

Государственный комитет СССР
по народному образованию

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
КОРАБЛЕСТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ

Н. ЛОНВЕРС

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ УЗЛОВ СОЕДИНЕНИЙ
РАЗЛИЧНЫХ ОБЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

Утверждено советом института
в качестве учебного пособия



Ленинград
1980

Сиверо Н.Л. Расчет прочности утолщ соединений различных оболочек вращения: Учеб.пособие. Л.: Изд.ЛКИ, 1980, 78 с.

В пособии рассматриваются задачи расчета оболочек вращения с постоянными главными радиусами кривизны при осесимметричными нагрузками, используются представленные также оболочки в виде множества одинаковых балок - волокон на сплошном упругом основании. Величины смежного угла пренебрегаются.

Выводятся расчетные формулы для определения перемещений в условиях сжатия оболочек для различных систем нагрузок. На основе таких формул проводится исследование напряженного состояния в утолщ соединения оболочек различной формы друг с другом в местах подкрепления оболочек сварными, присоединения к оболочкам тороидальных, эллиптических и плоских дисков и др.

Пособие предназначено для студентов данного отделения кораблестроительного факультета ЛКИ, изучающих дисциплину "Прочность и вибрация корабля" и выполняющих курсовые и дипломные проекты, связанные с проектированием конструкций, включающих в себя оболочки вращения.

Ил.28, Табл.3, Библ.сгр.: 8 назв.

Рецензенты: А.М.Бенисон
В.М.Челыпанова

© Ленинградский ордена Ленина
кораблестроительный институт,
1980

ВВЕДЕНИЕ

Оболочки вращения имеют широкое применение в технике, особенно при проектировании различных сосудов, работающих под давлением. Корпус таких сосудов выполняется из круглых цилиндрических и конических оболочек, а их днища - из сферических, эллиптических или тороидальных (коробовых) оболочек. Многие сосуды представляют собой замкнутые сферические оболочки.

Особенностью работы утолщенных оболочек является их сложное напряженное состояние в районах утолщ соединения оболочек различной формы друг с другом, возникающее из-за несоответствия дна и др.

Исследование напряженного состояния, основанное на использовании теории оболочек, встречает большие трудности и практически реализуется только на ЭВМ. В связи с этим большой интерес вызывает приближенные методы расчета, позволяющие представлять оболочки вращения в виде множества одинаковых балок-волокон на сплошном упругом основании, что обуславливается сложной структурой дифференциальных уравнений теории оболочек с постоянными главными радиусами кривизны при осесимметричном их нагружении, а балки-волокон на упругом основании.

Для сосудов, нагруженных внешними давлением, задача существенно упрощается, если допустить возможность представления внешнего давления от действия продольных утолщ в оболочке на элементы ее контура. Это допущение правильно, как показывает сравнение такого решения с результатами точного решения, если такое решение известно.

В результате этого решения дифференциальных уравнений теории оболочек определяются функции деформации от нагрузки, что

позволяет применять принцип взаимности действия сил (принцип Максвелла), который значительно упрощает решение задачи.

Кривая осредне, как было отмечено выше, выполняется по косинусной, эллиптической и тороферической оболочкам, которые характеризуются наличием главных радиусов кривизны по радиальной оболочке. Допущение о постоянстве этих радиусов в пределах небольшого участка изгибаемого, используемого в качестве, не приводит к существенным ошибкам, но значительно упрощает решение задачи.

Глава I. Дифференциальные уравнения изгиба оболочек кривизны с постоянными главными радиусами кривизны, нагруженные некоторыми равномерными давлениями

§ 1. Вывод дифференциального уравнения

Дифференциальное уравнение балки-полоски единичной ширины, выполненной из оболочки кривизны с постоянными главными радиусами кривизны, имеет вид (рис. I.1)

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} - T_1 \left(\frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{1}{R_1} w \right) = p + \frac{T_2}{R_2} \quad (I.1)$$

где $D = EB\delta^3 / (12(1-\nu^2))$ — цилиндрическая жесткость оболочки δ — толщина; R_1 и R_2 — радиусы кривизны в косинусной и эллиптической оболочках; T_1 и T_2 — усилия, действующие в продольном и поперечном сечениях; p — внешнее давление; w — перемещение элемента оболочки, нормальное к ее поверхности.

Допущение деформации оболочки в направлении ее цилиндрического сечения связано с зависимостью с усилиями T_1 и T_2 и перемещением элемента оболочки w , позволяющим при его изгибе найти и центр кривизны:

$$\epsilon_2^2 = \frac{1}{E} \left(\frac{T_2}{\delta} - \nu \frac{T_1}{\delta} \right) = - \frac{w}{R_2} \quad (I.2)$$

и, следовательно,

$$T_2 = - \frac{EB\delta}{R_2} w + \nu T_1 \quad (I.3)$$

откуда на основании (I.1) и (I.3) следует

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} - T_1 \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{EB\delta}{R_1^2} w = p + T_1 \left(\frac{1}{R_1} + \nu \frac{1}{R_2} \right) \quad (I.4)$$

Преобразуем уравнение основного изгиба, т.е. отбрасывая второй член уравнения (I.4), получим

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{EB\delta}{R_1^2} w = p + T_1 \left(\frac{1}{R_1} + \nu \frac{1}{R_2} \right) \quad (I.5)$$

и, следовательно, изгиба изгиба оболочки кривизны с постоянными главными радиусами кривизны совпадает с изгибом изгиба балки на сплошном упругом основании.

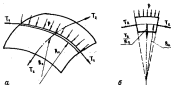


Рис. I.1. К расчету оболочек кривизны с постоянными главными радиусами кривизны: а — расчетный элемент; б — схема нагружения элемента в цилиндрическом сечении

Заметим, что оболочками с постоянными главными радиусами кривизны является только круговая цилиндрическая и сферическая оболочки.

Использование дифференциального уравнения (I.5) для расчета косинусной, тороферической и эллиптической оболочек можно только при некоторых ограничениях в характеристиках этих оболочек.

§ 2. Дифференциальное уравнение метода разности оболочки и его общий интеграл

1. Круговой цилиндрический оболочкой. Рядом выражения $R_1 = \infty$; радиус цилиндрического оболочки $R_2 = r$, где r — радиус кругового сечения оболочки.

