 4. 0,34. 5. 0,32.

Укажите, в каких случаях опыт был проведен неудачно.

* Коэффициент Пуассона для металлов (в том числе и для сталей) изменяется в пределах от 0,25 до 0,35 (в расчетах берется среднее значение, равное примерно 0,3). Поэтому в первом и третьем случаях опыт проведен неудачно.

52. Какое из приведенных значений коэффициента Пуассона

0,10; 0,00; 0,60; 0,35; 0,50;

не может быть для изотропного материала?

* Для изотропных материалов коэффициент Пуассона лежит в пределах от 0 до 0,5, т.е. невозможным является значение, равное 0,6.

53. При растяжении деревянного бруска вдоль волокон было замерено продольное удлинение и поперечное сужение образца. Отношение относительного поперечного сужения к относительному продольному удлинению оказалось равным 0,6. Можно ли согласиться с этим результатом?

* Условие $0 \leq \nu \leq 0,5$ справедливо только для изотропных материалов и нет никаких оснований считать, что оно должно соблюдаться и для анизотропных материалов, каковым, в частности, является дерево.

Таким образом, если нет оснований сомневаться в точности замеров и в правильности постановки экспериментов, полученное для дерева отношение 0,6 может быть принято без оговорок.

54. Определите величину поперечной деформации стального образца, если продольная деформация равна 0,1%.

* Поперечная деформация связана с продольной законом Пуассона

$$\epsilon_{\text{поп}} = -\nu \epsilon_{\text{прод}} = -0,3 \cdot 0,1\% = -0,03\%.$$

55. Определите величину продольной деформации латунного образца ($\nu = 0,32$), если поперечная деформация равна 0,16 %.

** Согласно закону Пуассона*

$$\varepsilon_{\text{прод}} = -\varepsilon_{\text{поп}}/\nu = -0,0016\%/0,32 = -0,05\%.$$

56. У какого материала самый большой модуль упругости?

** Широко известно, что модуль упругости стали составляет 200 ГПа, но мало кто знает, у каких материалов он выше этой величины. В порядке возрастания модуля упругости можно привести следующие данные: кобальт и никель – 210, родий и бериллий — 300, молибден – 330, вольфрам – 410, бороволокно – 430, карбидное волокно – 430, нитевидные кристаллы (сапфир – до 530, графит – до 690), карболой (карбид вольфрама, цементированный кобальтом) – 700, алмаз – 1050.*

57. У какого материала самый малый модуль упругости?

** У некоторых типов резины модуль упругости достигает 0,4–0,5 МПа. Из металлов самый низкий модуль упругости имеют свинец $E = 18$ ГПа и кальций $E = 21$ ГПа.*

58. У какого материала самый высокий предел прочности?

** Предел прочности некоторых сталей методами термической обработки в сочетании, например, с промежуточным наклепом может быть поднят до 3000 МПа.*

Еще более высокие показатели дает тонкая холодотянутая стальная и вольфрамовая проволока. Для первой предел прочности на растяжение близок к 3500 МПа, для второй – к 4200 МПа.

Специальный металл карболой, применяемый в технике высоких давлений, по опубликованным данным, дает предел прочности на сжатие $\sigma_{\text{пнс}} = 6700$ МПа. На растяжение этот материал работает, однако хуже, чем сталь.

Очень высокий предел прочности имеют искусственно выращенные нитевидные кристаллы металлов и драгоценных камней: усы железа – 13000 МПа, сапфир (Al_2O_3) – 15000 МПа, графит – 24000 МПа. В технике ближайшего будущего им отводится заметное место. Следует, однако, предостеречь читателя от отождествления понятий "прочность образца" и "прочность конструкций".

Прочность образца в условиях испытания, действительно, определяется значением предела прочности. Что же касается прочности детали, изготовленной из того же материала, то она в рабочих условиях определяется не только пределом прочности, но и другими показателями, среди которых наиболее важным является удлинение при разрыве и некоторые другие характеристики, уже не столь однозначно определяемые, как, например, чувствительность к местным напряжениям, ударная вязкость и т.п. Поэтому деталь, изготовленная из материала с более высоким пределом прочности, сплошь и рядом в рабочих условиях оказывается менее прочной, чем такая же, но изготовленная из другого материала с пониженным пределом прочности.

59. Почему режущий инструмент изготавливают ковкой, а не литьем металла?

* Металл, подвергшийся ковке (наклепу), намного прочнее литого.

60. Стекло, плохо обрабатываемое при обычной температуре, превосходно обрабатывается при нагреве на несколько сот градусов. Чем это объяснить?

** При обычной температуре стекло - хрупкий материал, а при нагреве до нескольких сот градусов оно становится пластичным. Пластичные материалы хорошо обрабатываются.*

61. При испытании на растяжение и сжатие данного материала получены следующие механические характеристики:

$$\sigma_{\text{пл}} = 240 \text{ МПа}, \quad \sigma_{\text{тр}} = \sigma_{\text{тс}} = 300 \text{ МПа}, \quad \sigma_{\text{пчр}} = \sigma_{\text{пчс}} = 500 \text{ МПа},$$

$$\delta = 21\%.$$

Принимая запас прочности равным 2, определите допускаемое напряжение материала.

** Как известно, допускаемое напряжение материала находится как отношение предельного напряжения $\sigma_{\text{пред}}$ на нормативный коэффициент запаса прочности $[n]$, т.е.*

$$[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} / [n].$$

В качестве предельного напряжения принимается:

- для пластичных материалов - предел текучести $\sigma_{\text{т}}$,

- для хрупких материалов - предел прочности $\sigma_{\text{пч}}$.

Критерием пластичности является относительное остаточное удлинение при разрыве δ : при $\delta < 5\%$ материал считается хрупким, если же $\delta > 5\%$, то материал рассматривается как пластичный.

Данный материал является пластичным ($\delta > 5\%$), поэтому

$$\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{\text{т}} = 300 \text{ МПа}.$$

Следовательно, искомое допускаемое напряжение будет равно

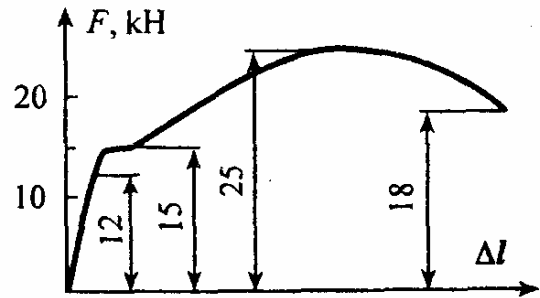
$$[\sigma] = \sigma_{\text{т}} / [n] = 300 / 2 = 150 \text{ МПа}.$$

62. Сталь 45 имеет следующие механические характеристики: $\sigma_{\text{пл}} = 270 \text{ МПа}$, $\sigma_{\text{т}} = 360 \text{ МПа}$, $\sigma_{\text{пчр}} = 720 \text{ МПа}$, $\delta = 16\%$.

Для неответственных машиностроительных деталей допускаемое напряжение равно $[\sigma] = 180 \text{ МПа}$. Какой запас прочности принят для расчета этих деталей?

* Данный материал является пластичным ($\delta > 5\%$), поэтому предельное напряжение совпадает с пределом текучести $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_T$ и искомый запас прочности равен $n_T = \sigma_T / [\sigma] = 360 / 180 = 2$.

63. По заданной диаграмме растяжения нормального образца диаметром $d_0 = 8 \text{ мм}$ определите допускаемое напряжение материала, принимая двухкратный запас прочности по отношению к пределу текучести.

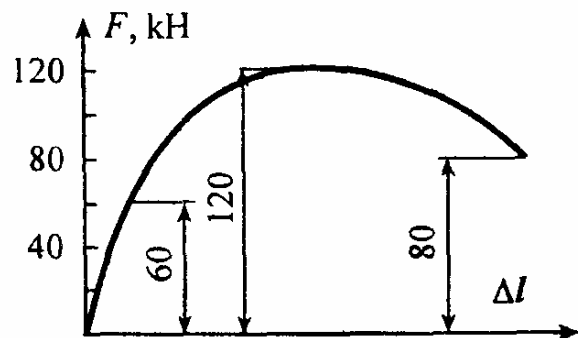


* На диаграмме имеется площадка текучести, соответствующая нагрузке $F_T = 15 \text{ кН}$. Учитывая, что площадь поперечного сечения образца равна $A_0 = \pi d_0^2 / 4 = \pi 8^2 / 4 = 50 \text{ мм}^2$, находим физический предел текучести материала

$$\sigma_T = F_T / A_0 = 15 \cdot 10^3 / 50 \cdot 10^{-6} = 300 \text{ МПа}.$$

Тогда искомое допускаемое напряжение материала будет равно $[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} / [n] = \sigma_T / [n_T] = 300 / 2 = 150 \text{ МПа}$.

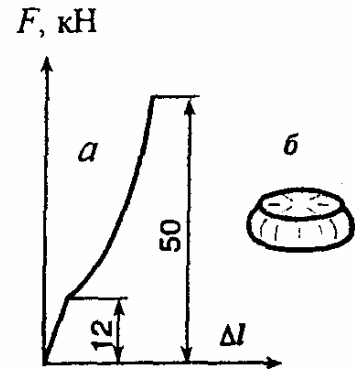
64. По заданной диаграмме растяжения нормального образца диаметром $d_0 = 16 \text{ мм}$ определите допускаемое напряжение материала, принимая трехкратный запас по отношению к пределу прочности.



* Вычисляем предел прочности материала как отношение максимальной силы, которую способен выдержать образец, $F_{\max} = 120 \text{ кН}$ к начальной площади его поперечного сечения $A_0 = (\pi/4)d_0^2 = 2 \text{ см}^2$, т.е. $\sigma_{\text{пч}} = F_{\max}/A_0 = 120 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^{-4} = 600 \text{ МПа}$. Тогда искомое допускаемое напряжение материала будет равно

$$[\sigma] = \sigma_{\text{пч}} / [n_{\text{пч}}] = 600 / 3 = 200 \text{ МПа}.$$

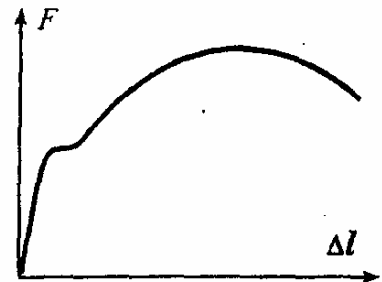
65. Образец из данного материала цилиндрической формы диаметром $d_0 = 8 \text{ мм}$ был испытан на сжатие. Справа даны диаграмма сжатия (рис., а) и эскиз образца после испытания (рис., б). Определите предел текучести $\sigma_{\text{тс}}$ и предел прочности $\sigma_{\text{пчс}}$ материала.



* Судя по приведенным данным, речь идет о пластичном материале, для которого при сжатии определяется только предел текучести. В данном случае он равен

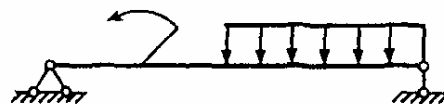
$$\sigma_{\text{тс}} = F_{\text{T}} / A_0 = 12 \cdot 10^3 / 50 \cdot 10^{-6} = 240 \text{ МПа}.$$

66. Материал испытали на растяжение, получили приведенную справа диаграмму и определили по ней все основные механические характеристики. В конструкции детали из этого материала будут работать как на растяжение, так и на сжатие. Какие дополнительные испытания нужно провести?



* Согласно приведенной диаграмме, материал является пластичным. А пластичные материалы, как известно, одинаково работают на растяжение и сжатие. Поэтому никаких дополнительных испытаний проводить не требуется.

67. Материал конструкции,



изображенной на рисунке, одинаково сопротивляется растяжению и сжатию. Для расчета ее на прочность требуется определить допускаемое напряжение. Какие механические испытания следует провести?

** При изгибе, который имеет место в данном случае, в одной части конструкции возникает растяжение, а в другой - сжатие. По условию материал одинаково сопротивляется растяжению и сжатию, т.е. $[\sigma_c] = [\sigma_p]$. Поэтому для определения допускаемого напряжения материала достаточно провести только испытания на растяжение.*

68. Хрупкий материал испытали на сжатие и получили предел прочности $\sigma_{пчс}$. Достаточно ли этого для расчета конструкции, работающей на изгиб? Обоснуйте Ваше заключение.

** Для хрупких материалов пределы прочности на растяжение и сжатие не совпадают, а при изгибе имеет место как растяжение, так и сжатие. Поэтому нужны дополнительные испытания на растяжение для определения $\sigma_{пчр}$.*

69. Проведя испытания на растяжение некоторой конструкционной стали, лаборант получил числовые значения основных механических характеристик, которые записал в порядке возрастания без указания размерности 20, 65, 320, 540. Речь идет о характеристиках прочности (пределе текучести σ_T , пределе прочности $\sigma_{пч}$, выраженных в МПа) и характеристиках пластичности (относительном остаточном сужении при разрыве ψ и относительном остаточном удлинении при

разрыве δ , выраженных в %). Принимая двухкратный запас прочности по отношению к пределу текучести, определите допускаемое напряжение данного материала.

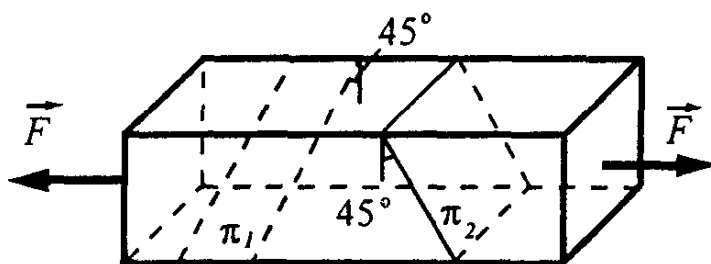
* Нетрудно сообразить, что первые две величины относятся к характеристикам пластичности материала, а две другие - к характеристикам прочности. Учитывая, кроме того, что $\delta < \psi$ и $\sigma_T < \sigma_{пч}$, приходим к такому заключению:

$$\sigma_T = 320 \text{ МПа}, \quad \sigma_{пч} = 540 \text{ МПа}, \quad \delta = 20\%, \quad \psi = 65\%.$$

Следовательно, искомое допускаемое напряжение материала будет равно $[\sigma] = \sigma_T / [n] = 320 / 2 = 160 \text{ МПа}$.

ТЕОРИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ И ГИПОТЕЗЫ ПРОЧНОСТИ

70. Какие напряжения возникают на заштрихованных площадках стержня квадратного сечения



10×10 мм при растяжении его силой, равной $F = 10 \text{ кН}$?

* Нормальные и касательные напряжения на произвольной наклонной площадке при растяжении определяются по формулам

$$\sigma_\alpha = \sigma_z \cos^2 \alpha, \quad \tau_\alpha = 0,5 \sigma_z \sin 2\alpha.$$

Напряжение в поперечном сечении равно

$$\sigma_z = F / b^2 = 10 \cdot 10^3 / 1 \cdot 10^{-4} = 100 \text{ МПа}.$$

Для площадки Π_1 угол между нормалью и осью стержня равен $\alpha = 90^\circ$, поэтому $\sigma_\alpha = \tau_\alpha = 0$, т.е. напряжения не возникают.

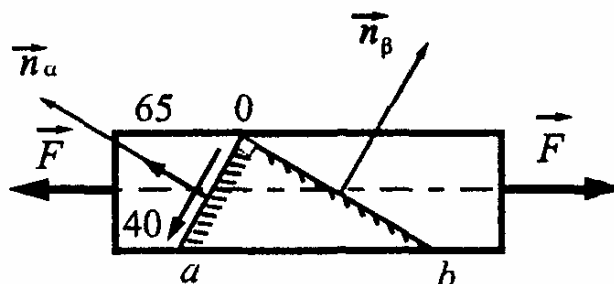
Для площадки Π_2 угол $\alpha = 45^\circ$, следовательно,

$$\sigma_\alpha = \tau_\alpha = 0,5\sigma_z = 50 \text{ МПа}.$$

71. На какой площадке растянутого стержня касательное напряжение равно по величине нормальному?

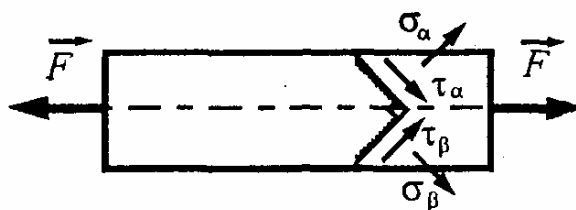
* Приравнивая σ_α и τ_α получим $\sigma_z \cos^2 \alpha = \sigma_z \sin \alpha \cos \alpha$, откуда $\text{tg } \alpha = 1$ и $\alpha = 45^\circ$.

72. Определите по величине и направлению напряжения на площадке Ob , зная напряжения на площадке Oa и напряжение в поперечном сечении, равное $\sigma_z = 100 \text{ МПа}$.



* Площадки Oa и Ob взаимно перпендикулярны, поэтому $\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_z$ откуда $\sigma_\beta = \sigma_z - \sigma_\alpha = 100 - 65 = 35 \text{ МПа}$. Касательное напряжение на площадке Ob в силу закона парности равно $\tau_\beta = \tau_\alpha = 40 \text{ МПа}$ и направлено от точки O к точке b .

73. Какова величина силы F , растягивающей стержень прямоугольного сечения $5 \times 2 \text{ см}$, если известны $\sigma_\alpha = 40 \text{ МПа}$ и $\sigma_\beta = 60 \text{ МПа}$.



* В силу ортогональности площадок $\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_z$. С другой стороны, $\sigma_z = F/A$. Следовательно, искомая сила равна

$$F = \sigma_z A = (\sigma_\alpha + \sigma_\beta) A = 100 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 10 \text{ кН}.$$

74. Достаточна ли прочность растягиваемого стержня, если максимальное касательное напряжение равно 60 МПа, а нормальное напряжение не должно превышать 100 МПа?

* При растяжении $\tau_{\max} = 0,5\sigma_{\max}$ или $\sigma_{\max} = 2\tau_{\max}$.

В данном случае $\sigma_{\max} = 2\tau_{\max} = 2 \cdot 60 = 120 \text{ МПа} > [\sigma] = 100 \text{ МПа}$, т.е. условие прочности по нормальным напряжениям не выполняется и, следовательно, прочность стержня недостаточна.

75. При растяжении стержня силой $F = 75 \text{ кН}$ наибольшее нормальное напряжение равно 80 МПа. Какую силу может безопасно выдержать стержень, если допускаемое касательное напряжение составляет $[\tau] = 80 \text{ МПа}$?

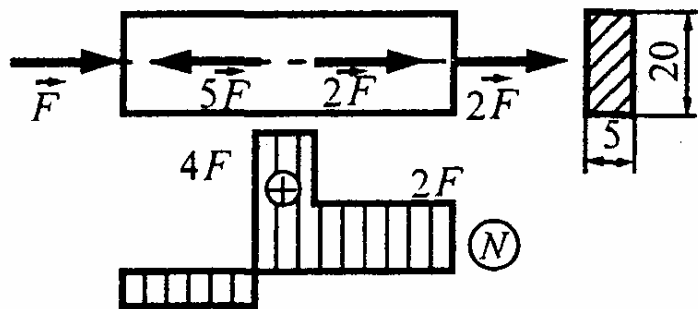
* При заданной силе $F = 75 \text{ кН}$

$$\sigma_{\max} = 80 \text{ МПа}, \quad \text{а} \quad \tau_{\max} = 0,5\sigma_{\max} = 0,5 \cdot 80 = 40 \text{ МПа},$$

т.е. $[\tau]/\tau_{\max} = 2$. Следовательно, искомая сила равна

$$[F] = 2F = 2 \cdot 75 = 150 \text{ кН}.$$

76. Какова величина силы F , если наибольшее касательное напряжение в стержне составляет 100 МПа?



* Построив эпюру продольной силы N , находим $N_{\max} = 4F$. Наибольшее касательное напряжение в стержне равно

$$\tau_{\max} = 0,5\sigma_{\max} = 0,5(4F/A),$$

откуда $F = 0,5\tau_{\max}A = 0,5 \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 5 \text{ кН}$.

77. Для стального стержня квадратного сечения 5×5 см определите допустимое значение растягивающей силы F , если допустимые нормальное и касательное напряжения соответственно равны $[\sigma] = 160$ МПа и $[\tau] = 100$ МПа.

* Надежная работа растягиваемого стержня обеспечивается при одновременном выполнении двух условий прочности:

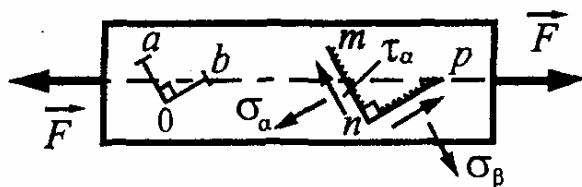
- по нормальным напряжениям $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$,

- по касательным напряжениям $\tau_{\max} \leq [\tau]$.

Учитывая, что $\tau_{\max} = 0,5\sigma_{\max}$, второе условие можно привести к виду $\sigma_{\max} \leq 2[\tau]$. Так как $[\sigma] \leq 2[\tau]$, то определяющим является условие прочности по нормальным напряжениям $\sigma_{\max} = F/A \leq [\sigma]$, из которого находим искомое значение силы:

$$[F] = [\sigma]A = 160 \cdot 10^6 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 400 \text{ кН.}$$

78. На поверхности стального стержня нанесен прямой угол aOb . Насколько изменится этот угол при растяжении стержня, когда на площадках mn и np , параллельных соответственно aO и Ob , возникнут следующие напряжения:



$\sigma_\alpha = 140$ МПа, $\tau_\alpha = 80$ МПа, $\sigma_\beta = 60$ МПа?

* Исходя из закона Гука при сдвиге, получим

$$\gamma = \tau/G = 80/80 \cdot 10^{-3} = 1 \text{ мрад.}$$

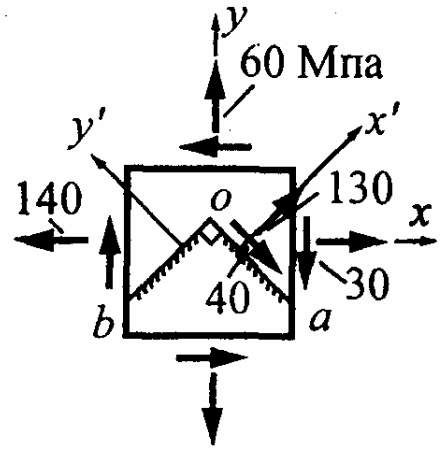
79. Определите по величине и направлению нормальное и касательное напряжения на площадке Ob , перпендикулярной к площадке Oa , на которой напряжения известны.

* В силу ортогональности площадок Oa и Ob (осей x' и y') имеем

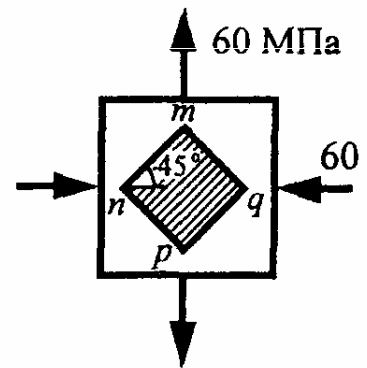
$$\sigma_{x'} + \sigma_{y'} = \sigma_x + \sigma_y, \quad \text{откуда}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{y'} &= \sigma_x + \sigma_y - \sigma_{x'} = \\ &= 140 + 60 - 130 = 70 \text{ МПа.} \end{aligned}$$

По закону парности касательное напряжение на площадке Ob по величине равно 40 МПа (совпадает с касательным напряжением на площадке Oa) и направлено от точки O к точке b .

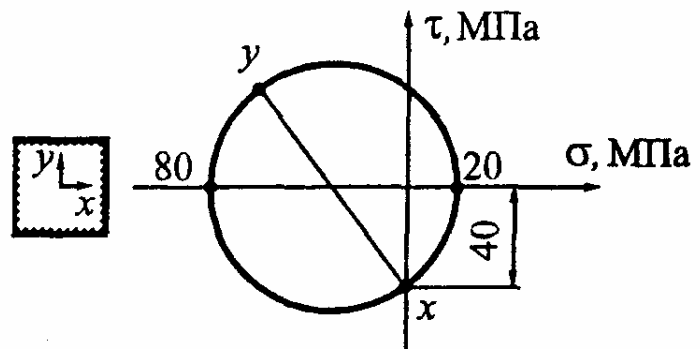


80. Определите нормальное и касательное напряжения на площадке mn , наклоненной к горизонтальной оси под углом 45° .



* Так как главные напряжения равны по величине и противоположны по знаку, то элемент $mnpq$, повернутый на 45° по отношению к главным площадкам, испытывает чистый сдвиг и на его гранях действуют только касательные напряжения, равные по величине заданным главным напряжениям.

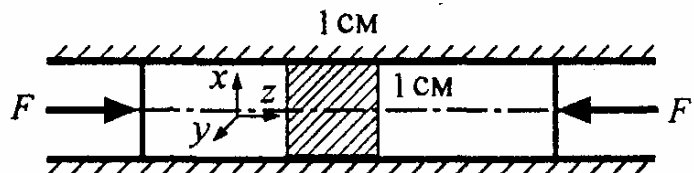
81. В соответствии с заданной круговой диаграммой Мора воспроизведите напряжения на гранях элемента.



* Согласно приведенной диаграмме Мора имеем: $\sigma_1 = 20$ МПа, $\sigma_3 = -80$ МПа, $\sigma_x = 0$, $\tau_{xy} = -40$ МПа. Для определения σ_y воспользуемся условием инвариантности, согласно которому $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_3$, откуда

$\sigma_y = \sigma_1 + \sigma_3 - \sigma_x = 20 - 80 - 0 = -60$ МПа. Таким образом, на правой грани элемента нормальное напряжение отсутствует, а касательное напряжение равно 40 МПа и направлено в отрицательную сторону оси y (вниз). На верхней грани нормальное напряжение направлено в отрицательную сторону оси y (вызывает сжатие), а касательное напряжение равно 40 МПа и направлено влево.

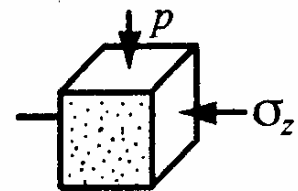
82. Резиновый стержень сечением 1×1 см плотно вставлен между



двумя стальными плоскостями и сжимается силами $F = 200$ Н. Чему равно давление, производимое стержнем на плоскости, если коэффициент Пуассона материала составляет $\nu = 0,5$.

* Напряжения на гранях выделенного элемента равны

$$\sigma_x = -p, \quad \sigma_y = 0, \\ \sigma_z = -F/b^2 = -200/1 \cdot 10^{-4} = -2 \text{ МПа.}$$



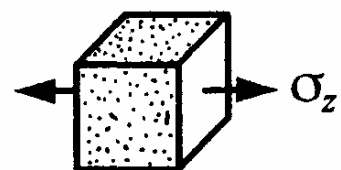
В силу неподатливости стальных плоскостей ребро, параллельное оси x , не меняет своей длины, поэтому в соответствии с законом Гука получаем

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] = \frac{1}{E} [-p - 0,5(0 - 2)] = 0,$$

откуда искомое давление равно $p = 1$ МПа.

83. При растяжении призматического стержня абсолютная величина отношения относительного изменения объема к относительному изменению площади поперечного сечения равна 1. Чему равен коэффициент Пуассона материала?

* Относительное изменение объема ϵ_v и относительное изменение площади поперечного



сечения ε_A соответственно равны

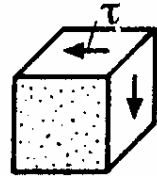
$$\varepsilon_V = (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z), \quad \varepsilon_A = (\varepsilon_x + \varepsilon_y).$$

Согласно закону Пуассона $\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu\varepsilon_z$. Следовательно, получим

$$\varepsilon_V = \varepsilon_z(1 - 2\nu), \quad \varepsilon_A = -2\nu\varepsilon_z, \quad |\varepsilon_V/\varepsilon_A| = (1 - 2\nu)/(2\nu) = 1,$$

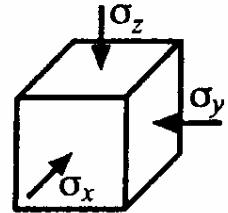
откуда находим искомый коэффициент Пуассона $\nu = 0,25$.

84. Насколько изменится объем кубика со стороной a , нагруженного по четырем граням касательными напряжениями τ ? Упругие постоянные материала известны.



* Относительное изменение объема равно $\varepsilon_V = \sigma/K$. При чистом сдвиге, который имеет место в данном случае, $\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau$, $\sigma_2 = 0$. Следовательно, $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 = 0$ и $\varepsilon_V = 0$, т.е. объем кубика не изменится.

85. Кубик из некоторого материала под действием приложенных к его граням сжимающих напряжений получает следующие деформации: $\varepsilon_x = \varepsilon$, $\varepsilon_y = 2\varepsilon$, $\varepsilon_z = -3\varepsilon$. Чему равен коэффициент Пуассона материала кубика?

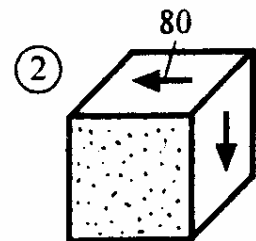
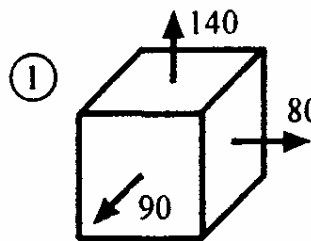


* Относительное изменение объема равно

$$\varepsilon_V = (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) = 0. \quad \text{С другой стороны,} \quad \varepsilon_V = 3\sigma(1 - 2\nu)/E.$$

Так как все нормальные напряжения одного знака, то среднее напряжение $\sigma \neq 0$. Следовательно, $(1 - 2\nu) = 0$, откуда получаем $\nu = 0,5$.

86. В какой точке напряженное состояние является менее опасным?



Материал хрупкий, для которого $\sigma_{\text{пчр}}/\sigma_{\text{пчс}} = 0,5$. Напряжения выражены в МПа.

* Для сравнения напряженных состояний вычислим эквивалентные напряжения. Так как материал является хрупким ($m = 0,5$), то воспользуемся гипотезой Мора, согласно которой $\sigma_{\text{эквМ}} = \sigma_1 - m\sigma_3$.

Точка 1: $\sigma_1 = 140$ МПа, $\sigma_2 = 90$ МПа, $\sigma_3 = 80$ МПа,

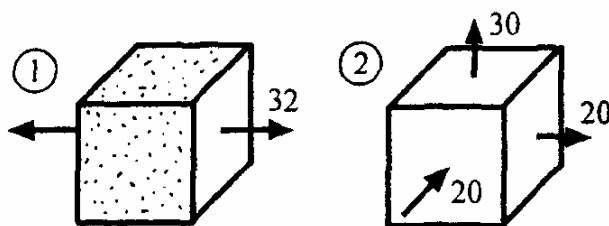
$$\sigma_{\text{эквМ}}^{(1)} = 140 - 0,5 \cdot 80 = 100 \text{ МПа}.$$

Точка 2: $\sigma_1 = 80$ МПа, $\sigma_2 = 0$ МПа, $\sigma_3 = -80$ МПа,

$$\sigma_{\text{эквМ}}^{(2)} = 80 - 0,5 \cdot (-80) = 80 + 40 = 120 \text{ МПа}.$$

Как видим, менее опасным является напряженное состояние в точке 1, так как $\sigma_{\text{эквМ}}^{(1)} < \sigma_{\text{эквМ}}^{(2)}$.

87. Для какой точки напряженное состояние является недопустимым, если $[n] = 5$, $\sigma_{\text{пчр}} = 160$ МПа, $\sigma_{\text{пчс}} = 640$ МПа?



* Материал является хрупким, поэтому для оценки прочности воспользуемся гипотезой Мора, согласно которой $\sigma_{\text{эквМ}} = \sigma_1 - m\sigma_3$, где $m = \sigma_{\text{пчр}}/\sigma_{\text{пчс}} = 160/640 = 0,25$.

Точка 1: $\sigma_1 = 32$ МПа, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$,

$$\sigma_{\text{эквМ}}^{(1)} = 32 - 0,25 \cdot 0 = 32 \text{ МПа}.$$

Точка 2: $\sigma_1 = 30$ МПа, $\sigma_2 = 20$ МПа, $\sigma_3 = -20$ МПа,

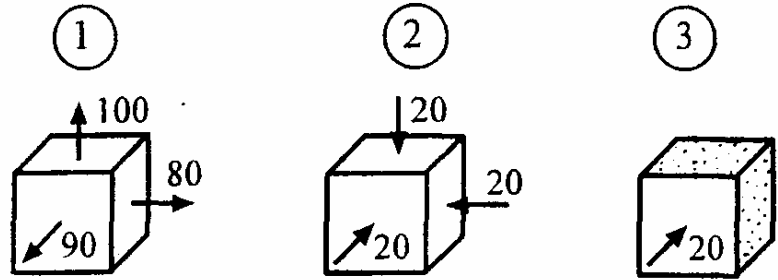
$$\sigma_{\text{эквМ}}^{(2)} = 30 - 0,25 \cdot (-20) = 35 \text{ МПа}.$$

Находим фактические коэффициенты запаса прочности:

$$n_1 = \sigma_{\text{пчр}}/\sigma_{\text{эквМ}}^{(1)} = 160/32 = 5, \quad n_2 = \sigma_{\text{пчр}}/\sigma_{\text{эквМ}}^{(2)} = 160/35 = 4,6 < [n] = 5.$$

Как видим, запас прочности для точки 2 меньше нормативного, поэтому напряженное состояние является недопустимым.

88. Какие два из трех приведенных напряженных состояний являются равноопасными, если $\sigma_{тр} = \sigma_{тс}$?



* Материал является пластичным (одинаково работает на растяжение и сжатие, $m = \sigma_{тр} / \sigma_{тс} = 1$), поэтому можно воспользоваться одной из гипотез пластичности, например, третьей гипотезой прочности, согласно которой $\sigma_{эквIII} = \sigma_1 - \sigma_3$.

Точка 1: $\sigma_1 = 100$ МПа, $\sigma_2 = 90$ МПа, $\sigma_3 = 80$ МПа,

$$\sigma_{эквIII}^{(1)} = 100 - 80 = 20 \text{ МПа.}$$

Точка 2: $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -20$ МПа,

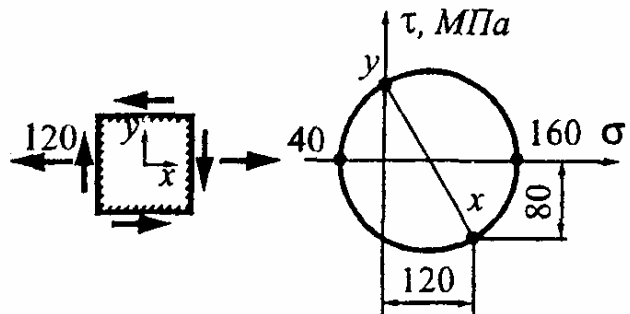
$$\sigma_{эквIII}^{(2)} = -20 - (-20) = 0 \text{ МПа.}$$

Точка 3: $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ МПа, $\sigma_3 = -20$ МПа,

$$\sigma_{эквIII}^{(3)} = 0 - (-20) = 20 \text{ МПа.}$$

Как видим, эквивалентные напряжения в точках 1 и 3 совпадают, поэтому напряженные состояния являются равноопасными.

89. Достаточно ли прочна деталь, в опасной точке которой возникает приведенное на рисунке напряженное состояние, если допускаемые напряжения на растяжение и сжатие соответственно равны $[\sigma_p] = 160$ МПа, $[\sigma_c] = 320$ МПа?



* *Материал неодинаково работает на растяжение и сжатие, поэтому для оценки прочности детали воспользуемся гипотезой Мора, согласно которой* $\sigma_{\text{эквМ}} = \sigma_1 - m\sigma_3$,

где $m = [\sigma_p]/[\sigma_c] = 160/320 = 0,5$.

Согласно приведенной круговой диаграмме Мора, главные напряжения равны $\sigma_1 = 160$ МПа, $\sigma_2 = 0$ МПа, $\sigma_3 = -40$ МПа. Следовательно, $\sigma_{\text{эквМ}} = 160 - 0,5(-40) = 180$ МПа $> [\sigma_p] = 160$ МПа.

Как видим, прочность детали недостаточна.

90. Можно ли пользоваться первой гипотезой прочности для оценки несущей способности чугунных валов?

* *Можно, так как чугун является хрупким материалом и при разрушении путем отрыва, которое имеет место при кручении чугунных валов, результаты первой гипотезы хорошо согласуются с экспериментальными данными.*

91. Какой гипотезой прочности следует воспользоваться для оценки прочности конструкции, изготовленной из дюралюминия?

* *Дюралюминий является пластичным материалом ($\delta > 5\%$), поэтому можно воспользоваться либо одной из гипотез пластичности (третья и четвертая гипотезы прочности), либо гипотезой Мора, которая в данном случае ($m = 1$) приводит к формуле, совпадающей с третьей гипотезой прочности $\sigma_{\text{эквМ}} = \sigma_{\text{эквIII}} = \sigma_1 - \sigma_3$.*

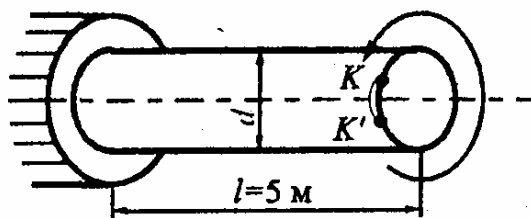
92. Для данного материала известны механические характеристики, полученные при испытаниях на растяжение и сжатие: $\sigma_{\text{тр}} = \sigma_{\text{тс}} = 340$ МПа, $\sigma_{\text{пчр}} = \sigma_{\text{пчс}} = 540$ МПа, $\delta = 13\%$.

Можно ли воспользоваться четвертой гипотезой прочности при оценке несущей способности конструкции из данного материала в общем случае?

* *Можно, так как материал является пластичным ($\delta > 5\%$).*

КРУЧЕНИЕ КРУГЛЫХ ВАЛОВ

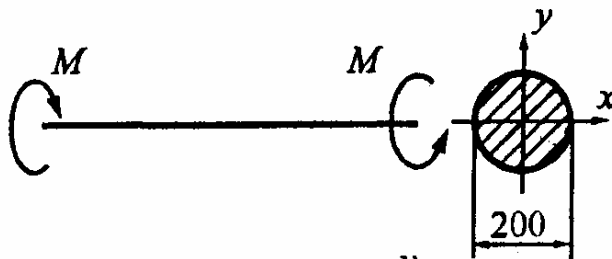
93. При нагружении стального вала скручивающим моментом точка K переместилась в положение K' . Чему равны угол сдвига на его поверхности и наибольшее касательное напряжение, если $G = 80 \text{ ГПа}$, $\overline{KK'} = 5 \text{ мм}$, $d = 50 \text{ мм}$?



* Угол сдвига равен $\gamma = \overline{KK'}/l = 5 \cdot 10^{-3}/5 = 1 \text{ мрад}$.

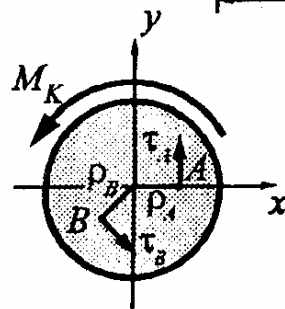
Касательное напряжение определяем, пользуясь законом Гука при сдвиге $\tau = G\gamma = 80 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 80 \text{ МПа}$.

94. В какой точке, A ($x_A = 5 \text{ см}$, $y_A = 0$) или B ($x_B = 4 \text{ см}$, $y_B = -3 \text{ см}$), касательное напряжение больше?



* При кручении касательные напряжения распределяются вдоль любого радиуса сечения по линейному закону

$$\tau = (M_k/I_p)\rho,$$



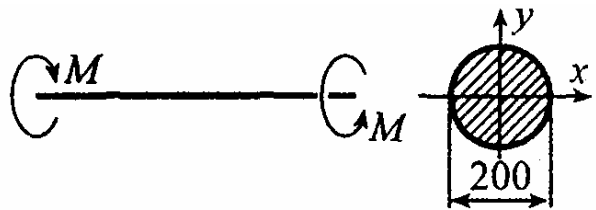
т.е. пропорциональны расстоянию от центра сечения. Вычисляем ρ

для точек A и B : $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$,

$$\rho_A = \sqrt{5^2 + 0^2} = 5 \text{ см}, \quad \rho_B = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 \text{ см}.$$

Так как $\rho_A = \rho_B$, то напряжения в точках A и B совпадают.

95. Касательное напряжение в точке A ($x_A = -3$ см, $y_A = 4$ см) равно 40 МПа.

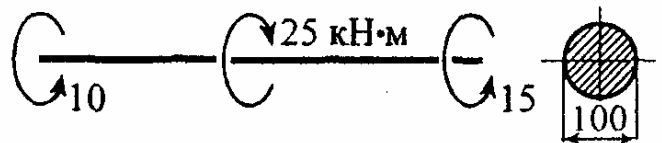


Чему равно наибольшее касательное напряжение в валу?

* Касательные напряжения в поперечном сечении распределяются по линейному закону, поэтому $\tau_{\max}/\tau_A = \rho_{\max}/\rho_A$,

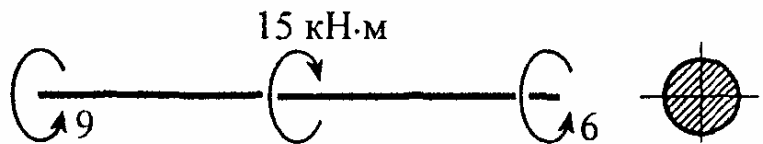
откуда $\tau_{\max} = (\rho_{\max}/\rho_A)\tau_A = (10/5)40 = 80$ МПа.

96. Достаточно ли прочност вала, если допускаемое напряжение равно $[\tau] = 80$ МПа?



* Наибольшее касательное напряжение в валу $\tau_{\max} = M_{\text{к max}}/W_p$.
Учитывая, что $M_{\text{к max}} = 15$ кН·м, $W_p = 0,2d^3 = 0,2 \cdot 10^3 = 200$ см³,
получим $\tau_{\max} = 15 \cdot 10^3 / 200 \cdot 10^{-6} = 75$ МПа $< [\tau] = 80$ МПа,
т.е. условие прочности выполняется. Следовательно, прочность вала достаточна.

97. Достаточно ли жесткость вала, если $GI_p = 1$ МН·м², $[\theta] = 10$ мрад/м?

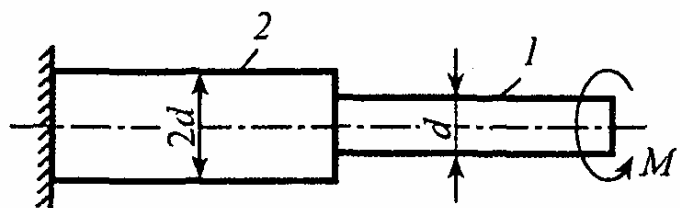


* Максимальный относительный угол закручивания вала равен

$$\theta_{\max} = M_{\text{к max}}/GI_p = 9 \cdot 10^3 / 1 \cdot 10^6 = 9 \text{ мрад/м} < [\theta].$$

Как видим, условие жесткости выполняется. Следовательно, жесткость вала достаточна.

98. Каково соотношение наибольших касатель-



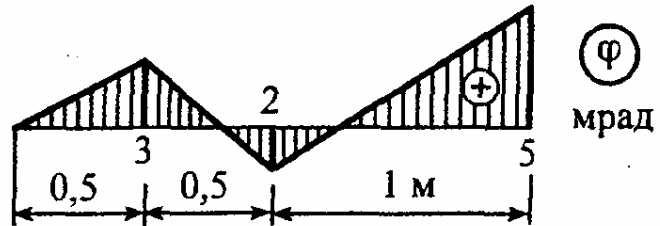
ных напряжений на участках 1 и 2 круглого ступенчатого вала?

* Наибольшие касательные напряжения на участках 1 и 2 равны

$$\tau_{\max 1} = M/W_{p1}, \quad \tau_{\max 2} = M/W_{p2}, \quad \text{где } W_{pi} = \pi d_i^3/16.$$

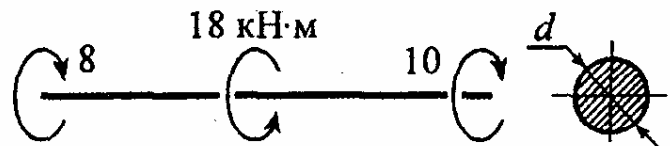
Вычисляем их отношение: $\tau_{\max 1}/\tau_{\max 2} = W_{p1}/W_{p2} = (d_1/d_2)^3 = 8.$

99. Исходя из приведенной эпюры угла закручивания φ проверьте жесткость круглого вала, полагая $[\theta] = 8$ мрад/м.



* Согласно известной дифференциальной зависимости $\theta = d\varphi/dz$ относительный угол закручивания численно равен тангенсу угла наклона касательной, проведенной к эпюре φ в данной точке. Наибольшее значение получается на втором участке, т.е. $\theta_{\max} = 5/0,5 = 10$ мрад/м. Так как $\theta_{\max} > [\theta]$, то жесткость вала недостаточна.