Тогда в цилиндрическом сечении

$$T_1 = -\frac{pr}{2} \quad (1.6)$$

откуда на основании (1.5)

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{E B}{r^3} w = p \left(1 - \frac{1}{2}\right) \quad (1.7)$$

Общий интеграл уравнения (1.7) состоит из общего интеграла однородного уравнения

$$D \frac{d^4 w_0}{dx^4} + \frac{E B}{r^3} w_0 = 0 \quad (1.8)$$

и частного решения, которое для изгибов, определяемых алгебраическим полиномом не выше третьей степени, можно представить в форме

$$w_{ch} = \frac{pr^3}{E B} \left(1 - \frac{1}{2}\right) \quad (1.9)$$

Общий интеграл уравнения (1.8) может быть представлен в виде

$$w_0 = e^{-\alpha x} (A_1 \cos \alpha x + A_2 \sin \alpha x) + e^{\alpha x} (A_3 \cos \alpha x + A_4 \sin \alpha x), \quad (1.10)$$

где A_1 — произвольные постоянные интегрирования;

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{E B}{4 D r^3}} = \frac{1,285}{\sqrt{r B}} \quad (1.11)$$

Общий интеграл (1.10) вычисляется при решении задач об оболочках большой протяженности, нагруженных изгибом на ограниченном участке вдоль осевой координаты. В этом случае постоянные A_1 и A_4 следует принимать равными ну-

лю, поскольку при этом не может неограниченно возрастать с увеличением координаты x .

Для решения задачи можно ограничиться только решением частного общего интеграла, т.е.

$$w_0(x) = A_1 w_1(\alpha x) + A_2 w_2(\alpha x), \quad (1.12)$$

где $w_1(\alpha x)$ и $w_2(\alpha x)$ — функции Кошица, определяемые равенствами:

$$\left. \begin{aligned} w_1(\alpha x) &= e^{-\alpha x} \cos \alpha x; \\ w_2(\alpha x) &= -e^{-\alpha x} \sin \alpha x. \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

Вместо них для функции Кошица

$$\left. \begin{aligned} w_1(\alpha x) &= -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x); \\ w_2(\alpha x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x). \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

установившимся соотношениям между этими функциями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dw_1(\alpha x)}{dx} &= -\sqrt{2} \alpha w_1(\alpha x); \quad \frac{dw_2(\alpha x)}{dx} = -\sqrt{2} \alpha w_2(\alpha x); \\ \frac{dw_1(\alpha x)}{dx} &= \sqrt{2} \alpha w_1(\alpha x); \quad \frac{dw_2(\alpha x)}{dx} = \sqrt{2} \alpha w_2(\alpha x). \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

Численные значения функций Кошица определяются по таблицам [1, с.222].

При $x = 0$ функции Кошица принимают значения

$$w_1(0) = 1; \sqrt{2} w_1(0) = -1; w_2(0) = 0; \sqrt{2} w_2(0) = 1.$$

Для расчета оболочек ограниченной длины применим другую форму общего интеграла однородного уравнения (1.8)

$$w_0(x) = D_1 V_1(\alpha x) + D_2 V_2(\alpha x) + D_3 V_3(\alpha x) + D_4 V_4(\alpha x), \quad (1.16)$$

где D_1 — произвольные постоянные интегрирования; $V_1(\alpha x)$ — четыре линейно независимых частных интеграла уравнения (1.8), известных функциями В.П.Прохорова, которые имеют вид

$$\left. \begin{aligned} V_1(\alpha x) &= \cosh \alpha x \cos \alpha x; \\ V_2(\alpha x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\cosh \alpha x \sin \alpha x + \sinh \alpha x \cos \alpha x); \\ V_3(\alpha x) &= \sinh \alpha x \sin \alpha x; \\ V_4(\alpha x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\cosh \alpha x \sin \alpha x - \sinh \alpha x \cos \alpha x). \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

Для определения значений $V_1(\alpha, x)$ известны таблицы [2, с. 186].

Функции Бесселя первого рода так же, как и функции Коши, удовлетворяют аналогичную правую дифференцировку:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_1(\alpha, x)}{dx} &= -\sqrt{2} \alpha V_2(\alpha, x); \quad \frac{dV_2(\alpha, x)}{dx} = \sqrt{2} \alpha V_1(\alpha, x), \\ \frac{dV_3(\alpha, x)}{dx} &= \sqrt{2} \alpha V_4(\alpha, x); \quad \frac{dV_4(\alpha, x)}{dx} = -\sqrt{2} \alpha V_3(\alpha, x). \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

2. Офортенная оболочка. Для офортенной оболочки радиус кольцевого сечения и выражение огибающей в радиусе радиуса сферы R :

$$R_1 = R_2 = R. \quad (1.19)$$

Тогда в кольцевом сечении

$$T_1 = -\frac{pR}{E}, \quad (1.20)$$

откуда на основании (1.5)

$$D w'' + \frac{E B}{R^2} w = \frac{p}{E} (1 - \nu). \quad (1.21)$$

Общий интеграл дифференциального уравнения (1.21) имеет вид

$$w(x) = \frac{pR^2}{2EB} (1 - \nu) + w_0(x), \quad (1.22)$$

где $w_0(x)$ — общий интеграл однородного уравнения, который может быть найден либо в форме (1.12), либо (1.16), причем параметр α имеет значение

$$\alpha = \frac{1,285}{\sqrt{RB}}. \quad (1.23)$$

3. Коническая оболочка. Радиус вершины оболочки $R_1 = 0$. Радиус кольцевого сечения определяется равенством

$$R_2 = \frac{r}{\sin \varphi}. \quad (1.24)$$

где r — радиус окружности поперечного сечения конуса; φ — угол конусности.