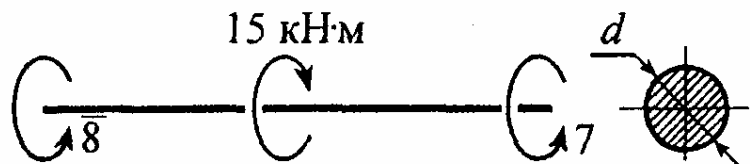
100. Определите диаметр вала из условия прочности, если допускаемое напряжение $[\tau] = 50$ МПа.



* Искомый диаметр определяется по формуле

$$d_{пч} \geq \sqrt[3]{16M_{к \max}/\pi[\tau]} = \sqrt[3]{16 \cdot 10 \cdot 10^3/\pi \cdot 50 \cdot 10^6} = 100 \text{ мм.}$$

101. Определите диаметр вала из условия жесткости, если $G = 80$ ГПа, $[\theta] = 10$ мрад/м.



** Искомый диаметр определяется по формуле*

$$d_{\text{ж}} \geq \sqrt[4]{32M_{\text{к max}}/\pi G[\theta]} = \sqrt[4]{32 \cdot 8 \cdot 10^3 / \pi \cdot 80 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 100 \text{ мм}.$$

102. Некоторый вал должен работать в двух режимах:

$$1) P_1 = 200 \text{ кВт}, \omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}; \quad 2) P_2 = 100 \text{ кВт}, \omega_2 = 20 \text{ с}^{-1}.$$

По какому режиму следует рассчитывать диаметр вала?

** Расчет следует вести по наибольшему скручивающему моменту, который имеет место при втором режиме работы вала. Действительно,*

$$M_1 = P_1/\omega_1 = 200/50 = 4 \text{ кН} \cdot \text{м} < M_2 = P_2/\omega_2 = 100/20 = 5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

103. Диаметры вала, определенные из условий прочности и жесткости, соответственно равны $d_{\text{пр}} = 72 \text{ мм}$, $d_{\text{ж}} = 80 \text{ мм}$. Какой из найденных диаметров следует взять, чтобы вал работал надежно?

** Следует принять больший.*

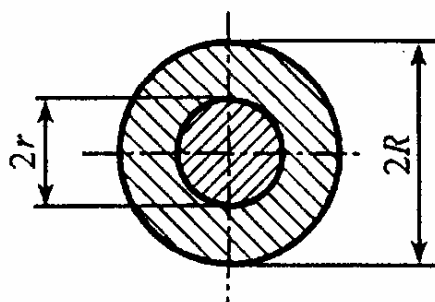
104. С целью облегчения валов их делают пустотелыми (кольцевого сечения). Имеется ли предел для отношения $\alpha = d_{\text{в}}/d_{\text{н}}$ и чем он обусловлен?

** Практически установлено для валов отношение $d_{\text{в}}/d_{\text{н}} = 0,6 \div 0,8$. Приближать его к единице недопустимо, так как, во-первых, уменьшение толщины стенки увеличивает наружный диаметр, а, во-вторых, тонкостенный вал даже при небольших касательных напряжениях может потерять устойчивость цилиндрической формы равновесия.*

105. Вал, спроектированный из углеродистой стали 45 ГОСТ 1050-74, не обладает требуемой жесткостью. Можно ли повысить жесткость вала, не меняя его геометрических параметров, только за счет замены углеродистой стали на высококачественную легированную сталь?

* Нельзя, так как жесткость в данном случае определяется модулем Юнга материала, который для всех марок сталей практически одинаков и равен 200 ГПа.

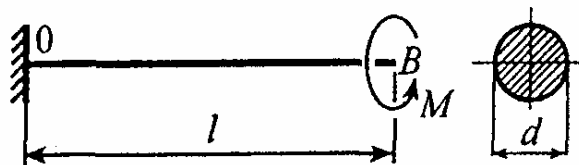
106. Сплошной вал радиусом r усилен надетой на него трубой внутренним радиусом r и наружным R . Вал и труба изготовлены из одного материала и работают как одно целое. Чему должно равняться отношение R/r , чтобы описанное усиление вала увеличило его грузоподъемность в 8 раз?



* Грузоподъемность вала пропорциональна моменту сопротивления сечения $[M] = [\tau]W_p$, поэтому для увеличения грузоподъемности в 8 раз нужно во столько же раз увеличить момент сопротивления, т.е. $W_{p2}/W_{p1} = 8$. Учитывая, что $W_{p2} = \pi R^3/2$, $W_{p1} = \pi r^3/2$,

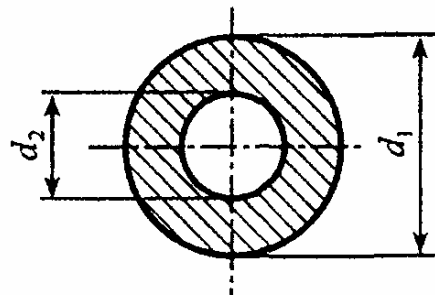
получим $(R/r)^3 = 8$ и $R/r = 2$.

107. При какой длине вала l сечение B повернется на угол $\varphi = 0,1$ рад, если $M = 20$ кН·м, $GI_p = 1$ МН·м²?



* Угол закручивания равен $\varphi = Ml/(GI_p)$, откуда находим искомую длину $l = GI_p \varphi / M = 1 \cdot 10^6 \cdot 0,1 / 20 \cdot 10^3 = 5$ м.

108. В сплошном вале диаметром d_1 делается сквозное отверстие диаметром d_2 . При каком отношении диаметров d_2/d_1 грузоподъемность вала уменьшится в 2 раза?



* Грузоподъемность вала пропорциональна моменту сопротивления, поэтому $W_{p2}/W_{p1} = 0,5$.

Учитывая, что $d_2/d_1 = \alpha$, $W_{p1} = \pi d_1^3/32$, $W_{p2} = (\pi d_1^3/32)(1 - \alpha^4)$, получим $1 - \alpha^4 = 0,5$, откуда $\alpha^4 = 0,5$ и $\alpha = 0,84$.

109. Некоторый вал рассчитан на передачу мощности $P_1 = 10$ кВт при угловой скорости $\omega_1 = 50$ с⁻¹. Можно ли использовать этот вал для передачи мощности $P_2 = 50$ кВт?

* Можно, если $M_2 = P_2/\omega_2 \leq M_1 = P_1/\omega_1$,

откуда $\omega_2 \geq (P_1/P_2)\omega_1 = (50/10)50 = 250$ с⁻¹.

110. При нагружении некоторого вала скручивающими моментами $M = 2$ кН·м относительный угол закручивания равен $\theta = 5$ мрад/м. Достаточно ли жесткость данного вала для передачи мощности, равной $P = 400$ кВт при угловой скорости $\omega = 100$ с⁻¹, если $[\theta] = 8$ мрад/м?

* Относительный угол закручивания пропорционален скручивающему моменту $\theta = M/(GI_p)$, поэтому $\theta_2/\theta_1 = M_2/M_1$.

Во втором случае $M_2 = P/\omega = 400/100 = 4$ кН·м, следовательно,

$$\theta_2 = (M_2/M_1)\theta_1 = (4/2)5 = 10 \text{ мрад/м} > [\theta] = 8 \text{ мрад/м},$$

т.е. жесткость вала недостаточна.

111. Какую максимальную мощность может передать вал диаметром 100 мм без нарушения прочности, если допускаемое напряжение $[\tau] = 50$ МПа и угловая скорость вращения $\omega = 80 \text{ с}^{-1}$?

* Искомая мощность определяется по формуле $P_{\max} = M_{\max} \omega$.

Из условия прочности вала $\tau_{\max} = M_{\max}/W_p \leq [\tau]$ находим наибольший момент, передаваемый валом $M_{\max} = [\tau]W_p$.

Учитывая, что $W_p = 0,2d^3 = 0,2 \cdot 10^3 = 200 \text{ см}^3$,

получим $P_{\max} = [\tau]W_p \omega = 50 \cdot 10^6 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cdot 80 = 800 \text{ кВт}$.

112. Какую максимальную мощность может передать вал диаметром 100 мм без нарушения его жесткости, если $[\theta] = 5$ мрад/м, $G = 80$ ГПа, угловая скорость вращения $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$?

* Искомая мощность определяется по формуле $P_{\max} = M_{\max} \omega$.

Из условия жесткости вала $\theta_{\max} = M_{\max}/GI_p \leq [\theta]$ находим наибольший момент, передаваемый валом $M_{\max} = GI_p[\theta]$.

Учитывая, что $I_p = 0,1d^4 = 0,1 \cdot 10^4 = 1000 \text{ см}^4$,

получим $P_{\max} = GI_p[\theta]\omega = 80 \cdot 10^9 \cdot 1000 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 400 \text{ кВт}$.

113. Диаметры двух валов, изготовленных из одного материала, отличаются в 2 раза ($d_2 = 2d_1$). При каком соотношении крутящих моментов M_2/M_1 валы будут равнопрочны?

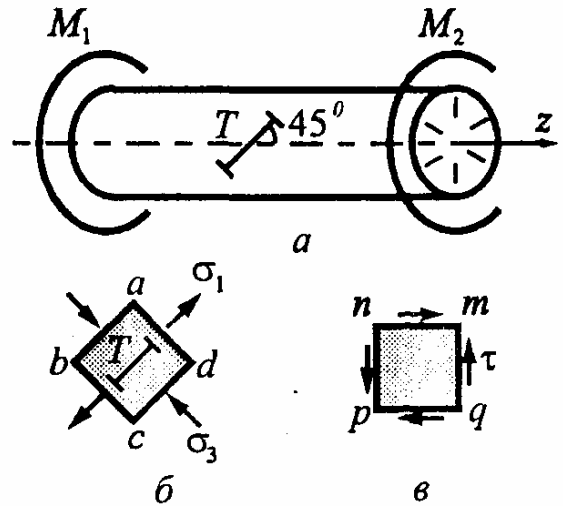
* Максимальные касательные напряжения в валах

$$\tau_{\max 1} = M_1/W_{p1}, \quad \tau_{\max 2} = M_2/W_{p2}, \quad \text{где } W_{pi} = 0,2d_i^3.$$

По условию равнопрочности $\tau_{\max 1} = \tau_{\max 2}$,

откуда $M_2/M_1 = W_{p2}/W_{p1} = (d_2/d_1)^3 = 8$.

114. При нагружении вала скручивающими моментами, приложенными по концам, зафиксирована положительная деформация в направлении базы тензодатчика, установленного, как показано на рисунке. Определите направление скручивающих пар.



* В направлении тензодатчика возникает растяжение, следовательно, он ориентирован по направлению главного растягивающего напряжения σ_1 (рис. б), по которому нетрудно определить направление касательных напряжений τ в поперечном сечении (рис.в).

Таким образом, момент M_2 , равный по величине M_1 , направлен по часовой стрелке (при взгляде со стороны положительного направления оси z), а M_1 - против часовой стрелки.

115. Почему деревянный образец разрушается при кручении по продольным площадкам?

* Дерево плохо работает на скалывание вдоль волокон, поэтому оно разрушается от касательных напряжений, действующих по продольным площадкам.

116. Какие напряжения ответственны за разрушение дюралюминиевого вала?

* Касательные напряжения, действующие в поперечном сечении.

117. Почему чугунный образец разрушается при кручении по сложной винтовой поверхности, наклоненной к оси под углом 45° ?

* Чугун как хрупкий материал плохо работает на растяжение, поэтому чугунный образец разрушается от наибольших растягивающих напряжений, действующих под углом 45° к образующей.

118. При испытании на растяжение и сжатие некоторого материала получены следующие механические характеристики: $\sigma_{\text{тр}} = \sigma_{\text{тс}} = 220$ МПа, $\sigma_{\text{пчр}} = \sigma_{\text{пчс}} = 380$ МПа, $\delta = 28\%$.

Предскажите характер разрушения круглого вала, изготовленного из данного материала.

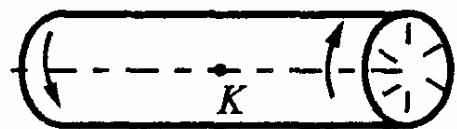
* Материал пластичный ($\delta > 5\%$), поэтому вал будет разрушаться по поперечному сечению.

119. При испытании на растяжение и сжатие некоторого материала получены следующие механические характеристики: $\sigma_{\text{тр}} = 380$ МПа, $\sigma_{\text{пчр}} = 500$ МПа, $\sigma_{\text{пчс}} = 1600$ МПа, $\delta = 1,5\%$.

Предскажите характер разрушения круглого вала, изготовленного из данного материала.

* Материал хрупкий ($\delta < 5\%$), поэтому вал будет разрушаться по сложной винтовой поверхности, наклоненной к оси под углом 45° .

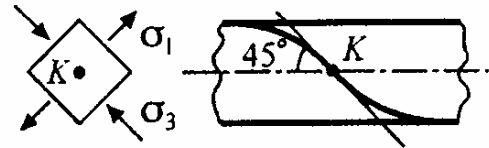
120. Валы, изготовленные из двух разных материалов (один из дюралюминия, а другой – из чугуна) доводятся до разрушения. Считая, что поверхность разрушения проходит через точку K , покажите ее след на поверхности вала. Какие напряжения ответственны за разрушение в каждом случае?



* Дюралюминиевый вал разрушается по поперечному сечению от действующих там касательных напряжений.



Чугунный вал разрушается по поверхности наибольших растягивающих напряжений, наклоненной к оси под углом 45° .

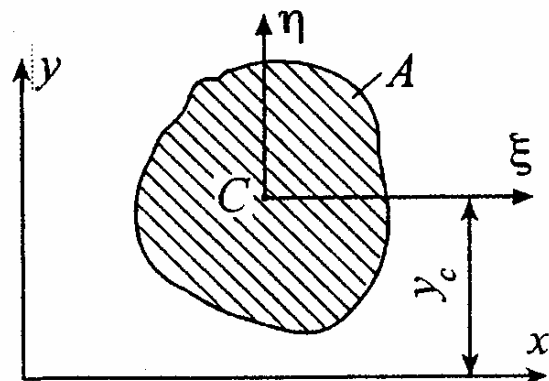


ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ СТЕРЖНЯ

121. В каких случаях можно без вычислений установить положение главных осей инерции фигуры?

* В тех случаях, когда фигура обладает хотя бы одной осью симметрии.

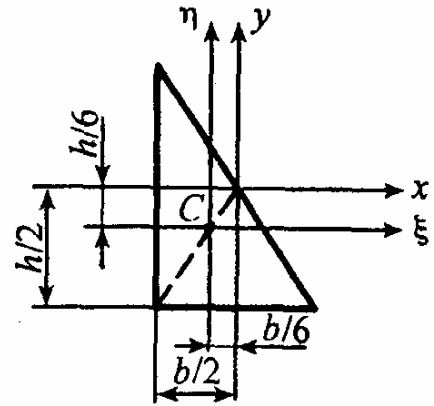
122. Относительно какой из множества параллельных осей осевой момент инерции принимает наименьшее значение?



* Согласно формуле параллельного переноса осей $I_x = I_\xi + y_c^2 A$. Так как оба слагаемых в этой формуле являются величинами существенно положительными, то осевой момент инерции I_x принимает наименьшее значение при $y_c = 0$, т.е. относительно центральной оси ξ .

123. Не прибегая к интегрированию, найти центробежный момент инерции $I_{\xi\eta}$ прямоугольного треугольника относительно центральных осей, параллельных катетам.

* Центробежный момент инерции прямоугольного треугольника относительно осей x , y , параллельных катетам и проходящих через их середины, равен нулю, т.е. $I_{xy} = 0$.

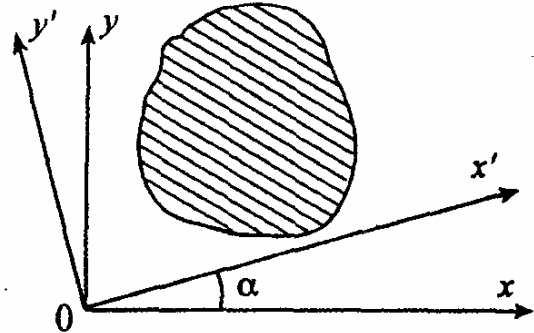


По формуле параллельного переноса осей имеем

$$I_{xy} = I_{\xi\eta} + x_C y_C A, \quad \text{где } x_C = -b/6, \quad y_C = -h/6,$$

откуда $I_{\xi\eta} = -x_C y_C A = -(-b/6)(-h/6)(bh/2) = -b^2 h^2 / 72$.

124. Требуется доказать следующее положение: если для множества осей, проходящих через какую-либо точку, можно указать более одной пары несовпадающих главных осей, то вообще все оси, проходящие через эту точку, являются главными.



* Пусть для некоторого плоского сечения оси x , y и x' , y' являются главными, т.е. $I_{xy} = I_{x'y'} = 0$. Тогда можно записать:

$$I_{x'y'} = 0,5(I_x - I_y) \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha = 0,5(I_x - I_y) \sin 2\alpha = 0.$$

Поскольку $\sin 2\alpha \neq 0$, то $I_x = I_y$, а это значит, что условие $I_{x'y'} = 0$ не зависит от угла α и будет справедливым для любой пары перпендикулярных осей, проходящих через данную точку. Из этого доказательства следует:

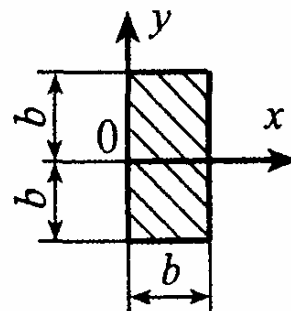
1. У всякого сечения, имеющего три и более осей симметрии, все центральные оси являются одновременно и главными, а осевые моменты инерции относительно этих осей будут равны между собой. В частности, этим свойством обладают равносторонний треугольник и все правильные многоугольники с четным числом сторон (квадрат, шестиугольник и т.д.).

2. Если главные моменты инерции равны между собой $I_x = I_y$, то все оси, проходящие через данную точку, являются главными, а моменты инерции относительно них - одинаковыми.

125. Какой из двух моментов инерции квадратного сечения больше: относительно центральной оси, параллельной сторонам, или относительно оси, совпадающей с диагональю?

* У квадрата все указанные оси являются осями симметрии, поэтому, как показано в задаче 124, моменты инерции для них одинаковы.

126. Покажите, что для прямоугольного сечения с отношением сторон $h/b = 2$ любые оси, проведенные через середину одной из сторон, являются главными.



* Действительно, во-первых, оси x и y являются главными (фигура симметрична относительно оси x), поэтому $I_{xy} = 0$, во-вторых, главные моменты инерции равны между собой:

$$I_x = bh^3/12 = b(2b)^3/12 = 2b^4/3, \quad I_y = 2b \cdot b^3/3 = 2b^4/3.$$

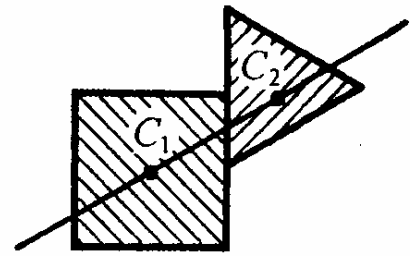
Тогда по формуле для повернутых осей

$$I_{x'y'} = 0,5(I_x - I_y) \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha = 0$$

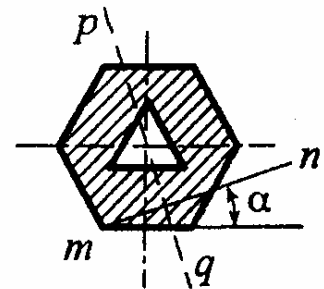
при любом α , что и требовалось доказать.

127. Докажите, что для фигуры, составленной из квадрата и равностороннего треугольника, прямая, соединяющая их центры тяжести, является главной осью, независимо от взаимного расположения квадрата и треугольника.

* Для составляющих сечение фигур (квадрата и равностороннего треугольника) любая ось, проходящая через их центры тяжести, является главной, поэтому для составного сечения главной осью будет прямая, соединяющая точки C_1 и C_2 .

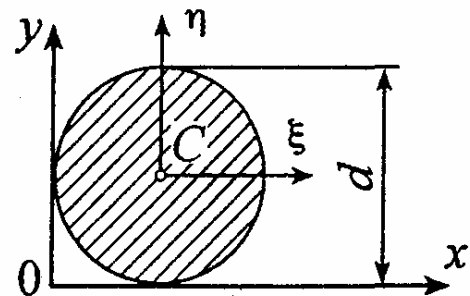


128. При каком условии прямая mn будет главной осью инерции данного сечения?



* Если вторую ось совместить с перпендикуляром, опущенным из центра тяжести сечения на прямую mn (прямая pq).

129. Для круга диаметром d определите полярный I_p и центробежный I_{xy} моменты инерции относительно осей x, y .



* Искомые величины вычисляются по следующим формулам:
 $I_p = I_x + I_y, \quad I_{xy} = I_{\xi\eta} + x_C y_C A.$ Учитывая, что $I_x = I_y,$
 $I_x = I_{\xi\eta} + y_C^2 A, \quad I_{\xi} = \pi d^4 / 64, \quad A = \pi d^2 / 4, \quad x_C = y_C = 0,5d, \quad I_{\xi\eta} = 0,$
 получим $I_p = 2[\pi d^4 / 64 + (0,5d)^2 (\pi d^2 / 4)] = (5/32)\pi d^4,$

$$I_{xy} = 0 + (0,5d)(0,5d)(\pi d^2 / 4) = \pi d^4 / 16.$$

130. При каком значении высоты h равнобокой трапеции все оси, проходящие через точку O основания трапеции, будут главными?

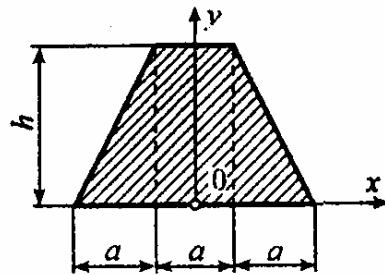
* Это возможно при условии $I_x = I_y$.

Вычисляя последовательно

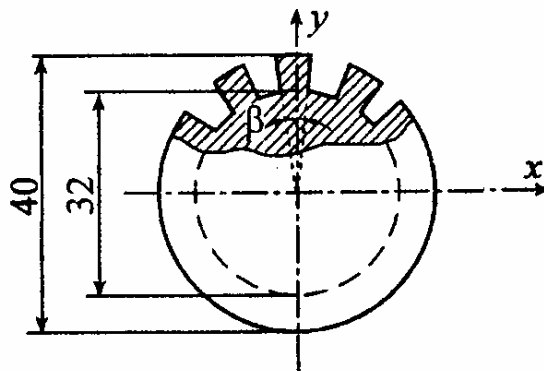
$$I_x = ah^3/3 + 2ah^3/12 = ah^3/2,$$

$$I_y = ha^3/12 + 2\left[ha^3/36 + (5a/6)^2(ah/2)\right] = 5ha^3/6$$

и приравнявая их, получим $h = 1,29a$.



131. Определите осевой момент инерции I_x шлицевого вала, имеющего 12 зубьев. Наружный диаметр равен 40 мм, а внутренний - 32 мм.



* Для решения задачи используем выражение

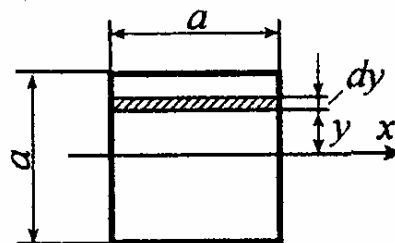
$$I_p = I_x + I_y = 2I_x = \pi d_H^4 / 32 - n \int_{0,5d_B}^{0,5d_H} (\beta r dr) r^2,$$

где $\beta = 2\pi/24 = \pi/12$, $n = 12$, $\beta n = \pi$, $\alpha = d_B/d_H = 32/40 = 0,8$.

После вычисления интеграла и простейших преобразований получим

$$I_x = (\pi d_H^4 / 128)(1 + \alpha^4) = (\pi 4^4 / 128)(1 + 0,8^4) = 8,9 \text{ см}^4.$$

132. Стержень квадратного сечения выполнен из материала с капиллярами, ориентированными вдоль оси стержня и равномерно распределенными по площади сечения с коэффициентом пористости $k = A_{\text{кап}}/A_{\text{брутто}} = 0,25$. При каком размере a сечения осевой момент инерции I_x равен $10\,000 \text{ см}^4$?

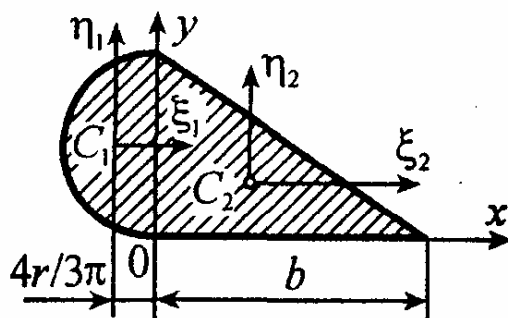


* Площадь элементарной площадки $dA = (1 - k)ady$,

поэтому
$$I_x = \int_{-0,5a}^{0,5a} y^2 dA = (1 - k)a \int_{-0,5a}^{0,5a} y^2 dy = (1 - k)ady.$$

Отсюда
$$a = \sqrt[4]{12I_x / (1 - k)} = \sqrt[4]{12 \cdot 10^4 / 0,75} = 20 \text{ см.}$$

133. Сечение составлено из полукруга радиуса r и прямоугольного треугольника с основанием b . При каком соотношении b/r центробежный момент сечения I_{xy} равен нулю?



* Центробежный момент инерции сечения равен

$$I_{xy} = I_{xy}^{(1)} + I_{xy}^{(2)} = 0, \text{ где } \sigma_{\text{наиб}} = 2 \cdot 2 \cdot 50 = 200 \text{ МПа.}$$

Вычисляем
$$I_{xy}^{(1)} = 0 + (-4r/3\pi)r \cdot \pi r^2 / 2 = -(2/3)r^4,$$

$$I_{xy}^{(2)} = -b^2 (2r)^2 / 72 + (2r/3)(b/3)br = b^2 r^2 / 6.$$

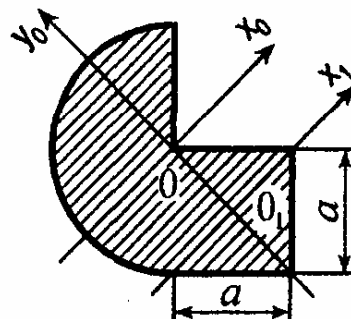
Следовательно, $W_a = bh^2 / 6$, откуда $b = 2r$.

134. Чему равна разность моментов инерции плоской фигуры относительно главных осей, проходящих через точку O .

* Сечение состоит из полукруга и квадрата. Для полукруга

$$M_{\text{max}} / W_x = Fl / (bh^2 / 6) \leq [\sigma], \quad I_{xy} = 0, \text{ следо-}$$

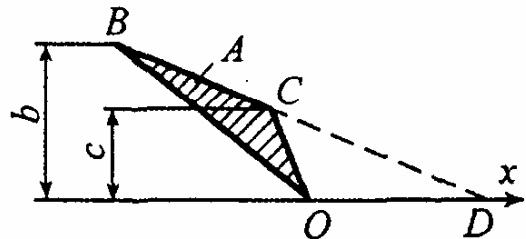
вательно, все оси, проходящие через точку O , являются главными, а осевые моменты постоянны (см. решение задачи 124). Для квадрата



как правильного многоугольника с четным числом сторон также все центральные оси являются главными, а моменты инерции одинаковы, поэтому главная ось всего сечения должна пройти через точку O и центр тяжести квадрата O_1 . Так как для полукруга разность I_{x_0} и I_{y_0} равна нулю, то для всего сечения разность главных моментов инерции определяется только квадратом, т.е.

$$\Delta I = I_{x_0}^{(кв)} - I_{y_0}^{(кв)} = I_{y_0}^{(кв)} + (a/\sqrt{2})^2 a^2 - I_{y_0}^{(кв)} = a^4/2.$$

135. Найти момент инерции треугольника OBC относительно оси x , если известны его площадь A и размеры b, c .

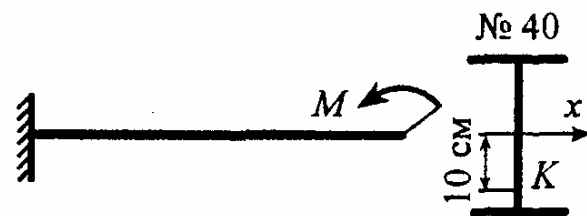


* Продолжим линию BC до ее пересечения с осью x в точке D . Тогда искомый момент инерции можно определить следующим образом:

$$\begin{aligned} I_x &= I_{OBD} - I_{OCD} = \frac{OD}{12}(b^3 - c^3) = \\ &= \frac{OD}{12}(b - c)(b^2 + bc + c^2) = \frac{A}{6}(b^2 + bc + c^2). \end{aligned}$$

НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ

136. Наибольшее напряжение в балке равно 200 МПа. Какова величина напряжения в точке K ?

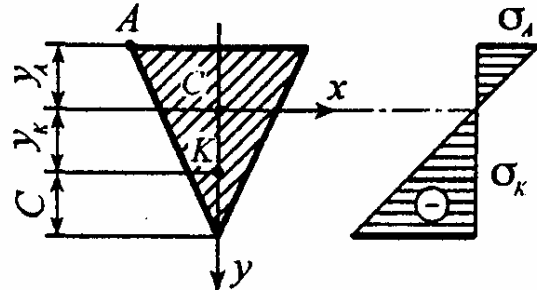
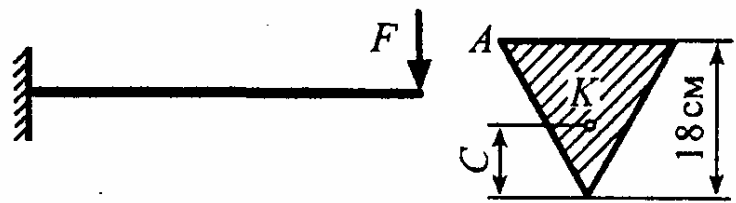


* Нормальные напряжения при изгибе распределяются по линейному закону $\sigma = (M_x/I_x)y$, поэтому $\sigma_K/\sigma_{\max} = y_K/y_{\max}$, откуда $\sigma_K = \sigma_{\max}(y_K/y_{\max}) = 200(10/20) = 100$ МПа.

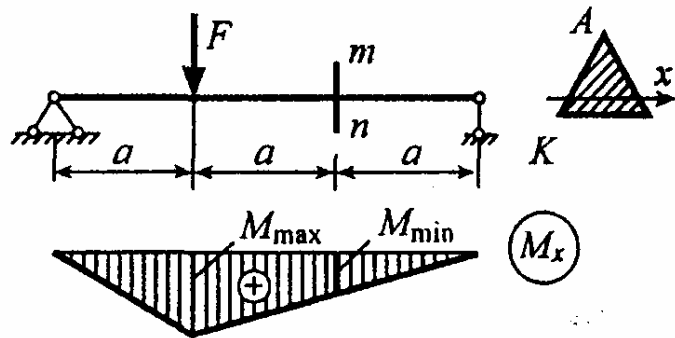
137. Определите положение точки K , если известно, что

$$|\sigma_K| = \sigma_A.$$

* Напряжения в точках A и K равны: $\sigma_A = (M_x/I_x)y_A$,
 $\sigma_K = (M_x/I_x)y_K$. По условию задачи $|\sigma_K| = \sigma_A$, следовательно,
 $y_K = -y_A = 6 \text{ см}$ и $C = 6 \text{ см}$.



138. Зная напряжение в точке K сечения mn , равное 50 МПа, определите наибольшее напряжение в балке.



* Согласно закону распределения нормальных напряжений имеем

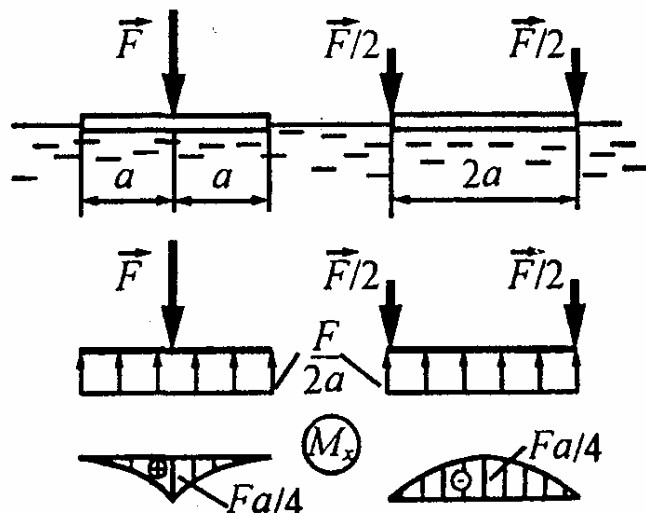
$$\sigma_{\max} = (M_{\max}/I_x)y_A, \quad \sigma_K = (M_{mn}/I_x)y_K.$$

следовательно, $\sigma_{\max}/\sigma_K = (M_{\max}/M_{mn})(y_A/y_K) = 2 \cdot 2 = 4$,

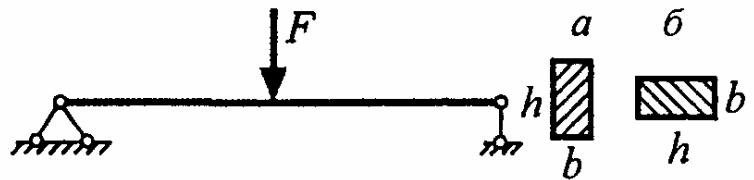
откуда $\sigma_{\max} = 4\sigma_K = 4 \cdot 50 = 200 \text{ МПа}$.

139. Какой вариант нагружения плавающего бруса более выгоден с точки зрения его прочности?

* Оба варианта равноценны, так как наибольший изгибающий момент в обоих случаях равен $Fa/4$.



140. Балка прямоугольного сечения с отношением сторон,

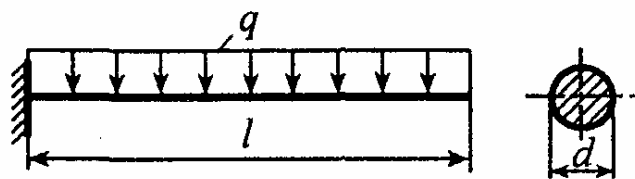


равным 3, в одном случае нагружается параллельно длинной стороне (вар.а), а в другом - параллельно короткой стороне (вар.б). Чему равно отношение наибольших нормальных напряжений для этих двух случаев нагружения?

* Наибольшие напряжения в указанных случаях определяются следующим образом: $\sigma_a = M_{\max} / W_a$, $\sigma_b = M_{\max} / W_b$, где $W_a = bh^2/6$, $W_b = hb^2/6$. Следовательно, искомое отношение будет равно

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_a} = \frac{W_a}{W_b} = \frac{h}{b} = 3.$$

141. Подберите сечение круглой балки из условия прочности, полагая $[\sigma] = 100$ МПа, $q = 40$ кН/м, $l = 2$ м.



* Максимальный изгибающий момент равен

$$M_{\max} = ql^2/2 = 40 \cdot 2^2/2 = 80 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

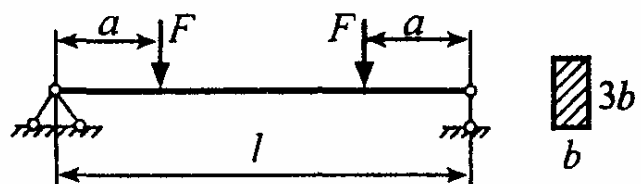
Записываем условие прочности по нормальным напряжениям

$$\sigma_{\max} = M_{\max} / W_x \leq [\sigma],$$

откуда, учитывая, что $W_x = 0,1d^3$,

находим $d \geq \sqrt[3]{10M_{\max}/[\sigma]} = \sqrt[3]{10 \cdot 80 \cdot 10^3 / 100 \cdot 10^6} = 20$ см.

142. Подберите сечение балки прямоугольного сечения, полагая $[\sigma] = 200$ МПа, $F = 300$ кН, $a = 1$ м, $l = 4$ м.



* Максимальный изгибающий момент равен

$$M_{\max} = Fa = 300 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

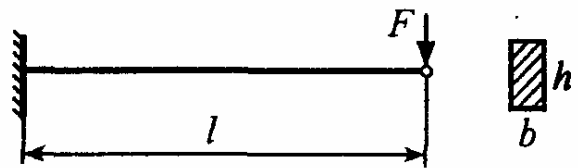
Записываем условие прочности по нормальным напряжениям

$$\sigma_{\max} = M_{\max}/W_x \leq [\sigma],$$

откуда, учитывая, что $W_x = bh^2/6 = b(3b)^2/6 = (3/2)b^3$,

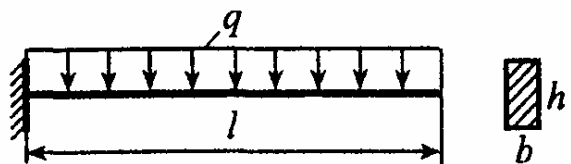
находим $b \geq \sqrt[3]{(2/3)M_{\max}/[\sigma]} = \sqrt[3]{(2/3)300 \cdot 10^3/200 \cdot 10^6} = 10 \text{ см}.$

143. Во сколько раз увеличится вес балки при увеличении нагрузки в 4 раза, если вид нагрузки, пролет балки и допускаемое напряжение остаются неизменными? Сечение балки изменяется только по высоте h , а ширина b остается постоянной.



* Вес балки, равный $G = \gamma Al$, прямо пропорционален высоте сечения h , которая согласно условию прочности по нормальным напряжениям $M_{\max}/W_x = Fl/(bh^2/6) \leq [\sigma]$ выражается следующим образом через нагрузку F : $h = \sqrt{6Fl/b[\sigma]}$. При увеличении нагрузки F в 4 раза высота, а следовательно, и вес G увеличатся в $\sqrt{4}$, т.е. в 2 раза.

144. При какой длине консольная дюралюминиевая балка сечением $6 \times 12 \text{ см}$ разрушится под действием собственного веса, если предел прочности $\sigma_{\text{пч}} = 270 \text{ МПа}$, а удельный вес материала $\gamma = 27 \text{ кН/м}^3$?



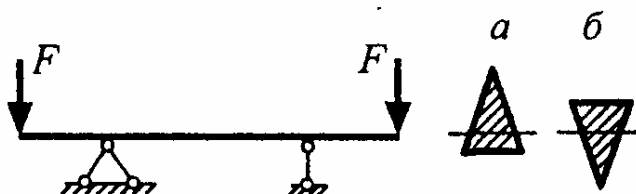
* Максимальное напряжение в балке равно $\sigma_{\max} = M_{\max} / W_x$.

Так как $M_{\max} = ql^2/2$, $q = \gamma A$, $A = bh$, $W_x = bh^2/6$, то $\sigma_{\max} = 3\gamma l^2/h$.

Условие разрушения балки $\sigma_{\max} = 3\gamma l^2/h = \sigma_{\text{пч}}$,

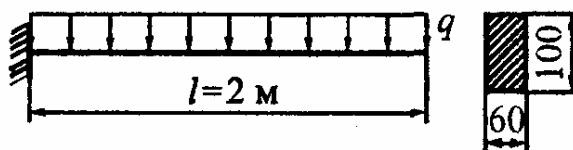
откуда $l_{\text{пред}} = \sqrt{\sigma_{\text{пч}} h / 3\gamma} = \sqrt{270 \cdot 10^6 \cdot 12 \cdot 10^{-2} / 3 \cdot 27 \cdot 10^3} = 20 \text{ м}$.

145. При каком варианте расположения сечения (а или б) чугунная балка обладает наибольшей грузоподъемностью?



* При изгибе данной балки растяжение возникает в ее верхней части. Так как чугун на растяжение работает хуже, чем на сжатие, то растяжение должен испытывать тонкий слой, что соответствует варианту б расположения сечения.

146. Определите допустимую нагрузку $[q]$ на балку из условия прочности, если $[\sigma] = 200 \text{ МПа}$.



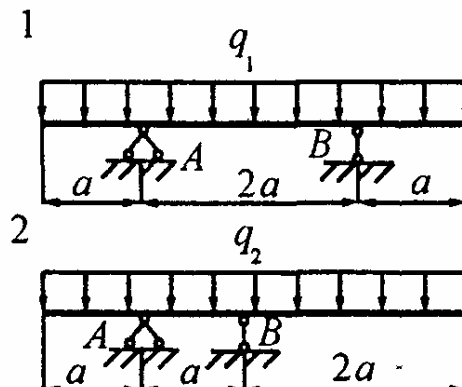
* Максимальный изгибающий момент равен $M_{\max} = ql^2/2$.

Записываем условие прочности балки $\sigma_{\max} = M_{\max} / W_x \leq [\sigma]$,

откуда, учитывая, что $W_x = bh^2/6 = 6 \cdot 10^2 / 6 = 100 \text{ см}^3$,

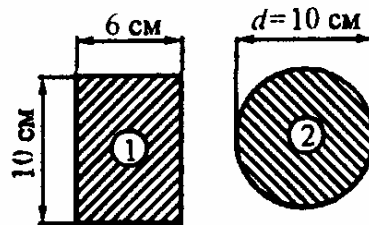
находим $[q] = 2[\sigma]W_x / l^2 = 2 \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 10^{-6} / 2^2 = 10 \text{ кН/м}$.

147. Несущая способность балки по варианту 1 равна $q_1 = 40 \text{ кН/м}$. Чему равна несущая способность той же балки при смещении опоры B влево на расстояние a (вариант 2)?



* Максимальные изгибающие моменты в обоих случаях должны быть одинаковы. Учитывая, что $M_{\max 1} = M_B = q_1 a^2 / 2$, $M_{\max 2} = M_B = 2q_2 a^2$, получим $q_2 = q_1 / 4 = 40 / 4 = 10$ кН/м.

148. Рассматриваются две балки разной формы поперечного сечения при прочих равных условиях. Какая балка обладает большей грузоподъемностью? Как соотносятся веса этих балок?



* Грузоподъемность балки пропорциональна моменту сопротивления поперечного сечения $[M] = [\sigma]W_x$, а вес - площади сечения $G = \gamma A l$.

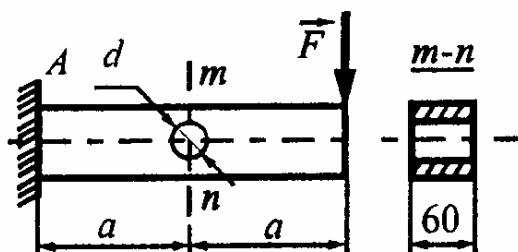
Вычисляем $W_1 = bh^2/6 = 6 \cdot 10^2/6 = 100 \text{ см}^3$,

$$W_2 = 0,1d^3 = 0,1 \cdot 10^3 = 100 \text{ см}^3,$$

$$A_1 = bh = 6 \cdot 10 = 60 \text{ см}^2, \quad A_2 = \pi d^2/4 = \pi \cdot 10^2/4 = 78,5 \text{ см}^2.$$

Так как $W_1 = W_2$, то балки обладают одинаковой грузоподъемностью, но вторая балка тяжелее первой в $A_2/A_1 = 78,5/60 = 1,31$ раза.

149. Деревянный брус квадратного сечения 6×6 см рассчитан на заданную нагрузку F . Снизится ли несущая способность балки, если в ней просверлить отверстие диаметром $d = 4$ см в сечении mn ?



* Несущая способность балки не снизится, если наибольшее нормальное напряжение в заделке σ_A будет больше, чем наибольшее нормальное напряжение σ_{mn} в сечении mn , т.е. при следующем условии: $\sigma_A / \sigma_{mn} > 1$.

Находим $\sigma_A = M_A/W_A = 2Fa/W_A$, $W_A = b^3/6$,

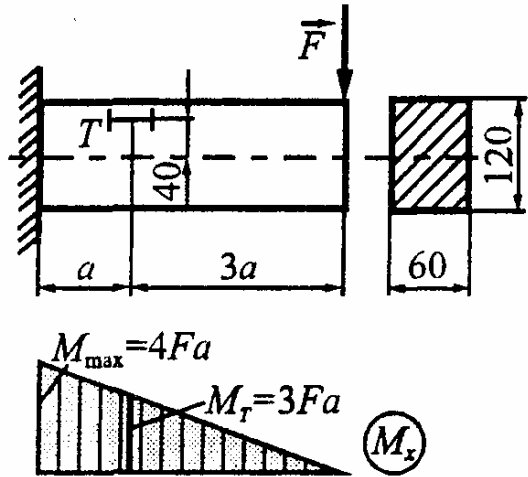
$\sigma_{mn} = M_{mn}/W_{mn} = Fa/W_{mn}$, $W_{mn} = (b^3 - d^3)/6$

и вычисляем их отношение

$\sigma_A/\sigma_{mn} = 2[1 - (d/b)^3] = 2[1 - (4/6)^3] = 1,407 > 1$.

Как видим, при заданном диаметре отверстия несущая способность балки не изменится.

150. Тензومتر T имеет коэффициент увеличения $K = 1000$ и базу $s = 20$ мм. Определите показания тензометра, если наибольшее нормальное напряжение в стальной балке равно $\sigma_{\max} = 200$ МПа.