Тогда в кольцевом сечении оболочки

$$T_1 = -\frac{pR_2}{E}. \quad (1.25)$$

Согласно (1.5) дифференциальное уравнение конической оболочки

$$D w'' + \frac{E B}{R^2} w = p \left(1 - \frac{\nu}{2} \right). \quad (1.26)$$

Пута, что радиус кольцевого сечения оболочки является переменным, используем решение дифференциального уравнения (1.26) в виде

$$w(x) = \frac{pR^2}{E B} \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) + w_0(x), \quad (1.27)$$

где $w_0(x)$ — общий интеграл однородного уравнения в форме (1.12) или (1.16), в котором

$$\alpha = \frac{1,285}{\sqrt{R_2 B}}. \quad (1.28)$$

только на ограниченном участке дуги оболочки, при углах конусности не более $20-25^\circ$.

4. Торсиформенная и эллипсиформенная оболочки. Торсиформенные и эллипсиформенные оболочки используются в конструкциях радиальных осей и в качестве днищ, закрывающих корпусы tanks осей на колеса. Торсиформенные оболочки представляют собой офортенные сегменты, огибаемые по внешним краям с цилиндрическими или коническими оболочками корпусов осей с помощью торцов колесов (рис. 1.2).

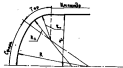


Рис. 1.2. Схема изготовления торсиформенной перевернутой

В пределах торцовой вставки радиус вершины равен радиусу тора $R_1 = R_2$, где R_2 — радиус тора.

Радиус кольцевого сечения изменяется в пределах:

$$r \leq R_2 \leq R,$$

где r — радиус поперечного сечения цилиндрической или ко-

внешней оболочки в отклоненном состоянии с торсовой асимметрией; R - радиус сферы.

В практических расчетах кривизна радиуса кольцевого сечения определяется и принимается равной

$$R_2 = r_{\text{ср}} = \frac{R+r}{2} \quad (1.29)$$

Угловые в кольцевом сечении

$$\tau_1 = -\frac{p R_2}{2} \quad (1.30)$$

определяет на основании (1.5) дифференциальное уравнение торсовой оболочки

$$D w'' + \frac{E B}{r_0^3} w = p \left(1 - \frac{q}{2} - \frac{R_2 r}{2 R_1} \right) \quad (1.31)$$

Для эллиптической оболочки характерны не только неравномерность радиусов кольцевого сечения, но также и неравномерность кривизны радиуса меридиана.

Главная радиус кривизны эллиптической оболочки (рис. 1.3) определяется в зависимости от параметра

$$\bar{\tau} = \frac{a^2}{h^2} - 1, \quad (1.32)$$

где a - радиус основания эллиптического диска; h - его высота (малая полуось эллипса).

Радиус кривизны меридиана

$$R_1 = \frac{a(1+\bar{\tau})^{1/2}}{(1+\bar{\tau} \sin^2 \varphi)^{3/2}} \quad (1.33)$$

где φ - угол, образованный нормалью к меридиану и осью оболочки.

Радиус кривизны кольцевого сечения - сечения плоскости, перпендикулярной плоскости меридиана (см. рис. 1.3)

$$R_2 = \frac{a(1+\bar{\tau})^{1/2}}{(1+\bar{\tau} \sin^2 \varphi)^{3/2}} \quad (1.34)$$

Угловые в кольцевом сечении оболочки

$$\tau_1 = -\frac{p R_2}{2} \quad (1.35)$$

Дифференциальное уравнение эллиптической оболочки

$$D w'' + \frac{E B}{R_1^3} w = p \left(1 - \frac{q}{2} - \frac{R_2}{2 R_1} \right) \quad (1.36)$$

Заметим, что точные решения дифференциальных уравнений (1.31) и (1.36), определяющие деформацию оболочки, когда R_2 принимает R_1 в два раза и более, оказываются отрицательными, т.е. перемещение направлено в сторону, противоположную нагрузке.

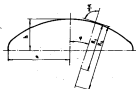


Рис. 1.3. Схема сечения эллиптического диска по меридиану

Обойдя контур дифференциального уравнения (1.36) имеет место замечание при определении углов взаимодействия оболочки диска с оболочкой его корпуса. Величины R_1 и R_2 следует при этом принимать для отклоненного сечения диска.

§ 3. Расчетные формулы для определения перемещений в угловых сечениях оболочки вращения

Рассмотрим основные расчетные схемы оболочки вращения, необходимые для определения угловых взаимодействий таких оболочек друг с другом в местах их сопряжения. Так, в частности, в случаях исследования напряженного состояния в углах сопряжения цилиндрической или конической оболочки с конической оболочкой различной формы, а также конических оболочек с радиальными углами конусности представляют интерес деформации

контура сферического сегмента либо края цилиндрической или конической оболочки, нагруженной по контуру силами и моментами.

Для решения этих задач рассмотрим решение задачи об изгибе полусферической дуги, закрепленной в круглом основании и нагруженной силой и моментом в центре контура (рис. I.4).



Рис. I.4. Схема нагрузки полусферической дуги на круглом основании

Согласно (I.12) после определения произвольных постоянных из граничных условий при $x = 0$, $Dw''(x) = M$ и $Dw'''(x) = P$ вертикальное перемещение дуги-полоски, угол поворота ее сечений и изгибающий момент определяются уравнениями

$$\left. \begin{aligned} w(x) &= \frac{2R}{\kappa} W_0(\alpha x) P - \frac{2\sqrt{2}}{\kappa} W_1(\alpha x) M; \\ w'(x) &= -\frac{2\sqrt{2}}{\kappa} W_2(\alpha x) P - \frac{2\alpha^2}{\kappa} W_3(\alpha x) M; \\ M(x) &= Dw''(x) = -\frac{1}{\alpha} W_0(\alpha x) P + \sqrt{2} W_1(\alpha x) M, \end{aligned} \right\} \quad (I.37)$$

где P и M — сосредоточенные сила и момент; $W_i(\alpha x)$ — функции Власова аргумента (αx)

$$\alpha = \frac{1,285}{\sqrt{R_2 \delta}}; \quad \kappa = \frac{E\delta}{R_2^2}; \quad (I.38)$$

R_2 — радиус кривизны контура сечений оболочки; δ — толщина оболочки.