* Находим наибольшее нормальное напряжение в балке

$\sigma_{\max} = (M_{\max}/I_x)y_{\max}$ и напряжение на уровне тензометра T

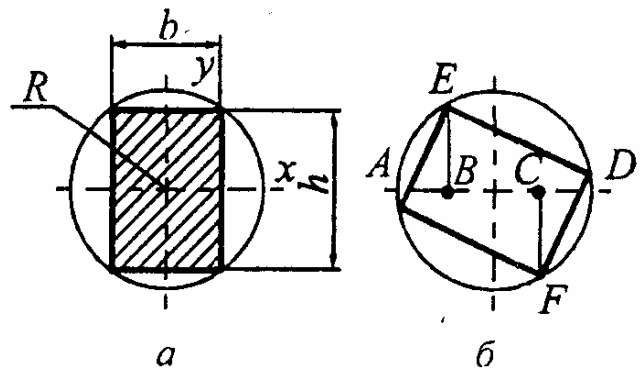
$\sigma_T = (M_T/I_x)y_T$. Далее, выразая σ_T через σ_{\max} , получим

$\sigma_T = \sigma_{\max} (M_T/M_{\max})(y_T/y_{\max}) = \sigma_{\max} (3/4)(4/6) = 0,5\sigma_{\max}$.

С другой стороны, по закону Гука $\sigma_T = E\varepsilon_T = E\Delta n/(Ks)$. Следовательно, $\Delta n = 0,5\sigma_{\max}Ks/E = 0,5 \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 1000 \cdot 20 / 200 \cdot 10^9 = 10$ мм.

151. Задача Парана (французский ученый, 1666-1716).

Как обтесать круглое бревно, чтобы полученный из него брус прямоугольного поперечного сечения обладал наибольшей прочностью при изгибе.



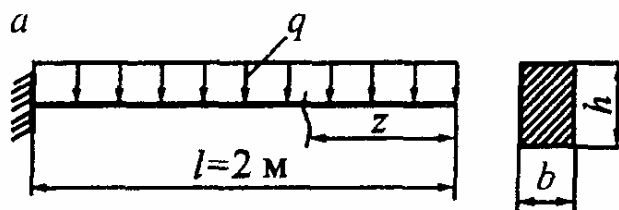
* Так как $b^2 + h^2 = 4R^2$, то момент сопротивления прямоугольного поперечного сечения относительно оси x (рис., а) будет

$$W_x = bh^2/6 = b(4R^2 - b^2)/6.$$

Эта величина имеет максимум при $b = 2R/\sqrt{3}$ и соответственно при $h = b\sqrt{2}$.

Сам Паран дал ответ в форме, удобной для мастера, работающего топором. Надо диаметр круга (рис., б) разделить на три части и из точек B и C восстановить перпендикуляры до пересечения с контуром круга. Прямоугольник $AEDF$ и есть искомое сечение бруса.

152. Какой должна быть форма полностью равнопрочной консольной балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q ? Рассмотреть случай, когда $b = \text{const}$, а h - переменная.

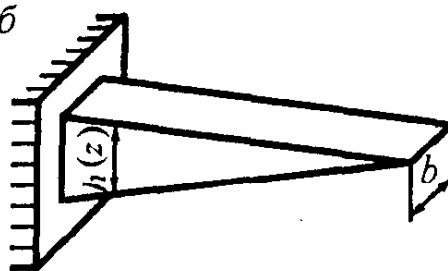


* Согласно условию равнопрочности б

$$\sigma_{\max}(z) = \frac{M_x(z)}{W_x(z)} = [\sigma] = \text{const}.$$

Отсюда, учитывая, что

$$M_x(z) = qz^2/2, \quad W_x(z) = bh^2(z)/6,$$

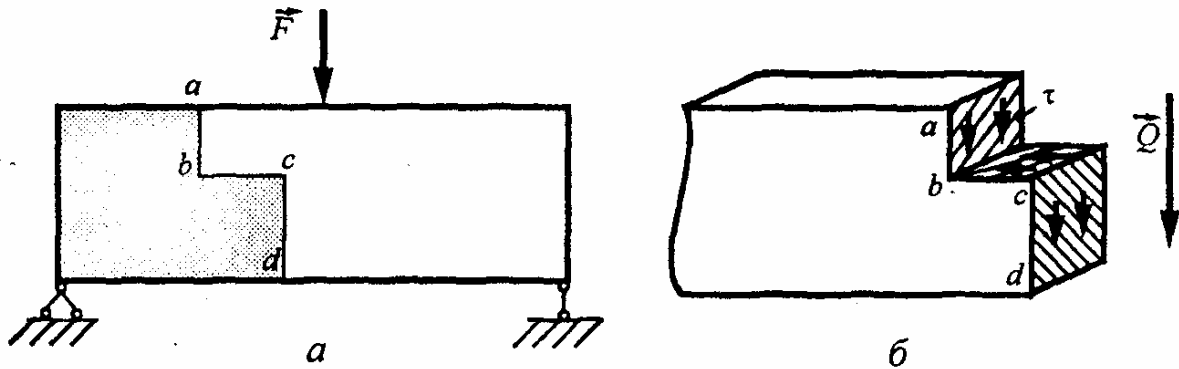


находим закон изменения высоты сечения по длине балки

$$h(z) = 3qz/(b[\sigma]).$$

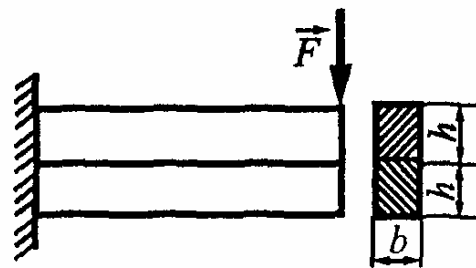
Как видим, высота сечения должна изменяться по линейному закону. Форма балки равного сопротивления для заданного случая нагружения представлена на рис., б.

153. Показать направление касательных напряжений, передающихся через ступенчатый разрез $abcd$ от правой части балки на левую.



* Решение задачи приведено на рис., б. На площадках ab и cd касательные напряжения совпадают по направлению с поперечной силой \bar{Q} , а на площадке bc их направление должно подчиняться закону парности.

154. Составная консоль склеена из двух балок каждая сечением 6×10 см. При каком значении силы F нарушается прочность клеевого соединения, если предел прочности клея на сдвиг равен $\tau_{\text{пч}} = 1$ МПа?

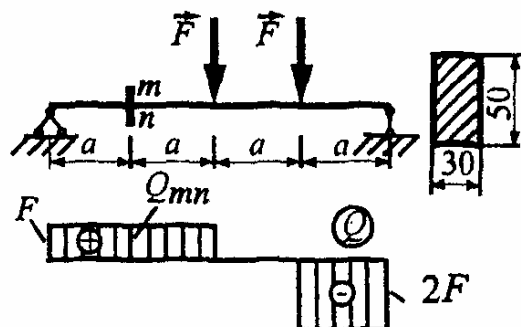


* Условие разрушения клеевого соединения

$$\tau_{\text{кл}} = \tau_{\text{пч}} \quad \text{или} \quad (3/2)F_{\text{раз}}/A = \tau_{\text{пч}},$$

откуда $F_{\text{раз}} = (2/3)\tau_{\text{пч}}A = (2/3) \cdot 1 \cdot 10^6 \cdot 120 \cdot 10^{-4} = 8 \text{ кН}.$

155. Определите величину силы F , если наибольшее касательное напряжение в сечении mn равно 40 МПа.



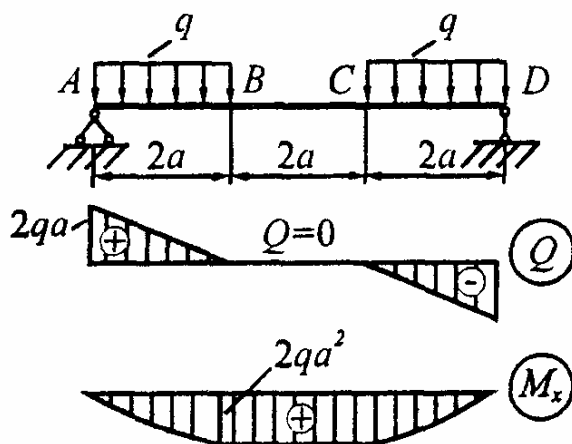
* Поперечная сила и наибольшее касательное напряжение в сечении m соответственно равны

$$Q_{mn} = F, \quad \tau_{mn} = (3/2)Q_{mn}/A = (3/2)F/A.$$

Следовательно, $F = (2/3)\tau_{mn}A = (2/3) \cdot 40 \cdot 10^6 \cdot 15 \cdot 10^{-4} = 40 \text{ кН}.$

ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ

156. Выясните форму упругой линии балки на участке BC и определите радиус кривизны, если жесткость поперечного сечения постоянна и равна EI .



* Кривизна изогнутой оси балки связана с изгибающим моментом соотношением

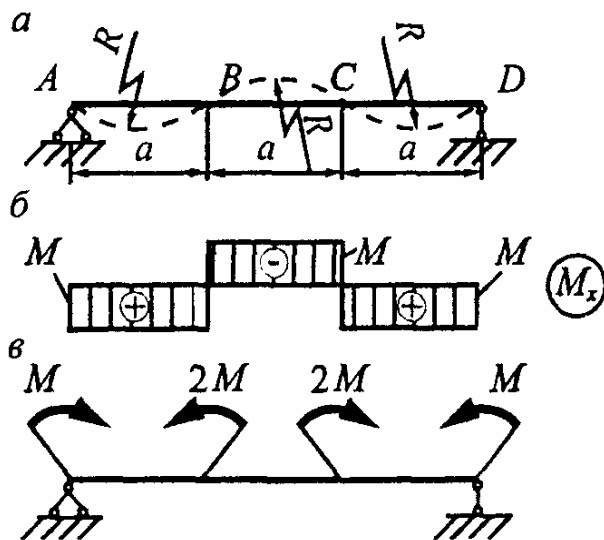
$$1/\rho = M_x/EI_x.$$

На участке BC изгибающий момент постоянен, поэтому балка изгибается по дуге окружности радиуса $\rho = EI_x/M_x = EI_x/(2qa^2).$

157. Как загружена балка постоянной жесткости EI , если ее упругая линия образована дугами окружностей радиуса R ?

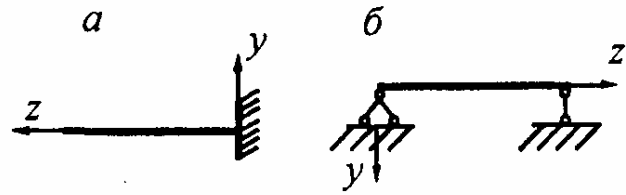
* В пределах каждого из участков AB , BC и CD радиус кривизны постоянен, поэтому изгибающий момент

$$M_x = EI/R = M = \text{const}.$$



По эпюре изгибающего момента M_x (рис., б) нетрудно воспроизвести действующую на балку нагрузку (рис., в).

158. Какой знак необходимо выбрать в дифференциальном уравнении $v'' = \pm M_x / (EI_x)$ упругой линии балки для указанных случаев?



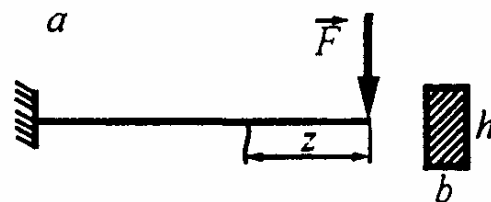
* Знак выбирается в зависимости от ориентации оси y : если положительное направление оси y направлено вверх (случай а), то берется знак "плюс", если вниз (случай б) - знак "минус".

159. Согласно методу начальных параметров балка постоянного сечения при приложении к ней внешнего момента M изгибается, принимая форму квадратной параболы $y = Mz^2 / (2EI_x)$. С другой стороны, нам известно следующее выражение: $1/\rho = M_x / EI_x$. В нашем случае $M_x = M = \text{const}$. Но постоянную кривизну имеет дуга окружности, а не парабола. Как же изогнется балка? По дуге параболы или по окружности?

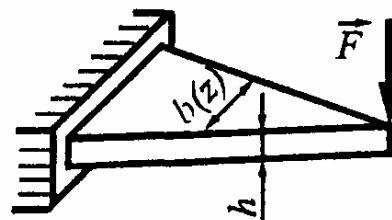


* Уравнение квадратной параболы получено при интегрировании приближенного дифференциального уравнения упругой линии балки $y'' = -M_x / (EI_x)$, полученного из точного уравнения $y'' / (1 + y'^2)^{3/2} = -M_x / (EI_x)$ в предположении малости перемещений. Следовательно, строго говоря, при чистом изгибе балка изгибается по дуге окружности, которая в пределах малых перемещений с весьма большой точностью может быть представлена параболой.

160. Какую форму должна иметь балка прямоугольного сечения постоянной высоты h и переменной ширины b , чтобы ее ось изгибалась по дуге окружности радиуса R ?



* Записываем условие постоянства кривизны, которому должна удовлетворять дуга окружности $1/\rho = M_x/(EI_x) = \text{const}$, откуда, учитывая, что $M_x(z) = -Fz$, $\rho = R$,

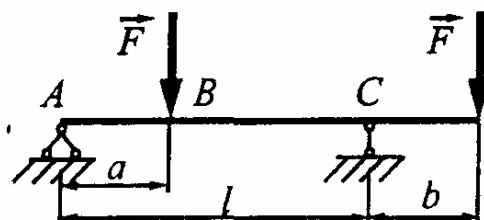


$I_x = b(z)h^3/12$, находим закон изменения ширины по длине балки

$$b(z) = (12FR/h^3)z.$$

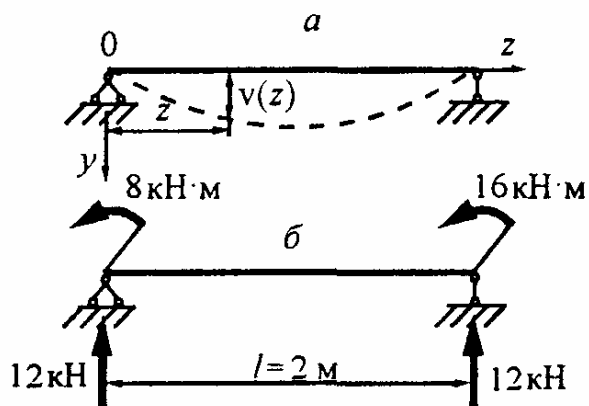
Соответствующая этому закону форма балки представлена на рис., б.

161. При каком размере a прогиб балки на участке AB изменяется по линейному закону?



* Закон изменения прогибов будет линейным при отсутствии изгибающего момента на участке AB , что имеет место при $R_A = 0$. Из этого условия находим $a = l - b$.

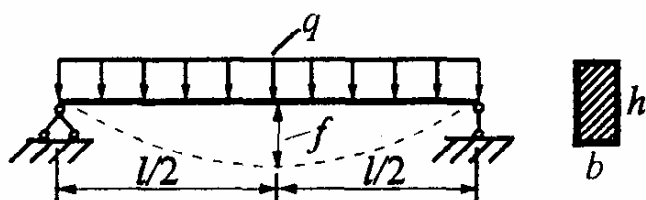
162. Балка постоянной жесткости $EI_x = 1 \text{ МН} \cdot \text{м}^2$ и длиной 2 м изгибается согласно уравнению $v(z) = 0,002(2z^2 - z^3)$. Какая нагрузка вызывает такой изгиб?



* Используя дифференциальное уравнение изгиба, находим закон изменения изгибающего момента $M_x(z) = -EI_x v'' = 4(3z - 2) \text{ кН} \cdot \text{м}$, $M_x(0) = -8 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $M_x(2) = 16 \text{ кН} \cdot \text{м}$, а по нему на основании дифференциальных зависимостей поперечную силу $Q = dM/dz = 12 \text{ кН}$ и погонную нагрузку $q = dQ/dz = 0$.

Таким образом, изгиб балки вызывается двумя опорными моментами $M_A = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ и $M_B = 16 \text{ кН} \cdot \text{м}$, приведенными на рис., б.

163. Свободно опертая по концам балка прямоугольного сечения под действием равно-



мерно распределенной нагрузки получает прогиб в середине, равный 5 см. Эта балка заменяется другой балкой из того же самого материала и также прямоугольного сечения, но с шириной, вдвое меньшей, чем у исходной балки. Какова должна быть высота новой балки h_2 по сравнению с высотой h_1 исходной балки, если новая балка под действием той же самой нагрузки прогибается только на 1,25 см?

* Прогибы балок $f_1 = (5/384)ql^4/(EI_1)$, $f_2 = (5/384)ql^4/(EI_2)$.

Их отношение

$$f_1/f_2 = I_2/I_1 = (b_2 h_2^3/12)/(b_1 h_1^3/12) = (b_2/b_1)(h_2/h_1)^3 = 4.$$

Отсюда $h_2 = h_1 \sqrt[3]{4b_1/b_2} = 2h_1$.

164. Чугунная балка с сечением в виде равнобедренного треугольника нагружается в плоскости его высоты и работает в положениях, когда основание треугольника лежит в области сжатых волокон и в обратном. В каком из указанных положений получится больший прогиб?

* Прогиб в обоих положениях будет одним и тем же, так как момент инерции при повороте сечения на 180° не меняется.

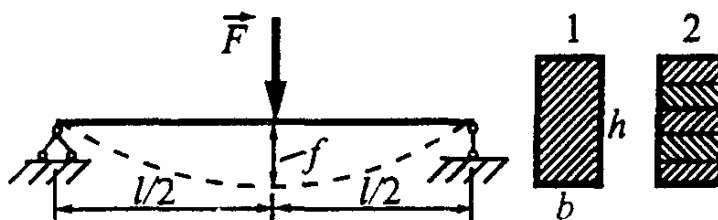
165. Стальная балка квадратного сечения сначала нагружается в плоскости симметрии, параллельной стороне квадрата, а затем в диагональной плоскости. В каком положении прогиб больше?

* Прогиб в обоих положениях будет одинаковым, так как моменты инерции для указанных положений совпадают.

166. Во сколько раз увеличатся напряжения и прогибы балки, если нагрузку увеличить в 5 раз?

* Так как напряжения и прогибы линейно зависят от нагрузки, то при увеличении последней в 5 раз они тоже увеличатся в 5 раз.

167. Имеются две балки равной длины и одинакового поперечного



сечения, одна из которых составлена из 5 отдельных полос, не связанных между собой. Для какой балки прогиб будет больше и почему?

* Прогибы балок $f_1 = Fl^3/(48EI_1)$, $f_2 = Fl^3/(48EI_2)$.

Моменты инерции поперечных сечений балок

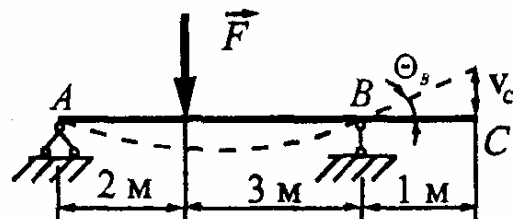
$$I_1 = bh^3/12, \quad I_2 = 5b(h/5)^3/12 = I_1/25.$$

Отношение прогибов $f_2/f_1 = I_1/I_2 = 25$.

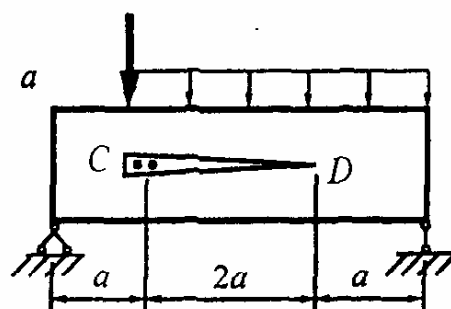
168. Чему равен угол поворота на опоре B , если прогиб на свободном конце составляет $v_C = 10$ мм?

* На участке BC изгибающий момент равен нулю и прогибы изменяются по линейному закону, поэтому

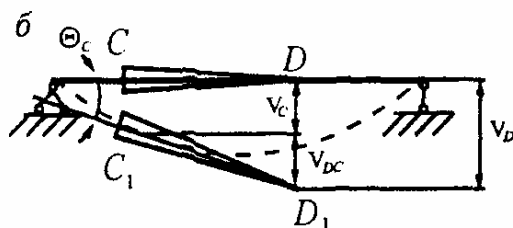
$$\theta_B = v_C / BC = 10 \cdot 10^{-3} / 1 = 10 \text{ мрад.}$$



169. К деревянной балке двумя гвоздиками прибита стрелка CD . Чему равно перемещение конца D стрелки, если $a = 1 \text{ м}$, $v_C = 4 \text{ мм}$, $\theta_C = 8 \text{ мрад}$?

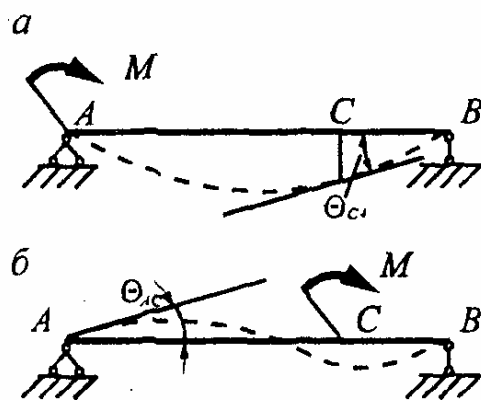


* Перемещение конца D стрелки вызывается прогибом и поворотом сечения C , т.е.



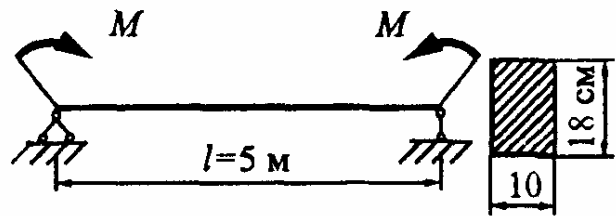
$$v_D = v_C + \theta_C CD = 4 + 16 = 20 \text{ мм.}$$

170. Требуется экспериментально определить угол поворота сечения C . Однако конструкция экспериментальной установки позволяет нагружать балку в любом сечении, а углы поворота измерять только на опорах. Как измерить искомый угол поворота?



* Прикладываем момент M в сечении C и измеряем угол поворота θ_{AC} на опоре A (рис., б). На основании теоремы о взаимности перемещений искомый угол θ_{CA} равен измеренному на опоре A , т.е. $\theta_{CA} = \theta_{AC}$.

171. При нагружении стальной балки моментами M наибольшие нормальные напряжения равны 200 МПа. Какая энергия накоплена балкой?



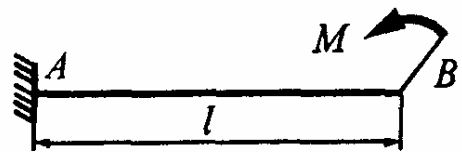
* Энергия упругой деформации при изгибе определяется выражением

$$U = \int_0^l M_x^2 dz / (2EI_x) = M^2 l / (2EI).$$

Учитывая, что $M = \sigma_{\max} W$, после небольших преобразований получим

$$U = \sigma_{\max}^2 bhl / (6E) = 200^2 \cdot 10^{12} \cdot 10 \cdot 18 \cdot 10^{-4} \cdot 5 / (6 \cdot 200 \cdot 10^9) = 3 \text{ кДж}.$$

172. Используя теорему Кастильяно, определите угол поворота сечения B .

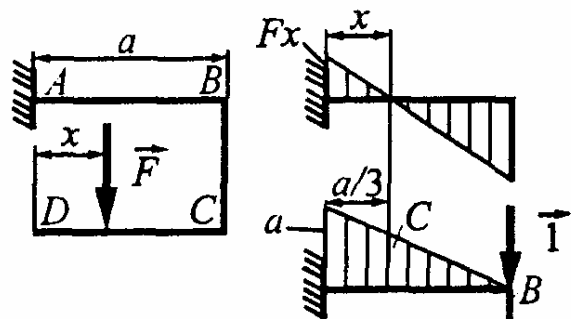


* Энергия упругой деформации балки

$$U = \int_0^l M_x^2 dz / (2EI_x) = M^2 l / (2EI).$$

Угол поворота сечения B : $\theta_B = \partial U / \partial M = Ml / (EI)$.

173. На каком расстоянии x от точки D следует приложить силу F , чтобы перемещение точки B равнялось нулю?

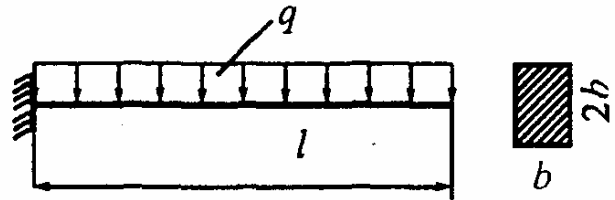


* Перемещение точки B определяем с помощью интеграла Мора

$$\delta_B = \int M_F \bar{M}_1 ds / (EI) = \omega c / (EI).$$

Для того чтобы δ_B равнялось нулю, необходимо совпадение центра тяжести единичной эпюры \bar{M}_1 (т.С) с нулевой точкой эпюры от заданной нагрузки M_F . Очевидно, $x = a/3$.

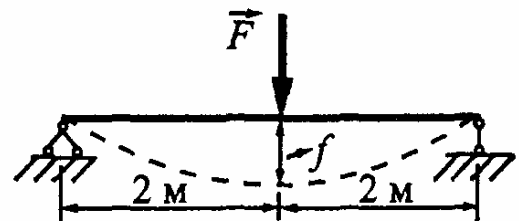
174. Подберите сечение балки из условия жесткости, если $l = 2$ м, $q = 10$ кН/м, $[f] = 3$ мм, $E = 100$ ГПа.



* Записываем условие жесткости $v_{\max} = ql^4 / (8EI) \leq [f]$,
откуда, учитывая, что $I = bh^3 / 12 = b(2b)^3 / 12 = 2b^3 / 3$, находим

$$b_{\text{ж}} \geq \sqrt[4]{3ql^4 / (16E[f])} = \sqrt[4]{3 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 2^4 / (16 \cdot 100 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-3})} = 10 \text{ см.}$$

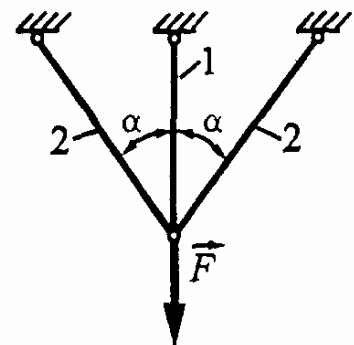
175. Какую наибольшую нагрузку может выдержать балка без нарушения ее жесткости, если $[f] = l/800$, жесткость балки $c = 40$ кН/см.



* Записываем условие жесткости балки $v_{\max} = F/c \leq [f]$,
откуда $[F_{\text{ж}}] = c[f] = 40 \cdot 0,5 = 20$ кН.

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

176. Как изменится усилие в стержне 1 статически неопределимой системы, если, не меняя всех прочих условий:

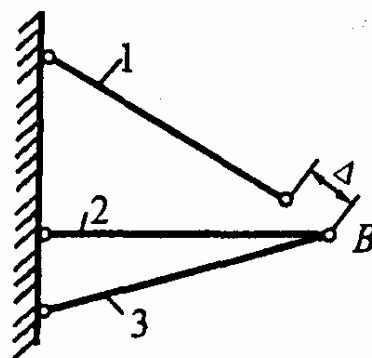


а) изменить материал стержня (сталь на медь, сталь на титан, медь на титан);

б) изменить сечение стержня (увеличить вдвое, уменьшить вдвое) ?

* Усилия в элементах статически неопределимых систем распределяются в соответствии с их жесткостями, а именно: чем больше жесткость элемента, тем больше усилие, на него приходящее. Поэтому при увеличении жесткости EA поперечного сечения стержня 1 (за счет увеличения площади сечения A) усилие в нем увеличится, а при уменьшении жесткости (замена стали на титан или медь, уменьшение площади A) усилие уменьшится.

177. При определении сборочных усилий в статически неопределимой системе было принято, что стержень 1 короче проектной длины на величину $\Delta_p = 0,2$ мм. При этом наибольшее усилие в системе оказалось равным 10 кН. На практике фактическая неточность оказалась равной $\Delta_\phi = 0,3$ мм. Спрашивается, насколько фактическое максимальное усилие будет отличаться от расчетного?



* Сборочные усилия в статически неопределимых системах линейно зависят от неточности Δ , т.е. $N = k\Delta$, поэтому при увеличении неточности в 1,5 раза усилие также увеличится в 1,5 раза и фактическое усилие составит $N_\phi = 15$ кН.

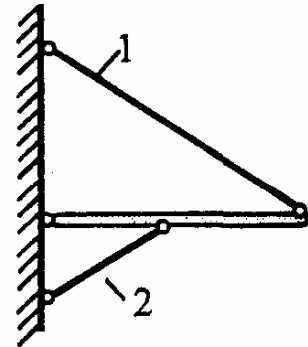
178. Трещины в асфальтированных дорогах возникают чаще всего зимой. Почему?

* При понижении температуры в асфальте возникают растягивающие напряжения, которые и вызывают его растрескивание.

179. Чтобы стакан не лопнул при наполнении его кипятком, рекомендуется в него предварительно опустить чайную ложку и лить кипяток на ложку. Какую роль играет в данном случае чайная ложка?

** Она исключает тепловой удар, имеющий место при прямом попадании кипятка на дно или стенки стакана.*

180. При определении температурных усилий в статически неопределимой системе было принято, что монтаж системы производится при температуре 0°C , а температура окружающей среды колеблется от минус 40°C до плюс 40°C .

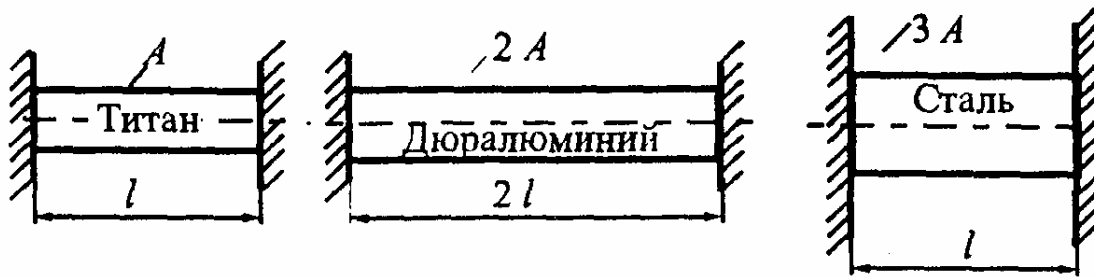


Наибольшее усилие в стержне 2 по расчету оказалось равным 20 кН . На практике монтаж системы произвели при температуре плюс 20°C . Насколько фактическое наибольшее усилие в стержне 2 будет отличаться от расчетного?

** Температурные усилия, возникающие в статически неопределимых системах, пропорциональны перепаду температур Δt (разности между температурой монтажа и фактической температурой в данный момент), т.е. $N_1 = k\Delta t$. При расчете было принято $\Delta t_p = 40^{\circ}\text{C}$, фактический же максимальный перепад составил $\Delta t_{\text{ф}} = 60^{\circ}\text{C}$, что в 1,5 раза больше расчетного, поэтому фактическое усилие в стержне 2 составит 30 кН .*

181. Сравнить температурные напряжения, возникающие в трех стержнях, заделанных в абсолютно неподатливые стенки.

** Температурные напряжения в данной задаче определяются по*



формуле $\sigma_t = \alpha E \Delta t$, т.е. они не зависят ни от длины стержня, ни от площади его поперечного сечения, а только от характеристик материала (α , E) и перепада температур. При одинаковом перепаде температур для всех трех случаев напряжение будет тем больше, чем больше произведение αE :

- титан: $\alpha_T = 8,5 \cdot 10^{-6}$, $E_T = 100$ ГПа, $\alpha_T E_T = 0,85$ МПа;

- дюралюминий: $\alpha_D = 26 \cdot 10^{-6}$, $E_D = 70$ ГПа, $\alpha_D E_D = 1,82$ МПа;

- сталь: $\alpha_C = 12,5 \cdot 10^{-6}$, $E_C = 200$ ГПа, $\alpha_C E_C = 2,5$ МПа.

Таким образом, в стальном стержне возникнут самые большие температурные напряжения.

182. Каким следует выбрать отношение a/b , чтобы вес ступенчатого бруса был минимальным, если отношение $[\sigma_c]/[\sigma_p] = 4$?

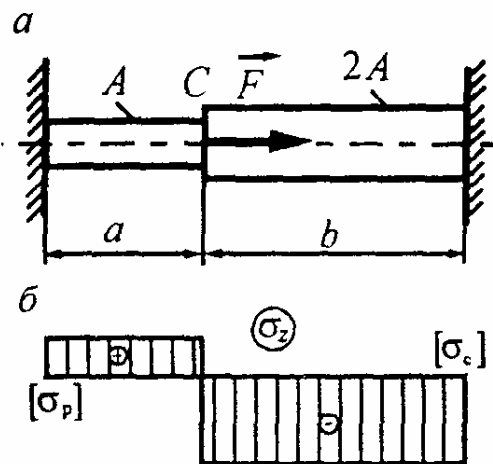
* Вес бруса будет минимальным при одновременном выполнении двух условий $\sigma_{\max} = [\sigma_p]$ и $\sigma_{\min} = [\sigma_c]$.

Соответствующая этому случаю эпюра распределения нормальных напряжений представлена на рис. б. Находим перемещение сечения С

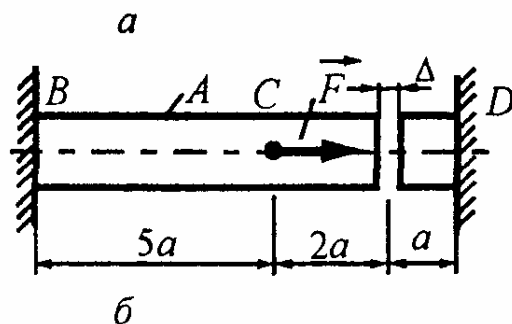
$$\delta_C = [\sigma_p] a / E = [\sigma_c] b / E,$$

откуда

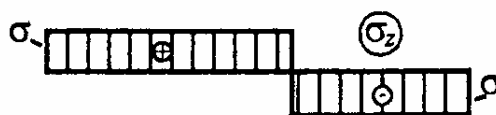
$$a/b = [\sigma_c] / [\sigma_p] = 4.$$



183. При каком значении силы F напряжения во всех сечениях стального стержня будут одинаковы, если $a = 1$ м, $EA = 200$ МН, $\Delta = 0,5$ мм?



* По условию задачи напряжения на участках BC и CD одинаковы по абсолютной величине и равны σ (рис., б).



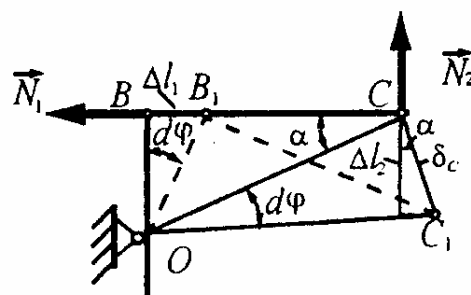
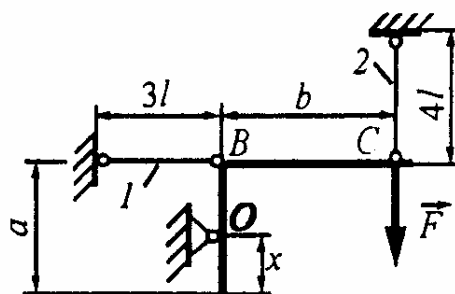
Значение σ можно определить, с одной стороны, из уравнения равновесия статики $\sum Z_i = 0$, $2\sigma A = F$, $\sigma = F/(2A)$, (а) с другой стороны, из уравнения совместности деформаций

$$\sigma 5a/E - \sigma 3a/E = \Delta, \quad \sigma = E\Delta/2a. \quad (б)$$

Приравнявая (а) и (б), получим

$$F = (EA/a)\Delta = (200 \cdot 10^6/1) \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 100 \text{ кН}.$$

184. Стержни 1 и 2 отличаются только длиной. На каком расстоянии x следует поставить опору O , чтобы обеспечить равнопрочность стержней, если $a = 35$ см, $b = 40$ см? Деформациями детали OBC пренебречь.



* По условию задачи $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$.

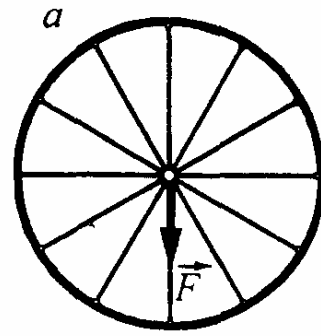
Составляем уравнение совместности деформаций $d\varphi = \Delta l_1/OB = \delta_C/OC$.

Учитывая, что $\delta_C = \Delta l_2/\cos \alpha$, $OC \cos \alpha = BC$,

$$\Delta l_1 = \sigma 3l/E, \quad \Delta l_2 = \sigma 4l/E,$$

получим $\Delta l_1/\Delta l_2 = OB/BC$, $3/4 = (35 - x)/40$, откуда $x = 5$ см.

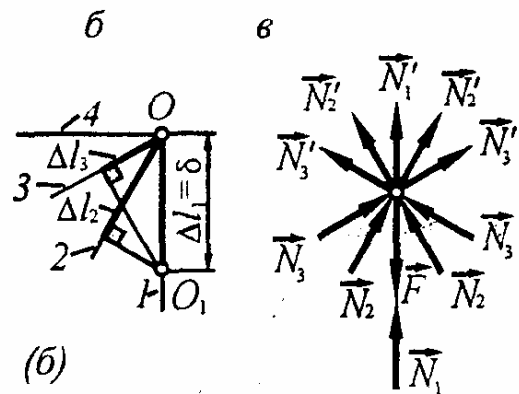
185. Сила F приложена в центре колеса, имеющего 12 стальных спиц одинаковой жесткости c , которые делят окружность на равные секторы. Считая обод колеса абсолютно жестким, определить опускание точки приложения силы. Спицы при сжатии не теряют устойчивости и деформации их такие же, как в растянутых спицах при одинаковом усилии.



* По закону Гука усилие в спице равно $N_i = c\Delta l_i$. (a)

Деформации спиц выражаем через опускание δ точки O (рис., б):

$$\Delta l_1 = \delta, \Delta l_2 = \delta \cos 30^\circ, \Delta l_3 = \delta \cos 60^\circ. \quad (б)$$

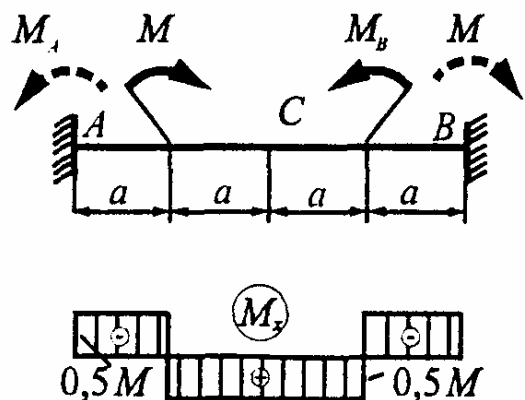


Составляем уравнение равновесия узла O в проекции на вертикальную ось (рис., в)

$$\sum Y_i = 0 \quad 2N_1 + 4N_2 \cos 30^\circ + 4N_3 \cos 60^\circ = F,$$

которое с учетом выражений (a) и (б) можно привести к виду $c\delta(2 + 4\cos^2 30^\circ + 4\cos^2 60^\circ) = F$, откуда $\delta = F/(6c)$.

186. В каком сечении возникает наибольший изгибающий момент и чему он равен?



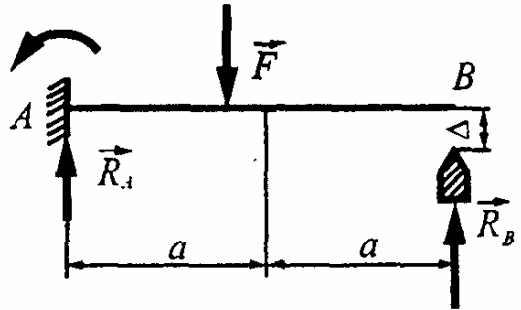
* В силу симметрии системы опорные моменты равны по величине и угол поворота среднего сечения C равен нулю, т.е. $M_A = M_B$ и $\theta_C = 0$.

Последнее условие раскрываем с помощью метода начальных параметров

$$\theta_C = \frac{1}{EI_x} \left[\frac{M_A 2a}{1} - \frac{Ma}{1} \right] = 0, \quad \text{откуда} \quad M_A = 0,5M.$$

Как видим, изгибающий момент один и тот же по абсолютной величине по всей длине балки.

187. Правый конец консольной балки постоянного сечения свободен и под ним устроена опора. При какой величине зазора Δ реакция опоры A будет в 3 раза больше, чем опоры B ?



* По условию задачи $R_A = 3R_B$. Это позволяет непосредственно из уравнений статики найти опорные реакции:

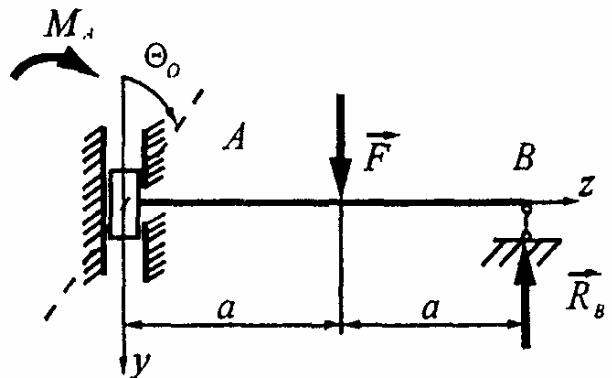
$$\sum Y_i = 0, \quad R_A + R_B = F, \quad \text{откуда} \quad R_B = F/4 \text{ и } R_A = 3F/4;$$

$$\sum m_A = 0 \quad M_A + R_B \cdot 2a - F \cdot a = 0, \quad \text{откуда} \quad M_A = Fa/2.$$

Для определения зазора воспользуемся методом начальных параметров

$$\begin{aligned} \Delta = v_B &= \frac{1}{EI_x} \left[\frac{M_A (2a)^2}{2} - \frac{R_A (2a)^3}{6} + \frac{Fa^3}{6} \right] = \\ &= \frac{Fa^3}{EI_x} \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{2^2}{2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2^3}{6} + \frac{1}{6} \right] = \frac{Fa^3}{6EI_x}. \end{aligned}$$

188. На какой угол θ_0 необходимо повернуть опору A , чтобы при последующем нагружении балки силой F поворот сечения B был равен нулю?



* Находим опорные реакции, составляя уравнения равновесия

$$\sum Y_i = 0, \quad F - R_B = 0, \quad R_B = F; \quad \sum m_A = 0, \quad M_A = R_B 2a - Fa = Fa;$$

По условию задачи $\theta_B = 0$

$$\text{или } \theta_B = \theta_0 + \frac{1}{EI_x} \left[\frac{-M_A 2a}{1} + \frac{Fa^2}{2} \right] = 0, \quad \text{откуда } \theta_0 = \frac{3Fa^2}{2EI_x}.$$

Знак "плюс" означает, что сечение A необходимо повернуть в положительную сторону, т.е. по часовой стрелке в принятой левой системе координат.

189. Найти жесткость пружины c из условия, чтобы реакция опоры A была в 4 раза больше усилия в пружине.

* Система один раз статически неопределима, поэтому для определения неизвестной X_1 , в качестве которой принято усилие в пружине, составим одно каноническое уравнение метода сил $\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = -X_1/c$,

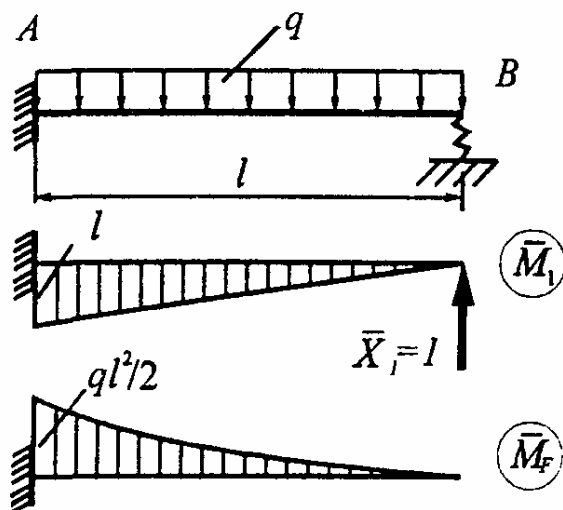
$$\text{где } EI\delta_{11} = \int_0^l \bar{M}_1^2 dz = l^3/3, \quad EI\Delta_{1F} = \int_0^l \bar{M}_1 M_F dz = -ql^4/8.$$

$$\text{Отсюда } X_1 = \frac{ql^4}{8EI} / \left(\frac{l^3}{3EI} + \frac{1}{c} \right) = \frac{3}{8} ql / (1+k), \quad \text{где } k = 3EI / (cl^3) \quad (a)$$

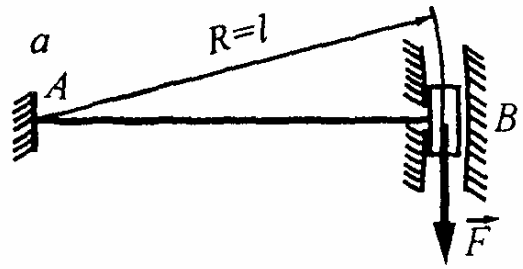
По условию задачи $R_A = 4R_B = 4X_1$, что позволяет найти X_1 из уравнения статики: $\sum Y_i = 0, \quad R_A + R_B = ql, \quad R_B = X_1 = ql/5. \quad (б)$

Приравнявая выражения (а) и (б), найдем искомую жесткость

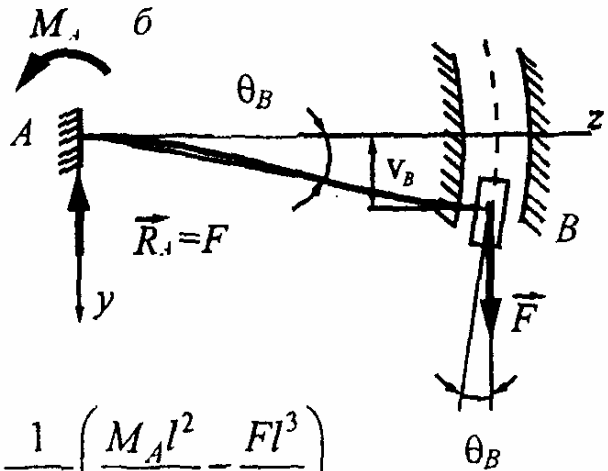
$$\frac{3}{8} ql / (1+k) = \frac{ql}{5}, \quad k = 7/8 \quad \text{и} \quad c = 24EI / (7l^3).$$



190. Один конец балки постоянной жесткости EI_x жестко закреплен на неподвижной опоре, а другой — жестко заделан в ползун, который может перемещаться по окружности радиуса $R = l$. Определите вертикальное перемещение ползуна B .



* Из геометрических соображений (рис. б) имеем $v_B = \theta_B l$. Подставляя сюда величины θ_B и v_B , вычисленные по методу начальных параметров



$$\theta_B = \frac{1}{EI_x} \left(\frac{M_A l}{1} - \frac{Fl^2}{2} \right), \quad v_B = \frac{1}{EI_x} \left(\frac{M_A l^2}{2} - \frac{Fl^3}{6} \right),$$

найдем опорный момент

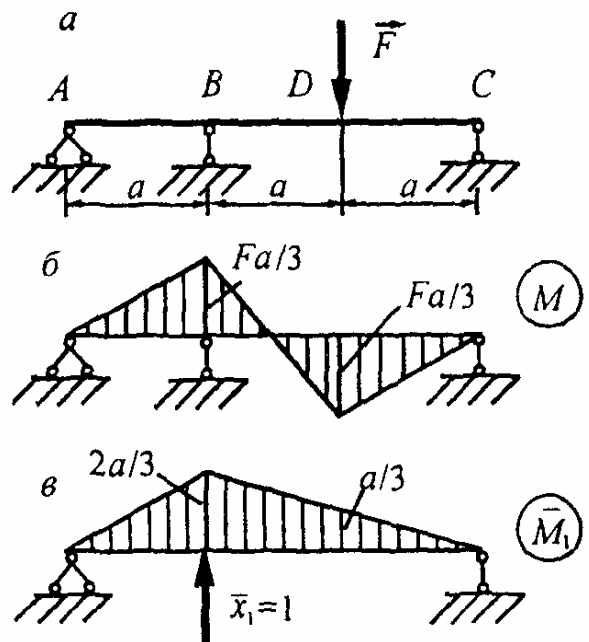
$$M_A = 2Fl/3,$$

а по нему и искомый прогиб

$$v_B = Fl^3 / (6EI_x).$$

191. При каком вертикальном смещении опоры B неразрезная балка постоянного сечения обладает наибольшей несущей способностью?

* Балка будет обладать наибольшей несущей способностью при условии $|M_B| = M_D$ или $R_C a = Fa - R_C \cdot 2a$, откуда находим $R_C = F/3$ и строим эпюру изгибающего момента M (рис., б).



Смещение опоры B определим с помощью интеграла Мора

$$EI\Delta_B = \int_l M \bar{M}_1 dz = Fa^3 \left[\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{9} \right] = \frac{Fa^3}{18}$$

192. Для трехопорной неразрезной балки задана эпюра изгибающего момента. Определите величину неизвестного момента M_K , полагая $a = 1$ м.

* Система 1 раз статически неопределима, поэтому составим одно каноническое уравнение метода сил

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0,$$

где

$$EI\delta_{11} = \int_l \bar{M}_1^2 dz = 2 \cdot (1/2) \cdot 2a \cdot 1 \cdot (2/3) = 4a/3,$$

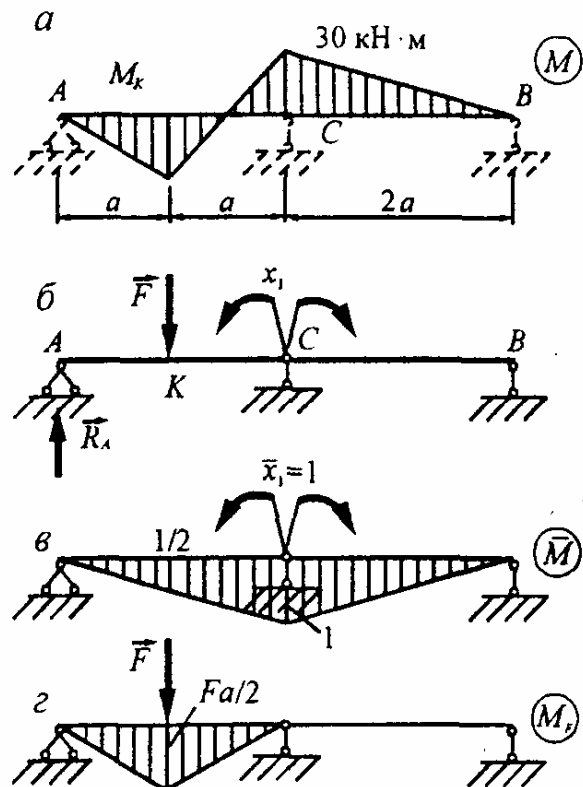
$$EI\Delta_{1F} = \int_l \bar{M}_1 M_F dz = (1/2) \cdot 2a \cdot (Fa/2) \cdot (1/2) = Fa^2/4,$$

откуда $X_1 = -3Fa/16$.

По условию задачи $X_1 = -30$ кН·м, следовательно, $F = 160$ кН.

Кроме того, $X_1 = R_A \cdot 2a - Fa$.

Отсюда $R_A = 65$ кН и $M_K = R_A \cdot a = 65$ кН·м.



193. Какой момент возникнет в защемлении A балки постоянной жесткости $EI_x = 3$ МН·м² и длиной $l = 3$ м, если ле-

вая опора повернется на угол $\theta = 5$ мрад, а правая опора получит осадку $\Delta = 5$ мм?

* Момент, вызванный поворотом левой опоры, найдем из уравнения

$$\delta_{11}X_1 = \theta,$$

где $EI_x\delta_{11} = \int_0^l \bar{M}_1^2 dz = (1/2)l \cdot 1 \cdot (2/3) = l/3.$

Следовательно, $X_1 = (3EI_x/l)\theta = M_A(\theta).$

Момент, вызванный осадкой правой опоры, найдем из уравнения $\delta_{22}X_2 = \Delta,$

где

$$EI_x\delta_{22} = \int_0^l \bar{M}_2^2 dz = (1/2) \cdot l \cdot l \cdot (2/3) = l^3/3,$$

$$X_2 = \Delta/\delta_{22} = (3EI_x/l^3)\Delta,$$

$$M_A(\Delta) = -X_2l = -(3EI_x/l^2)\Delta.$$

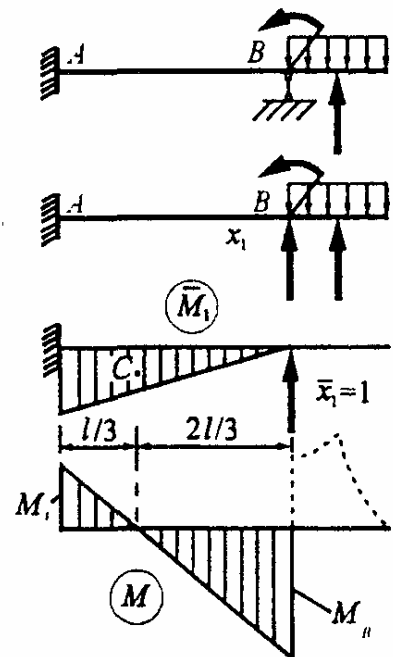
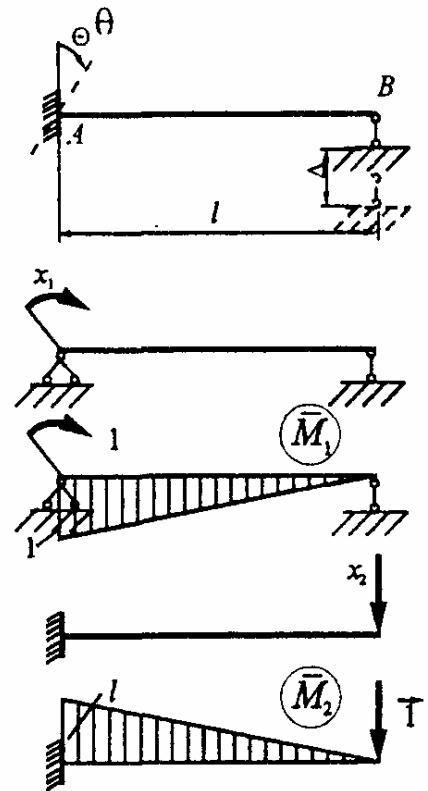
На основании принципа независимости действия сил

$$M_A(\theta, \Delta) = M_A(\theta) + M_A(\Delta) = (3EI_x/l^2)(\theta l - \Delta) = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

194. Доказать, что при любой нагрузке на консольной части балки изгибающий момент в опорном сечении

$$M_A = -0,5M_B.$$

* Пусть изгибающий момент в сечении слева от опоры B равен M_B . Поскольку прогиб на опоре B равен нулю, то центр тяжести единичной эпюры \bar{M}_1 должен совпадать с нулевой точкой эпюры M , что возможно, если $M_A = -0,5M_B$.



195. Построить эпюру изгибающего момента для полубесконечной равнопролетной балки постоянной жесткости, загруженной на левом конце моментом M .

* Все пролеты балки имеют одинаковую длину и жесткость, поэтому $X_1 = \alpha M$, $X_2 = \alpha X_1$, $X_3 = \alpha X_2 = \alpha^2 M$.

Для нахождения коэффициента α запишем каноническое уравнение для одной из промежуточных опор, например, первой:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} = 0,$$

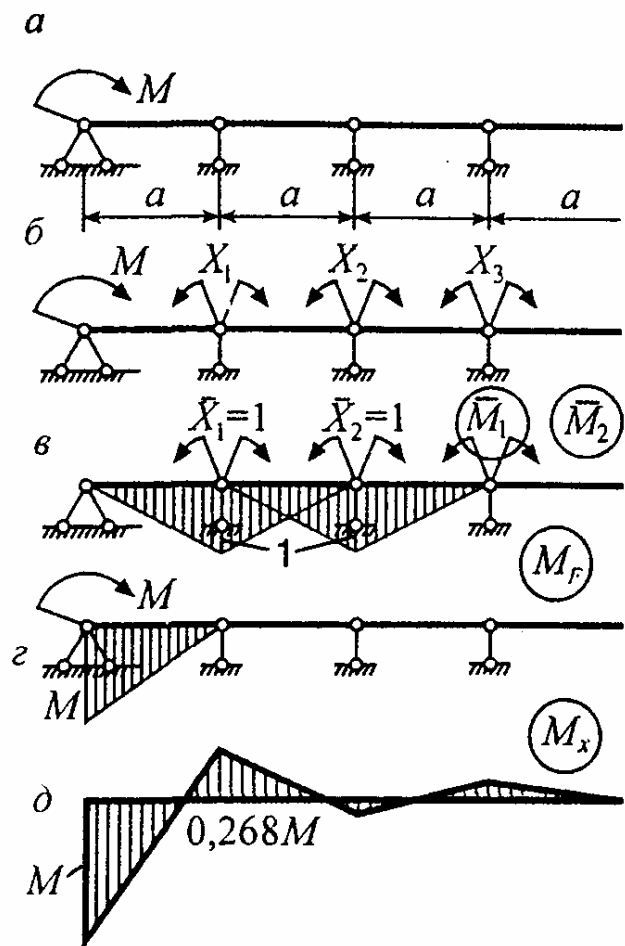
$$EI\delta_{11} = \int_0^a \bar{M}_1^2 dz = 2 \cdot (1/2) \cdot a \cdot 1 \cdot (2/3) = (2/3)a,$$

$$EI\delta_{12} = \int_0^a \bar{M}_1 \bar{M}_2 dz = (1/2) \cdot a \cdot 1 \cdot (1/3) = a/6,$$

$$EI\Delta_{1F} = \int_0^a \bar{M}_1 M_F dz = (1/2) \cdot M \cdot a \cdot (1/3) = Ma/6.$$

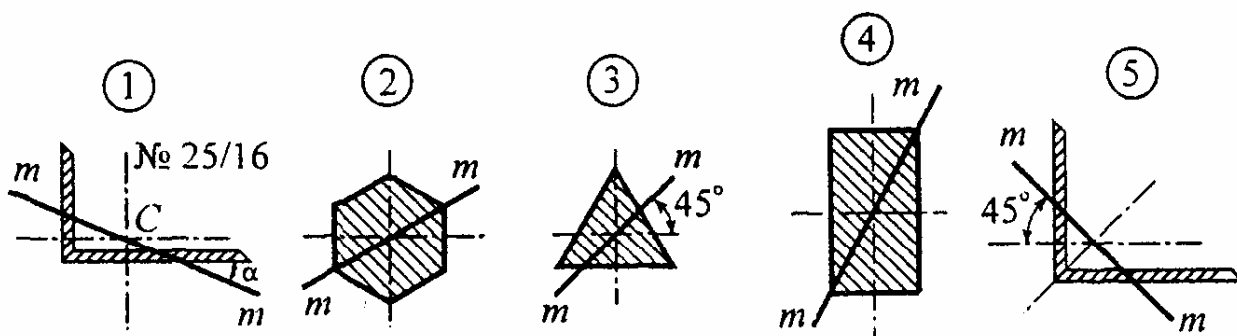
После подстановки найденных коэффициентов в каноническое уравнение и упрощения получим $\alpha^2 + 4\alpha + 1 = 0$, откуда $\alpha = -0,268$.

Тогда $X_1 = -0,268M$, $X_2 = (-0,268)^2 M = 0,072M$ и т.д. Эпюра M_x приведена на рис., д.



СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

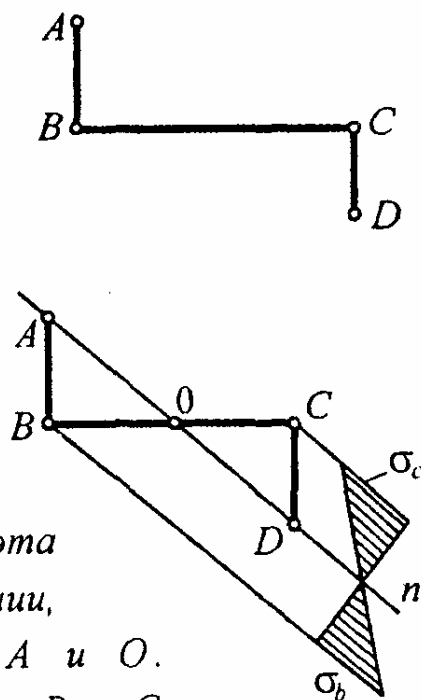
196. На рисунке приведены поперечные сечения балок, нагруженных силами, лежащими в одной плоскости, след которой обозначен линией mm . Укажите, в каких случаях изгиб является прямым, а в каких - косым?



* В случаях 1, 2, 3 и 5 силовая плоскость совпадает с главной плоскостью балки, поэтому изгиб является прямым. В случае 4 силовая плоскость не совпадает с главной осью сечения и балка испытывает кривой изгиб.

197. Для опасного сечения балки, испытывающей кривой изгиб, напряжение в точке A равно нулю. В каких точках возникают наибольшие нормальные напряжения?

* При кривой изгибе нейтральная линия проходит через центр тяжести поперечного сечения. По условию задачи напряжение в точке A равно нулю, т.е. эта точка также принадлежит нейтральной линии, поэтому последняя пройдет через точки A и O . Наибольшие напряжения возникают в точках B и C как наиболее удаленных от нейтральной линии.



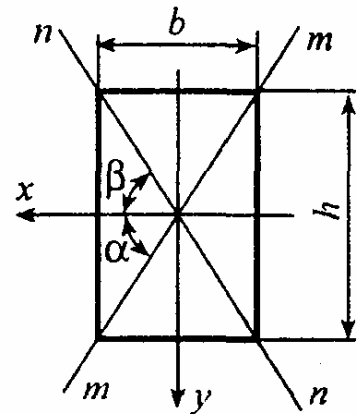
198. Для балки прямоугольного сечения плоскость действия нагрузки направлена по диагонали прямоугольника. Докажите, что нейтральная линия совпадает с другой диагональю прямоугольника.

* Между угловыми коэффициентами силовой и нейтральной линии существует соотношение $k_1 k_2 = -I_x / I_y$,

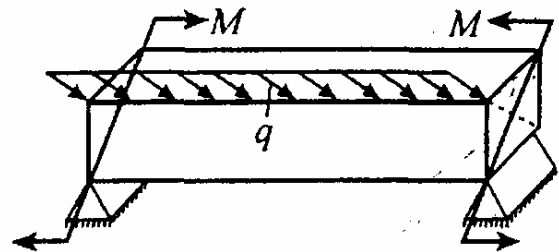
где $k_1 = \operatorname{tg} \alpha = h/b$. Отсюда находим

$$k_2 = -(I_x / I_y) / k_1 = -h/b = \operatorname{tg} \beta.$$

Так как $|k_2| = k_1$, то $|\beta| = \alpha$, что и требовалось доказать.



199. Балка квадратного сечения длиной l шарнирно оперта по концам и нагружена моментами M и погонной нагрузкой интенсивности q .



При каком значении момента M во всех сечениях по длине балки наибольшие напряжения будут одинаковы?

* Балка нагружена в главных плоскостях, причем в плоскости действия пар сил изгибающий момент постоянен по длине и равен M , а в плоскости действия погонной нагрузки изгибающий момент изменяется от нуля на опорах до $ql^2/8$ в среднем сечении балки. Наибольшие нормальные напряжения во всех сечениях по длине балки будут одинаковы, если опасные точки будут расположены в плоскости действия изгибающих пар, что имеет место при $M \geq ql^2/8$.

200. При каком соотношении F_1/F_2 нормальное напряжение в точке K равно нулю?

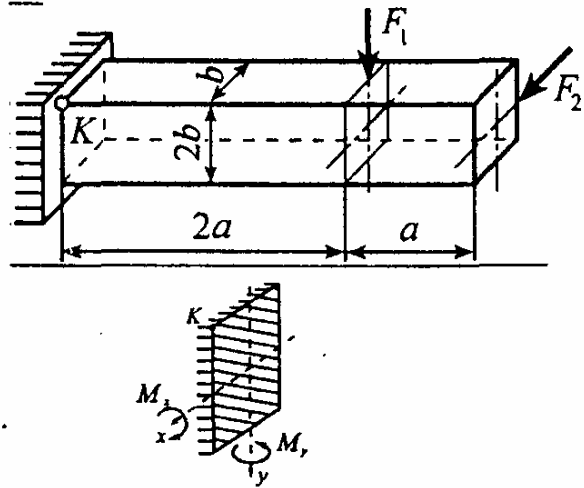
* Находим нормальное напряжение в точке К

$$\sigma_K = \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} = \frac{2F_1 a}{2b^3/3} - \frac{3F_2 a}{b^3/3}$$

По условию задачи

$$\sigma_K = 0,$$

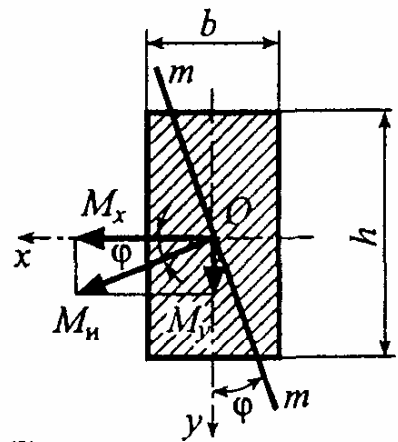
откуда $3F_1 - 9F_2 = 0, \quad F_1 = 3F_2.$



201. Балка прямоугольного сечения 4×24 см была рассчитана для работы в вертикальной плоскости. Однако в процессе эксплуатации оказалось, что плоскость действия нагрузки может отклоняться от вертикали до 5° . Спрашивается, гарантирует ли безопасную работу конструкции принятый при расчете коэффициент запаса $[n] = 1,5$?

* Согласно расчету балка испытывает прямой изгиб в вертикальной плоскости, поэтому $\sigma_{рас} = M_n / W_x$.

В процессе эксплуатации за счет отклонения плоскости нагрузки на угол φ от вертикали балка будет испытывать косоу изгиб, следовательно, фактические напряжения



$$\sigma_{фак} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{M_n \cos \varphi}{W_x} + \frac{M_n \sin \varphi}{W_y} = \frac{M_n}{W_x} f(\varphi),$$

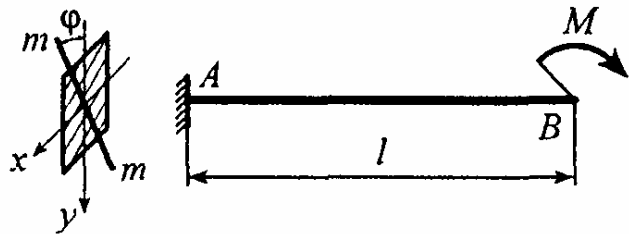
где $f(\varphi) = \cos \varphi + m \sin \varphi, \quad m = h/b.$

Отношение напряжений

$$\sigma_{фак} / \sigma_{рас} = f(\varphi) = \cos 5^\circ + 6 \sin 5^\circ = 1,52 > [n],$$

т.е. принятый при расчете коэффициент запаса прочности не гарантирует безопасной работы балки в процессе ее эксплуатации.

202. Балка длиной l изгибается моментом M , действующим в плоскости mt . Какую кривую описывает конец балки при изменении угла φ от 0 до 2π ?



* Перемещения сечения B по осям x и y соответственно равны:

$$u_B = \frac{M_y l^2}{2EI_y} = \frac{Ml^2}{2EI_y} \sin \varphi, \quad v_B = \frac{M_x l^2}{2EI_x} = \frac{Ml^2}{2EI_x} \cos \varphi.$$

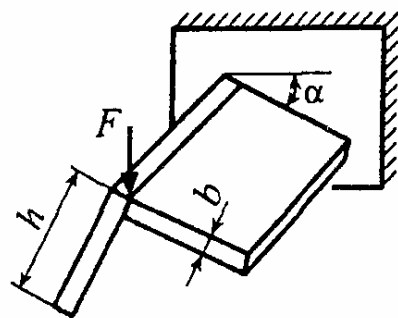
Исключая φ с использованием тождества $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$, получим

$$u_B^2 / u_0^2 + v_B^2 / v_0^2 = 1,$$

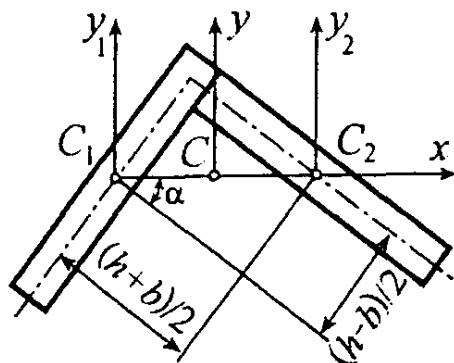
где $u_0 = Ml^2 / (2EI_y), \quad v_0 = Ml^2 / (2EI_x).$

Как видим, конец балки описывает эллипс с полуосями u_0 и v_0 .

203. Сечение балки составлено из одинаковых прямоугольников, перпендикулярных друг к другу. Каким следует принять угол α , чтобы балка не испытывала кривой изгиб при нагружении вертикальной силой F ?

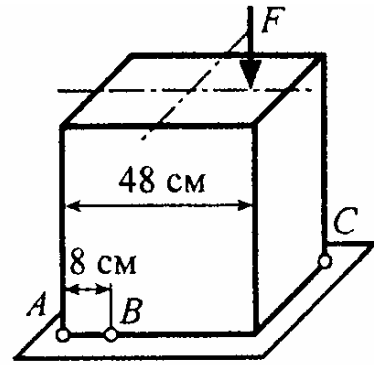


* Проведем ось x через центры тяжести прямоугольников. Легко показать, что оси x , y являются главными центральными. Действительно, $I_{xy} = I_{xy_1} + I_{xy_2} = 0$. Это справедливо для сечения, составленного из двух одинаковых фигур, повернутых друг

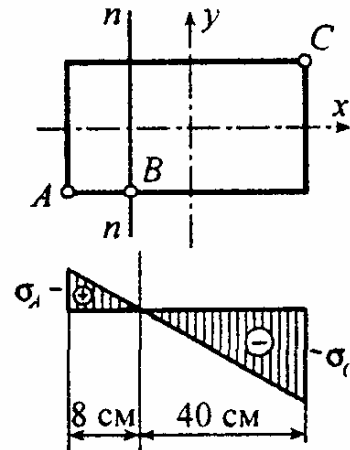


относительно друга на 90° , что имеет место в данном случае. Следовательно, искомый угол равен $\alpha = \arctg(h - b) / (h + b)$.

204. Брус прямоугольного сечения сжимается некоторой силой. При этом напряжение в точке A равно 2 МПа, а в точке B равно нулю. Чему равно напряжение в точке C ?

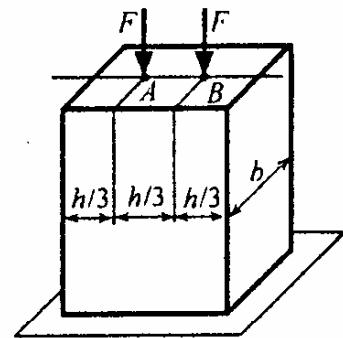


* Так как сжимающая сила приложена в точке, лежащей на оси x , то нейтральная линия параллельна оси y и проходит через точку B ($\sigma_B = 0$). Из подобия треугольников $\sigma_C / \sigma_A = 40 / 8 = 5$, откуда получим $\sigma_C = 5\sigma_A = 5 \cdot 2 = 10$ МПа.

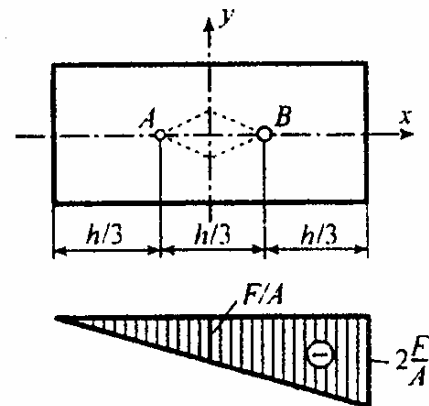


По знаку напряжения в точках A и C противоположны, т.е. в точке C возникает сжатие.

205. В точках A и B колонны прямоугольного сечения приложены одинаковые силы F . Как изменится наибольшее сжимающее напряжение в колонне, если одну из сил удалить?



* Если приложены две силы F , то имеет место центральное сжатие, для которого $\sigma_{рас1} = 2F / (bh)$.

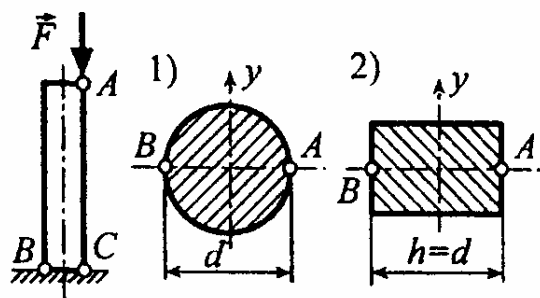


Если убрать одну из сил, например, силу, приложенную в точке A , то получим

$$\sigma_{рас2} = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{F}{bh} + \frac{F(h/6)}{bh^2/6} = \frac{2F}{bh}$$

Как видим, наибольшие сжимающие напряжения в обоих случаях совпадают.

206. В точках A двух колонн приложены сжимающие силы. При этом в точках C обеих колонн сжимающие напряжения оказались одинаковыми. Сравните напряжения в точках B .



* Находим напряжения в точках C и B обеих колонн по формуле

$$\sigma_i = N/A \mp M_y/W_y,$$

$$\sigma_{C1} = -4F/(\pi d^2) - F \cdot 0,5d/(\pi d^3/32) = -20F/(\pi d^2),$$

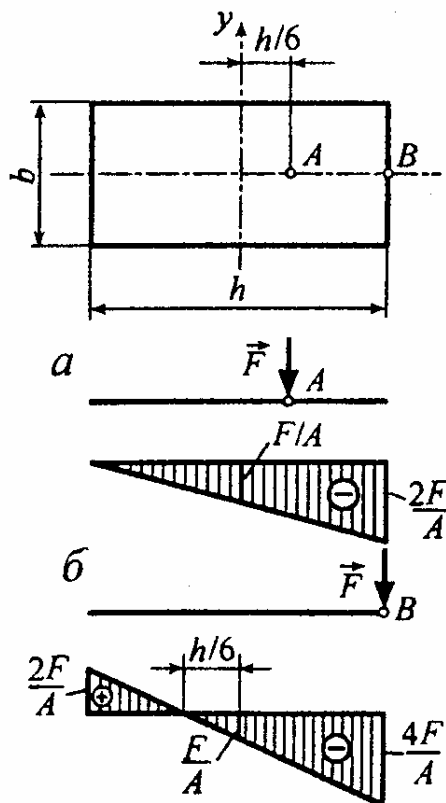
$$\sigma_{B1} = -4F/(\pi d^2) + F \cdot 0,5d/(\pi d^3/32) = 12F/(\pi d^2),$$

$$\sigma_{C2} = -F/(bd) - F \cdot 0,5d/(bd^2/6) = -4F/(bd),$$

$$\sigma_{B2} = -F/(bd) + F \cdot 0,5d/(bd^2/6) = 2F/(bd).$$

Отношение $\sigma_{B1}/\sigma_{B2} = 6b/(\pi d)$, но по условию задачи $\sigma_{C1} = \sigma_{C2}$, откуда $\pi d = 5b$. Следовательно, $\sigma_{B1}/\sigma_{B2} = 6/5 = 1,2$.

207. От каких напряжений (растягивающих или сжимающих) произойдет разрушение бетонной колонны, если сжимающая сила будет приложена: а) в точке A ? б) в точке B ? Предел прочности бетона при сжатии в 6 раз больше, чем при растяжении. Зависимость между σ и ϵ считать линейной вплоть до разрушения.



* В случае а во всех точках колонны возникают только сжимающие напряже-

ния, поэтому при соответствующем значении силы F , когда наибольшие напряжения достигнут предела прочности на сжатие, произойдет разрушение.

В случае b возникают и растягивающие, и сжимающие напряжения, причем $|\sigma_{\min}|/\sigma_{\max} = 2$. Поэтому, когда наибольшие растягивающие напряжения достигнут предела прочности ($\sigma_{\max} = \sigma_{\text{пчр}}$), наибольшие сжимающие напряжения будут далеки от предельных ($|\sigma_{\min}| = 2\sigma_{\text{пчр}}$, а по условию задачи $\sigma_{\text{пчс}} = 6\sigma_{\text{пчр}}$). Следовательно, разрушение произойдет от растягивающих напряжений.

208. Балка опирается на колонну квадратного сечения 60×60 см. В результате неточности монтажа она оказалась сдвинутой относительно продольной оси колонны. На сколько процентов фактические напряжения отличаются от расчетных?

* По проекту $e = 0$ и колонна испытывает центральное сжатие, поэтому

$$\sigma_{\text{рас}} = |-F/A| = F/b^2.$$

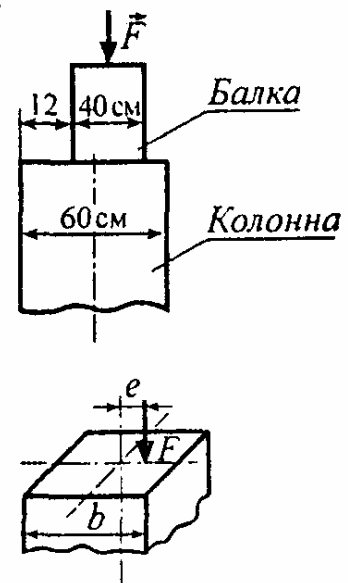
При неточном монтаже колонна испытывает внецентренное сжатие, т.е.

$$\sigma_{\text{фак}} = \left| -\frac{F}{A} - \frac{Fe}{b^3/6} \right| = \frac{F}{b^2} + \frac{6Fe}{b^3} = \frac{F}{b^2} \left(1 + \frac{6e}{b} \right).$$

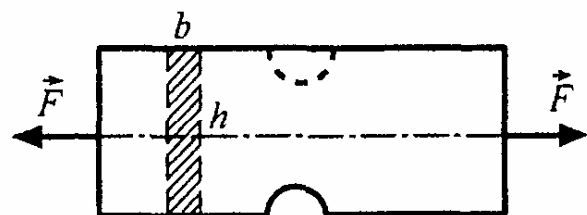
Отношение напряжений

$$\sigma_{\text{фак}}/\sigma_{\text{рас}} = 1 + 6e/b = 1 + 6 \cdot 2/60 = 1,2,$$

т.е. фактические напряжения на 20% больше расчетных.



209. Стальная полоса имеет одностороннюю выточку на 1/4 высоты. По-



высится ли несущая способность полосы, если сделать аналогичную выточку и с другой стороны?

* При наличии одной выточки имеет место внецентренное растяжение, поэтому при $e = h/8$

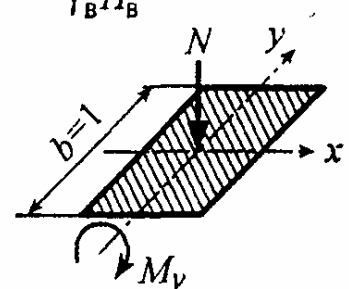
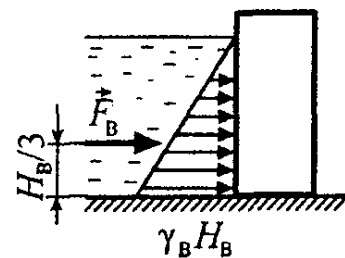
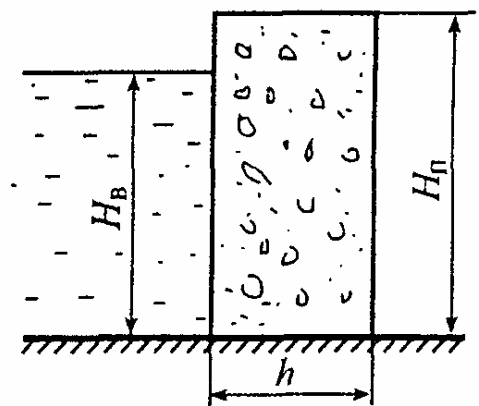
$$\sigma_{\text{рас1}} = \frac{N}{A_1} + \frac{M_x}{W_x} = \frac{F_1}{3bh/4} + \frac{6F_1e}{b(3h/4)^2} = \frac{8}{3} \cdot \frac{F_1}{bh}$$

С двумя симметричными выточками полоса будет испытывать центральное растяжение, для которого

$$\sigma_{\text{рас2}} = N/A_2 = F_2/(b \cdot 0,5h) = 2F_2/(bh).$$

При сохранении прежнего запаса прочности, т.е. при $\sigma_{\text{рас1}} = \sigma_{\text{рас2}}$ получим $F_2 = (4/3)F_1$. Таким образом, добавление второй выточки повышает несущую способность полосы в 4/3 раза (на 33,3 %).

210. На рисунке схематически изображен разрез бетонной плотины. Принимая удельный вес бетона $\gamma_b = 20 \text{ кН/м}^3$, определить необходимую толщину плотины так, чтобы в ее основании не возникало растягивающих напряжений, если $H_B = 9 \text{ м}$, $H_{\text{п}} = 10 \text{ м}$, $\gamma_b = 10 \text{ кН/м}^3$.



* Внутренние силовые факторы в основании плотины равны:

$$N = -\gamma_b H_{\text{п}} h,$$

$$M_y = -(1/2)\gamma_b H_B H_{\text{п}} (H_B/3) \cdot 1 = -\gamma_b H_B^3/6.$$

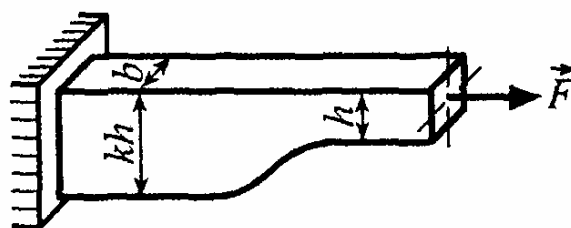
Наибольшие напряжения

$$\sigma_{\text{max}} = N/A + |M_y|/W_y = 0$$

или
$$-\gamma_6 H_{II} + (\gamma_B H_B^3 / 6) / (1 \cdot h^2 / 6) = 0.$$

Отсюда
$$h = \sqrt{\gamma_B H_B^3 / \gamma_6 H_{II}} = \sqrt{10 \cdot 9^3 / 20 \cdot 10} = 6 \text{ м.}$$

211. При каком значении параметра k расчетное напряжение в брус принимает наибольшее значение?



* Находим напряжения в тонкой и утолщенной частях бруса

$$\sigma_{тон} = \frac{F}{bh}, \quad \sigma_{ут} = \frac{F}{kbh} + \frac{F \cdot 0,5h(k-1)}{b(kh)^2/6} = \frac{F}{bh} \cdot \frac{4k-3}{k^2} = \sigma_{тон} f(k),$$

где $f(k) = (4k-3)/k^2$.

Брус будет равнопрочным при $f(k) = 1$, откуда

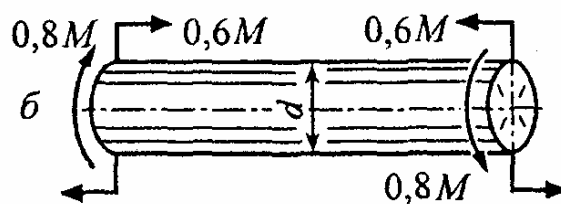
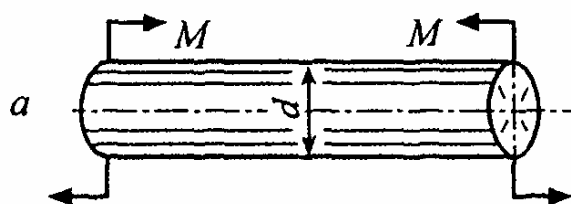
$$k^2 - 4k + 3 = 0, \quad k_1 = 1, \quad k_2 = 3.$$

Первое решение является тривиальным, так как соответствует брусу постоянной высоты h . Легко убедиться, что при $k > 3$ функция $f(k) < 1$ и наибольшие напряжения имеют место в тонкой части, а при $1 < k < 3$ функция $f(k) > 1$ и наибольшие напряжения возникают в утолщенной части. Находим экстремальное значение $f(k)$:

$$df/dk = 0, \quad 4k^2 - 2k(4k-3) = 0, \quad k^* = 3/2,$$

Следовательно, $f_{max} = f(k^*) = (4 \cdot 3/2 - 3) / (3/2)^2 = 4/3$.

112. Какой вариант нагружения круглого стержня является более благоприятным с точки зрения его прочности? Воспользоваться третьей гипотезой прочности.



* Расчетное напряжение по третьей гипотезе прочности равно

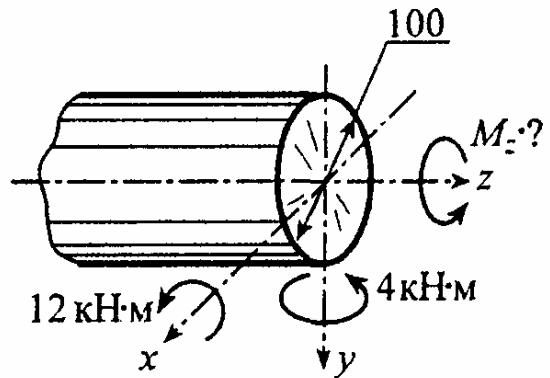
$$\sigma_{\text{эквIII}} = M_{\text{эквIII}} / W_x, \quad M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

Вариант а: $M_x = M$, $M_y = M_z = 0$, $M_{\text{эквIII}}^{(a)} = M$.

Вариант б: $M_x = 0,6M$, $M_y = 0$, $M_z = 0,8M$, $M_{\text{эквIII}}^{(б)} = M$.

Так как $M_{\text{эквIII}}^{(a)} = M_{\text{эквIII}}^{(б)}$, то оба варианта равноценны.

213. Какой дополнительный момент (крутящий момент M_z) можно приложить к круглому стержню, не нарушая его прочности, если допускаемое напряжение материала $[\sigma] = 140 \text{ МПа}$? Воспользоваться третьей гипотезой прочности.



* Записываем условие прочности:

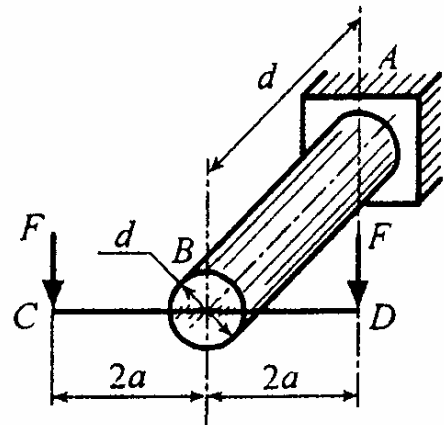
$$\sigma_{\text{эквIII}} = M_{\text{эквIII}} / W_x \leq [\sigma], \quad W_x = 0,1d^3 = 100 \text{ см}^3,$$

откуда $M_{\text{эквIII}} = [\sigma]W_x = 140 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 14 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

С другой стороны, $M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$.

Следовательно, $M_z = \sqrt{M_{\text{эквIII}}^2 - M_x^2 - M_y^2} = \sqrt{14^2 - 12^2 - 4^2} = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

214. Улучшатся ли условия работы круглого стержня AB , если удалить одну из сил F , приложенных в точках C и D ? Обоснуйте ваше заключение, используя



третью гипотезу прочности.

* Расчетное напряжение по III гипотезе прочности равно

$$\sigma_{\text{эквIII}} = M_{\text{эквIII}} / W_x, \quad M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

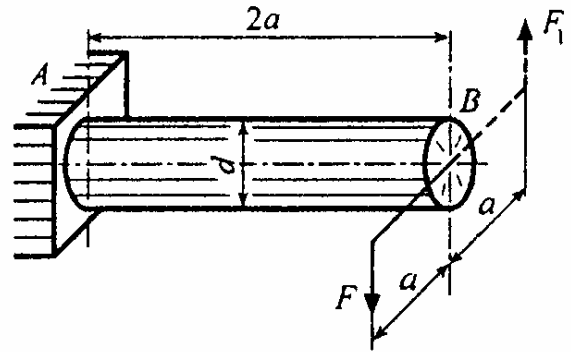
При действии двух сил: $M_x = 2Fa$, $M_y = M_z = 0$, $M_{\text{эквIII}}^{(1)} = 2Fa$.

При действии одной силы, приложенной в точке C,

$$M_x = Fa, \quad M_y = 0, \quad M_z = 2Fa, \quad M_{\text{эквIII}}^{(2)} = \sqrt{5}Fa.$$

Как видим, во втором случае расчетные напряжения будут в $\sqrt{5}/2 \cong 1,12$ раза больше, чем в первом. Следовательно, условия работы круглого стержня AB ухудшатся.

215. Как изменится запас прочности стержня (увеличится или уменьшится), если к нему приложить дополнительно силу $F_1 = F$ (показана пунктиром). Обоснуйте ваше заключение, используя третью гипотезу прочности.