На краю оболочки ($x = 0$) $W_0(0) = 1$; $W_1(0) = -1/\sqrt{2}$; $W_2(0) = 1/\sqrt{2}$ и с учетом обозначений (I.38)

$$\left. \begin{aligned} w(0) &= \frac{2,57 R_2^2}{E\delta \sqrt{R_2 \delta}} P + \frac{3,3 R_2}{E\delta^2} M; \\ w'(0) &= -\frac{3,3 R_2}{E\delta^2} P - \frac{0,43 R_2}{E\delta^2 \sqrt{R_2 \delta}} M. \end{aligned} \right\} \quad (I.39)$$

Для цилиндрической оболочки — $R_2 = r$; для конической — $R_2 = r/\cos \gamma$; для сферической — $R_2 = R$.

При решении задачи исследования напряженного состояния при соединении многослойной переборки с круглой цилиндрической оболочкой рассмотрим решение задачи об изгибе бесконечно длинной дуги, нагруженной сосредоточенными силой и моментом (рис. I.5).

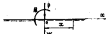


Рис. I.5. Схема нагрузки бесконечной дуги на круглом основании

Согласно (I.12) вертикальное перемещение дуги-полоски, угол поворота ее сечений и изгибающий момент (при $x = 0$) определяются по уравнениям

$$\left. \begin{aligned} w(x) &= \frac{\alpha}{2\kappa} \sqrt{2} W_1(\alpha x) P - \frac{\alpha^2}{\kappa} (W_2(\alpha x) + \sqrt{2} W_3(\alpha x)) M; \\ w'(x) &= \frac{\alpha^2}{\kappa} W_0(\alpha x) P + \frac{\alpha^2}{\kappa} \sqrt{2} (W_2(\alpha x) - \sqrt{2} W_3(\alpha x)) M; \\ M(x) &= \frac{\sqrt{2}}{4\alpha} W_1(\alpha x) P + \frac{1}{2} (W_2(\alpha x) + \sqrt{2} W_3(\alpha x)) M. \end{aligned} \right\} \quad (I.40)$$

Перемещение цилиндрической оболочки в изгибаемый край и в месте приложения нагрузки ($x = 0$) с учетом обозначений (I.38) при $R_2 = r$

$$\left. \begin{aligned} w(0) &= \frac{0,442 r^2}{E\delta \sqrt{r\delta}} P; \\ w'(0) &= -\frac{3,12 r}{E\delta^2 \sqrt{r\delta}} M. \end{aligned} \right\} \quad (I.41)$$

Изгибающий момент при $x = 0$ справа от точки приложения P и M (см. рис. I.5)

$$M(0) = -1,95 P \sqrt{r\delta} + 0,5 M, \quad (I.42)$$

слева от точки приложения сил

$$M(0) = -1,95 P \sqrt{r\delta} - 0,5 M. \quad (I.43)$$

Определение упругих деформаций сферической мембранной оболочки перебора и круговой цилиндрической оболочки сосуда требует также определения значений вертикальных и угловых перемещений для бесконечно длинной балки, лежащей на упругом основании и нагруженной равномерно распределенной нагрузкой на половину длины балки (рис.1.6).



Рис.1.6. Схема бесконечной балки на упругом основании, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой на половину длины балки

Для круговой цилиндрической оболочки, закрепленной в радиальном направлении в районе действия распределенной нагрузки, эти перемещения определяются следующими выражениями.

Вертикальные перемещения в районе нагруженного участка ($x > 0$)

$$w(x) = \frac{Pr^2}{E\delta} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) \left(1 - \frac{W_2(\alpha x)}{2} \right), \quad (1.44)$$

где $\bar{P}$ — интенсивность внешнего давления.

Угловые перемещения и касательный момент на этом участке

$$\left. \begin{aligned} w'(x) &= \frac{Pr^2}{2E\delta} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) \sqrt{2} \alpha W_3(\alpha x); \\ M(x) &= \frac{P}{4\alpha^2} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) W_2(\alpha x). \end{aligned} \right\} \quad (1.45)$$

При $x = 0$

$$\left. \begin{aligned} w(0) &= \frac{Pr^2}{2E\delta} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right); \\ w'(0) &= \frac{0,542 Pr^2}{E\delta \sqrt{r\delta}} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right); \\ M(0) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.46)$$

Вертикальные перемещения и касательный момент в районе нагруженного участка ($x < 0$)

$$\left. \begin{aligned} w(x) &= \frac{Pr^2}{2E\delta} W_2(-\alpha x); \\ M(x) &= -\frac{P}{4\alpha^2} W_2(-\alpha x). \end{aligned} \right\} \quad (1.47)$$

Вместе с найденными решениями следует учесть влияние поперечной и осевой деформации балки, лежащих на упругом основании, в процессе расчета оболочек вращения приходится учитывать также и влияние упругих деформаций балки конечной длины, лежащих на упругом основании и нагруженных на конце сосредоточенной силой P и моментом M (рис.1.7).



Рис.1.7. Схема нагруженной балки ограниченной длины

Перемещения конца балки определяются следующими формулами.

Поперечные перемещения (поперечные и изгибные действия) силы P см.рис.1.7)

$$\left. \begin{aligned} w(0) &= -\frac{2\alpha^2}{\kappa} I_1(u)M + \frac{2\alpha}{\kappa} I_2(u)P; \\ w(l) &= \frac{2\alpha^2}{\kappa} I_3(u)M + \frac{2\alpha}{\kappa} I_4(u)P. \end{aligned} \right\} \quad (1.48)$$

Угловые перемещения (поперечные и изгибные моменты M на рис.1.7)

$$\left. \begin{aligned} w'(0) &= \frac{4\alpha^3}{\kappa} I_5(u)M + \frac{2\alpha^2}{\kappa} I_1(u)P; \\ w'(l) &= \frac{4\alpha^3}{\kappa} I_6(u)M + \frac{2\alpha^2}{\kappa} I_3(u)P. \end{aligned} \right\} \quad (1.49)$$

где

$$\alpha = \frac{1,285}{\sqrt{R_0 \delta}}; \quad \kappa = \frac{E\delta}{R_0^2}; \quad u = \alpha l = \frac{1,285 l}{\sqrt{R_0 \delta}};$$

R_0 — радиус кривизны внешнего сечения оболочки; l — длина балки плоской, лежащей на оболочке.

$$\left. \begin{aligned} f_1(u) &= 2 \operatorname{sh} u \sin u / f_0(u); \\ f_2(u) &= (ch u \sin u - \operatorname{sh} u \cos u) / f_0(u); \\ f_3(u) &= (ch^2 u - \cos^2 u) / f_0(u); \\ f_4(u) &= \frac{1}{2} (\operatorname{sh} 2u - \sin 2u) / f_0(u); \\ f_5(u) &= (ch u \sin u + \operatorname{sh} u \cos u) / f_0(u); \\ f_6(u) &= (\operatorname{sh} 2u + \sin 2u) / f_0(u), \end{aligned} \right\} \quad (I.50)$$

где

$$f_0(u) = \operatorname{sh}^2(u) - \sin^2 u. \quad (I.51)$$

Значения функций $f_i(u)$ приведены в табл. I приложения. Для промежуточных значений аргумента u может быть применена линейная интерполяция табличных значений.