* Расчетное напряжение по третьей гипотезе прочности равно

$$\sigma_{\text{эквIII}} = M_{\text{эквIII}} / W_x, \quad M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

При действии одной силы

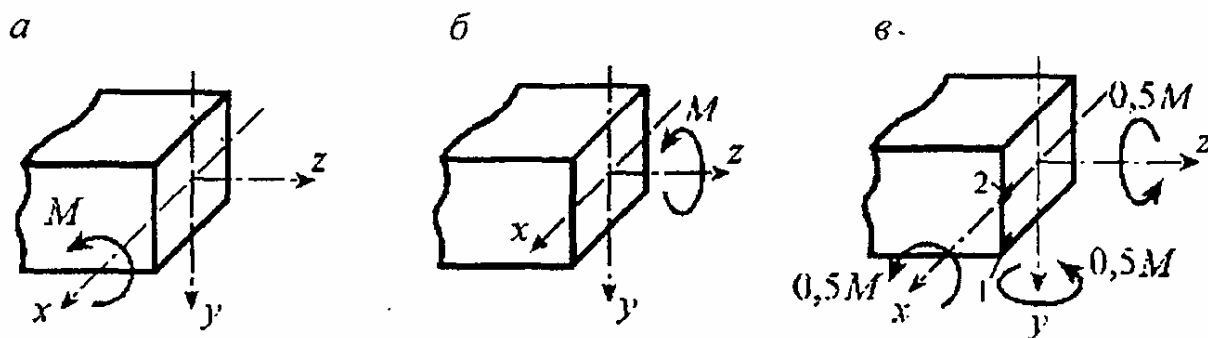
$$M_x = 2Fa, \quad M_y = 0, \quad M_z = Fa, \quad M_{\text{эквIII}}^{(1)} = \sqrt{5}Fa.$$

После приложения дополнительной силы $F_1 = F$

$$M_x = M_y = 0, \quad M_z = 2Fa, \quad M_{\text{эквIII}}^{(2)} = 2Fa.$$

Отношение моментов $M_{\text{эквIII}}^{(1)} / M_{\text{эквIII}}^{(2)} = 1,12$. Как видим, после приложения дополнительной силы F_1 запас прочности увеличится на 12%.

216. Какой вариант нагружения стержня квадратного сечения $b \times b$ является более опасным с точки зрения его прочности? Воспользоваться четвертой гипотезой прочности.



* Расчетное напряжение по четвертой гипотезе прочности

равно
$$\sigma_{\text{эквIV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}.$$

В а р и а н т а: $\sigma = M_x/W_x = M_x/(b^3/6) = 6M/b^3, \tau = 0,$

$$\sigma_{\text{эквIV}}^{(a)} = 6M/b^3.$$

В а р и а н т б: $\sigma = 0, \tau = M_z/W_k = M/0,208b^3 = 4,8M/b^3,$

$$\sigma_{\text{эквIV}}^{(б)} = 8,33M/b^3.$$

В а р и а н т в: $\sigma_{\text{эквIV}}^{(1)} = M_x/W_x + M_y/W_y = 6M/b^3;$

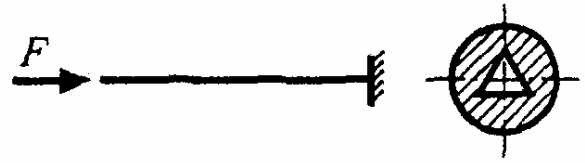
$$\sigma_{\text{эквIV}}^{(2)} = \sqrt{\sigma_{\text{н2}}^2 + 3\tau_{\text{к2}}^2} = 5,1M/b^3; \quad \sigma_{\text{н2}} = M_y/W_y = 3M/b^3;$$

$$\tau_{\text{к2}} = M_z/W_k = 2,4M/b^3; \quad \sigma_{\text{эквIV}}^{(в)} = \sigma_{\text{эквIV}}^{(1)} = 6M/b^3.$$

Так как $\sigma_{\text{эквIV}}^{(б)} > \sigma_{\text{эквIV}}^{(a)} = \sigma_{\text{эквIV}}^{(в)},$ то наиболее опасным является вариант б.

УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

217. Укажите след плоскости, в которой будет выпучиваться при потере устойчивости стержень данной формы поперечного сечения.

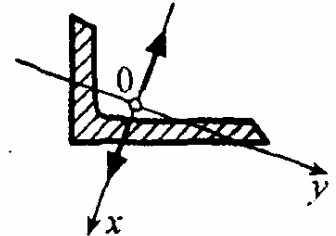


* Для данного сечения моменты инерции относительно всех центральных осей совпадают, поэтому вероятность выпучивания стержня во всех направлениях одинакова.

218. Укажите след плоскости, в которой будет выпучиваться при потере устойчивости стержень данной формы поперечного сечения.



* При потере устойчивости изгиб стержня происходит в плоскости наименьшей жесткости, которая в данном случае совпадает с плоскостью xz . Возможные направления выпучивания показаны на рисунке стрелками.



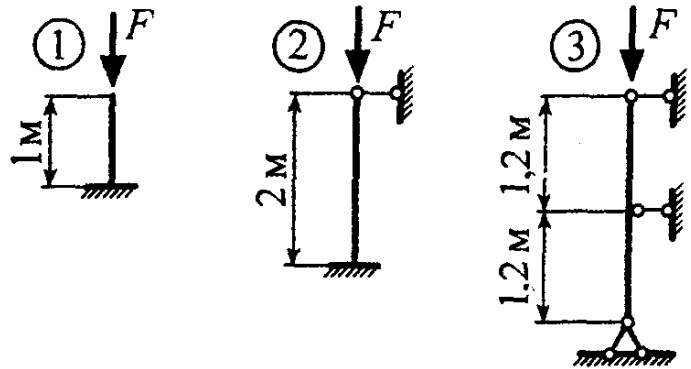
219. Две стойки большой гибкости отличаются только материалом: одна изготовлена из дюралюминия, а другая – из высокопрочного бетона. Какая стойка обладает большим запасом устойчивости на сжатие?

* Для стержней большой гибкости критическая сила определяется по формуле Эйлера $F_{кр} = \pi^2 EI_{\min} / (\mu l)^2$, в которой свойства материала представлены только модулем Юнга E . Так как $E_{д} = 70 \text{ ГПа} > E_{б} = 20 \text{ ГПа}$, то стойка из дюралюминия обладает большим запасом устойчивости на сжатие.

220. При проектировании стойки большой гибкости была выбрана сталь с пределом пропорциональности $\sigma_{\text{пц}} = 250 \text{ МПа}$. На месте монтажа ее заменили точно такой же стойкой, но изготовленной из более прочной стали с $\sigma_{\text{пц}} = 300 \text{ МПа}$. Насколько увеличится несущая способность стойки, если сохранить прежний коэффициент запаса устойчивости?

* Для стальных стержней большой гибкости замена обычной стали легированной не дает увеличения грузоподъемности, так как модуль упругости для стали всех марок практически одинаков.

221. Какой из приведенных на рисунке стержней более устойчив? Поперечные сечения и материал стержней одинаковы.

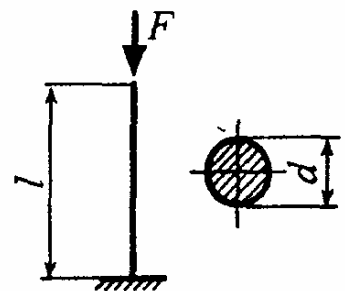


* Приведенная длина стержня, вычисляемая по формуле $l_{\text{прив}} = \mu l$, для указанных на рисунке случаев равна

$$l_{\text{прив}1} = 2 \cdot 1 = 2 \text{ м}, \quad l_{\text{прив}2} = 0,7 \cdot 2 = 1,4 \text{ м}, \quad l_{\text{прив}3} = 1,2 \text{ м}.$$

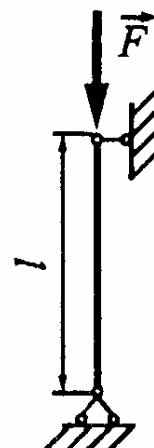
Согласно формуле Эйлера, чем меньше $l_{\text{прив}}$, тем больше критическая сила $F_{\text{кр}}$. Поэтому наиболее устойчив третий стержень.

222. Как изменится критическая сила для сжатой стойки, если одновременно увеличить диаметр в 2 раза и длину стойки в 4 раза? Формулу Эйлера считать применимой.



* Не изменится, так как $F_{кр}$ прямо пропорциональна d^4 и обратно пропорциональна l^2 .

223. Стойка большой гибкости шарнирно закреплена по концам. Как изменится критическая сила, если один из концов защемить, не меняя всех прочих условий? Формулу Эйлера считать применимой.

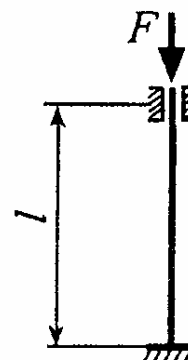


* В первом случае коэффициент, учитывающий условия закрепления концов стержня, равен $\mu_1 = 1$, а во втором — $\mu_2 = 0,7$. Отношение критических сил

$$F_{кр}^{(2)} / F_{кр}^{(1)} = (\mu_1 / \mu_2)^2 = (1 / 0,7)^2 = 2,$$

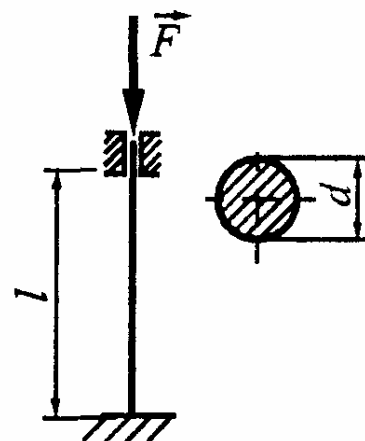
т.е. критическая сила увеличится в 2 раза.

224. Стойка большой гибкости защемлена по концам. Как изменится критическая сила, если один из концов сделать шарнирно опертым, не меняя всех прочих условий? Формулу Эйлера считать применимой.



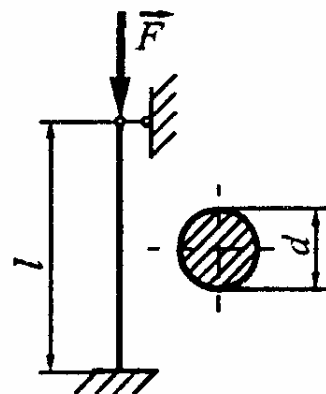
* Критическая сила уменьшится в $(\mu_2 / \mu_1)^2 = (0,7 / 0,5)^2 = 2$ раза.

225. Стойка большой гибкости защемлена по концам. Как изменится критическая сила, если одновременно убрать верхнее защемление и увеличить диаметр в 2 раза? Формулу Эйлера считать применимой.



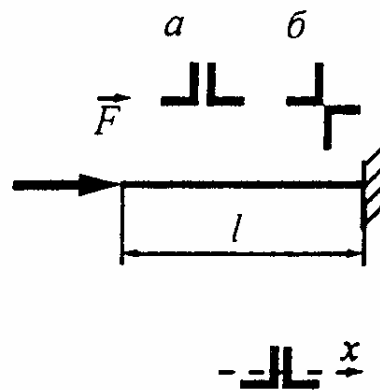
* Устранение верхнего заземления уменьшает критическую силу в $(2/0,5)^2 = 16$ раз, а увеличение диаметра в 2 раза увеличивает критическую силу в $2^4 = 16$ раз. Следовательно, критическая сила не изменится.

226. Повысится ли устойчивость сжатой стойки, если одновременно уменьшить в 2 раза ее длину и диаметр сплошного сечения. Формулу Эйлера считать применимой.



* За счет изменения диаметра критическая сила уменьшается в $2^4 = 16$ раз, а за счет изменения длины - увеличивается в $2^2 = 4$ раза. Следовательно, критическая сила уменьшится в 4 раза.

227. Как выгоднее изготовить гибкий составной стержень из двух равнобоких уголков (вариант а или б), чтобы его несущая способность на устойчивость была больше? Обоснуйте ваше заключение.



* Согласно формуле Эйлера критическая сила пропорциональна минимальному моменту инерции I_{\min} . Так как $I_{\min}^{(a)} = I_x$, $I_{\min}^{(b)} = I_{x_0}$ и $I_{x_0} > I_x$, то варианту б соответствует большая несущая способность составного стержня на устойчивость.

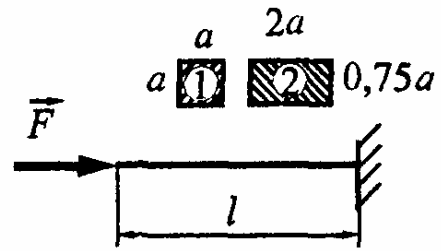
228. Учитывая, что потеря устойчивости происходит в упругой стадии, установите, какой из двух стержней обладает большим запасом устойчивости?

* Вычисляем минимальные моменты инерции поперечных сечений стержней

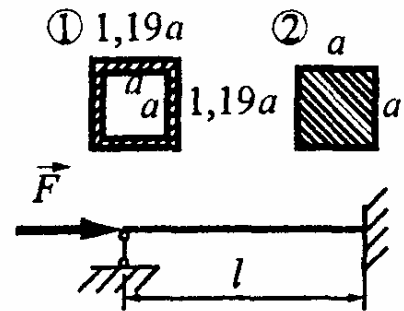
$$I_{\min}^{(1)} = bh^3/12 = a^4/12,$$

$$I_{\min}^{(2)} = 2a \cdot (0,75a)^3/12 = 0,84a^4/12.$$

Так как $I_{\min}^{(1)} > I_{\min}^{(2)}$, то первый стержень обладает большим запасом устойчивости.



229. Учитывая, что потеря устойчивости происходит в упругой стадии, установите, какой из двух стержней обладает большим запасом устойчивости?

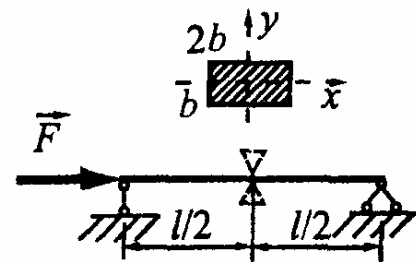


* Вычисляем моменты инерции поперечных сечений стержней:

$$I_{\min}^{(1)} = (1,19a)^4/12 - a^4/12 = a^4/12, \quad I_{\min}^{(2)} = a^4/12.$$

Так как $I_{\min}^{(1)} = I_{\min}^{(2)}$, то стержни равноустойчивы.

230. Повысится ли устойчивость стержня, если в среднем сечении установить промежуточную опору, исключаящую перемещение этого сечения только вдоль оси x ?

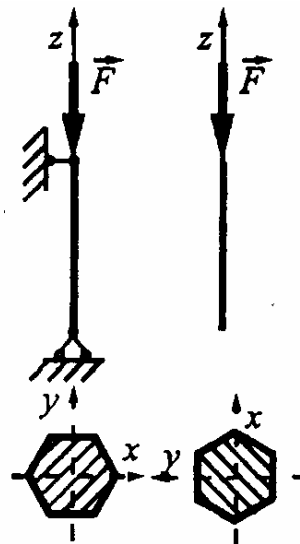


* Установка промежуточной опоры увеличивает жесткость только в плоскости xz , где она и так является наибольшей, поэтому устойчивость стержня не изменится.

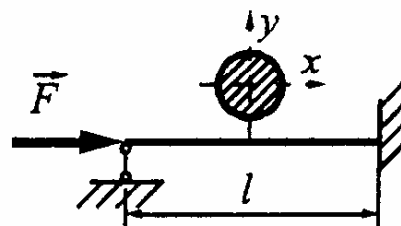
231. Стойка шестиугольного сечения имеет указанное на рисунке закрепление концов в плоскости xz . Как следует закрепить ее в плоскости yz , чтобы обеспечить равноустойчи-

вость в обеих указанных плоскостях?

* Для поперечного сечения, имеющего форму правильного шестиугольника, осевые моменты инерции относительно всех центральных осей совпадают, поэтому для выполнения условия равноустойчивости стойки необходимо обеспечить одинаковые закрепления во всех плоскостях.



232. Повысится ли устойчивость стержня, если левое сечение закрепить от перемещения только вдоль оси y ?



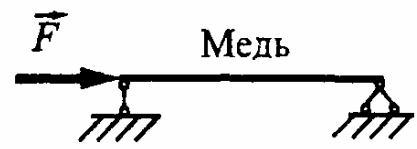
* Для стержня круглого сечения вероятность выпучивания во всех направлениях одинакова, поэтому повышение жесткости только в плоскости xz не отразится на несущей способности стержня.

233. Стойка большой гибкости, будучи спроектированной из титана при указанном на рисунке закреплении концов, выдерживает силу $F = 100$ кН. Можно ли увеличить нагрузку до 800 кН, изменяя только условия закрепления концов и материал стойки?



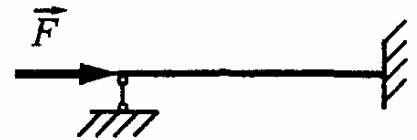
* Можно указать 2 варианта повышения несущей способности в 8 раз: 1) шарнирно закрепить верхний конец, что дает увеличение сразу в $(2/0,7)^2 = 8$ раз; 2) шарнирно закрепить оба конца, что дает увеличение в $(2/1)^2 = 4$ раза и заменить титан на сталь, что дает увеличение в $E_c/E_T = 200/100 = 2$ раза.

234. В исходном варианте, представленном на рисунке, стержень большой гибкости обладает запасом устойчивости $n_y = 1,5$. Изменяя только материал и условия закрепления концов, требуется увеличить запас устойчивости в 4 раза.



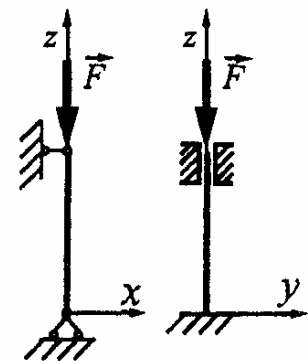
* Можно указать 2 варианта: 1) защементировать оба конца, что дает увеличение сразу в $(1/0,5)^2 = 4$ раза; 2) защементировать один из концов (дает увеличение в 2 раза) и заменить медь на сталь (дает увеличение также в $E_c/E_m = 200/100 = 2$ раза).

235. В исходном варианте стержень большой гибкости изготовлен из титана и закреплен, как показано на рисунке. Насколько изменится запас устойчивости стержня, если правый конец закрепить шарнирно и заменить титан на сталь?



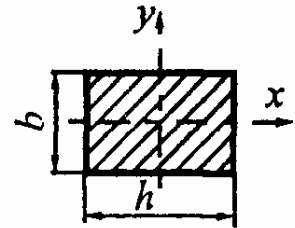
* Изменение условий закрепления концов стержня уменьшает несущую способность в $(1/0,7)^2 = 2$ раза, а замена материала (титан на сталь) увеличивает в $E_c/E_t = 200/100 = 2$ раза. Таким образом, запас устойчивости останется прежним.

236. Стойка большой гибкости в одной плоскости имеет шарнирное закрепление концов, а в другой концы ее жестко заделаны. Какое из двух сечений (круглое или прямоугольное) экономически более выгодно в данном случае?



* При разных способах закрепления концов стержня в главных плоскостях прямоугольное сечение экономически более выгодно, чем

круглое, так как при соответствующем соотношении сторон прямоугольника позволяет обеспечить равноустойчивость в этих плоскостях. Запишем условие равноустойчивости в плоскостях xz и yz



$$\lambda_{xz} = \lambda_{yz} \quad \text{или} \quad \mu_{xz}l/i_y = \mu_{yz}l/i_x,$$

где $i_x = \sqrt{I_x/A} = b/\sqrt{12}$, $i_y = \sqrt{I_y/A} = h/\sqrt{12}$, $\mu_{xz} = 1$, $\mu_{yz} = 0,5$.

Следовательно, $i_y/i_x = h/b = \mu_{xz}/\mu_{yz} = 2$.

Мы получили оптимальное соотношение сторон прямоугольника, которому соответствует минимальный расход материала.

При одинаковой несущей способности гибкости стоек прямоугольного сечения $\lambda_{пр} = \mu_{xz}l/i_y = \sqrt{12}l/h$ и круглого сечения $\lambda_{кр} = 4l/d$ должны быть равны, откуда можно выразить высоту прямоугольника h через диаметр круга d : $h = (\sqrt{3}/2) \cdot d$.

Площади сечений: $A_{пр} = 0,5h^2 = (3/8)d^2$, $A_{кр} = \pi d^2/4$.

Отношение площадей, пропорциональное отношению весов, составит

$$A_{пр}/A_{кр} = 3/2\pi = 0,477.$$

Таким образом, при одинаковом запасе устойчивости для стойки прямоугольного сечения с отношением сторон $h/b = 2$ экономия по весу достигает 52% по сравнению с круглой.

237. Стержень шатуна кривошипно-шатунного механизма проверяют на устойчивость от осевой сжимающей силы, причем в плоскости движения шатуна концы его считают шарнирно опертыми, а в плоскости, нормальной к плоскости движения, - жестко заделанными. При каком соотношении между осевыми моментами инерции шатуна обеспечивается его равноустойчивость в указанных плоскостях?

* Запишем условие равноустойчивости, которое заключается в равенстве гибкостей стойки в главных плоскостях, т.е.

$$\mu_1 l / i_{\max} = \mu_2 l / i_{\min}, \text{ откуда } I_{\max} / I_{\min} = (\mu_1 / \mu_2)^2 = (1/0,5)^2 = 4.$$

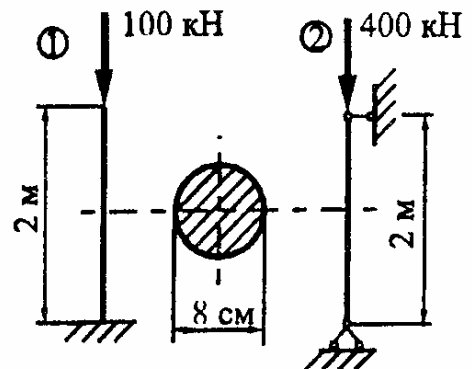
238. Моменты инерции сжатого стержня отличаются в 4 раза. Как следует закрепить стержень в каждой из главных плоскостей, чтобы обеспечить равноустойчивость в этих плоскостях?

* Из условия равноустойчивости вытекает

$$\mu_1 / \mu_2 = \sqrt{I_{\max} / I_{\min}} = 2.$$

В соответствии с этим можно указать 2 варианта закрепления концов стержня: 1) в одной плоскости один конец зажат, а другой свободен; в другой плоскости оба конца шарнирно оперты; 2) в одной плоскости концы шарнирно оперты, а в другой – зажат.

239. Имеются две круглые стальные стойки. Какая из них работает с большим коэффициентом запаса устойчивости?



* Вычисляем гибкости стоек

$$\lambda_1 = \mu_1 l / i = 2 \cdot 200 / 2 = 200, \quad \lambda_2 = \mu_2 l / i = 1 \cdot 200 / 2 = 100.$$

Как видим, обе стойки относятся к стержням большой гибкости, для которых критическая сила определяется по формуле Эйлера.

Запасы устойчивости

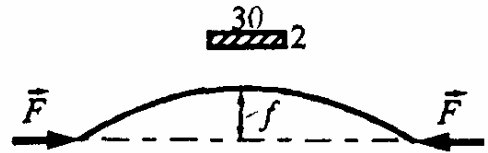
$$n_{y1} = F_{\text{кр}}^{(1)} / F_1 = \sigma_{\text{кр}}^{(1)} A / F_1, \quad n_{y2} = F_{\text{кр}}^{(2)} / F_2 = \sigma_{\text{кр}}^{(2)} A / F_2.$$

Отношение

$$n_{y1} / n_{y2} = (F_2 / F_1) \cdot (\lambda_2 / \lambda_1)^2 = (400 / 100) \cdot (100 / 200)^2 = 1.$$

240. Прямой стальной стержень длиной 50 см и сечением 30 × 2 мм изгибается двумя силами F , приложенными по

концам. Найти величины этих сил, учитывая что, деформации в стержне являются упругими.



* Величины искомых сил определяются по формуле Эйлера

$$F = F_{кр} = \pi^2 EI_{\min} / (\mu l)^2 = \pi^2 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 20 \cdot 10^{-12} / (0,5)^2 = 16\pi^2 \approx 158 \text{ Н.}$$

ДИНАМИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ

241. Подъемный механизм поднимает груз массой $m = 3600$ кг с постоянным ускорением $a = 6 \text{ м/с}^2$. Полагая $g = 10 \text{ м/с}^2$ и пренебрегая массой каната, определить динамические напряжения в стальном тросе сечением $A = 3,6 \text{ см}^2$.

* При поступательном движении динамические напряжения определяются по формуле $\sigma_d = k_d \sigma_{ст}$.

Учитывая, что

$$k_d = 1 + a/g = 1,6, \quad \sigma_{ст} = mg/A = 3600 \cdot 10 / 3,6 \cdot 10^{-4} = 100 \text{ МПа.}$$

получим

$$\sigma_d = 1,6 \cdot 100 = 160 \text{ МПа.}$$

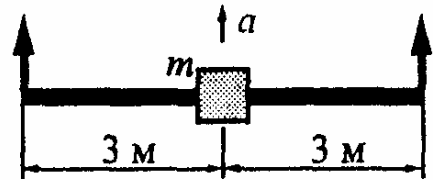
242. Определить площадь поперечного сечения стального троса, поднимающего груз массой $m = 3000$ кг с постоянным ускорением $a = 4 \text{ м/с}^2$, если допусаемое напряжение $[\sigma] = 70 \text{ МПа}$. Ускорение силы тяжести принять равным 10 м/с^2 .

* Записываем условие прочности троса $\sigma_d = k_d \sigma_{ст} \leq [\sigma]$.

Отсюда, учитывая, что $k_d = 1 + a/g = 1,4$, $\sigma_{ст} = mg/A$,

получим $A \geq mg k_d / [\sigma] = 3000 \cdot 10 \cdot 1,4 / 70 \cdot 10^6 = 6 \text{ см}^2$.

243. Круглый стержень, несущий посередине груз массой $m = 1000$ кг, поднимается на двух тросах с ускорением $a = 6$ м/с².



Достаточна ли жесткость стержня, если при его равномерном подъеме прогиб под грузом равен 1 см, а $[f] = 1/400$?

* Наибольший динамический прогиб равен $f_d = k_d f_{ст}$.

Учитывая, что $k_d = 1 + a/g = 1,6$; $f_{ст} = 1$ см,

получим $f_d = 1,6 \cdot 1 = 1,6 > [f] = 1,5$ см,

т.е. жесткость стержня недостаточна.

241. Тонкостенное стальное кольцо диаметром $d = 500$ мм вращается равномерно с окружной скоростью $v = 40$ м/с. Определить напряжение, возникающее в кольце, и увеличение радиуса кольца.

* Напряжение в кольце определяется по формуле

$$\sigma_d = \rho v^2 = 7850 \cdot 40^2 = 12,6 \text{ МПа.}$$

Увеличение радиуса кольца найдем по закону Гука

$$\Delta R = \varepsilon \cdot R = \sigma R / E = 12,6 \cdot 10^6 \cdot 0,25 / 200 \cdot 10^9 = 15,8 \text{ мкм.}$$

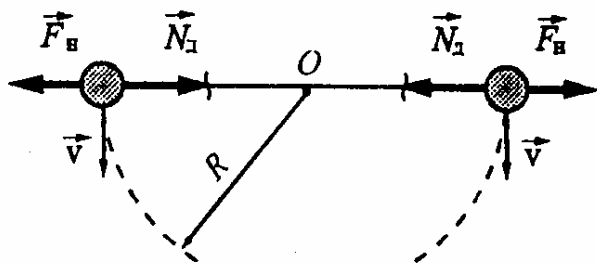
245. Определить, при какой величине окружной скорости произойдет разрыв равномерно вращающегося тонкостенного кольца из высокопрочной стали, если $\rho = 7850$ кг/м³, $\sigma_{пч} = 1200$ МПа.

* Записываем условие разрушения кольца $\sigma_d = \rho v^2 = \sigma_{пч}$,

откуда находим искомую предельную окружную скорость

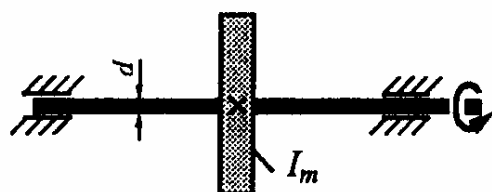
$$v_{пред} = \sqrt{\sigma_{пч} / \rho} = \sqrt{1200 \cdot 10^6 / 7850} = 391 \text{ м/с.}$$

246. Два шара массой 5 кг каждый, связанные нитью длиной 1 м и сечением $A = 10 \text{ мм}^2$, движутся со скоростью $v = 10 \text{ м/с}$ по горизонтальному столу в направлении, перпендикулярном к связывающей их нити (нить не провисает). Середина нити налетает на гвоздь. Чему равны сразу после этого напряжения в нити?



* Сначала находим динамическое усилие, равное по величине силе инерции $N_d = F_n = ma_n = mv^2/R$, а затем искомое динамическое напряжение $\sigma_d = N_d/A = mv^2/(RA) = 5 \cdot 10^2 / (0,5 \cdot 10 \cdot 10^{-6}) = 100 \text{ ГПа}$.

247. Вал диаметром $d = 50 \text{ мм}$, несущий шкив с моментом инерции $I_m = 11,11 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$,



в период разгона вращается по закону $\varphi = 30t^3$. Определить наибольшие касательные напряжения в поперечном сечении вала в конце первой секунды его вращения, пренебрегая трением в подшипниках и моментом инерции вала.

* Угловое ускорение вала в конце первой секунды его вращения

$$\varepsilon = \ddot{\varphi} \Big|_{t=1\text{с}} = 180 \text{ с}^{-2}.$$

Динамический момент, воспринимаемый валом:

$$M_d = I_m \cdot \varepsilon = 11,11 \cdot 180 = 2000 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Полярный момент сопротивления вала

$$W_p = 0,2d^3 = 0,2 \cdot 5^3 = 25 \text{ см}^3.$$

Наибольшие динамические напряжения в вале

$$\tau_d = M_d/W_p = 2000/25 \cdot 10^{-6} = 80 \text{ МПа}.$$

248. При колке дров в полене застрял топор. Как лучше ударить о твердую опору: вниз поленом или вниз обухом топора, чтобы расколоть полено, масса которого больше массы топора?

* При ударе вниз обухом топора сила удара будет больше, поэтому этот вариант лучше и им широко пользуются при колке дров на практике.

249. В сечении mn балки экспериментально замерено наибольшее напряжение при двух вариантах нагружения: при статическом приложении груза и при падении того же груза с некоторой высоты H .



при статическом приложении груза и при падении того же груза с некоторой высоты H . Напряжения оказались равными соответственно 100 и 180 МПа. Чему равен динамический коэффициент при ударе?

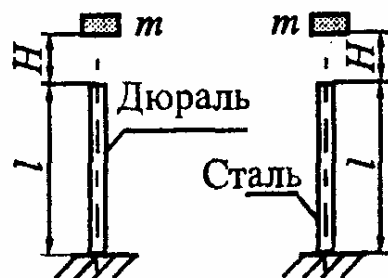
* Динамические напряжения при ударе определяются по формуле

$$\sigma_d = k_d \sigma_{ст}.$$

Отсюда, учитывая, что $\sigma_{ст} = 100$ МПа, $\sigma_d = 180$ МПа,

находим $k_d = \sigma_d / \sigma_{ст} = 180 / 100 = 1,8$.

250. В каком из двух стержней одинакового поперечного сечения возникнут большие динамические напряжения, если $E_{ст} = 2,5E_d$?



* Динамические напряжения при продольном вертикальном ударе вычисляются следующим образом: $\sigma_d = k_d \sigma_{ст}$,

где $k_d = 1 + \sqrt{1 + 2H/\delta_{ст}}$, $\delta_{ст} = mgl / (EA)$.

Статические напряжения, определяемые по формуле $\sigma_{ст} = mg/A$, ввиду одинакового поперечного сечения стержней совпадают.

Динамический коэффициент будет больше у стального стержня как менее податливого ($\delta_{ст}$ у стального стержня меньше, чем у дюралюминиевого, так как $E_{ст} > E_{д}$). Таким образом, большие динамические напряжения возникнут в стальном стержне.

251. Повысится ли комфортность автомобиля, если вместо стальных рессор использовать титановые тех же размеров? Обоснуйте ваше заключение.

** Комфортность автомобиля (с точки зрения воздействия неровностей дороги на экипаж) определяется величиной динамического коэффициента: чем он меньше, тем выше уровень комфортности. С повышением податливости рессор за счет замены стали ($E_{ст} = 200$ ГПа) титаном ($E_{т} = 100$ ГПа) динамический коэффициент снижается, т.е. достигается положительный эффект.*

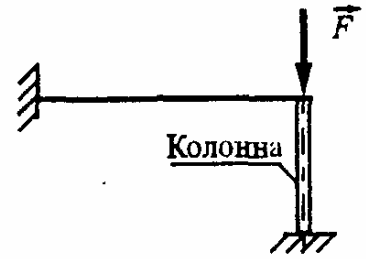
252. Рессоры легковых автомобилей имеют меньшую жесткость, чем рессоры грузовых автомашин. Чем это объяснить?

** Чем меньше жесткость рессор, тем меньше динамический коэффициент, который у легковых автомобилей должен быть существенно меньше, чем у грузовых. Поэтому рессоры легковых автомобилей подбираются с меньшей жесткостью, чем рессоры грузовых автомашин.*

253. Груз массой $m = 100$ кг, двигаясь горизонтально со скоростью 2 м/с, ударяется о балку, которая при этом прогибается на 4 см. Какая статическая нагрузка, приложенная в том же сечении балки, вызовет тот же прогиб?

* Записываем уравнение баланса энергии $mv^2/2 = F_d f_d/2$,
откуда находим искомую силу $F_d = mv^2/f_d = 100 \cdot 2^2/4 \cdot 10^{-2} = 10$ кН.

254. Балка закреплена одним концом, а другой конец, нагруженный силой F , подперт колонной, которая внезапно ломается. Чему будет равен прогиб на конце балки, если жесткость консоли равна $c = 5$ кН/см, а $F = 10$ кН?



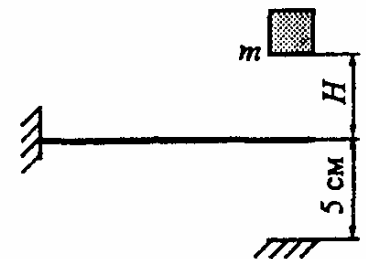
* Статический прогиб на конце балки при отсутствии колонны

$$f_{ст} = F/c = 10/5 = 2 \text{ см.}$$

Динамический коэффициент при внезапном разрушении колонны равен двум. Следовательно, искомый прогиб будет равен

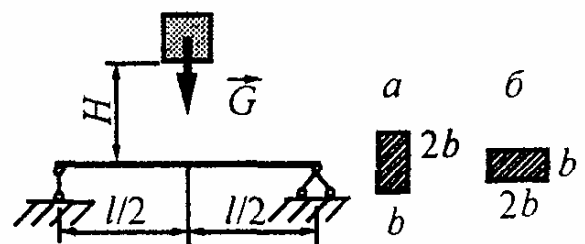
$$f_d = k_d f_{ст} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ см.}$$

255. При какой высоте H падения груза массой $m = 100$ кг конец консольной балки жесткостью $c = 1$ кН/см в результате удара коснется неподвижной плоскости? Принять $g = 10$ м/с².



* Записываем уравнение баланса энергии $mg(H + f_d) = cf_d^2/2$,
откуда $H = 0,5cf_d^2/mg - f_d = 0,5 \cdot 1 \cdot 5^2/1 - 5 = 7,5$ см.

256. Сравните два варианта (а и б) расположения сечения балки, испытывающей попе-



речный удар. В каком случае возникают большие динамические напряжения? Выполните количественную оценку, полагая $H \gg \delta_{ст}$.

* *Отношение динамических напряжений для вариантов а и б*

$$\chi = \sigma_{д}^a / \sigma_{д}^b = (k_{д}^a / k_{д}^b) \cdot (\sigma_{ст}^a / \sigma_{ст}^b).$$

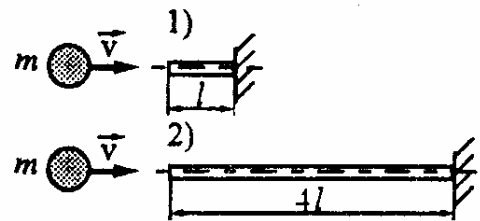
Учитывая, что $k_{д} = \sqrt{2H/f_{ст}}$, $f_{ст} = Gl^3/48EI$, $\sigma_{ст} = Gl/4W$,

$$W_a = bh^2/6 = 2b^3/3, \quad W_b = b^3/3, \quad I_a = bh^3/12 = 2b^4/3, \quad I_b = b^4/6,$$

получим $\chi = \sqrt{I_a/I_b} \cdot (W_b/W_a) = \sqrt{2 \cdot 6/3} \cdot (1/2) = 1$.

Как видим, напряжения в обоих случаях совпадают.

257. В каком из двух стальных стержней одинакового поперечного сечения возникнут большие динамические напряжения?



* *Записываем уравнение баланса энергии*

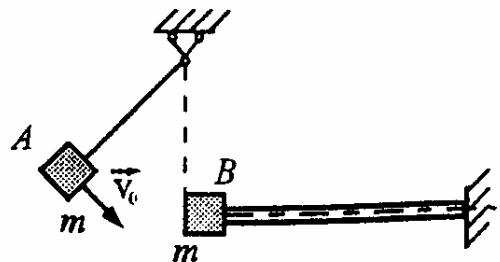
$$c\delta_{д}^2/2 = mv^2/2 = T,$$

из которого находим динамические напряжения

$$\sigma_{д} = F_{д}/A = c\delta_{д}/A = \sqrt{2cT}/A, \quad \text{где } c = EA/l.$$

Отношение динамических напряжений $\sigma_{д1}/\sigma_{д2} = \sqrt{c_1/c_2} = \sqrt{l_2/l_1} = 2$.

258. Груз А, качаясь, ударяет о груз В, связанный с упругим стержнем. К моменту удара груз А обладает некото-



рой кинетической энергией T_0 . Как изменятся напряжения в упругом стержне, если убрать груз B , сохранив все прочие условия?

* *Динамические напряжения при продольном горизонтальном ударе определяются следующим образом:* $\sigma_d = \sqrt{2cT}/A$.

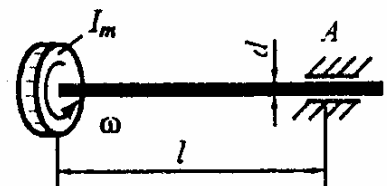
Отношение напряжений $\sigma_{d2}/\sigma_{d1} = \sqrt{T_2/T_1}$.

При наличии груза B часть энергии теряется при ударе, поэтому для вычисления энергии, идущей на деформацию стержня, воспользуемся законом сохранения количества движения, согласно которому $mv_0 = 2mv_1$, откуда $v_1 = 0,5v_0$ и $T_1 = 2mv_1^2/2 = mv_0^2/4 = 0,5T_0$.

Если груз B убрать, то вся энергия груза A пойдет на деформацию стержня, т.е. $T_2 = T_0$.

Следовательно, $\sigma_{d2}/\sigma_{d1} = \sqrt{T_0/(0,5T_0)} = \sqrt{2}$.

259. При какой максимальной угловой скорости вращения маховика, насаженного на стальной вал, наибольшие касательные напряжения в вале при его внезапном торможении в подшипнике A не превышают 100 МПа, если $l = 0,8$ м, $I_m = 1$ кг·м², $d = 100$ мм?



* *Записываем уравнение баланса энергии* $I_m\omega^2/2 = M_d^2l/(GI_p)$.

Отсюда, учитывая, что $M_d = \tau_d W_p$, получим

$$\omega = 0,5\tau_d d \sqrt{\pi l / (2GI_m)} = 0,5 \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \sqrt{\pi \cdot 0,8 / (2 \cdot 80 \cdot 10^9 \cdot 1)} = 20 \text{ с}^{-1}.$$

260. Найти частоту колебаний груза массой 40 кг, помещенного на балке жесткостью $c = 16$ кН/м.

* Искомая частота определяется по формуле

$$\omega = \sqrt{c/m} = \sqrt{16 \cdot 10^3 / 40} = 20 \text{ с}^{-1}.$$

261. Во сколько раз изменится частота колебаний автомобиля на рессорах после снятия груза, масса которого в 3 раза больше массы порожнего автомобиля?

* Частоты колебаний $\omega_1 = \sqrt{c/m_1}, \quad \omega_2 = \sqrt{c/m_2}.$

Отношение частот $\omega_2/\omega_1 = \sqrt{m_1/m_2} = 2.$

262. Найти массу груза, подвешенного на резиновом жгуте жесткостью $c = 250 \text{ Н/м}$, если он совершает 20 колебаний за 16 с.

* Период колебаний равен $T = 16/20 = 0,8 \text{ с}$. С другой стороны, $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{m/c}$. Отсюда $m = cT^2/4\pi^2 = 250 \cdot 0,8^2/4\pi^2 \cong 4 \text{ кг}$.

263. Груз, подвешенный на длинном резиновом жгуте, совершает продольные колебания с периодом T . Во сколько раз изменится период колебаний, если отрезать $3/4$ длины жгута и подвесить на оставшуюся часть тот же груз?

* Период продольных колебаний равен

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{m/c},$$

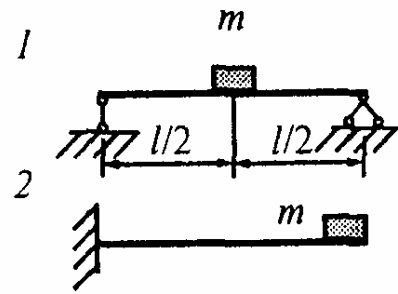
где c - жесткость жгута, равная EA/l .

Отношение периодов колебаний

$$T_1/T_2 = \sqrt{c_2/c_1} = \sqrt{l_1/l_2}.$$

Так как длина жгута уменьшается в 4 раза, то период колебаний уменьшится в $\sqrt{4} = 2$ раза.

264. Рассматриваются две схемы 1 закрепления балки. Во сколько раз изменится частота собственных колебаний груза при переходе от первой схемы ко второй?



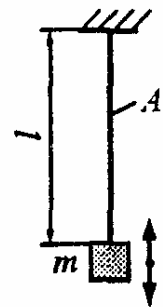
* Частоты колебаний $\omega_1 = \sqrt{c_1/m}$, $\omega_2 = \sqrt{c_2/m}$,

где $c_1 = 48EI/l^3$, $c_2 = 3EI/l^3$.

Отношение частот $\omega_1/\omega_2 = \sqrt{c_1/c_2} = 4$.

Как видим, частота колебаний уменьшится в 4 раза.

265. Груз массой $m = 1$ кг, подвешенный на резиновом жгуте длиной $l = 50$ см, совершает продольные колебания с частотой, равной $\omega = 100$ с⁻¹. Определите площадь A поперечного сечения жгута, полагая модуль Юнга равным $E = 50$ МПа.

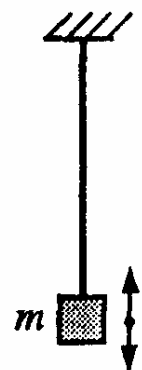


* Частота колебаний груза равна $\omega = \sqrt{c/m}$, откуда $c = \omega^2 m$.

С другой стороны, $c = EA/l$.

Следовательно, $A = \omega^2 ml/E = 100^2 \cdot 1 \cdot 0.5 / 50 \cdot 10^6 = 1$ см².

266. Груз массой $m = 1$ кг подвешен на тонкой стальной проволоке сечением $A = 1$ мм². При отклонении груза вниз от положения равновесия он будет совершать продольные колебания с некоторой амплитудой z_0 и круговой частотой ω . Достаточна ли прочность проволоки с пределом прочности 2000 МПа, если $z_0 = 10$ мм, $\omega = 400$ с⁻¹?



* Учитывая, что груз совершает гармонические колебания по закону $z = z_0 \sin \omega t$, находим его ускорение $a = \ddot{z} = -z \omega^2 \sin \omega t$, а по нему максимальную силу инерции $F_n = m a_{\max} = m z_0 \omega^2$.

Наибольшее усилие в проволоке будет равно

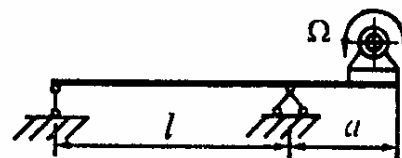
$$N_{\max} = G + F_n = mg(1 + \omega^2 z_0 / g) = 1 \cdot 10(1 + 400^2 \cdot 0,01/10) = 1610 \text{ Н.}$$

Для проверки прочности проволоки вычислим наибольшее напряжение и сравним его с пределом прочности материала проволоки.

$$\text{Имеем } \sigma_{\max} = N_{\max} / A = 1610 / 1 \cdot 10^{-6} = 1610 \text{ МПа} < \sigma_{\text{пч}}.$$

Таким образом, прочность проволоки вполне достаточна.

267. Во сколько раз изменится амплитуда вынужденных колебаний, если частота вращения ротора двигателя, установленного на балке, возрастет с 50 с^{-1} до 200 с^{-1} ? Собственная частота упругой системы равна 100 с^{-1} .



* Амплитуда вынужденных колебаний определяется по формуле

$$A = (F_0 / c) \beta, \text{ где } \beta = |1 / [1 - (\Omega / \omega)^2]|.$$

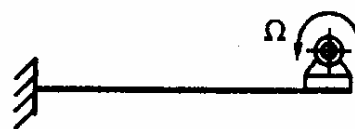
$$\text{Вычисляем } \beta_1 = |1 / [1 - (\Omega_1 / \omega)^2]| = |1 / [1 - (50 / 100)^2]| = 4/3,$$

$$\beta_2 = |1 / [1 - (\Omega_2 / \omega)^2]| = |1 / [1 - (200 / 100)^2]| = 1/3.$$

$$\text{Находим отношение амплитуд } A_1 / A_2 = \beta_1 / \beta_2 = 4,$$

т.е. амплитуда уменьшится в 4 раза.

268. Электромотор, установленный на балке, может работать в двух режимах вращения ротора: $\Omega_1 = 80 \text{ с}^{-1}$ и



$\Omega_2 = 160 \text{ с}^{-1}$. Какой режим является более опасным с точки зрения прочности балки, если частота собственных колебаний $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$?

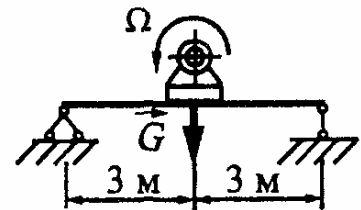
* *Динамический коэффициент при вынужденных колебаниях, определяемый по формуле $k_d = 1 + (F_0/G)\beta$, пропорционален коэффициенту нарастания колебаний $\beta = |1/[1 - (\Omega/\omega)^2]|$, поэтому более опасным будет тот режим, для которого β больше.*

Находим

$$\beta_1 = |1/[1 - (80/100)^2]| = 25/9, \quad \beta_2 = |1/[1 - (160/100)^2]| = 25/39.$$

Так как $\beta_1 > \beta_2$, то первый режим является более опасным.

269. Достаточно ли жесткость балки, если частота вращения ротора $\Omega = 80 \text{ с}^{-1}$, а собственная частота колебаний упругой системы равна



$\omega = 100 \text{ с}^{-1}$? При работе двигателя весом $G = 5 \text{ кН}$ возникает центробежная сила инерции $F_0 = 900 \text{ Н}$. Жесткость балки $c = 10 \text{ кН/см}$, допустимый прогиб $[f] = l/1000$.

* *Коэффициент нарастания колебаний $\beta = |1/[1 - (80/100)^2]| = 25/9$.*

Динамический коэффициент

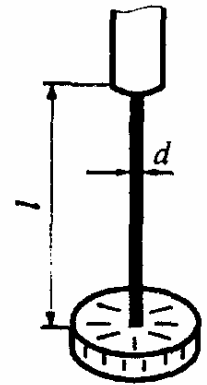
$$k_d = 1 + (F_0/G)\beta = 1 + (0,9/5) \cdot (25/9) = 1,5.$$

Статический прогиб $f_{\text{ст}} = G/c = 5/10 = 5 \text{ мм}.$

Динамический прогиб $f_d = k_d f_{\text{ст}} = 1,5 \cdot 5 = 7,5 \text{ мм}.$

Так как $f_d > [f] = 6 \text{ мм}$, то жесткость балки недостаточна.

270. Горизонтально расположенный диск с моментом инерции массы $I_m = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ закреплен на валу и совершает в своей плоскости свободные крутильные колебания с частотой $\omega = 200 \text{ с}^{-1}$. Чему равна длина вала, если жесткость его поперечного сечения $GI_p = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$?



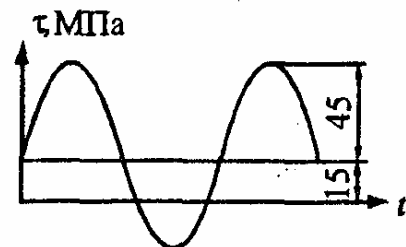
* Собственная частота крутильных колебаний для системы с одной степенью свободы определяется по следующей формуле:

$$\omega = \sqrt{c/I_m}, \text{ откуда, учитывая, что } c = GI_p/l,$$

находим
$$l = GI_p / (\omega^2 I_m) = 1 \text{ м}.$$

ПЕРЕМЕННЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

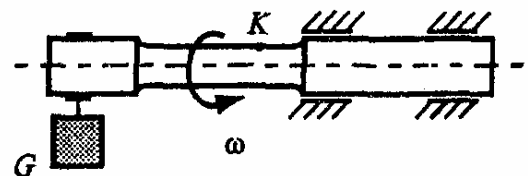
271. Каков коэффициент асимметрии данного синусоидального цикла?



* Коэффициент асимметрии равен

$$R_\tau = \tau_{\min} / \tau_{\max} = -30 / 60 = -0,5.$$

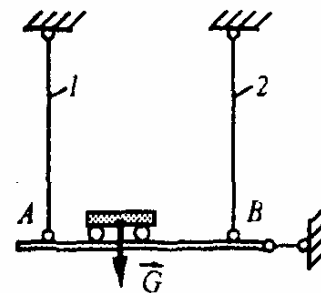
272. По какому циклу изменяются напряжения в точке K вращающегося вала, на который действует постоянная нагрузка G ?



* При изгибе с вращением напряжения в точке K изменяются по симметричному циклу.

273. Тележка с грузом G периодически перемещается из

положения A в положение B и обратно. По какому циклу изменяются напряжения в каждом из упругих стержней 1 и 2 , на которых подвешена балка AB ?



* Усилия в стержнях изменяются от нуля до $N_{\max} = G$, поэтому напряжения изменяются по пульсационному циклу.

274. По данным испытаний двух серий образцов (по 20 штук в каждой) были получены такие средние значения предела выносливости (в МПа): 270 и 360.

Учитывая, что образцы одной серии имели номинальный диаметр 7,5 мм, а другой - 60 мм, установите, какое из приведенных значений соответствует большему диаметру образцов и почему?

* Усталостная прочность снижается с увеличением абсолютных размеров детали, поэтому большему диаметру образцов соответствует меньшее из приведенных значений предела выносливости, т.е. 270 МПа.

275. Для определения предела выносливости материала были изготовлены две партии образцов (по 20 штук в каждой). Образцы одной партии имели диаметр 8 мм, а другой - 50 мм. Для какого диаметра образцов среднее значение предела выносливости оказалось меньше?

* Для большего диаметра образцов.

276. Одну партию из 10 стандартных образцов диаметром 7,5 мм подвергли испытанию при симметричном цикле

изгиба, а другую аналогичную партию - при симметричном цикле растяжения (сжатия). Для какого нагружения среднее значение предела выносливости оказалось больше и почему?

** Как показывают многочисленные опыты, предел выносливости при симметричном цикле растяжения-сжатия σ_{-1p} оказывается на 20 – 30 % меньше, чем предел выносливости, полученный при изгибе σ_{-1} . Это объясняется тем, что при растяжении и сжатии напряжения во всех точках поперечного сечения одинаковы, т.е. весь материал детали одинаково нагружен. При изгибе же напряжения распределяются неравномерно по сечению: наибольшие напряжения имеют место лишь в крайних волокнах, а остальная часть материала менее нагружена, что снижает вероятность образования усталостной трещины.*

277. Две детали диаметром 10 мм, работающие на изгиб, изготовлены из разных марок сталей и имеют неодинаковое качество обработки поверхности. Одна изготовлена из СТ60 и тщательно отполирована, а другая - из стали 40ХН и получена тонким точением ($K_F = 0,75$). По справочнику пределы выносливости этих сталей соответственно равны 310 и 400 МПа. Для какой детали предел выносливости больше?

** Предел выносливости детали с данным качеством поверхности определяется по формуле $\sigma_{-1F} = K_F \sigma_{-1}$, где K_F - коэффициент влияния шероховатости поверхности, равный 1 для полированной поверхности и 0,75 - для поверхности, полученной тонким точением; σ_{-1} - предел выносливости гладкого лабораторного образца, приводимый в справочниках. Вычисляем:*

- для первой детали $\sigma_{-1F}^{(1)} = 1 \cdot 310 = 310$ МПа,

- для второй детали $\sigma_{-1F}^{(2)} = 0,75 \cdot 400 = 300$ МПа.

278. Сравните пределы выносливости двух валов диаметром 8 мм, изготовленных из разных марок сталей с разным качеством обработки поверхности. Один изготовлен из стали СТ45 и имеет шлифованную поверхность ($K_F = 0,9$), а другой - из стали СТ60 и получен тонким точением ($K_F = 0,75$). По справочнику пределы выносливости этих сталей соответственно равны 150 и 180 МПа.

* Для вала из стали СТ45:

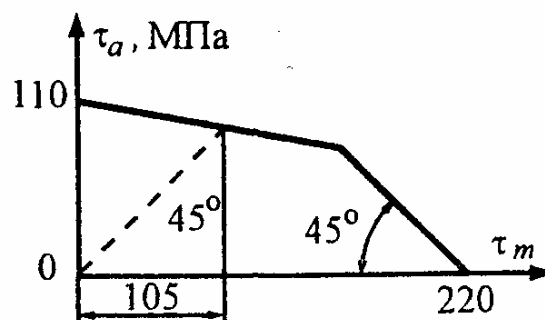
$$K_F = 0,9, \quad \sigma_{-1} = 150 \text{ МПа}; \quad \sigma_{-1F} = K_F \sigma_{-1} = 0,9 \cdot 150 = 135 \text{ МПа}.$$

Аналогично для вала из СТ60:

$$K_F = 0,75, \quad \sigma_{-1} = 180 \text{ МПа}; \quad \sigma_{-1F} = K_F \sigma_{-1} = 0,75 \cdot 180 = 135 \text{ МПа}.$$

Как видим, пределы выносливости одинаковы.

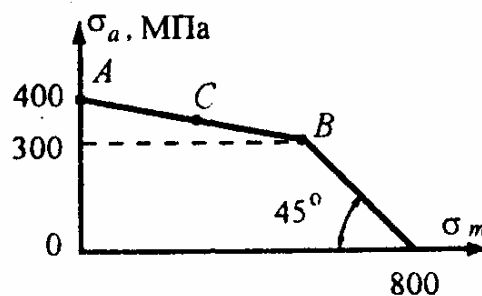
279. По заданной диаграмме предельных амплитуд определите предел выносливости материала при пульсационном цикле.



* При пульсационном цикле $\tau_m = \tau_a = 105 \text{ МПа}$.

Следовательно, $\tau_0 = \tau_m + \tau_a = 210 \text{ МПа}$.

280. Определите предел выносливости материала для цикла, соответствующего точке С, если $AC = CB$.



* Предел выносливости равен

$$\sigma_R = \sigma_m + \sigma_a = 250 + 350 = 600 \text{ МПа}.$$

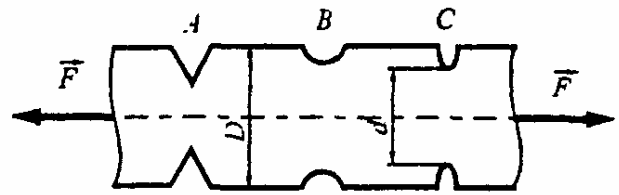
281. Определите предел выносливости материала, если среднее напряжение предельного цикла $\tau_m = 105$ МПа, а коэффициент асимметрии составляет $R_\tau = -0,5$.

* Среднее напряжение цикла равно

$$\tau_m = 0,5(\tau_{\max} + \tau_{\min}) = 0,5\tau_{\max}(1 + R_\tau).$$

Отсюда $\tau_R = \tau_{\max} = 2\tau_m / (1 + R_\tau) = 2 \cdot 105 / (1 - 0,5) = 210$ МПа.

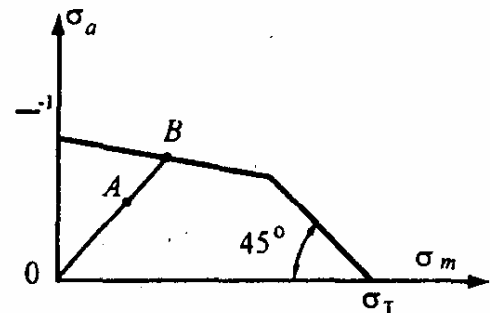
282. На растягиваемой пластине прямоугольного сечения имеются три очага концентрации напряжений.



Какому из них соответствует наименьший из приведенных ниже теоретических коэффициентов концентрации напряжений: 1,6; 2,5; 5,2?

* Τηνу В.

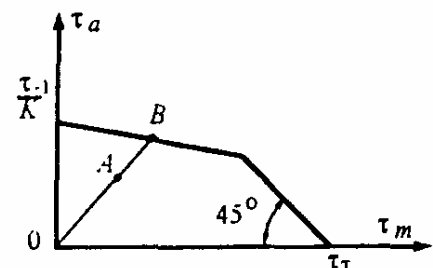
283. В опасной точке детали реализуется цикл, представленный на диаграмме точкой А. С каким запасом прочности работает деталь, если $OA = 2AB$?



* Коэффициент запаса прочности равен

$$n_R = OB/OA = 3AB/2AB = 1,5.$$

284. В опасной точке круглого вала реализуется цикл, представленный на диаграмме точкой А.



Достаточна ли прочность вала, если $OA = 2,5AB$ и нормативный коэффициент запаса $[n] = 1,5$?

* Запас прочности равен $[n_R] = OB/OA = 3,5AB/2,5AB = 1,4 < [n]$ (прочность недостаточна).

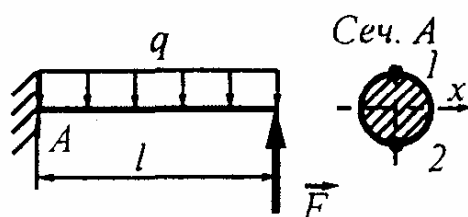
285. Две одинаковые детали работают на растяжение-сжатие при различных циклах изменения напряжений: в опасном сечении первой детали $\sigma_{a1} = 60$ МПа, $\sigma_{m1} = 40$ МПа, то же второй - $\sigma_{a2} = 60$ МПа, $\sigma_{m2} = -40$ МПа. Какая деталь работает с большим коэффициентом запаса прочности?

* Коэффициент запаса прочности определяется по формуле

$$n_{\sigma} = \sigma_{-1} / (k\sigma_a + \psi_{\sigma}\sigma_m).$$

Амплитудные значения напряжений для деталей равны, а средние напряжения равны по величине и противоположны по знаку, причем $\sigma_{m2} < 0$. Поэтому для второй детали знаменатель в вышеприведенной формуле получается меньше, а следовательно, она работает с большим коэффициентом запаса прочности.

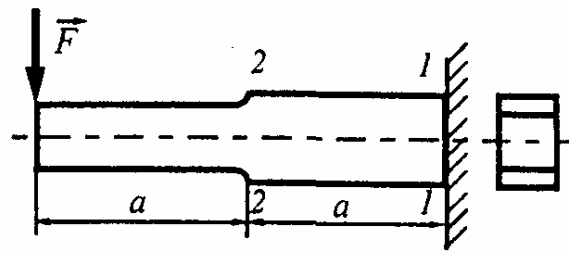
286. Балка нагружена постоянной равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q и переменной сосредоточенной силой F , изменяющейся по симметричному циклу. В какой точке (1 или 2) опасного сечения A раньше начнется усталостное напряжение?



* Усталостное разрушение начнется раньше в той точке, для которой коэффициент запаса прочности меньше. В точках 1 и 2 амплитудные напряжения одинаковы, а средние напряжения равны по

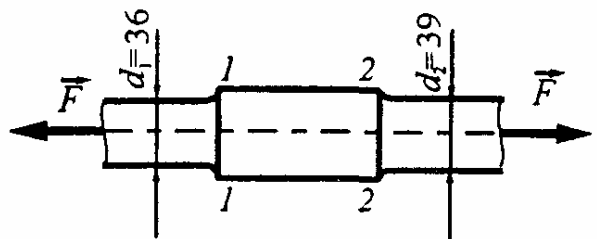
величине и противоположны по знаку, причем $\sigma_{m1} > 0$. Поэтому $n_{\sigma 1} < n_{\sigma 2}$ и в точке 1 раньше начнется усталостное разрушение.

287. Балка нагружена силой F , изменяющейся по симметричному циклу. По какому сечению произойдет разрушение балки, если $n_1 = 1,13n_2$?



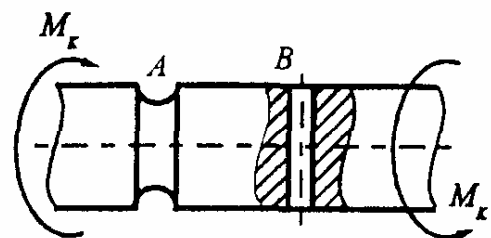
* Разрушение произойдет по сечению 2 – 2, для которого запас усталостной прочности меньше.

288. С каким запасом прочности работает круглый ступенчатый стержень, нагруженный переменной осевой силой F , изменяющейся по симметричному циклу, если запасы прочности в сечениях 1 – 1 и 2 – 2 соответственно равны 2,1 и 2,0?



* Запас усталостной прочности круглого стержня равен меньшему из приведенных значений, т.е. $n_{\sigma} = \min\{n_{\sigma 1}, n_{\sigma 2}\} = 2,0$.

289. Вал имеет два концентратора А и В. По какому сечению произойдет усталостное разрушение вала, нагруженного переменным крутящим моментом, изменяющимся по симметричному циклу, если отношение $n_A/n_B = 1,04$?



* Так как $n_B < n_A$, то разрушение произойдет по сечению В, т.е. по сечению с меньшим запасом усталостной прочности.

290. Вал испытывает совместное действие изгиба и кручения. Достаточно ли прочность данного вала, если запасы прочности по нормальным и касательным напряжениям соответственно равны $n_\sigma = 1,9$ и $n_\tau = 10$, а нормативный коэффициент запаса усталостной прочности составляет $[n] = 2$?

* Результирующий коэффициент запаса усталостной прочности определяется по эмпирической формуле Гафа и Полларда

$$n_R = n_\sigma n_\tau / \sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2} = 1,9 \cdot 10 / \sqrt{1,9^2 + 10^2} = 1,87.$$

Так как $n_R < [n]$, то прочность вала недостаточна.

291. Какой вал обладает большей надежностью, если парциальные запасы по нормальным и касательным напряжениям в опасном сечении соответственно равны:

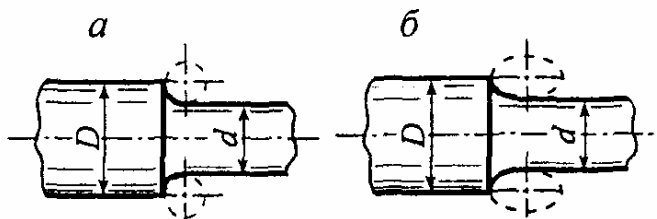
1-й вал: $n_\sigma = 4$, $n_\tau = 3$; 2-й вал: $n_\sigma = 2,5$, $n_\tau = 8,6$.

* Вычисляем запасы

$$n_{R1} = 4 \cdot 3 / \sqrt{4^2 + 3^2} = 2,4; \quad n_{R2} = 2,5 \cdot 8,6 / \sqrt{2,5^2 + 8,6^2} = 2,4.$$

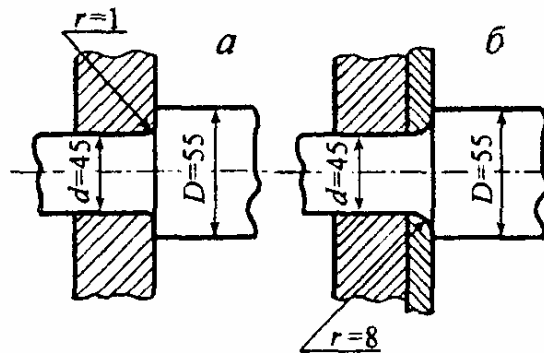
Так как $n_{R1} = n_{R2}$, то надежность валов одинакова.

292. Какой вариант сопряжения: по круговой галтели *a* или по эллиптической *b* – более эффективен с точки зрения усталостной прочности?



* Эллиптические галтели обеспечивают при одинаковых перепадах диаметров относительно большее (примерно на 20 %) увеличение прочности.

293. Рассматриваются два варианта посадки роликового подшипника: *а* – без дистанционного кольца и радиус галтели $r = 1$ мм; *б* – между внутренним кольцом подшипника и запле-



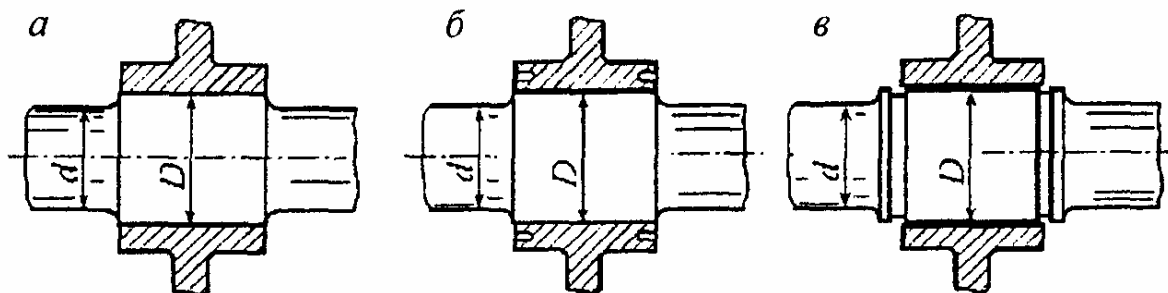
чиком установлено дистанционное кольцо и радиус галтели $r = 8$ мм. Какой вариант обеспечивает большую долговечность соединения при действии переменных напряжений?

** Вариант б, который обеспечивает более плавный переход от меньшего диаметра к большему.*

294. С целью повышения предела выносливости и долговечности деталей, работающих при переменных напряжениях, в современной технике широко используются эффективные технологические методы поверхностной обработки (обкатка роликами, обдувка дробью, поверхностная закалка, цементация, азотирование, цианирование и др.). За счет чего при этом достигается положительный эффект?

** Во-первых, за счет повышения прочности поверхностного слоя и, во-вторых, за счет возникновения в поверхностном слое остаточных сжимающих напряжений, препятствующих образованию усталостной трещины.*

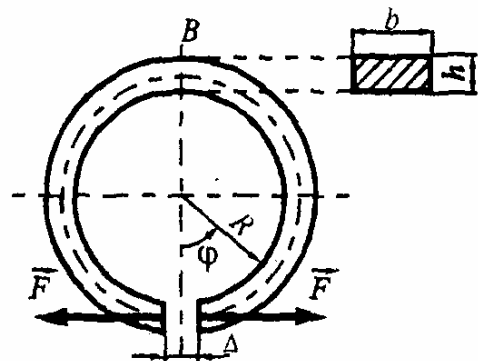
295. Наличие канавок в ступице колеса (рис. *б*) или на валу (рис. *в*) понижает или повышает усталостную прочность прессового соединения по сравнению с вариантом *а*?



** Повышает.*

ПЛОСКИЕ КРИВЫЕ СТЕРЖНИ. ТОНКОСТЕННЫЕ И ТОЛСТОСТЕННЫЕ СОСУДЫ

296. Определить, на какую величину Δ можно развести торцы разрезанного кольца прямоугольного сечения, чтобы максимальное нормальное напряжение не превышало предела текучести материала $\sigma_T = 300$ МПа, если в недеформированном состоянии зазор равен нулю, $R = 4$ см, $h = 1$ см, $E = 200$ ГПа.

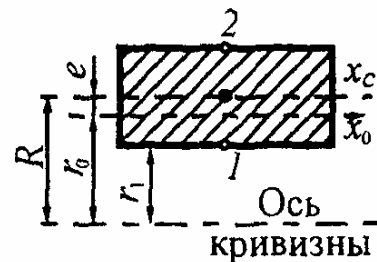


* В опасном сечении В имеем $N_B = F$, $M_B = 2FR$.

Из условия $\sigma_{\max} = \sigma_T$ найдем силу F

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{2FR}{Ae} \cdot \frac{r_0 - r_1}{r_1} = \sigma_T,$$

$$F_T = \sigma_T A / \left(1 + \frac{2R}{e} \cdot \frac{r_0 - r_1}{r_1} \right).$$



Перемещение Δ вычислим с помощью интеграла Мора

$$EI_x \Delta = 2 \int_0^{\pi} M_F \bar{M} R d\varphi.$$

Учитывая, что $M_F = FR(1 - \cos \varphi)$, $\bar{M} = R(1 - \cos \varphi)$,

получим
$$EI_x \Delta = 2FR^3 \int_0^{\pi} (1 - \cos \varphi)^2 d\varphi = 3\pi FR^3.$$

Подставляем сюда выражение для силы F . Тогда

$$\Delta = \frac{3\pi R^3 \sigma_T A}{EI_x} / \left(1 + \frac{2R}{e} \cdot \frac{r_0 - r_1}{r_1} \right).$$

Определяем

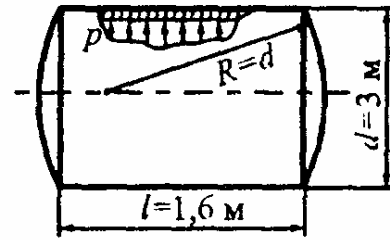
$$A = bh, I_{xc} = bh^3/12, e = I_{xc}/(\rho A) = h^2/(12R) = 1^2/(12 \cdot 4) = 0,0208 \text{ см};$$

$$r_0 = R - e = 4 - 0,0208 = 3,9792 \text{ см}; \quad r_1 = R - 0,5h = 4 - 0,5 = 3,5 \text{ см}.$$

В результате

$$\Delta = \frac{36 \cdot \pi \cdot 4^3 \cdot 10^{-6} \cdot 300 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9 \cdot 1^2 \cdot 10^{-4}} \left/ \left(1 + \frac{2 \cdot 4}{0,0208} \cdot \frac{3,9792 - 3,5}{3,5} \right) \right. = 2 \text{ мм.}$$

297. Цилиндрический сосуд со сферическими днищами предназначен для хранения газа под давлением $p = 1$ МПа. Под каким давлением можно будет хранить газ в сферическом сосуде той же емкости при неизменном материале и толщине стенки?



Какая при этом достигается экономия материала?

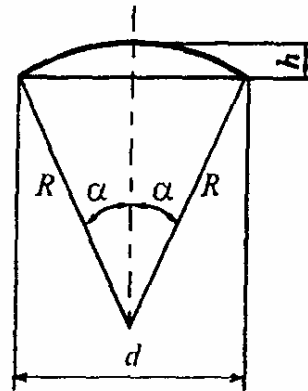
* Объем цилиндрического сосуда равен

$$V_{\text{ц}} = V_{\text{к}} + V_{\text{дн}},$$

где $V_{\text{к}} = (\pi d^2/4)l$, $V_{\text{дн}} = (\pi h^2/3)(3R - h)$.

Учитывая, что $h = R(1 - \cos\alpha)$, $\alpha = 30^\circ$, $R = d$,

получим
$$V_{\text{ц}} = \frac{\pi d^3}{6} \left[\frac{3l}{2d} + 4 \frac{h^2}{d^2} \left(3 - \frac{h}{d} \right) \right] = \frac{\pi d^3}{6}.$$



Объем сферического сосуда $V_{\text{сф}} = (4/3)\pi R_{\text{сф}}^3 = \pi d_{\text{сф}}^3/6$.

По условию задачи $V_{\text{сф}} = V_{\text{ц}}$, откуда $d_{\text{сф}} = d_{\text{ц}} = d$.

Расчетные напряжения для обоих сосудов должны быть одинаковы: $\sigma_{\text{max}} = p_{\text{сф}}d/(4t) = p_{\text{ц}}d/(2t)$, откуда $p_{\text{сф}} = 2p_{\text{ц}} = 2$ МПа.

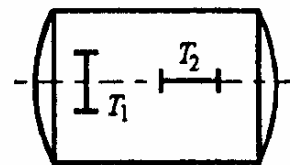
Вычисляем объем металла, необходимого для изготовления сосудов: - цилиндрического $\Omega_{\text{ц}} = St = (\pi dl + 2S_{\text{дн}})t$, $S_{\text{дн}} = 2\pi dh$,

$$\Omega_{\text{ц}} = \pi d^2(l/d + 4h/d)t = 1,069\pi d^2t;$$

- сферического $\Omega_{\text{сф}} = \pi d^2t$.

При переходе от цилиндрического сосуда к сферическому (помимо повышения несущей способности в 2 раза), достигается экономия материала, равная $\eta = [(\Omega_{\text{ц}} - \Omega_{\text{сф}})/\Omega_{\text{ц}}] \cdot 100 \% = 6,5 \%$.

298. Чему равен коэффициент Пуассона материала цилиндрической оболочки, если при ее нагружении внутренним давлением отношение деформаций $\varepsilon_1/\varepsilon_2$, измеренных в направлении датчиков, составило 3,5?



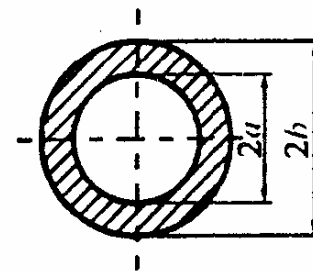
* По закону Гука $\varepsilon_1 = (\sigma_1 - \nu\sigma_2)/E$, $\varepsilon_2 = (\sigma_2 - \nu\sigma_1)/E$.

Учитывая, что для цилиндрической оболочки $\sigma_1 = 2\sigma_2$,

получим $\varepsilon_1 = \sigma_2(2 - \nu)/E$, $\varepsilon_2 = \sigma_2(1 - 2\nu)/E$.

Составляем отношение $\varepsilon_1/\varepsilon_2 = (2 - \nu)/(1 - 2\nu)$, откуда $\nu = 0,25$.

299. Две трубы отличаются только размерами поперечного сечения. Для первой трубы $a = 20$ см, $b = 30$ см, а для второй $a = 30$ см, $b = 45$ см. Какая из труб выдержит большее давление протекающей внутри жидкости?



* Согласно третьей гипотезе прочности условие прочности для толстостенной трубы имеет вид

$$\sigma_{\text{рас}} = 2pb^2/(b^2 - a^2) = 2p\beta^2/(\beta^2 - 1) \leq [\sigma], \text{ где } \beta = b/a.$$

Вычисляем $\beta_1 = b_1/a_1 = 30/20 = 1,5$; $\beta_2 = b_2/a_2 = 45/30 = 1,5$.

Так как $\beta_1 = \beta_2$, то $\sigma_{\text{рас}1} = \sigma_{\text{рас}2}$ и при одинаковом допуске напряжении материала получим $p_1 = p_2$, т.е. трубы обладают одинаковой несущей способностью.

300. Во сколько раз повысится несущая способность толстостенного сосуда, если цельную трубу с размерами $a = 5$ см, $b = 20$ см заменить составным цилиндром из двух

соединенных с натягом труб? Посадка труб выполнена по отношению Гадолина.

** Вычисляем расчетные напряжения по третьей гипотезе прочности*

- для цельной трубы $\sigma_{рас1} = 2p\beta^2 / (\beta^2 - 1)$,

- для составного цилиндра $\sigma_{рас2} = p\beta / (\beta - 1)$.

Находим отношение $\sigma_{рас1} / \sigma_{рас2} = 2\beta / (\beta + 1) = 2 \cdot 4 / (4 + 1) = 1,6$,

т.е. несущая способность возрастет на 60%.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

У Ч Е Б Н И К И

1. Беляев Н.М. Сопротивление материалов: Учебник для вузов. - М.: Наука. Гл. ред. физ.- мат. лит., 1976.- 608 с.

Книга имеет целью дать не только теоретический материал, но и показать применение полученных результатов на примерах и дать материал для самостоятельной домашней работы. Поэтому каждый раздел сопровождается задачами. По этому учебнику учились многие поколения отечественных инженеров, и до сих пор он остается отличным пособием для самообразования.

2. Бернштейн С.А. Сопротивление материалов: Учебник для вузов. М.: Высш. шк., 1961.- 464 с.

В небольшой по объему книге изложены все основные вопросы сопротивления материалов. Для облегчения усвоения теоретического материала и привития навыков в решении практических задач детально разобрано около 100 примеров. Каждая глава завершается контрольными вопросами, особенно полезными при самостоятельном изучении предмета.

3. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов: Учебник для вузов. М.: Изд-во МАИ, 1994.- 512 с.

Учебник отличается оригинальным изложением курса сопротивления материалов, который дополнен элементами теории упругости, пластичности и разрушения. Представлены современные ме-

тоды расчета на прочность элементов конструкций, в частности метод конечных элементов.

4. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Соппротивление материалов: Учебник для вузов. - М.: Высш. шк., 1975.- 675 с.

Учебник предназначен для студентов заочной и вечерней форм обучения. Он отличается полнотой изложения основных положений курса и изобилует большим числом примеров, что делает его ценным руководством для самообразования.

5. Заславский Б.В. Краткий курс соппротивления материалов - М.: Машиностроение, 1986.- 328 с.

Дано наиболее полное изложение курса при сравнительно небольшом объеме учебника. Краткость изложения достигается за счет тщательного отбора материала и удачного построения книги.

6. Ицкович Г.М. Соппротивление материалов: Учебник для учащихся машиностроит. техникумов. - 7-е изд., испр. - М.: Высш. шк., 1986.- 352 с.

В учебнике наряду с теоретическим материалом имеется более ста подробно разобранных примеров решения задач. Таким образом, учебник одновременно является руководством к решению задач и дает возможность самостоятельного изучения предмета по учебнику без помощи преподавателя.

7. Кинасошвили Р.С. Соппротивление материалов: Краткий учебник - 11-е изд. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975.- 384 с.

В книге разобрано много примеров для облегчения усвоения теоретического материала и привития навыков в решении практических задач. Каждая глава заканчивается контрольными вопросами, особенно полезными для лиц, самостоятельно изучающих предмет.

Автору удалось в сжатой и ясной форме изложить материал, соответствующий программам немашиностроительных высших технических учебных заведений и техникумов всех специальностей.

8. Пешль Т. Сопротивление материалов. М.: ГТТИ, 1948.-380 с.

Учебник отличается оригинальной формой изложения, благодаря которой в небольшой по объему книге удалось дать все наиболее важные в научном и методическом отношении сведения из курса сопротивления материалов, исключив при этом несущественные подробности.

9. Сопротивление материалов / Под ред. А.Ф. Смирнова: Учебник для вузов - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 1975.- 480 с.

Учебник построен так, что при изучении курса по программам различных специальностей отдельные главы и параграфы без ущерба могут быть опущены.

Предназначается в качестве учебника для студентов строительных и транспортных специальностей вузов.

10. Сопротивление материалов / Под ред. акад. АН УССР Г.С. Писаренко. - К.: Вища школа. Головное изд-во, 1986. - 775 с.

В учебнике освещены основные вопросы сопротивления материалов, отражающие современный уровень науки и техники. Учебник отличается наличием большого количества детально разобранных примеров.

11. Степин П.А. Сопротивление материалов: Учебник для немашиностроит. спец. вузов. - 8-е изд. - М.: Высш. шк., 1988.- 367 с.

В учебнике изложены основы сопротивления материалов в соответствии с программой курса в объеме 80-120 часов. Обозначения приняты в соответствии с международными рекомендациями ИСО.

12. Терегулов И.Г. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности: Учебник для студентов вузов. - М.: Высш. шк., 1984.- 472 с.

В учебнике освещены основы механики деформируемого твердого тела с изложением методов расчета на прочность прямолинейных и искривленных брусьев, тонкостенных стержней, пластин и оболочек; приведены решения плоских задач механики деформируемого твердого тела. Материал изложен в удобной для усвоения форме и освещает современное состояние этой области знания. Упор делается на изучение фундаментальных, непреходящих положений, и обращается существенное внимание на физику и механику рассматриваемых явлений.

Книга написана как учебник для строительных специальностей вузов, в учебных планах и программах которых предусмотрено совместное изложение разделов сопротивления материалов и основ теории упругости и пластичности.

13. Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. Том 1. Элементарная теория и задачи. Том 2. Более сложные вопросы теории и задачи. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985.- 363 с.

Учебник выдающегося ученого и педагога Степана Прокофьевича Тимошенко, внесшего огромный вклад в науку о сопротивлении материалов. Учебник является образцом классического изложения науки о прочности. Им пользуются уже много поколений студентов и инженеров.

14. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учебник для вузов. - 9-е изд., перераб. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.- 512 с.

Книга соответствует традиционной программе машиностроительных вузов. Излагаются следующие разделы курса сопротивления материалов: растяжение, кручение, изгиб, статически неопределимые системы, теория напряженного состояния, теория прочности, толстостенные трубы и тонкостенные оболочки, прочность при переменных напряжениях, расчеты при пластических деформациях, устойчивость и методы испытаний. Даются элементарные сведения по композиционным материалам.

15. Филоненко-Бородич М.М., Изюмов С.М., Олисов Б.А., Мальгинов Л.И. Курс сопротивления материа-

лов: Учебник для вузов. Часть 1. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1961.-656 с.; часть II, М.: Гостехиздат, 1956.- 539 с.

Учебник для вузов, в которых сопротивление материалов изучается по полной программе. Книгу в целом отличает глубоко продуманная последовательность изложения - от частного к общему - и разумное повторение материала, позволяющее глубже вникнуть в существо вопроса. В первой части дается традиционный курс сопротивления материалов в элементарном изложении. Во второй части приводятся дополнения по некоторым вопросам, рассмотренным в первой части, а также рассматриваются задачи, требующие применения методов теории упругости. Таковы, например, задачи о кручении стержней, о местных напряжениях, об изгибе пластинок, о кручении тонкостенных стержней. Для возможности более обоснованной трактовки таких задач в книгу включен раздел, посвященный основным уравнениям теории упругости и некоторым наиболее простым задачам этой науки.

УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОМУ КУРСУ

16. Барданов Ю.М. Курс сопротивления материалов в структурно-логических схемах: Учебное пособие. - К.: Вища школа. Головное изд-во, 1980.- 38 с.

В пособии рассмотрены узловые вопросы курса сопротивления материалов с использованием обучающих структурно-логических схем. Теоретический материал изложен в наглядной компактной форме.

17. Долинский Ф.В., Михайлов М.Н. Краткий курс сопротивления материалов: Учебное пособие для машиностроительных вузов. - М.: Высш. шк., 1988.- 432 с.

В пособии освещены основные теоретические вопросы. Большое внимание уделено подробному разбору примеров решения задач, что дает возможность самостоятельно освоить методы и приемы решения прочностных задач.

18. Работнов Ю.Н. Сопротивление материалов. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1963.- 455 с.

Учебное пособие для университетов. Большое внимание уделено физическим основам прочности, основам теории пластичности, теории предельного равновесия.

19. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979.- 744 с.

Книга представляет собой объединение элементов сопротивления материалов, теории упругости, теории пластичности, теории ползучести, вязкоупругости и механики разрушения. При изложении материала акцент делается на связь между физическими и механическими теориями.

Книга предназначена для студентов университетов в качестве учебного пособия, а также для инженеров и специалистов в области механики деформируемого твердого тела.

20. Тимошенко С. П., Гере Дж. Механика материалов. М.: Мир, 1976.- 669 с.

Книга содержит энциклопедически полное изложение методов расчета на прочность и устойчивость. В ней представлено исследование напряженно-деформированного состояния стержневых систем при самых различных условиях нагружения. Изложение сопровождается хорошо продуманными примерами, наглядными графиками, обстоятельными историческими комментариями. Широта охвата тематики и обилие конкретного фактического материала позволяют использовать книгу в качестве справочника и делают ее ценным учебным пособием.

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ТРУДЫ ПО РАСЧЕТАМ НА ПРОЧНОСТЬ

21. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К., Макушин В.М. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. М.: Машгиз. Т.1, 1956.- 884 с.; Т.2, 1958.- 975 с.; Т.3, 1959.- 1118 с.

Фундаментальный труд по расчетам на прочность, за который авторы были удостоены Ленинской премии.

Авторам книги удалось изложить в удобной для практического применения форме современные методы расчета на прочность, жесткость, ползучесть, устойчивость и вибрацию применительно к все возрастающим запросам отечественного машиностроения.

Первый том включает два раздела: "Теоретические основы расчетов на прочность и экспериментальные методы исследования напряжений и деформаций" и "Расчеты на прочность и жесткость стержневых элементов конструкций при статической нагрузке".

Второй том посвящен расчетам пластин и оболочек, контактными напряжениям, пластичности и ползучести.

В третьем томе рассматриваются расчеты на прочность движущихся элементов конструкций, теория колебаний элементов конструкций и ее технические приложения, а также методы расчета на устойчивость.

Книга построена так, что любую тему можно изучить самостоятельно, без необходимости проработки всего труда в целом. В конце каждой главы приведена литература по излагаемому вопросу.

Книга предназначена для инженеров-конструкторов и производственников, работающих в области машиностроения и связанных с вопросами прочности. Она также может быть использована студентами, аспирантами и научными работниками.

22. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. - М.: Наука. Т.1, 1975.- 832 с.; Т. 2, 1978. - 616 с.; Т.3, 1981. - 480 с.

Книга является фундаментальной как по объему, так и по кругу рассматриваемых вопросов. Цель автора - научить будущего инженера рассчитывать на прочность сложные сооружения, начиная с выбора расчетной схемы и кончая правильной оценкой результатов расчета.

В первом томе содержится информация, составляющая фундамент механики твердого деформируемого тела. Подробно обсуждаются свойства конструкционных материалов, анализ напряженно-деформированного состояния в точке сплошной среды и физические уравнения в реологическом аспекте. Уделено значительное внимание проблеме предельного состояния материала в локальной области. За-

вершается книга изложением основ теории упругости и теорий пластичности и ползучести.

Во втором томе излагается деформация стержней (кручение, изгиб, сложное сопротивление, стесненная деформация тонкостенных стержней), энергетические основы механики твердого деформируемого тела и элементы строительной механики.

В третьем томе излагаются вопросы динамики и устойчивости деформируемых систем.

Книга предназначена для студентов вузов, аспирантов, научных работников и инженеров, занимающихся проблемой прочности в различных областях техники (строительство, машиностроение, судостроение, самолетостроение и др.).

ЗАДАЧНИКИ

23. Гафаров Р.Х. Сборник задач по сопротивлению материалов: Для организации индивидуальной самостоятельной работы студентов. Уфа: УГАТУ, 1993.- 180 с.

Сборник охватывает все разделы базового курса сопротивления материалов. Содержит свыше 600 оригинальных задач для организации индивидуальной самостоятельной работы студентов с учетом разной степени их подготовленности. Имеются как простые задачи, доступные всем студентам, так и сложные проблемы-исследования, ориентированные на хорошо подготовленных студентов и предназначенные для самостоятельных научных разработок.

24. Ситуационные задачи: Методическая разработка по организации и проведению тематических ситуационных игр по курсу сопротивления материалов / Сост. Гафаров Р.Х. - Уфа: УАИ, 1992.- 65 с.

Представлены задачи, позволяющие внедрить в учебный процесс активные методы обучения в форме тематических ситуационных игр. Учитывая разную подготовленность студентов, предлагаемые задачи разбиты по сложности на три категории: от простейших, доступных всем студентам, до сложных проблем, построенных

по типу небольшого исследования и предназначенных для хорошо подготовленных студентов. В приложении даются главные формулы и справочные данные по курсу сопротивления материалов. Предназначены для студентов всех специальностей.

25. Винокуров А.И. Сборник задач по сопротивлению материалов: Учеб. пособие для учащихся машиностр. спец. техникумов. - М.: Высш. шк., 1990.- 383 с.

Сборник содержит около 400 задач. Включены многовариантные задачи для контрольных и домашних расчетно-графических работ.

Приведены методические указания и примеры решения типовых задач с пояснениями.

26. Лихарев К.К., Сухова Н.А. Сборник задач по курсу "Сопротивление материалов". - М.: Машиностроение, 1980.- 224 с.

Сборник является пособием для изучения теоретического материала, изложенного в учебнике В.И. Феодосьева "Сопротивление материалов". Наряду с классическими задачами включены оригинальные задачи и примеры, тесно связанные с практикой машиностроения.

27. Сборник задач по сопротивлению материалов: Учебное пособие для вузов / Под редакцией А. В. Александрова.- М.: Стройиздат, 1977.- 335 с.

Даны методические указания по решению типовых задач, включены задачи повышенной трудности, в большинстве задач учтены особенности расчета по предельным состояниям. Предназначен для студентов строительных специальностей.

28. Сборник задач по сопротивлению материалов / Под ред. А.С. Вольмира. - М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1984.- 408 с.

Сборник охватывает все разделы курса сопротивления материалов, предусмотренные программой. Приведены задачи, решаемые численными методами с применением ЭВМ. Имеются задачи повышенной трудности, к которым даны подробные решения. Книга мо-

жет служить пособием для самостоятельных студенческих научных разработок. Предназначена для студентов машиностроительных, строительных, авиационных, судостроительных и транспортных специальностей.

29. Сборник задач по сопротивлению материалов / Под редакцией В.К. Качурина. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1972.- 432 с.

В сборнике представлены задачи на все основные разделы курса сопротивления материалов: растяжение-сжатие, сложное напряженное состояние и теории прочности, сдвиг и смятие, кручение, изгиб, сложное сопротивление, кривые стержни, устойчивость элементов конструкций, методы расчета по допускаемым нагрузкам и по предельным состояниям, динамическое и длительное действие нагрузок. Общее количество задач около 900. Некоторые задачи снабжены решениями или указаниями.

30. Феодосьев В.И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов: Учебное пособие для втузов. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973.- 400 с.

В книге рассматриваются задачи, выходящие в большей части за рамки традиционных требований институтского курса как по сложности, так и по постановке. Собраны примеры повышенной трудности, расширяющие кругозор читателя и позволяющие ему увидеть связь курса сопротивления материалов с некоторыми смежными дисциплинами. Все задачи сопровождаются подробными решениями.

ПОСОБИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

31. Гафаров Р.Х. Руководство к практическим занятиям по сопротивлению материалов. - Уфа: УГАТУ, разд. 1, 1993.- 32 с.; разд. 2, 1993.- 32 с.; разд. 3, 1993.- 32 с.; разд. 4, 1994.- 32 с.; разд. 5, 1994.- 36 с.; разд. 6, 1994.- 56 с.

Содержит большое число характерных типовых задач с подробными решениями, которым предшествует краткое изложение основных положений и окончательных результатов теории.

В первом разделе рассмотрены эпюры внутренних силовых факторов и растяжение-сжатие прямолинейного стержня; во втором - теория напряженного состояния, включая гипотезы прочности, кручение круглых валов, геометрические характеристики поперечных сечений; в третьем - плоский прямой изгиб; в четвертом - статически неопределимые системы и сложное сопротивление; в пятом - устойчивость деформируемых систем, динамическое нагружение, тонкостенные сосуды; в шестом - плоские кривые стержни, толстостенные трубы и переменные напряжения.

32. Ободовский Б.А., Ханин С.Е. Сопротивление материалов в примерах и задачах. - Харьков: Вища школа, 1981.- 344 с.

На большом количестве примеров показаны приемы и методы решения типовых задач курса. Приведены основные расчетные формулы и краткие указания по методике расчетов.

33. Пособие по решению задач по сопротивлению материалов: Учеб. пособие для техн. вузов / Миролюбов И.Н., Енгальчев С.А., Сергиевский Н.Д. и др. - 5-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1985.- 399 с.

В учебное пособие включены основные положения теории, необходимые методические указания, примеры решения типовых задач, карты безмашинного программированного контроля, задачи для самостоятельного решения, ответы к ним, а также справочный материал.

34. Рубинин М.В. Руководство к практическим занятиям по сопротивлению материалов. - М.: Росвузиздат, 1963.

В пособии даются краткие сведения из теории, методические указания к решению типовых задач с подробным разбором примеров.

35. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов / Ицкович Г.М. - М.: Высш. шк., 1970.- 544 с.

На подробно разобранных примерах показаны методы решения типовых задач по курсу сопротивления материалов.

СПРАВОЧНИКИ

36. Гафаров Р.Х., Шарафиев Р.Г., Ризванов Р.Г. Краткий справочник инженера-механика. - Уфа: Изд-во УГНТУ, 1995.- 112 с.

В справочнике приведены основные формулы и справочные данные, относящиеся к расчетам на прочность типовых элементов конструкций.

37. Рудицын М.Н. Справочное пособие по сопротивлению материалов. - Минск: Вышэйша школа, 1970.- 628 с.

В пособии отражены все разделы курса сопротивления материалов. Теоретический материал дополнен справочными и расчетными таблицами.

38. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В.; отв. ред. Писаренко Г.С. - 2-е изд. - Киев: Наукова думка, 1988.- 736 с.

В справочнике приведены теоретические сведения по основным вопросам курса, а также необходимые данные по расчету типовых элементов конструкций.

39. Справочник по сопротивлению материалов / Фесик С.П. - 2-е изд., перераб. и доп. - Киев: Будивельник, 1982.- 280 с.

В справочнике изложены основные сведения по всем вопросам сопротивления материалов в аспекте задач инженера-строителя. Расчетные формулы даны без выводов, но с необходимыми пояснениями, облегчающими их практическое применение. Значительное место отведено графикам, справочным и расчетным таблицам, иллюстрационным примерам расчета.

ПОЛЕЗНО ПРОЧИТАТЬ

40. Бернштейн С.А. Очерки по строительной механике. - М: Госстройиздат, 1958.

Книга представлена четырьмя очерками и в увлекательной форме излагает историю развития современных методов расчета сооружений на прочность. Отмечаются выдающиеся работы Л. Эйлера, И.П. Кулибина, Х.С. Головина, Г.Е. Паукера.

41. Вайнберг Д.В., Писаренко Г.С. Механические колебания и их роль в технике. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1965.- 276 с.

Книга не является учебником: в ней не дается систематическое изложение теории колебаний и совершенно не излагается математический аппарат этой теории. Цель книги - познакомить широкий круг читателей с той ролью, которую играют механические колебания в разнообразных отраслях техники. Поэтому в ней обращено основное внимание на описание физического содержания наиболее интересных и важных явлений из области механических колебаний, на освещение их технической роли и значение для народного хозяйства. Авторы стремились собрать в книге и систематизировать наиболее интересный с этой точки зрения материал, накопившийся в нашей богатой технической литературе.

42. Гордон Дж. Почему мы не проваливаемся сквозь пол / Пер. с англ. С.Т. Милейко. Предислов. акад. Ю.Н. Работнова. - М.: Мир, 1971.- 272 с.

Автор книги профессор университета в Рединге (Великобритания), живо и с юмором рассказывает о прочности материалов и конструкций. Книга написана совершенно популярно, для самого широкого круга читателей, но ее прочтет с интересом и специалист.

43. Гордон Дж. Конструкции, или почему не ломаются вещи / Пер. с англ. В.Д. Эфроса. - М.: Мир, 1980.- 390 с.

В живой и увлекательной форме рассказывается о встречающихся в природе и созданных руками человека конструкциях, их прочности, устойчивости и надежности.

44. Зацаринный В.П., Акопов А.И. Атланты держат небо. - М.: Знание, 1979.- 176 с.

В книге в популярной форме представлены основные моменты развития человеческого знания в области науки о прочности. Здесь

рассказано о первых интуитивных представлениях людей о прочности, накоплении ими опытного знания, что впоследствии привело к формированию и развитию сопротивления материалов, теорий упругости и пластичности, механики разрушения. Книга рассчитана на широкий круг читателей.

45. Кацев В.П., Хазановский П.М. Стихиям не подвластен. - М.: Знание, 1980.

Авторы на многочисленных примерах из истории науки и техники рассказывают о становлении теории надежности, гарантирующей человека от всевозможных аварий и катастроф.

46. Оксанович Л. Невидимый конфликт / Пер. с болг. А.Н.Елютиной; Под ред. Ю.М. Веллера. - М.: Стройиздат, 1986.- 164 с.

В научно-популярной форме рассказывается об угрозе, которую представляют землетрясения и ураганы, о свойствах материалов и их способности выдерживать значительные нагрузки, о деформации железобетонных элементов, о коэффициенте надежности.

47. Партон В.З. Механика разрушения: От теории к практике. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.- 240 с.

В доступной популярной форме изложены современные представления о механике разрушения - новом разделе механики твердого деформируемого тела, возникшем совсем недавно. Содержанием книги охвачен широкий круг вопросов, включающих в себя выяснение причин некоторых серьезных катастроф ответственных конструкций и сооружений, необходимость и своевременность построения теории распространения магистральных трещин, внедрение механики разрушения в практику расчетов сосудов давления, ядерных реакторов, роторов турбин и т.п.

48. Попов А.Н., Шимко В.Т. Польза, прочность, красота: Рассказы о строительной науке. - М.: Педагогика, 1979. - 128 с.

В книге рассказывается о современной строительной науке, позволяющей совместить три противоречивых требования (прочность, красоту и экономичность) в процессе проектирования новых сооружений. Новые материалы, новые конструкции, наконец, новые принципы строительного искусства - таков путь к повышению качества, эффективности строительства.

49. Тимошенко С.П. История науки о сопротивлении материалов. - М.: Гостехиздат, 1957.- 536 с.

В книге дан анализ развития науки о сопротивлении материалов и методов расчета инженерных сооружений в период от XVII века до первой половины XX века. Большое внимание уделено работам отечественных ученых Д.И. Журавского, Ф.С. Ясинского, Б.Г. Галеркина и др.

50. Финкель В.М. Портрет трещины. 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Металлургия, 1989.- 192 с.

В чем причина катастроф и разрушений, происходящих в мире прочнейших материалов? Как ведет себя микроскопическая трещинка, откуда у нее такая сила и такое коварство? Как человек учится управлять этой страшной силой и обращать ее себе на пользу? На эти и многие другие вопросы отвечает автор. Непринужденная форма изложения, поэтические примеры, подтверждающие мысль автора, делают книгу интересной и познавательной. Книга предназначена для широкого круга читателей.

51. Ахмедзянов А.М., Жернаков В.С. Принципы эквивалентности в технике и жизни. – М.:Изд-во МАИ, 1996. – 182 с.

В работе изложены принципы эквивалентности, широко используемые в технических задачах в поле понятий: адекватно, подобно. Обсуждены общие исходные позиции этих понятий и единство методологий решения технических задач с использованием теории подобия и эквивалентности. Все аспекты проблемы рассматриваются на примере сложного технического объекта, каковым является авиационный двигатель. Книга рассчитана на широкий круг читателей.

52. Якупов Р.Г., Жернаков В.С. Термоупругие напряжения в соединениях и элементах конструкций.– М.:Изд-во МАИ, 1998.– 175 с.

В книге рассмотрены наиболее простые классические задачи об определении термоупругих напряжений и перемещений при заданном распределении температуры в стержневых системах, соединениях, типичных конструктивных элементах в виде балок, пластин и оболочек вращения. Приведены примеры расчета устойчивости, рассмотрены действия теплового удара, оценка термочечности деталей машин. Может быть полезной для студентов старших курсов, инженеров-конструкторов и расчетчиков машиностроительных предприятий.

Приложения

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

ОБОЗНАЧЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ СИМВОЛЫ

(Стандарт ИСО № 3898)

На основе сложившихся в мировой практике традиций стандартом № 3898 для обозначения отдельных понятий расчета конструкций предусматривается использование латинских и греческих букв, цифр и некоторых специальных обозначений. В табл. 1-3 приведены основные символы, а в табл. 4, 5 - индексы.

Таблица 1

Буква	Значение
<i>A</i>	Площадь
<i>D</i>	Жесткость пластинок и оболочек при изгибе (цилиндрическая жесткость)
<i>E</i>	Модуль продольной упругости (модуль Юнга)
<i>F</i>	Сосредоточенная сила; воздействие вообще
<i>G</i>	Модуль упругости при сдвиге; постоянная нагрузка (вес)
<i>H</i>	Горизонтальная составляющая силы
<i>I</i>	Момент инерции плоской фигуры
<i>L</i>	Может быть использована для обозначения пролета, длины элемента и т.п.
<i>M</i>	Момент вообще; изгибающий момент
<i>N</i>	Нормальное усилие
<i>P</i>	Мощность
<i>Q</i>	Поперечная сила
<i>R</i>	Результирующая сила; реакция опоры
<i>S</i>	Статический момент плоской фигуры
<i>T</i>	Крутящий момент; температура
<i>V</i>	Объем; вертикальная составляющая силы
<i>W</i>	Момент сопротивления
<i>X, Y, Z</i>	Составляющие силы, параллельные осям <i>x, y, z</i> .

Таблица 2

Буква	Значение
a	Расстояние; ускорение
b	Ширина
d	Диаметр
e	Эксцентриситет
f	Соппротивление
g	Ускорение силы тяжести
h	Высота, толщина
i	Радиус инерции
k	Коэффициент
l	Пролет, длина элемента
m	Масса; среднее значение
n	Количество чего-либо
q	Интенсивность погонной нагрузки
r	Радиус
s	Расстояние, шаг; стандартное отклонение
t	Время вообще; толщина тонкостенных элементов
x, y, z	Координаты

Таблица 3

Буква	Значение
альфа α	Угол; отклонение
бэ́та β	Угол; отношение
гамма γ	Объемный вес; относительный сдвиг;
дельта δ	Коэффициент изменчивости
э́псилон ϵ	Относительная деформация
кси ξ	Относительная координата x/l
э́та η	Относительная координата y/l
дзета ζ	Относительная координата z/l
тэ́та θ	Поворот, вращение
лямбда λ	Гибкость
мю μ	Коэффициент трения; коэффициент приведения
ню ν	Коэффициент Пуассона
ро ρ	Плотность
сигма σ	Нормальное напряжение
тау τ	Касательное напряжение

Таблица 4

Буква	Значение
<i>c</i>	Сжатие вообще (англ. и франц. <i>compression</i>)
<i>d</i>	Расчетное (англ. <i>design</i>)
<i>e (el)</i>	Упругий (англ. <i>elastic</i>)
<i>f</i>	Трение (англ. <i>friction</i> , франц. <i>frottement</i>)
<i>h</i>	Горизонтальное (англ. <i>horizontal</i>)
<i>i</i>	Начальное (англ. и франц. <i>initial</i>)
<i>k</i>	Характеристическое (нормативное)
<i>l</i>	Продольное (англ. и франц. <i>longitudinal</i>)
<i>m</i>	Среднее значение (англ. <i>mean</i> , франц. <i>moyen</i>)
<i>n</i>	Нетто (<i>net</i> в случае опасности путаницы)
<i>o</i>	Нулевое, начальное
<i>t</i>	Растяжение вообще (англ. <i>tension</i> , франц. <i>traction</i>) Поперечное (англ. и франц. <i>transversal</i>)
<i>u</i>	Предельное (англ. <i>ultimate</i>)
<i>v</i>	Вертикальное (англ. <i>vertical</i>)
<i>y</i>	Текучесть (англ. <i>yield</i>)

Таблица 5

Сокращение	Значение
<i>abc</i>	Абсолютное (англ. <i>absolute</i>)
<i>adm</i>	Допускаемое (англ. <i>admissible</i>)
<i>cal</i>	Вычисленное (англ. <i>calculated</i>)
<i>crit (cr)</i>	Критическое (англ. <i>critical</i>)
<i>ef</i>	Эффективное (англ. <i>effective</i>)
<i>el (e)</i>	Упругое (англ. <i>elastic</i>)
<i>est</i>	Оцениваемое, ожидаемое (англ. <i>estimated</i>)
<i>exs</i>	Особое, исключительное (англ. <i>exceptional</i>)
<i>ext</i>	Внешнее, наружное (англ. <i>external</i>)
<i>inf</i>	Нижнее (франц. <i>inferieur</i>)
<i>int</i>	Внутреннее (англ. <i>internal</i>)
<i>lat</i>	Боковое, из плоскости (англ. <i>lateral</i>)
<i>lim</i>	Предельное (англ. <i>limit</i>)
<i>max</i>	Максимальное (англ. <i>maximum</i>)
<i>min</i>	Минимальное (англ. <i>minimal</i>)

Продолжение табл. 5

Сокращение	Значение
<i>nom</i>	Номинальное (англ. <i>nominal</i>)
<i>obs</i>	Наблюдаемое, экспериментальное (англ. <i>observed</i>)
<i>pl</i>	Пластическое (англ. <i>plastic</i>)
<i>red</i>	Приведенное (англ. <i>reduced</i>)
<i>rel</i>	Относительное (англ. <i>relative</i>)
<i>ser</i>	Пригодность к эксплуатации (англ. <i>service</i>)
<i>sup</i>	Верхнее (франц. <i>superieur</i>)
<i>tot</i>	Полное, суммарное, общее (англ. <i>total</i>)
<i>var</i>	Переменное (англ. <i>variable</i>)

**Изменения обозначений основных величин,
применяемых в курсе сопротивления материалов,
в соответствии с рекомендациями И С О**

Величина		Наименование	Примечание
Обозначение			
старое	новое		
A	W	Работа	<i>work</i> - работа
F	A	Площадь	<i>area</i> - площадь
N	P	Мощность	<i>power</i> - мощность
P	F	Сила	<i>force</i> - сила
$M_K = M_Z$	$T(M_t)$	Крутящий момент	<i>torque</i> - крутящий момент
$q_z(q)$	n_e	Внешняя распределенная продольная нагрузка	<i>external</i> - внешний
μ	ν	Коэффициент Пуассона	-
δ	t	Толщина тонкостенных элементов	-

Остальные символы не изменились, однако вместо русских индексов используются латинские, соответствующие первым нескольким буквам аналогичного по смыслу английского слова.

1. Прочностные характеристики материала:

– предел пропорциональности	$\sigma_{пц} - \sigma_{pr}$	(<i>proportionality</i> – пропорциональность)
– предел упругости	$\sigma_y - \sigma_e$	(<i>elasticity</i> – упругость)
– предел текучести	$\sigma_{\tau} - \sigma_y$	(<i>yield</i> – текучесть)
– предел прочности	$\sigma_B = \sigma_{пч} - \sigma_u$	(<i>ultimate</i> – предельный)
а) при растяжении	$\sigma_{вр} = \sigma_{пчр} - \sigma_{ul}$	(<i>tension</i> – растяжение)
б) при сжатии	$\sigma_{вс} = \sigma_{пчс} - \sigma_{uc}$	(<i>compression</i> – сжатие)

2. Характерные напряжения:

– статическое	$\sigma_{ст} - \sigma_{st}$	(<i>statical</i> – статический)
– динамическое	$\sigma_d - \sigma_d$	(<i>dynamic</i> – динамический)
– контактное	$\sigma_k - \sigma_{con}$	(<i>contact</i> – контакт)
– критическое	$\sigma_{кр} - \sigma_{cr}$	(<i>critical</i> – критический)
– приведенное (эквивалентное)	$\sigma_{пр} = \sigma_{эkv} - \sigma_{red}$	(<i>reduced</i> – приведенный)

3. Характерные деформации:

– поперечная	$\epsilon_{поп} = \epsilon' - \epsilon_r$	(<i>transverse</i> – поперечный)
– упругая	$\epsilon_{упр} - \epsilon_{el}$	(<i>elastic</i> – упругий)
– остаточная	$\epsilon_{ост} - \epsilon_r$	(<i>residual</i> – остаточный)

4. Допускаемое значение данной величины обозначается не с помощью квадратных скобок [...], а индексом *adm* (*admissible* – допускаемое):

– допускаемое напряжение	$[\sigma] - \sigma_{adm}$;
– допускаемая нагрузка	$[F] - F_{adm}$;
– допускаемый прогиб	$[f] - v_{adm}$;
– нормативный коэффициент запаса прочности	$[n] - n_{adm}$;

НОРМАЛЬНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ РАЗМЕРЫ

в диапазоне от 1 до 250 мм
(по ГОСТ 6636-86)

Ra5: 1; 1,16; 2,5; 4; 6; 10; 16; 25; 40; 60; 100; 160; 250.

Ra10: 1; 1,2; 1,6; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 60; 80; 100; 120; 160; 200; 250.

Ra20: 1; 1,1; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2; 2,2; 2,5; 2,8; 3; 3,6; 4; 4,5; 5; 5,5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 25; 28; 32; 36; 40; 45; 50; 55; 60; 70; 80; 90; 100; 110; 120; 140; 160; 180; 200; 220; 250.

Ra40: 1; 1,05; 1,1; 1,15; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2; 2,1; 2,2; 2,4; 2,5; 2,6; 2,8; 3; 3,2; 3,4; 3,6; 3,8; 4; 4,2; 4,5; 4,8; 5; 5,2; 5,5; 6; 6,3; 6,5; 7; 7,5; 8; 8,5; 9; 9,5; 10; 10,5; 11; 11,5; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 21; 22; 24; 25; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40; 42; 45; 48; 50; 52; 55; 55; 60; 63; 65; 70; 75; 80; 85; 90; 95; 100; 105; 110; 115; 120; 130; 140; 150; 160; 170; 180; 190; 200; 210; 220; 230; 240; 250.

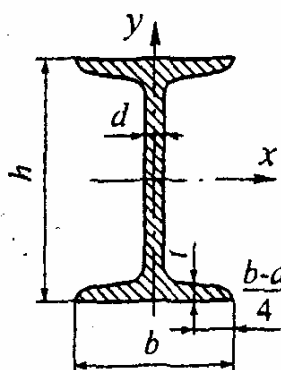
Кратные и дольные единицы системы СИ

Приставка	Обозначение	Множитель	Приставка	Обозначение	Множитель
Тера	Т	10^{12}	Деци	д	10^{-1}
Гига	Г	10^9	Сант	с	10^{-2}
Мега	М	10^6	Милли	м	10^{-3}
Кило	к	10^3	Микро	мк	10^{-6}
Гекто	Г	10^2	Нано	н	10^{-9}

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЙ СТАЛИ

Таблица 1



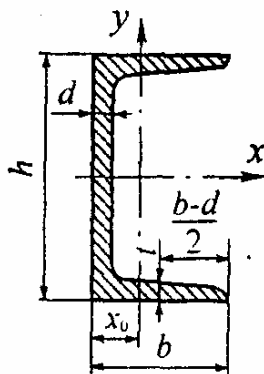
Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239-89)

A – площадь поперечного сечения;
 W – момент сопротивления;
 I – момент инерции;
 S – статический момент полусечения;
 i – радиус инерции;
 m – масса одного погонного метра.

№	h , мм	b , мм	d , мм	t , мм	A , см ²	m , кг	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см
10	100	55	4,5	7,2	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	19,90	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,80	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	22,70	2030	203,0	8,37	114,0	155,0	28,20	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	25,80	2790	254,0	9,22	143,0	206,0	34,30	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	29,40	3800	317,0	10,10	178,0	260,0	41,60	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	33,90	5500	407,0	11,30	229,0	337,0	50,00	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,5	39,20	7780	518,0	12,50	292,0	436,0	60,10	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138,0	108,0	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

Таблица 2

Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240-89)

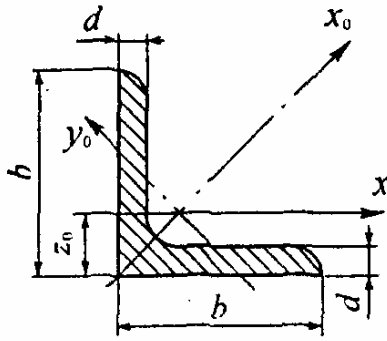


A – площадь поперечного сечения;
 I – момент инерции;
 i – радиус инерции;
 W – момент сопротивления;
 S – статический момент полусечения;
 t – масса одного погонного метра.

№	h , мм	b , мм	d , мм	t , мм	A , см ²	m , кг	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	z_0 , см
5	50	32	4,4	7,0	6,16	4,84	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,945	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	8,59	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	10,4	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	12,3	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	13,3	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	14,2	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	15,3	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	16,3	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18o	180	74	5,1	9,3	22,3	17,4	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,4	18,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	19,8	1670	167	8,15	95,9	139	21,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	21,0	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22o	220	87	5,4	10,2	28,8	22,6	2330	212	8,90	121	187	30,0	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10,0	30,6	24,0	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24o	240	95	5,6	10,7	32,9	25,8	3180	265	9,84	151	245	37,2	2,78	2,67
27	270	95	6,0	10,5	35,2	27,7	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	31,8	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	36,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	41,9	10200	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	61,5	48,3	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

Таблица 3

Уголки стальные горячекатаные равнополочные (по ГОСТ 8509-86)



A – площадь поперечного сечения;

I – момент инерции; i – радиус инерции;

m – масса одного погонного метра.

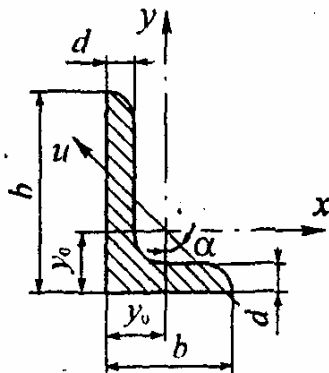
№	h , мм	b , мм	A , см ²	m , кг	I_x , см ⁴	i_x , см	$I_{x_0 \max}$, см ⁴	$i_{x_0 \min}$, см ⁴	$I_{y_0 \min}$, см ⁴	$i_{y_0 \min}$, см ⁴	z_0 , см
4	40	3	2,35	1,85	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	1,09
		4	3,08	2,42	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	1,13
		5	3,79	2,97	5,53	1,20	8,75	1,54	2,30	0,79	1,17
4,5	45	3	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	1,21
		4	3,48	2,73	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	1,26
		5	4,29	3,37	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	1,30
5	50	3	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	1,33
		4	3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	1,38
		5	4,80	3,77	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	1,42
5,6	56	4	4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	1,52
		5	5,41	4,25	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	1,57
6,3	63	4	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	1,69
		5	6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	1,74
		6	7,28	5,72	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	1,78
7	70	4,5	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	1,88
		5	6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	1,90
		6	8,15	6,39	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	1,94
		7	9,42	7,93	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	1,99
7,5	75	8	10,7	8,37	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,49	2,02
		5	7,39	5,80	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	2,02
		6	8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	2,06
		7	10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	2,10
8	80	8	11,5	9,02	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	2,15
		9	12,8	10,1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	2,18
		5,5	8,63	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	2,17
9	90	6	9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	2,19
		7	10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	2,23
		8	12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	2,27
		6	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	2,43
9	90	7	12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	2,47
		8	13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	2,51
		9	15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	2,55

Продолжение табл. 3

№	h, мм	b, мм	A, см ²	m, кг	I _x , см ⁴	i _x , см	I _{x0 max} , см ⁴	i _{x0 min} , см ⁴	I _{y0 min} , см ⁴	i _{y0 min} , см ⁴	z ₀ , см
10	10 0	6,5	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	2,68
		7	13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,3	1,98	2,71
		8	15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	2,75
		10	19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	2,83
		12	22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	2,91
		14	26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	2,99
11	11 0	7	15,2	11,9	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	2,96
		8	17,2	13,5	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	3,00
12,5	12 5	8	19,7	15,5	294	3,87	486	4,87	122	2,49	3,36
		9	22,0	17,3	327	3,86	520	4,86	135	2,48	3,40
		10	24,3	19,1	360	3,85	571	4,84	149	2,47	3,45
		12	28,9	22,7	422	3,82	670	4,82	174	2,46	3,53
		14	33,4	26,2	482	3,80	764	4,78	200	2,45	3,61
		16	37,8	29,6	539	3,78	853	4,75	224	2,44	3,68
14	14 0	9	24,7	19,4	466	4,34	739	5,47	192	2,79	3,78
		10	27,3	21,5	512	4,33	814	5,46	211	2,78	3,82
		12	32,5	25,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	3,90
16	16 0	10	31,4	24,7	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	4,30
		11	34,4	27,0	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	4,35
		12	37,4	29,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	4,39
		14	43,3	34,0	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	4,47
		16	49,1	38,5	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	4,55
		18	54,8	43,0	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	4,63
		24	60,4	47,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	4,70
18	18 0	11	38,8	30,5	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	4,85
		12	42,2	33,1	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	4,89
20	20 0	12	47,1	37,0	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	5,73
		13	50,9	39,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	5,42
		14	54,6	42,8	2097	6,20	3333	7,81	761	3,97	5,46
		16	62,0	48,7	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	5,54
		20	76,5	60,1	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5,70
		25	94,3	74,0	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	5,89
		30	111,5	87,6	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	6,07
22	22 0	14	60,4	47,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	5,93
		16	68,6	53,8	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	6,02
24	24 0	16	78,4	61,5	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	6,75
		18	87,7	68,9	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	6,83
		20	97,0	76,1	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	6,91
25	25 0	22	106,1	83,3	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	7,00
		25	119,7	94,0	7006	7,65	1112	9,54	2887	4,91	7,11
		28	133,1	104,5	7717	7,61	1224	9,59	3190	4,89	7,23
		30	142,0	11,4	8177	7,59	1296	9,56	3389	4,89	7,31

Таблица 4

**Уголки стальные горячекатаные
неравнополочные (по ГОСТ 8510-86)**



A – площадь поперечного сечения;

I – момент инерции;

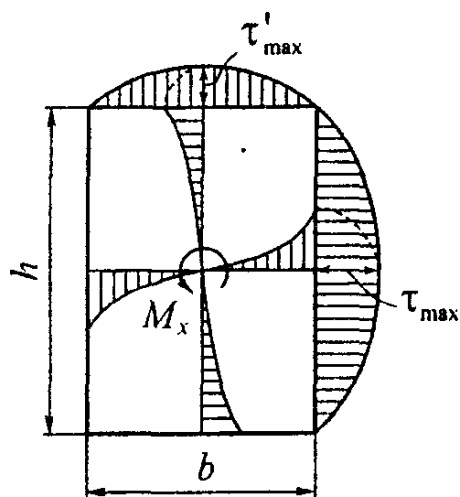
i – радиус инерции; α – угол наклона главной оси

№	B, мм	b, мм	d, мм	A, см ²	m, кг	I_x , см ⁴	i_x , см	I_y , см ⁴	i_y , см	y_0 , см	x_0 , см	I_u		tg α
												мин, см ⁴	мин, см	
7,5/5	75	50	5	6,11	7,79	34,8	2,30	12,5	1,43	2,39	1,17	7,24	1,09	0,436
			6	7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	2,44	1,21	8,48	1,08	0,435
			8	9,47	7,43	52,4	2,35	18,3	1,40	2,52	1,29	10,9	1,07	0,430
9/5,6	90	56	5	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	2,92	1,26	11,8	1,22	0,384
			6	8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	2,95	1,28	12,7	1,22	0,384
			8	11,18	8,77	90,9	2,85	27,1	1,56	3,04	1,36	16,3	1,21	0,380
10/6,3	100	63	6	9,59	7,53	98,3	3,2	30,6	1,79	3,23	1,42	18,2	1,38	0,393
			7	11,1	8,70	113,0	3,19	35,0	1,78	3,28	1,46	20,8	1,37	0,392
			8	12,6	9,87	127,0	3,18	39,2	1,77	3,32	1,50	23,4	1,36	0,392
			10	15,5	12,1	154,0	3,15	47,1	1,75	3,40	1,58	28,3	1,35	0,387
11/7	110	70	6	11,4	8,98	112,0	3,53	45,6	2,00	3,55	1,58	26,9	1,53	0,402
			8	13,9	10,9	172,0	3,51	54,6	1,98	3,61	1,64	32,3	1,52	0,400
12,5/8	125	80	7	14,1	11,0	227,0	4,01	73,7	2,29	4,01	1,80	43,4	1,76	0,407
			8	16,0	12,5	256,0	4,00	83,0	2,28	4,05	1,84	48,8	1,75	0,406
			10	19,7	15,5	312,0	3,98	100,0	2,26	4,14	1,92	59,3	1,74	0,404
			12	23,4	18,3	365,0	3,95	117,0	2,24	4,22	2,00	69,5	1,72	0,400
14/9	140	90	8	18	14,1	364,0	4,49	120,0	2,58	4,49	2,03	70,3	1,98	0,411
			10	22,2	17,5	444,0	4,70	146,0	2,56	4,58	2,12	85,5	1,96	0,409
16/10	160	100	9	22,9	18,0	606,0	5,15	186,0	2,85	5,19	2,23	110	2,20	0,391
			10	25,3	19,8	667,0	5,13	204,0	2,84	5,23	2,28	121	2,19	0,390
			12	30,0	23,6	784,0	5,11	239,0	2,82	5,32	2,36	142	2,18	0,388
			14	34,7	27,3	897,0	5,00	272,0	2,80	5,40	2,43	162	2,16	0,385
18/11	180	110	10	28,3	22,2	952	5,80	276,0	3,12	5,88	2,44	165	2,42	0,375
			12	33,7	26,4	1123	5,77	324,0	3,10	5,97	2,52	194	2,52	0,374
20/12,5	200	125	11	34,9	27,4	1449	6,45	446,0	3,58	6,50	2,79	264	2,75	0,392
			12	37,9	29,7	1568	6,43	482,0	3,57	6,54	2,83	286	2,74	0,392
			14	43,9	34,4	1801	6,41	551,0	3,54	6,62	2,91	327	2,73	0,390
			16	49,8	39,1	2026	6,38	617,0	3,52	6,71	2,99	367	2,72	0,388
25/16	250	160	12	48,3	37,9	3147	8,07	1032	4,62	7,97	3,53	604	3,54	0,410
			16	63,6	49,9	4091	8,02	1333	4,58	8,14	3,69	781	3,50	0,408
			18	71,1	55,8	4545	7,99	1475	4,56	8,23	3,77	806	3,49	0,407
			20	78,5	61,7	4987	7,97	1613	4,53	8,31	3,85	949	3,48	0,405

Основные расчетные характеристики наиболее употребительных материалов

Материал	Модули упругости, ГПа		Температурный коэффициент, $\alpha_t \cdot 10^6$	Коэффициент Пуассона ν	Плотность, ρ , кг / м ³
	E	G			
Сталь	200	80	12,5	0,3	7850
Чугун	120	45	10,0	0,25	7200
Медь	100	40	16,5	0,32	8500
Титан	100	40	8,5	0,3	4500
Алюминий и дюраль	70	27	26,0	0,3	2700
Бетон	20	—	0,1	0,16	2500
Дерево (сосна)	10	—	—	—	550

Данные по расчету на кручение стержней прямоугольного сечения



Момент инерции $I_k = \alpha b^4$

Момент сопротивления $W_k = \beta b^3$

Наибольшие касательные напряжения возникающие посередине:

– длинных сторон $\tau_{\max} = M_k / W_k$;

– коротких сторон $\tau'_{\max} = \gamma \tau_{\max}$.

Значения коэффициентов α , β , γ зависят от отношения $m = h/b$ и приведены в следующей таблице.

m	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	6,0	10,0
α	0,140	0,294	0,457	0,790	1,123	1,789	3,123
β	0,208	0,346	0,493	0,801	1,128	1,789	3,123
γ	1,000	0,859	0,795	0,753	0,745	0,743	0,742

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

ПРОЧНОСТЬ НА РАЗРЫВ РАЗЛИЧНЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

МАТЕРИАЛ	Предел прочности $\sigma_{пчр}$, МПа
МЕТАЛЛЫ	
Стали:	
– малоуглеродистая	400
– специально для сосудов высокого давления	2500
– рояльная проволока	3000
Чугуны:	
– серый	100-400
– специальный	300-600
Алюминиевые сплавы	100-600
Магниеые сплавы	100-300
Латунь	200-700
Бронза	100-800
Титановые сплавы	600-1500
НЕМЕТАЛЛЫ	
Мышечная ткань	0,1
Цемент и бетон	4
Обычный кирпич	5,5
Дерево (сухое)	
– вдоль волокон	100
– поперек волокон	3,5
Кость	110
Обыкновенное стекло	35-175
Человеческий волос	190
Паутина	240
Хорошая керамика	35-350
Шелк, хлопковое волокно	350
Льняное полотно	700
Нейлоновая ткань	1050
Пластики, армированные стекловолокном или углеволокном	350-1050
Искусственно выращенные кристаллы:	
– усы железа	13000
– графитовые нити	24000

Механические характеристики конструкционных материалов

МАТЕРИАЛ	Напряжения, МПа				δ , %
	$\sigma_{ПЧ}$	σ_T	σ_{-1}	τ_{-1}	
1. КОНСТРУКЦИОННЫЕ СТАЛИ					
1.1. Углеродистые стали					
20	420	250	170	100	25
30	480	280	200	110	21
35	540	320	220	130	20
40	580	340	230	140	19
45	610	360	250	150	16
50	640	380	270	160	14
60	690	410	310	180	12
1.2. Легированные стали					
20Х (40Х), отжиг	700	400	310	170	25
20Х (40Х), закалка	950	700	390	220	9
12ХНЗА, закалка	1000	800	400	240	9
40Х (40ХН), закалка, отпуск 600° С	1050	600	420	250	15
12Х2МВ8ФБ (ЭИ503)	1100	940	500	270	10
40ХНМА, закалка, отпуск 560° С	1150	950	520	280	9
18ХГТ (18ХГМ), закалка	1200	1100	460	230	6
40Х (40ХН), закалка, отпуск 500° С	1300	1000	580	320	10
18Х2Н4МА (18ХНВА), закалка	1600	720	600	360	8
30ХГСН, изотермическая закалка 330°С	1700	1500	700	400	8
30ХГСА, закалка					
2. АЛЮМИНИЕВЫЕ СПЛАВЫ					
АК4, закалка, искусственное старение ..	400	200	130	80	15
Д16Т, закалка, естественное старение. . .	500	340	140	120	8
В95, закалка, искусственное старение. . .	650	550	260	160	7
3. ТИТАНОВЫЕ СПЛАВЫ (термообработанные)					
BT3-1	950	850	480	300	18
BT6	1050	950	500	310	14
BT8	1200	1100	600	360	12
BT14	1400	1200	700	420	10

УДЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЧНОСТИ
КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Материал		Удельный вес	Модуль упругости	Предел текучести	Предел прочности	Удельная прочность
		γ	E	$\sigma_{0,2}$	$\sigma_{пч}$	$\sigma_{пч} / \gamma$
		кН/м ³	ГПа	МПа		кМ
Стали	углеродистые	78,5	200	210-480	350-800	10
	легированные			800-1450	1000-1800	23
	сверхпрочные			2250-3150	2500-3500	45
Чугуны	Серые	72	80	150-250	200-350	5
	высокопрочные	74	150	320-560	450-800	11
Алюминиевые сплавы	литые	28	70	130-175	180-250	9
	деформируемые			280-420	400-600	21,5
Магниеые сплавы	литые	18	45	80-130	120-200	11
	деформируемые			160-200	250-300	16,5
Конструкционные бронзы		88	110	320-480	400-600	7
Титановые сплавы		45	110	700-1350	800-1500	33
Конструкционные пластики	дельта-древесина	14	50	—	150-200 (вдоль слоев)	13
	стекловолокниты	16	50	—	250-300	37
	СВАМ	19	60	—	400-700 (вдоль волокон)	37
Ситаллы		30	150	450-720	500-800	27

**Механические свойства и допускаемые напряжения
конструкционных сталей**

Таблица 1

Качественные углеродистые стали

Марка стали ГОСТ 1050-74	Термо-обработка*	Предел прочности при растяжении $\sigma_{пч}$	Предел текучести σ_T	Предел выносливости при			Допускаемые напряжения**, МПа при													
				рас-тяже-нии σ_{-1p}	из-гибе σ_{-1}	кру-че-нии τ_{-1}	растяжении $[\sigma_p]$			изгибе $[\sigma_{из}]$			кручении $[\tau_{кр}]$			срезе $[\tau_{ср}]$			смятии $[\sigma_{см}]$	
							Г	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II
				МПа																
8	Н	330	200	120	150	90	110	80	60	130	95	75	80	60	45	60	45	35	165	120
10	Н Ц-В59	340 400	210 250	125 145	155 180	95 110	110 130	80 90	60 70	145 155	100 115	75 90	80 100	60 65	45 55	65 70	45 50	35 40	165 195	120 135
15	Н Ц-В59	380 450	230 250	135 160	170 200	100 120	125 145	85 50	65 80	150 175	110 125	85 100	95 110	65 80	50 60	75 85	50 60	40 45	185 210	125 75
20	Н Ц-В58	420 500	250 300	150 180	190 225	115 135	140 165	115 90	95 200	170 140	120 110	95 125	105 125	70 75	55 55	85 100	60 60	45 45	210 240	175 175
25	Н У	460 550	280 350	170 200	210 250	125 150	150 180	110 130	85 100	180 210	130 160	105 125	110 135	80 95	60 75	90 110	65 80	50 60	220 270	165 195
30	Н У	500 600	300 350	180 215	225 270	135 160	165 200	115 140	90 105	200 240	140 175	110 135	125 150	90 105	70 80	100 120	65 85	55 65	240 300	175 210
35	Н У В35	540 650 00	320 380 650	190 230 360	240 290 450	145 175 270	180 210 330	125 150 230	95 115 180	210 260 400	155 185 290	120 145 220	135 160 250	90 85 165	70 85 135	110 130 200	75 90 140	55 70 110	270 520 500	190 220 350
40	Н У В35	580 700 00	340 400 650	210 250 360	260 315 450	155 190 270	190 230 340	130 160 230	105 125 180	230 270 400	165 200 290	130 155 220	140 170 250	100 95 175	75 85 135	115 140 200	80 100 140	60 80 110	280 340 500	200 240 350
45	Н У М35 В42 В48 ТВЧ56	610 750 900 900-1200 20 750	360 450 650 700 950 450	220 270 325 325 430 270	275 340 405 405 540 205	165 190 270 300 400 240	200 240 300 210 280 170	140 170 210 160 210 135	110 135 160 360 480 290	240 290 360 260 340 210	175 215 260 260 270 210	135 170 200 200 270 170	150 185 230 230 300 185	105 130 165 160 210 130	80 100 120 120 160 100	125 145 185 185 240 145	85 105 125 125 170 105	65 80 95 95 130 80	300 360 450 450 600 360	210 260 310 310 420 260
50	Н У	640 900	380 700	230 325	290 405	175 245	210 300	140 210	115 160	250 360	185 260	145 200	160 230	110 180	85 120	125 185	85 125	65 95	310 450	220 310
20Г	Н В	460 570	280 420	165 205	205 255	125 150	150 195	100 130	80 100	180 230	130 165	100 125	110 145	80 75	60 115	90 80	65 60	50 60	220 290	160 190
30Г	Н В	550 680	320 560	200 245	250 305	150 180	180 230	130 160	100 120	210 270	160 195	125 150	135 170	95 120	75 90	110 140	80 100	60 75	270 340	190 240

Продолжение табл. 1

Марка стали ГОСТ 1050-74	Термо-обработка*	Предел прочности при растяжении $\sigma_{пч}$	Предел текучести $\sigma_{т}$	Предел выносливости при			Допускаемые напряжения**, МПа при														
				рас-тяже-нии σ_{-1p}	из-гибе σ_{-1}	кру-че-нии τ_{-1}	растяжении $[\sigma_p]$			изгибе $[\sigma_{из}]$			кручении $[\tau_{кр}]$			срезе $[\tau_{ср}]$			смятии $[\sigma_{см}]$		
							МПа	И	II	III	И	II	III	И	II	III	И	II	III	И	II
40Г	Н	600	360	220	270	160	200	140	110	240	175	135	150	105	80	120	85	65	300	210	
	В45	840	590	350	380	230	280	190	150	330	240	190	210	150	115	170	120	95	420	290	
50Г	Н	660	400	235	295	175	210	150	115	260	185	145	160	110	75	130	90	70	320	220	
	В	820	560	300	370	220	270	190	150	330	250	185	250	155	110	165	105	75	410	290	
65Г	Н	750	440	270	340	200	240	175	135	290	210	170	185	130	100	145	105	80	360	260	
	У	900	700	325	405	245	300	210	160	360	260	200	230	160	120	185	125	95	450	310	
	М45	50	125	530	670	400	500	350	260	600	430	330	380	260	200	300	210	160	760	520	

* - Условные обозначения термической обработки в таблицах 1 и 2:

О – отжиг;

Н – нормализация;

У – улучшение;

Ц – цементация;

ТВЧ – закалка с нагревом токами высокой частоты;

В – закалка с охлаждением в воде;

М – закалка с охлаждением в масле;

НВ – твердость по Бринелю.

Число после М, В, Н или ТВЧ – среднее значение твердости по НРС.

** – Римскими цифрами обозначен вид нагрузки:

I – статическая;

II – переменная, действующая от нуля до максимума и от максимума до нуля (пульсационная);

III – знакопеременная.