Приведенные выражения для переменных (I.48) и (I.49) и значения вспомогательных функций используют для расчета статической неопределенности оболочки ступенчатого цилиндрического тороиды.

Для определения усилий взаимодействия оболочки различной толщины с коэффициентом податливости утолщенного края оболочки рассмотрим расчетную схему конического участка оболочки тороида, представленную на рис. I.8, а. Показаны усилия взаимодействия утолщенного участка (рис. I.8, б) с оболочкой постоянной толщины, которая рассматривается как полубесконечная балка-платформа на упругом основании.

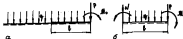


Рис. I.8. Расчетная схема конического участка оболочки тороида с изменяемой толщиной (а) и утолщенный участок оболочки (б)

Следует отметить, что решение задачи определения усилий взаимодействия утолщенного участка оболочки с оболочкой постоянной толщины имеет значение, главным образом, для оценки

напряженного состояния оболочки малой толщины на границе утолщенного участка. Для определения значений коэффициента податливости утолщенного края оболочки (4) учитываем ограниченность ширины утолщенного участка цилиндрического тороида, поскольку протяженность зоны краевого эффекта становится приблизительно равной протяженности конических утолщений.

Усилия взаимодействия утолщенного участка оболочки с оболочкой малой толщины могут быть выражены через усилия, приложенные к краю утолщенного участка оболочки, на утолщенный участок радиально и тангенциально в сечении сопряжения двух участков, которые (рис. I.9) имеют следующий вид.

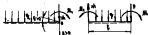


Рис. I.9. Схема и определение усилий взаимодействия конического участка оболочки

I. Переменные нормальные обрешечной оболочкой [формулы (I.37) и (I.48)]

$$\Delta = \frac{q}{\kappa} + \frac{2\alpha}{\kappa} N_1 + \frac{2\alpha^2}{\kappa} M_1 = \frac{q}{\kappa_1} - \frac{2\alpha_1}{\kappa_1} f_1(u_1) N_1 + \frac{2\alpha_1^2}{\kappa_1} f_2(u_1) M_1 - \frac{2\alpha_1}{\kappa_1} f_3(u_1) P - \frac{2\alpha_1^2}{\kappa_1} f_4(u_1) M_2, \quad (I.52)$$

где N_1 и M_1 - изгибающая сила и момент, действующие в сечении сечения основного участка с утолщением; P и M_2 - изгибающая сила и момент, действующие на край утолщенного участка (см. рис. I.9); q - интенсивность расчетной нагрузки оболочки, зависящая от формы оболочки. (Для сферической оболочки $q = R_0^2(1-\nu)$, для круглой цилиндрической оболочки $q = p(1-\nu/2)$; α и κ - параметры жесткости основного участка оболочки (I.38); α_1 и κ_1 - параметры жесткости утолщенного участка оболочки; $f_i(u_1)$ - вспомогательные функции аргумента u_1 , определяемые по формулам (I.50) и (I.51):

$$u_1 = \frac{1,285 l}{\sqrt{R_0 \delta}} \quad (I.53)$$

R_0 и δ - радиус кривизны конического сечения, утолщенного

утолщенной оболочки и ее толщина; l — протяженность утолщенной оболочки по нормали.

2. Функции перемещений сжатой утолщенной оболочки (формулы (1.37) и (1.43))

$$\begin{aligned} \varphi = \frac{2\alpha^2}{\kappa} M_1 + \frac{4\alpha^2}{\kappa} M_2 - \frac{2\alpha^2}{\kappa_1} f_2(u) M_1 - \frac{4\alpha^2}{\kappa_1} f_2(u) M_2 + \\ + \frac{2\alpha^2}{\kappa_1} f_1(u) P + \frac{4\alpha^2}{\kappa_1} f_2(u) M_2. \end{aligned} \quad (1.54)$$

Полов совместного решения уравнений (1.52) и (1.54) определяет условия взаимодействия утолщенной оболочки с оболочкой средней толщины (см. рис. 1.9), определяемые равенствами

$$\begin{aligned} M_1 = -0,389 \alpha R_2 \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right) \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/2} \alpha_2 \alpha_2^{-1} + \varphi_1 R_2 R_1^{-1/2} M_0; \\ M_2 = 0,389 \alpha R_2 R_1 \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right) \alpha_2 \alpha_2^{-1} + \varphi_2 (R_2 R_1)^{1/2} P + \varphi_2 M_0. \end{aligned} \quad (1.55)$$

где δ_1 , δ_2 — толщины основной и утолщенной утолщенной оболочки.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= -(a_1 a_2 + a_2 a_1) / a_2; \\ \varphi_2 &= -(a_2 a_2 + a_2 a_1) / a_2; \\ \varphi_3 &= (a_1 a_2 + a_2 a_1) / a_2; \\ \varphi_4 &= (a_1 a_2 + a_2 a_1) / a_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.56)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= 1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/2} f_1(u_1); \\ \alpha_2 &= 1,285 \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 f_2(u_1)\right]; \\ \alpha_3 &= 3,3 \left[1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/2} f_2(u_1)\right]; \\ \alpha_4 &= \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/2} f_1(u_1); \\ \alpha_5 &= 1,285 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 f_2(u_1); \\ \alpha_6 &= 3,3 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/2} f_2(u_1); \\ \alpha_7 &= \alpha_1 \alpha_2 - \alpha_3^2. \end{aligned} \right\} \quad (1.57)$$