Таблица 2

Легированные стали

Марка стали ГОСТ 1050-74	Термо-обработка*	Предел прочности при растяжении $\sigma_{пч}$	Предел текучести σ_T	Предел выносливости при			Допускаемые напряжения**, МПа при													
				растяжении σ_{-1p}	изгибе σ_{-1}	кручении τ_{-1}	растяжении $[\sigma_p]$			изгибе $[\sigma_{из}]$			кручении $[\tau_{кр}]$			срезе $[\tau_{ср}]$			смятии $[\sigma_{см}]$	
							I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II
10Г2	Н	430	250	175	220	125	140	110	90	170	135	110	105	75	60	85	65	50	210	165
09Г2С	—	500	350	190	240	140	170	120	95	200	150	120	125	90	70	100	70	55	250	180
10ХСД	—	540	400	215	270	155	185	140	110	220	160	135	140	100	80	ПО	80	65	280	210
20Х	Н	600	300	210	260	150	190	135	105	230	165	130	140	100	75	115	85	60	280	200
	У	700	500	280	350	200	240	175	140	290	220	175	180	130	100	145	105	80	360	260
	М59	850	630	340	420	240	290	210	170	350	145	210	220	155	120	175	125	95	430	320
40Х	Н	630	330	250	310	180	200	355	125	240	190	155	150	115	90	120	95	75	300	230
	У	800	650	320	400	230	270	200	160	320	250	200	200	150	115	160	115	90	400	300
	М39	10	900	440	550	320	380	280	220	450	340	280	280	200	160	230	165	130	560	420
	М48	1300	10	520	650	380	440	330	260	530	410	320	330	240	190	270	195	150	670	490
45Х	Н	650	350	260	320	185	210	160	130	250	195	160	155	115	90	125	95	75	310	240
	У	950	750	380	470	270	320	240	190	380	290	230	240	175	135	190	135	105	480	360
	М48	1400	20	560	700	400	480	350	280	570	430	350	360	260	200	290	200	160	720	520
50Х	Н	650	350	260	325	185	210	160	130	250	200	160	160	120	90	125	90	70	310	240
	М48	1500	30	600	750	430	500	370	300	600	460	370	370	270	210	300	220	170	750	550
35Г2	Н	630	370	250	315	180	200	155	125	240	190	160	150	П5	90	120	95	75	330	230
	В,НВ249	800	650	320	400	230	270	200	160	320	250	200	200	145	115	160	115	90	400	300
40Г2	Н	670	390	270	335	195	220	170	135	260	210	170	165	120	95	130	95	75	330	250
	М,НВ331	12	950	540	660	380	380	310	270	460	380	330	290	230	190	230	180	150	580	460
45Г2	Н	700	410	280	350	200	230	175	140	270	210	175	175	125	100	140	100	80	340	260
	М,НВ295	850	700	340	425	245	290	210	170	350	145	210	220	155	120	175	125	95	440	330
33ХС	Н	600	300	210	260	150	190	135	105	230	165	130	140	100	75	115	65	65	280	200
	М	900	700	360	450	260	300	220	180	360	280	220	230	165	130	180	135	105	450	330
38ХС	У	950	750	370	470	280	320	230	185	390	290	230	240	175	140	190	140	110	480	350
18ХГТ	Н	700	430	280	350	200	230	175	140	270	210	175	175	125	100	140	100	80	340	260
	Ц-М59	000	800	400	500	290	330	250	200	400	310	250	250	185	145	200	145	115	490	380

Продолжение табл. 2

Мар-ка стали ГОСТ 1050-74	Термо-обработка*	Предел прочности при растяжении $\sigma_{пч}$	Предел текучести σ_T	Предел выносливости при			Допускаемые напряжения**, МПа при													
				σ_{-1p}	σ_{-1}	τ_{-1}	растяжении			изгибе			кручении			срезе			смятии	
							$[\sigma_p]$			$[\sigma_{из}]$			$[\tau_{кр}]$			$[\tau_{ср}]$			$[\sigma_{см}]$	
							МПа	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I
30ХГТ	M43	1250	1050	500	620	360	430	310	250	510	390	310	320	230	180	260	185	140	640	460
	Ц-M59	1100	800	440	550	320	370	270	220	440	340	270	280	200	160	220	160	125	550	410
20ХГНР	M40	1300	1200	520	650	375	450	330	260	540	410	320	340	230	170	270	180	135	680	500
	M50	1450	1400	580	725	420	500	360	290	600	450	360	380	270	210	300	215	170	750	540
40ФХА	M30	900	750	360	450	260	320	230	180	380	280	220	240	170	130	190	135	105	480	340
	M50	1600	3130	640	800	480	550	410	320	660	500	400	410	310	240	330	240	195	820	610
30ХМ	M	950	750	380	475	230	320	240	190	390	300	240	240	155	115	190	125	90	480	360
35ХМ	M,HB270	1000	850	400	500	290	340	250	200	410	310	250	260	185	145	200	130	950	520	380
	M	1600	140	640	800	480	550	410	320	660	500	400	420	310	240	330	250	200	820	610
40ХН	H	780	460	310	390	225	260	195	160	31	240	195	190	140	110	155	115	90	390	290
	M43	1200	100	480	600	345	410	310	240	490	370	300	310	220	170	250	175	135	620	460
12ХН2	M	800	600	320	400	230	270	200	160	320	250	200	200	145	115	160	115	90	400	300
	Ц-M59	800	600	320	400	230	270	200	160	320	750	700	700	145	115	160	115	90	400	300
ХНЗА	У	950	700	380	470	270	320	240	190	380	280	230	240	175	140	190	140	110	480	300
	ТВ459	1000	850	400	500	300	340	260	200	410	310	250	250	190	150	200	150	120	510	380
К2НА	ТВ459	680	450	270	340	200	230	170	135	270	210	170	170	125	100	140	100	80	340	260
	Ц-M59	1100	850	440	550	320	370	270	220	440	340	270	210	200	160	220	160	125	550	410
	M	1300	1100	520	650	375	440	330	260	530	400	320	330	240	190	260	190	150	660	500
20ХГСА	M	800	650	320	400	230	270	200	160	330	250	200	200	145	115	160	115	90	410	300
30ХГС	О	600	360	240	300	170	200	150	120	240	185	150	150	110	85	120	90	70	300	220
30ХГС	У	1100	850	440	550	320	370	270	220	440	340	270	210	200	160	220	160	125	550	410
	M46	1500	300	600	750	430	510	380	300	620	470	380	390	270	210	310	220	170	760	570
38Х210	M	800	700	320	400	230	280	200	160	330	250	200	200	150	115	170	120	95	410	300
	M	900	750	360	450	260	310	240	190	370	290	240	230	170	135	185	140	110	460	360
50ХФА	M	1300	100	520	650	340	440	330	260	540	400	320	340	220	170	260	180	135	660	500
	M46	1500	300	600	750	360	520	380	300	620	470	380	390	240	180	310	200	145	770	570
60С2	M,HB269	1300	1200	520	650	340	440	330	260	540	400	320	340	220	170	260	180	135	670	550
60С2А	M,HB269	1600	1600	640	800	465	550	400	320	660	500	400	410	300	230	330	240	185	820	600
ШХ15	О	600	3800	240	300	180	200	150	120	240	180	150	150	110	90	120	90	75	300	220
	M62	2200	1700	460	660	330	740	350	230	890	480	330	550	250	165	440	200	130	100	520

Данные к расчетам на устойчивость

Таблица 1

Коэффициенты продольного изгиба (ρ (увеличенные в 1000 раз))

Материалы	Гибкость λ														
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
Амг	973	945	917	870	770	685	603	530	465	415	365	327	296	265	235
Амгб	973	946	890	770	640	542	458	387	322	280	243	213	183	162	148
АВТІ	996	992	900	780	660	557	463	387	312	252	210	175	150	129	113
Д16Е	999	998	835	700	568	455	353	269	212	172	142	119	101	87	76
Ст2, 3, 4	990	970	950	920	890	860	810	750	690	600	520	450	400	360	320
Ст5	980	950	930	900	840	800	740	660	590	500	430	380	320	280	270
НЛ-2 15ХСНД	980	950	930	900	830	780	710	630	540	450	390	330	290	260	230
СЧ12, 15 СЧ18, 21	970	910	810	690	570	440	340	260	200	160	-	-	-	-	-
СЧ24, 28	950	870	750	600	430	320	230	180	140	120	-	-	-	-	-
Сосна	990	970	930	870	800	710	610	490	380	310	250	220	180	160	140

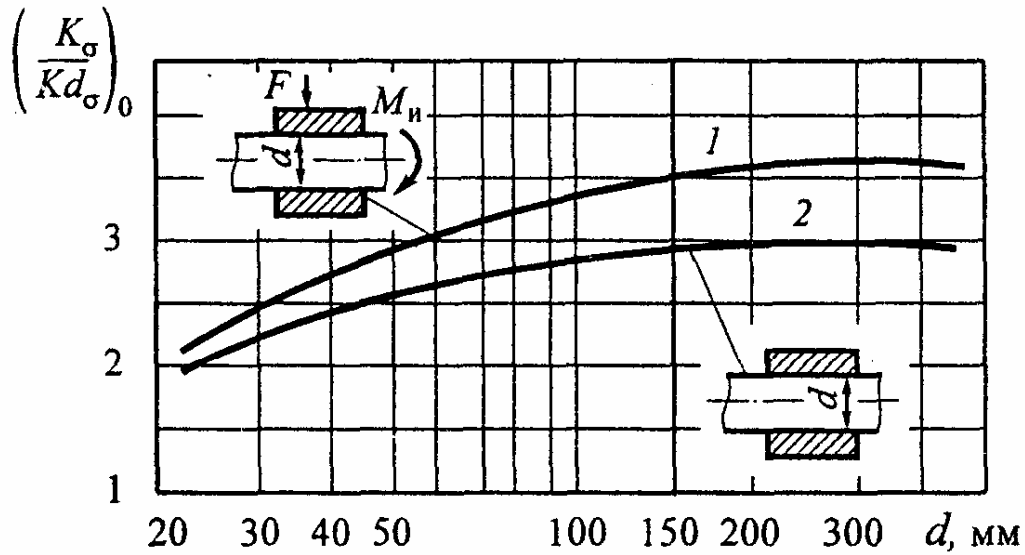
Таблица 2

Значения коэффициентов, входящих в эмпирическую формулу Тетмайера - Ясинского для критической силы, и пределы применимости этой формулы

№ п/п	Материал	E, Гпа	a	b	c	$\lambda_{пц}$ (λ_1)	$\lambda_{пред}$ (λ_2)
			Мпа				
1	Сосна	10	40	0,203	-	60	-
2	Сталь Ст3	200	310	1,14	-	100	61
3	Ст5, сталь 30	200	464	3,26	-	90	60
4	15ХСНД (НЛ2)	200	589	3,82	-	100	60
5	Авиаль АВТІ	70	320	1,70	-	55	22
6	Дюралюминий Д16Т	70	380	2,19	-	50	20
7	Чугун	120	776	12	0,053	80	-

**Данные к расчету характеристик
сопротивления усталости**

Валы с напрессованными деталями при изгибе



Для случая, когда $\sigma_{пч} = 500$ МПа, давление $p \geq 30$ МПа:

1 – через напрессованную деталь передается сила или момент;

2 – через напрессованную деталь не передается усилие

Поправочный коэффициент ξ'
на предел прочности $\sigma_{пч}$

Поправочный коэффициент ξ''
на давление напресовки p

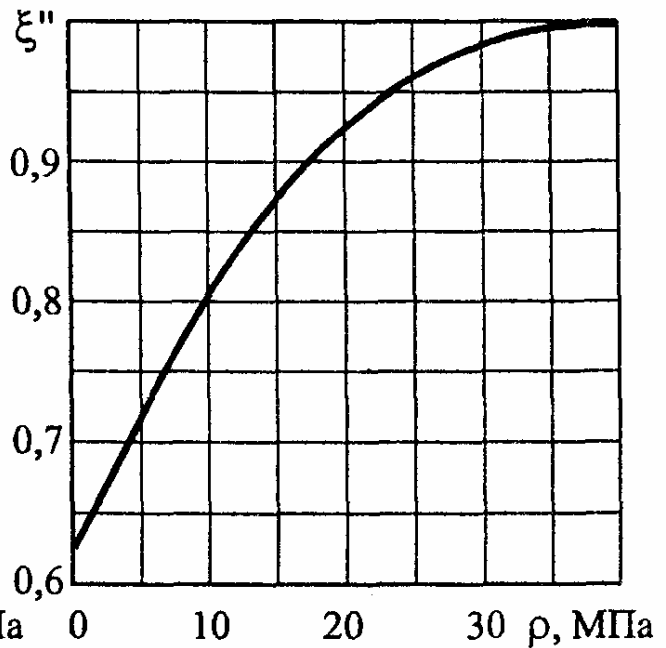
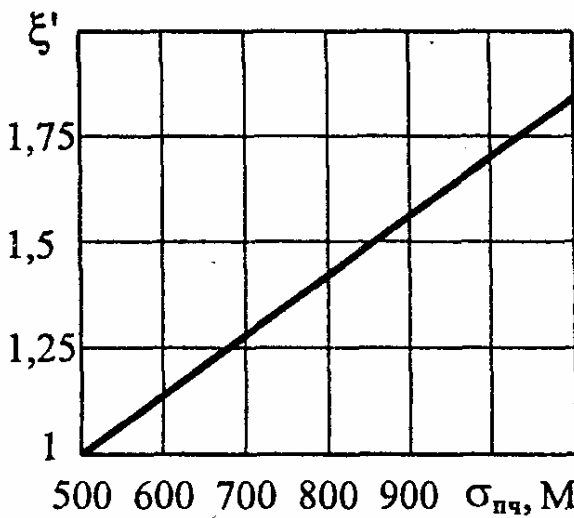
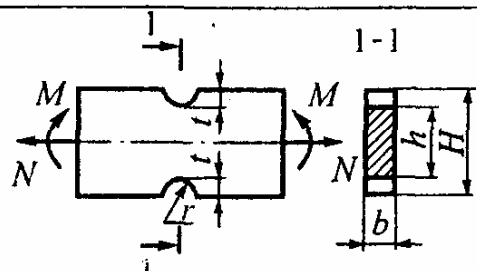
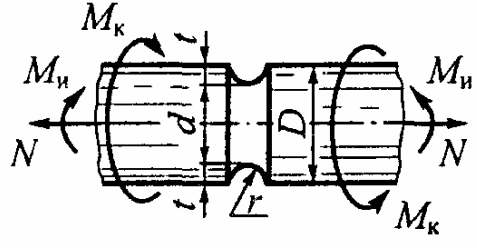
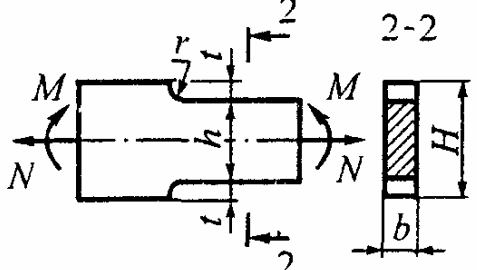
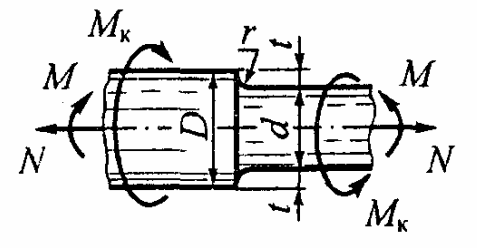
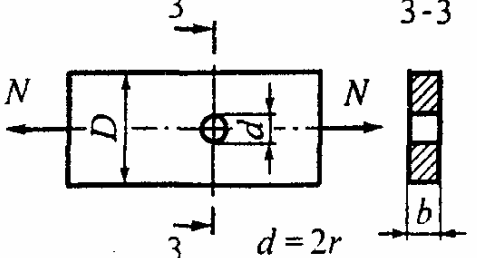


Рис.1

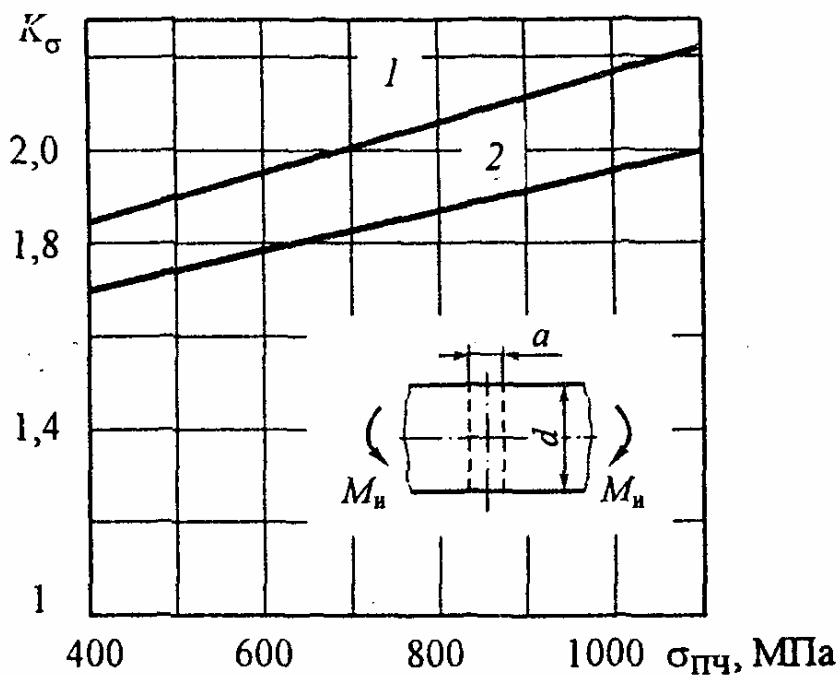
Таблица 1

**Линейная протяженность очага концентрации
и относительный градиент напряжений**

Деталь	L, мм	Вид деформации		
		изгиб	растяжение и сжатие	кручение $\bar{G}_\tau, \text{мм}^{-1}$
		$\bar{G}, \text{мм}^{-1}$		
	2b	$H/h \geq 1,5$		-
		$2/r + 2/h$	$2/r$	
		$H/h < 1,5$		
		$\frac{2(1+\varphi)}{r} + \frac{2}{h}$	$\frac{2(1+\varphi)}{r}$	
	πd	$D/d \geq 1,5$		$\frac{1}{r} + \frac{2}{d}$
		$2/r + d$	$2/r$	
		$D/d < 1,5$		
		$\frac{2(1+\varphi)}{r} + \frac{2}{d}$	$\frac{2(1+\varphi)}{r}$	
	2b	$H/h \geq 1,5$		-
		$2,3/r + 2/h$	$2,3/r$	
		$H/h < 1,5$		
		$\frac{2,3(1+\varphi)}{r} + \frac{2}{h}$	$\frac{2,3(1+\varphi)}{r}$	
	πd	$D/d \geq 1,5$		$\frac{1,15}{r} + \frac{2}{d}$
		$2,3/r + 2/d$	$2,3/r$	
		$D/d < 1,5$		
		$\frac{2,3(1+\varphi)}{r} + \frac{2}{d}$	$\frac{2,3(1+\varphi)}{r}$	
	2b	-	$\frac{2,3}{r}$	-

Примечание. Для случаев
указанных в таблиц

$$\varphi = \frac{1}{2 + 4\sqrt{t/r}}, \text{ где } t = \frac{H-h}{2} \text{ или } t = \frac{D-d}{2}$$

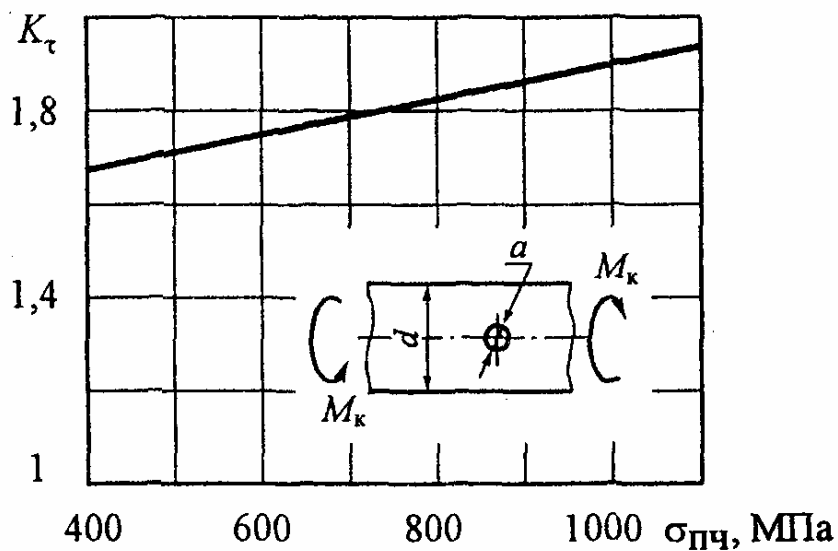


$$1 - a/d = 0,05 - 0,10$$

$$2 - a/d = 0,15 - 0,25$$

$$\sigma_n = \frac{M_n}{W_{\text{нетто}}}$$

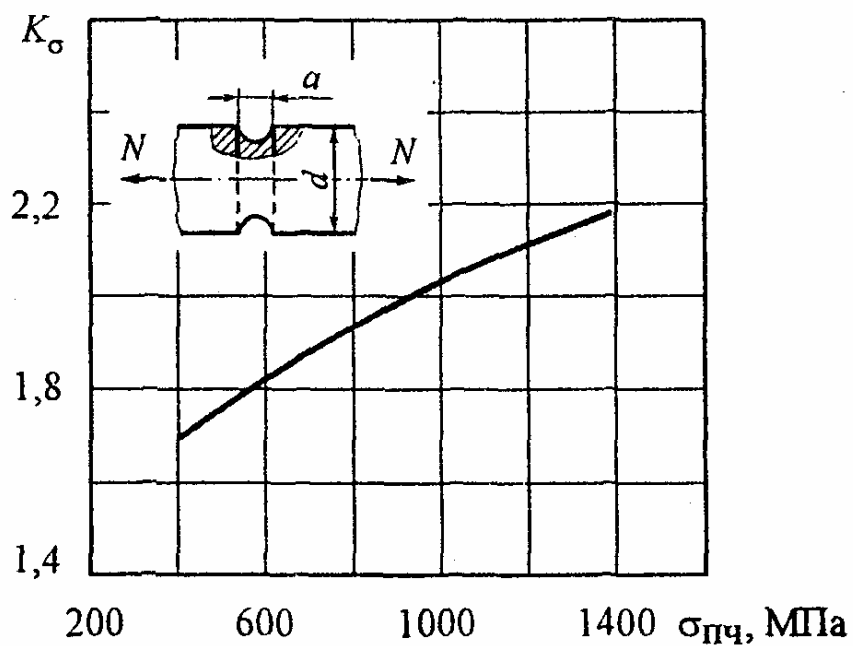
при $d = 30 - 50$ мм



$$a/d = 0,15 - 0,25$$

$$\tau_n = \frac{M_k}{W_{\text{нетто}}}$$

при $d = 30 - 50$ мм

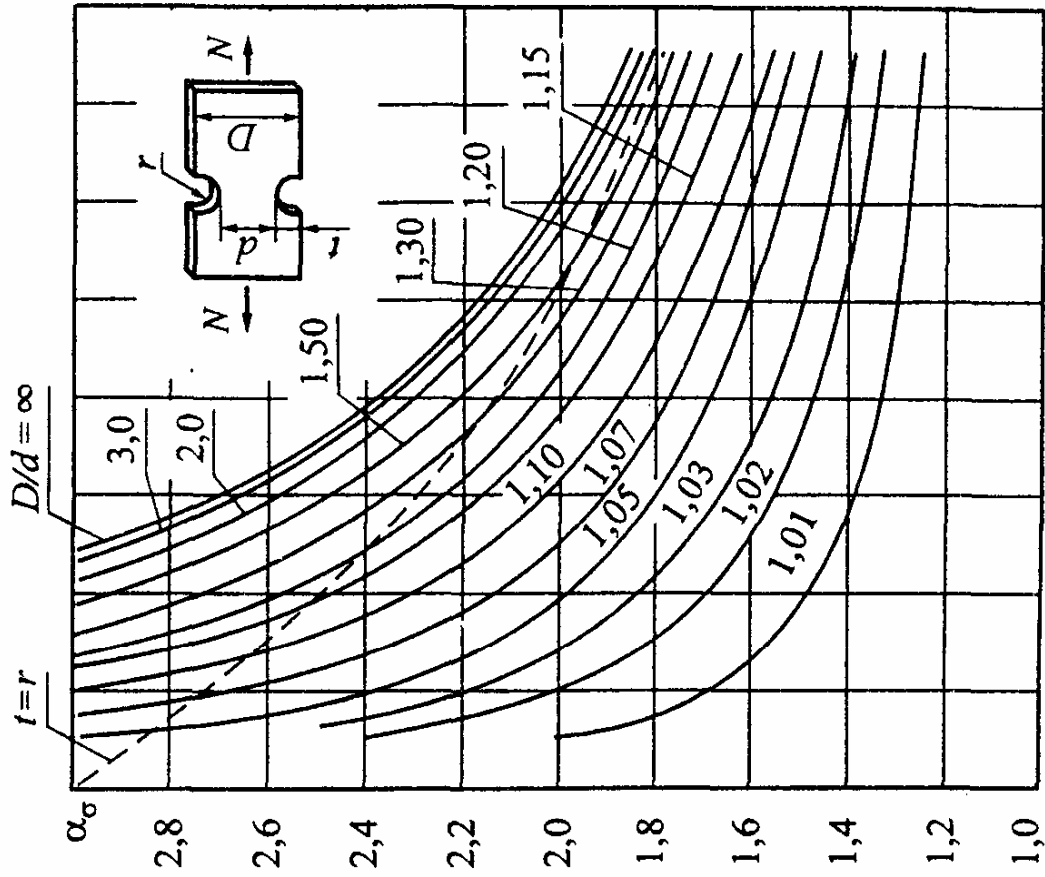
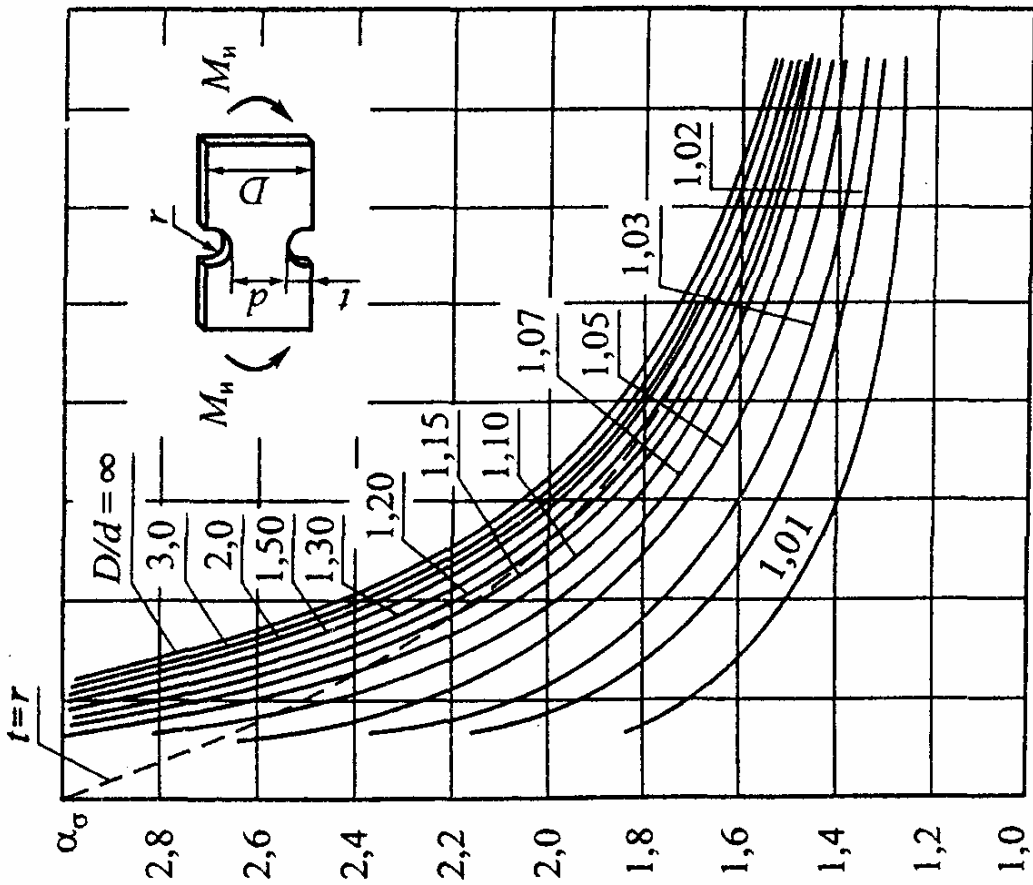


$$a/d = 0,20 - 0,45$$

$$\sigma_n = \frac{N}{\frac{\pi d^2}{4} - ad}$$

$d = 15$ мм

Рис. 2



0 0,04 0,08 0,12 0,16 0,20 0,24 0,28 d/D

0 0,04 0,08 0,12 0,16 0,20 0,24 0,28 r/d

Пунктирная линия $t = r$ полуокружность $r/d = 0,02$ 0,30

Рис. 3

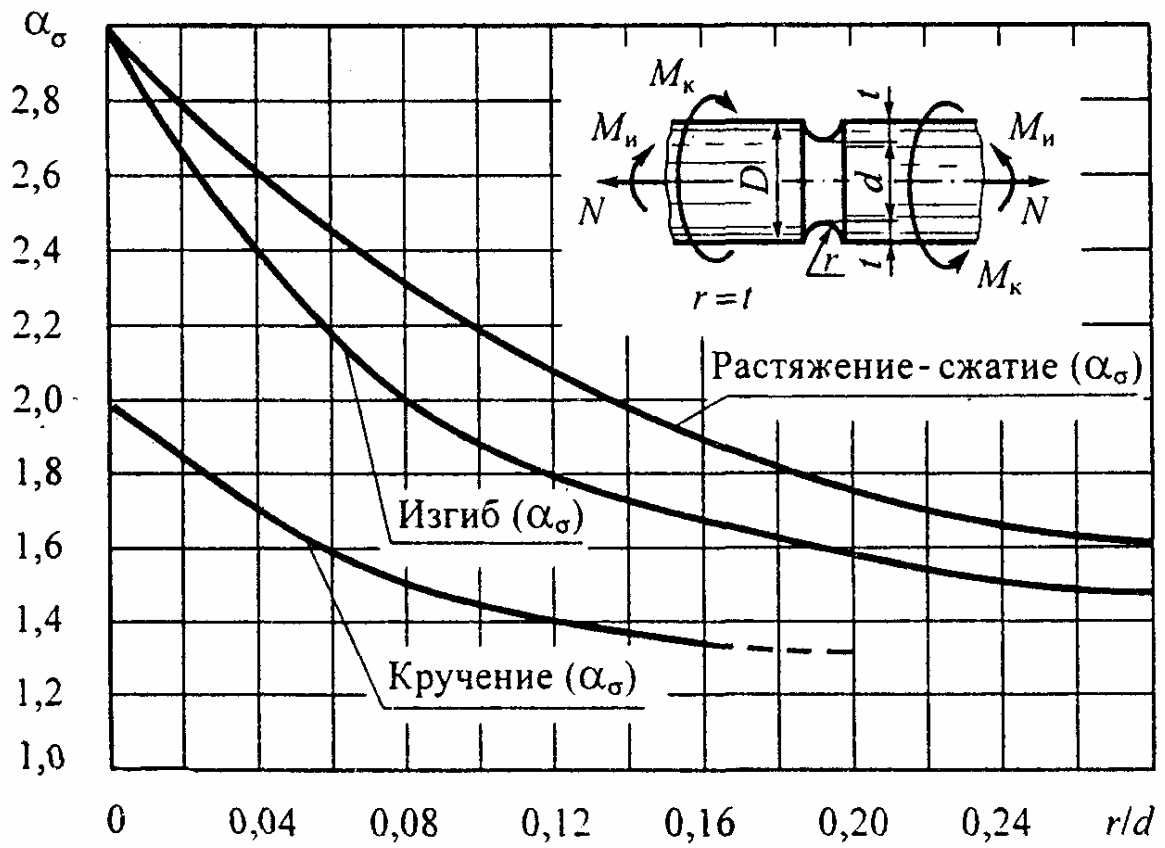


Рис. 4

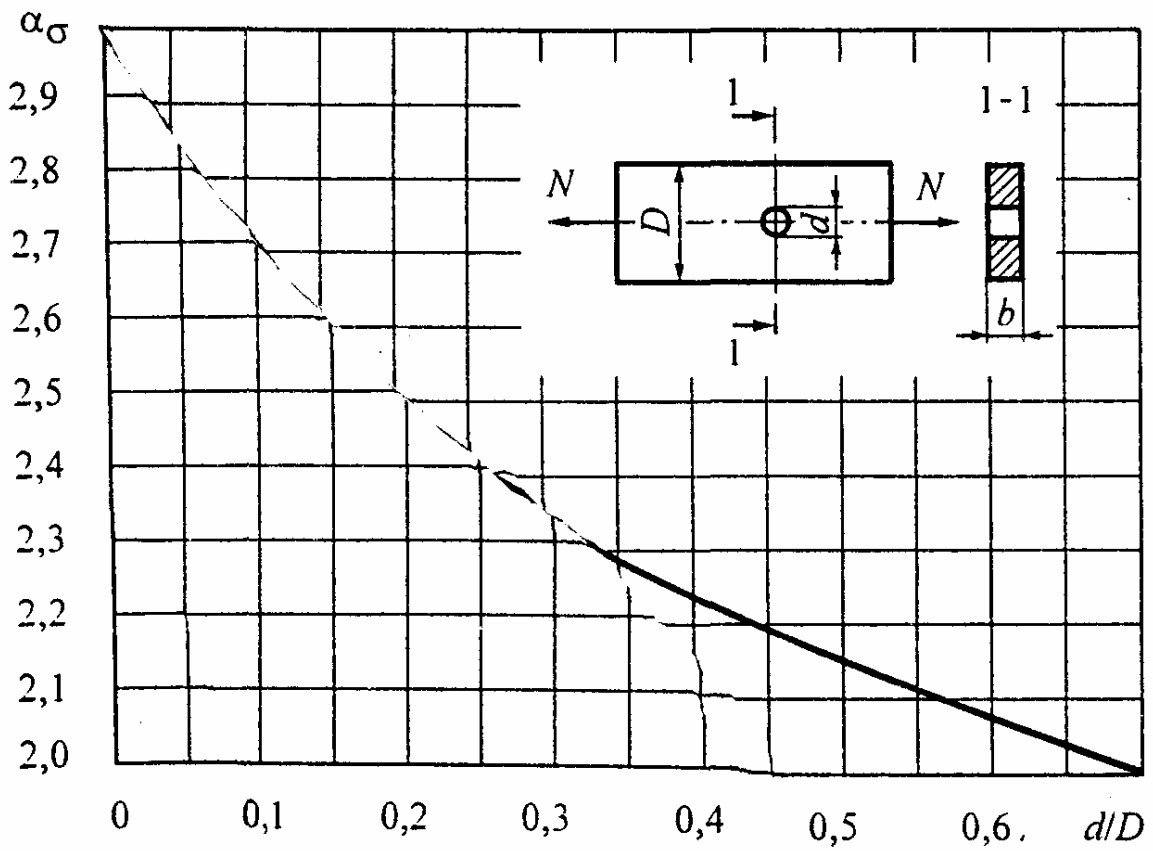


Рис. 5

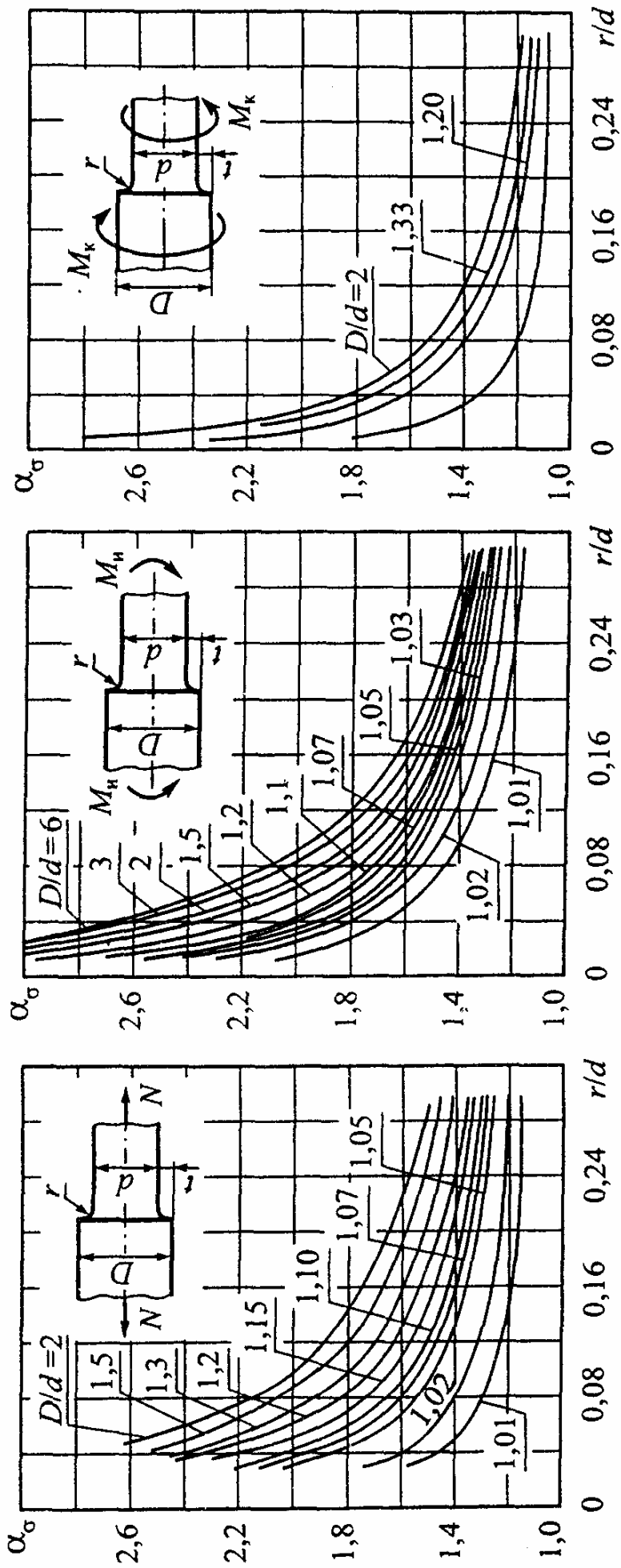


Рис. 6

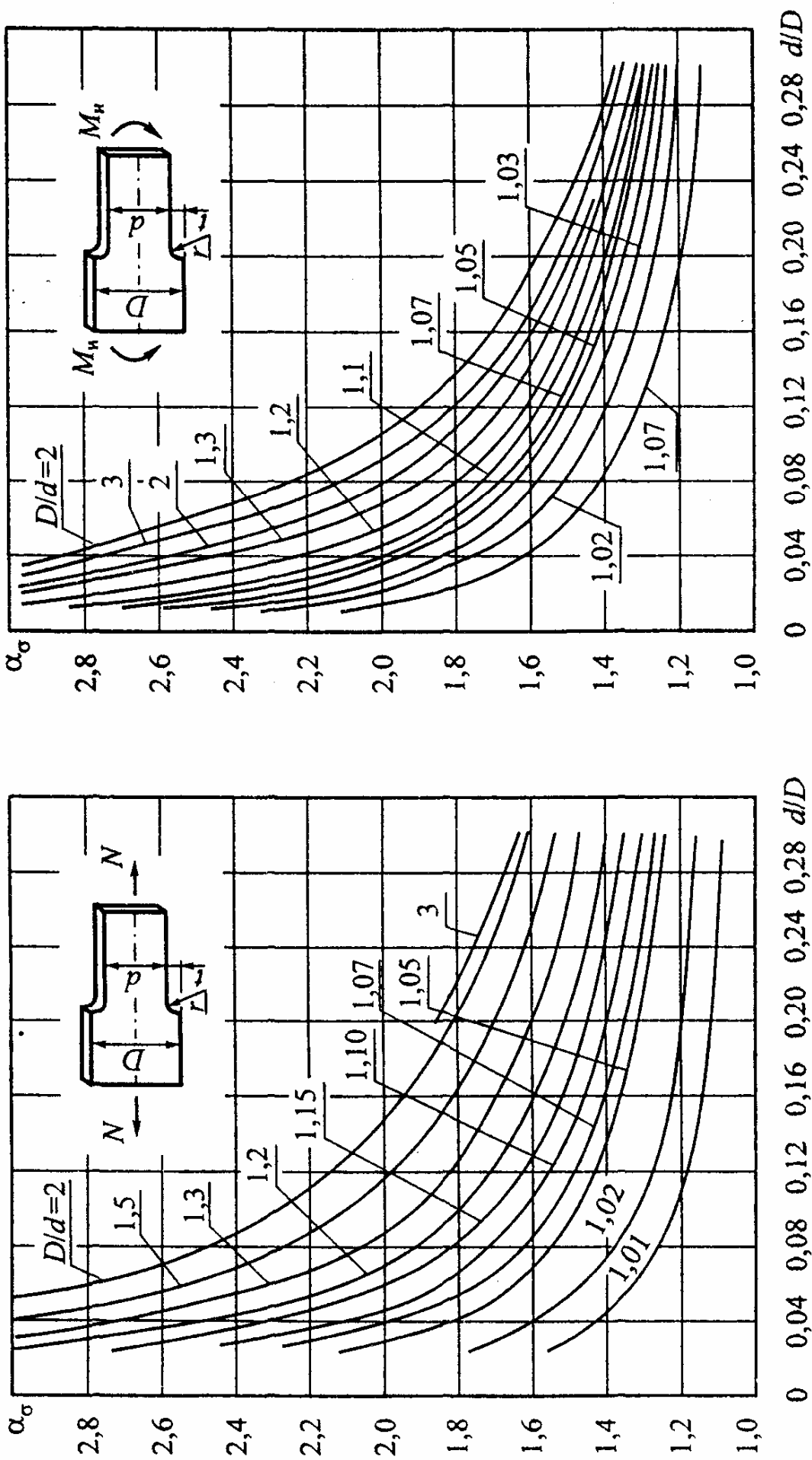


Рис. 7

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ОПОРНЫЙ КОНСПЕКТ	5
1. Внутренние силовые факторы и основные виды нагружения	5
2. Центральное растяжение и сжатие прямолинейного стержня	6
3. Теория напряженного состояния	8
3.1. Линейное напряженное состояние	9
3.2. Плоское напряженное состояние	9
4. Гипотезы прочности	10
5. Кручение круглых валов	11
6. Геометрические характеристики плоских сечений	12
7. Плоский прямой изгиб	13
7.1. Определение напряжений и расчет на прочность	13
7.2. Определение перемещений и расчет на жесткость	15
8. Силовые и геометрические параметры некоторых балок	17
9. Статически неопределимые системы	18
10. Сложное сопротивление	19
10.1. Косой изгиб	19
10.2. Изгиб с кручением	20
10.3. Внецентренное продольное нагружение	20
11. Устойчивость деформируемых систем	21
11.1. Продольный изгиб	21
11.2. Продольно-поперечный изгиб	22
11.3. Устойчивость труб	22
12. Динамическое нагружение	23
12.1. Учет сил инерции	23
12.2. Действие удара на конструкцию	23
12.3. Колебание упругих систем с одной степенью свободы	23
13. Переменные напряжения	24
14. Тонкостенные сосуды	25
15. Толстостенные трубы	26
15.1. Труба, нагруженная внутренним и внешним давлением (задача Ламе)	26
15.2. Составные соединенные с натягом цилиндры	27
16. Плоские кривые стержни	27
СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ВОПРОСАХ И ОТВЕТАХ	
Основные положения	29
Растяжение и сжатие	35

Теория напряженного состояния и гипотезы прочности	46
Кручение круглых валов	51
Геометрические характеристики поперечных сечений стержня	56
Напряжения при изгибе	59
Перемещения при изгибе	68
Статически неопределимые системы	72
Сложное сопротивление	75
Устойчивость сжатых стержней	81
Динамические задачи	84
Переменные напряжения	90
Плоские кривые стержни. Тонкостенные и толстостенные сосуды	100

КАЧЕСТВЕННЫЕ ВОПРОСЫ И КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ

Основные положения	104
Растяжение и сжатие	107
Механические характеристики конструкционных материалов при растяжении и сжатии	119
Теория напряженного состояния и гипотезы прочности	131
Кручение круглых валов	141
Геометрические характеристики поперечных сечений стержня	150
Напряжения при изгибе	156
Перемещения при изгибе	165
Статически неопределимые системы	172
Сложное сопротивление	184
Устойчивость сжатых стержней	196
Динамическое нагружение	205
Переменные напряжения	217
Плоские кривые стержни. Тонкостенные и толстостенные сосуды	226

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Учебники	230
Учебные пособия по теоретическому курсу	234
Фундаментальные труды по расчетам на прочность	235
Задачники	237
Пособия к решению задач	239
Справочники	241
Полезно почитать	242

ПРИЛОЖЕНИЯ. СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ	245
Приложение 1. Обозначения и основные символы (стандарт ИСО № 3898)	246
Приложение 2. Нормальные линейные размеры	251
Приложение 3. Кратные и дольные единицы системы СИ	251
Приложение 4. Сортамент прокатной стали	252
Таблица 1. Двутавры стальные горячекатаные	252
Таблица 2. Швеллеры стальные горячекатаные	253
Таблица 3. Уголки стальные горячекатаные равнополочные	254
Таблица 4. Уголки стальные горячекатаные неравнополочные	256
Приложение 5. Основные расчетные характеристики наиболее употребительных материалов	257
Приложение 6. Данные по расчету на кручение стержней прямоугольного сечения	257
Приложение 7. Прочность на разрыв различных твердых тел	258
Приложение 8. Механические характеристики конструкционных материалов	259
Приложение 9. Удельные характеристики прочности конструкционных материалов	260
Приложение 10. Механические свойства и допускаемые напряжения конструкционных сталей	261
Таблица 1. Качественные углеродистые стали	261
Таблица 2. Легированные стали	263
Приложение 11. Данные к расчетам на устойчивость	265
Таблица 1. Коэффициенты продольного изгиба φ	265
Таблица 2. Значения коэффициентов, входящих в эмпирическую формулу Тетмайера – Ясинского для критической силы, и пределы применимости этой формулы	265
Приложение 12. Данные к расчету характеристик сопротивления усталости	266
Таблица 1. Линейная протяженность очага концентрации и относительный градиент напряжений	267

Учебное издание

ГАФАРОВ Радик Хайдарович
ЖЕРНАКОВ Владимир Сергеевич

ЧТО НУЖНО ЗНАТЬ
О СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ

Редактор З.Г. Кашаева
Оригинал-макет подготовил Б. Федорако
Набор и верстка ОНИЛ ПНРС УГАТУ
ЛР № 080003 от 12.09.96

Подписано к печати 12.09.01. Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Гарнитура Times New Roman. Усл. печ. л. 17,2. Усл.
кр.-отт. 17,2. Уч.-изд. л. 17,0. Тираж 1000 экз. Заказ № 1639. С(27).
Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Машиностроение».
107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Отпечатано методом ризографии с предоставленных оригинал-макетов
на ГУП «Уфимский полиграфкомбинат». 450001, г. Уфа, пр. Октября, 2.