Решением и условием перемещения нагруженного края утолщенной оболочки определяются из уравнений (1.52) и (1.54) после замены в них величин N_1 и M_1 их значениями согласно (1.55):

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \frac{Q}{\kappa_1} \varphi_0 + \frac{2\alpha_1}{\kappa_1} \varphi_2 P + \frac{2\alpha^2}{\kappa_1} \varphi_4 M_0; \\ \theta &= -\frac{Q}{\kappa_1} (R_2 R_1^{-1})^{1/2} \varphi_0 + \frac{2\alpha_1}{\kappa_1} \varphi_2 P + \frac{4\alpha^2}{\kappa_1} \varphi_4 M_0. \end{aligned} \right\} \quad (1.58)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= 1 + \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right) \alpha_2^{-1} \left[\alpha_2 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/2} f_1(u_1) + 1,285 \alpha_2 \frac{R_1}{R_2} f_2(u_1)\right]; \\ \varphi_2 &= 1,285 \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right) \alpha_2^{-1} \left[\alpha_2 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/2} f_2(u_1) + 2,57 \frac{R_1}{R_2} \alpha_2 f_2(u_1)\right]. \end{aligned} \right\} \quad (1.59)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_3 &= f_1(u_1) + \varphi_1 f_2(u_1) - 1,285 \varphi_2 f_1(u_1) \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/2}; \\ \varphi_4 &= f_2(u_1) + 0,778 \varphi_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/2} f_1(u_1) - \varphi_2 f_2(u_1); \\ \varphi_5 &= f_2(u_1) + \varphi_1 f_1(u_1) - 2,57 \varphi_2 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/2} f_2(u_1); \\ \varphi_6 &= f_2(u_1) + 0,389 \varphi_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{1/2} f_1(u_1) - \varphi_2 f_2(u_1). \end{aligned} \right\} \quad (1.60)$$

Изменением протяженности вычислений может служить изменение условия $\varphi_0 = \varphi_1$, которое зависит от условия взаимодействия перемещений.

Функции (1.60) являются поправочными коэффициентами к коэффициентам идеальности для края полубесконечной балки нагруженного сечения на упругом основании.

При $\delta_1 < \delta_2$ все эти коэффициенты должны быть единицей. При $\delta_1 = \delta_2$ они обращаются в единицу. Из формулы (1.59) следует, что при $\delta_1 = \delta_2$ $\varphi_0 = 1$, а $\varphi_2 = 0$, что и должно быть.

При очень малых отношениях толщины наружной утолщенной оболочки к средней части круглой цилиндрической оболочки на ее коэффициенты идеальности означает, что коэффициенты идеальности для бесконечно длинной балки на упругом основании, нагруженной сосредоточенной силой и моментом в ее средней части, значительно меньше коэффициентов идеальности такой же полубесконечной балки, нагруженной силой и моментом по концам. В связи с этим представляется интересом определение значений коэффициентов идеальности для балки на упругом основ-

или неограниченной и ограниченной длины, нагруженной силой и моментом поперек.

Для балки неограниченной длины согласно (1.40) с учетом (1.14) (см. рис. 1.5) вертикальные перемещения и угол поворота равны

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \frac{\alpha}{2\pi} P; \\ \theta &= -\frac{\alpha^2}{\pi} M, \end{aligned} \right\} \quad (1.61)$$

где Δ — вертикальное перемещение; θ — угол поворота.

Для балки ограниченной длины (рис. 1.10) согласно известному решению (см. [5, с. 169, 170])

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{\alpha}{2\pi} P \frac{\operatorname{ch} \alpha l + \cos \alpha l + 2}{\operatorname{sh} \alpha l + \sin \alpha l}; \\ \theta_1 &= -\frac{\alpha^2}{\pi} M \frac{\operatorname{ch} \alpha l + \cos \alpha l + 2}{\operatorname{sh} \alpha l - \sin \alpha l}, \end{aligned} \right\} \quad (1.62)$$

где l — длина балки; α и κ — определены по формулам (1.36).



Рис. 1.10. Сила и момент балки ограниченной длины

В табл. 1.1 приведены отношения $\frac{\Delta_1}{\Delta}$ и $\frac{\theta_1}{\theta}$ в зависимости от параметра αl .

Таблица 1.1

αl	1	2	3	4	5
Δ_1/Δ	2,025	1,18	1,09	1,08	1,04
θ_1/θ	12,8	2,12	1,12	1,02	1,018

Как следует из табл. 1.1, коэффициенты жесткости для балки ограниченной длины значительно больше коэффициентов жесткости для балки неограниченной длины. Однако по мере

увеличения длины балки коэффициенты жесткости уменьшаются.

Важно учесть, что для составной оболочки коэффициенты жесткости будут малым несоответствием значения жесткости круглой оболочки, то уменьшатся и различия в коэффициентах жесткости с оболочкой неограниченной длины.

Поэтому при вычислении жесткой деформации составной оболочки коэффициенты жесткости для угловой — жесткости круглой цилиндрической оболочки определят как для оболочки неограниченной длины, приняв толщину угловой жесткости.

Принимая уровень сечения тем, что составные толщину углового жесткости цилиндрической оболочки и не толщину ее крайнего углового жесткости существенно меньше этого соотношения для издательской переборки.

Приведем теперь также значения жесткости круглой цилиндрической оболочки большой длины, рассматриваемой как полубесконечная балка на упругом основании с нагрузкой, приложенной к концу жесткой толстой оболочки, на некотором расстоянии от нее. Такие значения вычисляются и для определения жесткой деформации круглой цилиндрической оболочки, приложенной на ограниченной толщине длины через жесткую оболочку или жесткую переборку, с жесткой переборкой.

Рассмотрим жесткую толстую круглую цилиндрическую оболочку большой жесткости или жесткую осьymmetricную переборку, приложенную к ее концу.

1. Осредненные значения T , приложенные на расстоянии l_1 от конца (см. рис. 1.11, а). Для жесткой толстой оболочки жесткой оболочкой жесткости l_1 и рассматривается как балка на упругом основании жесткой длины, нагруженной на конце осредненной силой ΔT и моментом M . Для жесткой толстой оболочки жесткости на ее жесткость рассматривается как полубесконечная балка на упругом основании, нагруженная на конце силой $T - \Delta T$ и моментом M . Жесткости жесткости ΔT и M определяются на жесткости жесткости вертикальной и угловой жесткости в жесткости жесткости балки (см. рис. 1.11, б). Вертикальные и угловые жесткости балки на упругом основании жесткой длины жесткости формулам (1.48) и для полубесконечной балки — формулам (1.37).

Условия равенства вертикальных и угловых перемещений в рассматриваемой задаче (см. рис. I.11, б) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} w(l_1) - \frac{2\alpha^2}{\kappa} [f_2(u)M + \frac{2\alpha}{\kappa} f_4(u)\Delta T - \frac{2\alpha^2}{\kappa} M + \frac{2\alpha}{\kappa} (T - \Delta T)]; \\ w'(l_1) = -\frac{4\alpha^3}{\kappa} f_3(u)M + \frac{2\alpha^2}{\kappa} f_5(u)\Delta T - \frac{4\alpha^3}{\kappa} M - \frac{2\alpha^2}{\kappa} (T - \Delta T). \end{aligned} \right\} \quad (I.63)$$

Решение этой системы уравнений дает

$$M = -\frac{T}{\alpha} (f_1(u) + f_4(u)) / \varphi_0(u); \quad (I.64)$$

$$\Delta T = T(2f_3(u) + f_5(u) + 1) / \varphi_0(u). \quad (I.65)$$

Подставляя полученные значения M и ΔT в выражения (I.63), находим раздвинутые перемещения и угол поворота в месте приложения силы T рассматриваемой оболочки (см. рис. I.11, а)

$$\left. \begin{aligned} w(l_1) &= \frac{2\alpha}{\kappa} T \varphi_1(u); \\ w'(l_1) &= -\frac{2\alpha^2}{\kappa} T \varphi_2(u), \end{aligned} \right\} \quad (I.66)$$

где α находит по формуле (I.11); u — аргумент, равный

$$u = \frac{1.383 l_1}{\sqrt{cB}}. \quad (I.67)$$

$\varphi_0(u), \varphi_1(u), \varphi_2(u)$ — функции аргумента u , определенные выражениями

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(u) &= 2(f_3(u) + 1)(f_5(u) + 1) - (f_5(u) - 1)^2; \\ \varphi_1(u) &= [f_3(u)(2f_5(u) + 1) - f_5^2(u)] / \varphi_0(u); \\ \varphi_2(u) &= [2f_3(u)f_5(u) - f_5(u)(f_5(u) + 1)] / \varphi_0(u). \end{aligned} \right\} \quad (I.68)$$

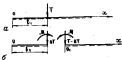


Рис. I.11. Сила приложения оболочки конца оболочки ограниченной длины (а); схемы и выражения угловых перемещений (б)

Вспомогательные функции $f_i(u)$ определены по формулам (I.48) и (I.49) и табл. I приложения. Вспомогательный момент, действующий на сдвиг, вычислит по выражению (I.64).

По мере удаления отрезка оболочки конечного участка оболочки l_1 и соответственно аргумента u значения раздвинутых перемещений $w(l_1)$, угла поворота $w'(l_1)$, определенных по формулам (I.66), и значения M (I.64) стремятся к своим предельным значениям:

$$w(l_1) = \frac{\alpha}{2\kappa} T; \quad w'(l_1) = 0; \quad M = -0.195 T \sqrt{cB}.$$

2. Соосежденный момент M , приложенный на расстоянии l_1 от конца (рис. I.12). Для решения задачи отрезается конечный участок оболочки протяженностью l_1 и рассматривается выделенный элемент такой оболочки, на котором на левом основании конечной длины, нагруженный на конце перерезающей силой M и моментом ΔM (рис. I.12, б). Для соответствия часте оболочки выделенный из нее элемент рассматривается как полубесконечная балка на левом основании, нагруженный на конце силой M и моментом $M - \Delta M$.

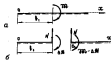


Рис. I.12. Соосежденный момент, действующий на конце оболочки (а); схема и выражения угловых перемещений (б)

На основании условий равенства вертикальных и угловых перемещений выделенного элемента, составленных аналогично (I.63), после решения полученной системы уравнений, найдем раздвинутые перемещения и угол поворота нагруженного основания рассматриваемой оболочки (см. рис. I.12, а):

$$\left. \begin{aligned} w(l_1) &= -(2\alpha^2/\kappa) M \varphi_3(u); \\ w'(l_1) &= (4\alpha^3/\kappa) M \varphi_4(u). \end{aligned} \right\} \quad (I.69)$$

то $\varphi_2(u)$ и $\varphi_3(u)$ — функции аргумента u , определенные выражениями (I.68) и (I.70):

$$\varphi_2(u) = [f_2(u)(2f_2(u)+1) - f_2^2(u)]/\varphi_1(u). \quad (I.75)$$

В стандартном сечении оболочки перерезающие силы

$$N = -\pi l_2 \alpha (f_2(u) + f_2(u))/\varphi_1(u). \quad (I.71)$$

Поперечный момент, воспринимаемый концами участком оболочки (см. рис. I.13, б),

$$\Delta M = \pi l_2 (2f_2(u) + f_2(u) + 1)/\varphi_1(u). \quad (I.72)$$

Приведенные значения для величин, определенных формулами (I.69), (I.71) и (I.72) при возрастании аргумента u

$$w(l_2) = 0; w'(l_2) = \frac{\alpha^2}{\pi} \pi; N = -\pi l_2 \frac{\alpha}{2} = -0,642 \frac{\pi l_2}{\sqrt{r\delta}}; \Delta M = 0,5 \pi l_2.$$

3. Равномерно распределенная нагрузка действует на концевой участок оболочки протяженностью l_1 , терминале сечения которого нагрузке сбалансирован усилием $T_1 = 0,5 \pi r$ (рис. I.13, а).

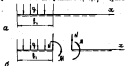


Рис. I.13. Равномерная нагрузка, действующая на концевой участок оболочки (а), силы и определенный угол взаимодействия (б)

Решение этой задачи выполняется так же, как и двух предыдущих, с отделением концевой части и определением усилий в стандартном сечении (рис. I.13, б).

В результате возникает радиальное перемещение и угол поворота сечения, ограниченного нагрузкой участок оболочки

$$\left. \begin{aligned} w(l_1) &= (l_1/\alpha)(1 - \varphi_2(u)); \\ w'(l_1) &= -(2\alpha/\pi)q \varphi_2(u). \end{aligned} \right\} \quad (I.73)$$

$$\left. \begin{aligned} q &= p \left(1 - \frac{z}{L}\right); \\ \alpha &= \frac{E\delta}{r^2} \end{aligned} \right\} \quad (I.74)$$

$\varphi_2(u)$ и $\varphi_3(u)$ — функции аргумента u , определенные равенством

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2(u) &= (2f_2(u) - f_2(u) + 3)/\varphi_1(u); \\ \varphi_3(u) &= (f_2(u) - f_2(u))/\varphi_1(u). \end{aligned} \right\} \quad (I.75)$$

Перерезающие силы и поперечный момент в сечении, разделившем нагруженный участок оболочки от ненагруженного,

$$\left. \begin{aligned} N &= -\frac{q}{\alpha} (f_2(u) + 1)/\varphi_1(u); \\ M &= \frac{q}{2\alpha} (f_2(u) - 1)/\varphi_1(u). \end{aligned} \right\} \quad (I.76)$$

Приведенные значения для величин, определенных равенствами (I.73) и (I.76):

$$\left. \begin{aligned} w(l_1) &= \frac{q}{2\alpha} = \frac{qr^2}{2E\delta}; \quad w'(l_1) = -\frac{\alpha}{2\pi} q = -\frac{0,642 \pi r^2}{E\delta \sqrt{r\delta}} q; \\ N &= -\frac{q}{2\alpha} = -0,195 q \sqrt{r\delta}; \quad M = 0. \end{aligned} \right\}$$

4. Равномерно распределенная нагрузка действует на всю оболочку, начиная от ее конца, на расстоянии l_1 (рис. I.14, а). Радиальное перемещение и угол поворота сечения, ограниченного свободной от нагрузки участок оболочки,

$$\left. \begin{aligned} w(l_1) &= \frac{q}{\pi} \varphi_2(u); \\ w'(l_1) &= \frac{2\alpha}{\pi} q \varphi_2(u). \end{aligned} \right\} \quad (I.77)$$

Перерезающие силы и поперечный момент в сечении, разделившем нагруженный участок оболочки от ненагруженного (рис. I.14, б),

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{q}{\alpha} (f_2(u) + 1)/\varphi_1(u); \\ M &= -\frac{q}{2\alpha} (f_2(u) - 1)/\varphi_1(u). \end{aligned} \right\} \quad (I.78)$$

Прямые линии для вычисления, определяемых равенствами (1.77) и (1.78),

$$w(l_0) = \frac{q}{2\kappa} = \frac{qr^2}{2EB}; \quad w'(l_0) = \frac{\alpha}{2\kappa} q = \frac{0,642r^2}{EB\sqrt{r\delta}} q;$$

$$M = \frac{q}{4\kappa} = 0,125q\sqrt{r\delta}; \quad M = 0.$$



Рис.1.14. Равномерная нагрузка, действующая на всю оболочку на усложненном участке оболочки конуса (а); схема и определяемые углы взаимодвижения (б)

Поправочные коэффициенты и коэффициенты жесткости по всем направлениям (формулы - функции $\Phi_i(u)$) - приведены в табл.2 приложения.

Глава 2. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В РАЙОНЕ СОЕДИНЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ОБЛОЧЕК ПРАВИЛ

§ 4. Определение углов взаимодвижения усложненного края сферической вакуумметрической перегородки с цилиндрической оболочкой корпуса сосуда

Вакуумметрическая перегородка представляет собой, сферический сегмент с усложненным полем по его контуру. Формальный пояс выполняется в виде усложненного конуса (с произвольной образующей). Угол между образующей и поверхностью усложненного поля в сечении корпуса равен полярному углу края сферической оболочки по окружности ее проекции на усложненное по-

лю. В связи с тем, что главные радиусы кривизны конической оболочки (усложненного поля) ее полярным сечением совпадают с радиусом, выходящим из центра (рис.2.1)

$$r = R_k < r/\sin \varphi,$$

где R_k - радиус сферической оболочки; r - радиус цилиндрической оболочки; φ - полярный угол края сферической оболочки, определяются расчетный критический радиус кривизны усложненной области по формуле

$$R_k = R_{cr} = \frac{1}{2} \left(\frac{r}{\sin \varphi} + R \right). \quad (2.1)$$



Рис.2.1. Сечение сферической вакуумметрической перегородки

Расчет напряженного состояния выполняется для случая нагрузки на оболочку при внутреннем давлении в одном сечении корпуса и внешнем давлении на соседний с ним сток (рис.2.2).

Для определения углов взаимодвижения перегородки с основной корпус выполняется расчетный анализ, показанный на рис.2.3, в которой указаны нагрузка, соответствующая действительному состоянию сферической оболочки, и полярные взаимодвижения углов взаимодвижения рассматриваемой оболочки.

Углы взаимодвижения сферической оболочки и цилиндрической оболочки корпуса определяются из условия равенства ра-

линейных перемещений в плоскости крива изгибаются в угловых перемещениях деформированных оболочек.



Рис. 2.2. Расчетная схема нагрузки конусообразной переборки

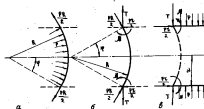


Рис. 2.3. Схемы и определения усилий взаимодействия переборки с обшивкой корпуса: а - безмысленное состояние сферической оболочки; б - усилия на контуре переборки; в - нагрузка, действующая на обшивку корпуса

При определении перемещений цилиндрической оболочки принимаем, что вся цилиндрическая оболочка имеет увеличенную толщину, а для сферической переборки учитывается перемещение ее толщины, рассмотренная в § 3.

Полосательным перемещением радиальное перемещение при

направлении его в ось оболочки, угловое - при вращении по часовой стрелке (см. рис. 2.3). Формулы для перемещений записаны на основании параметров § 2.

Радиальное перемещение края сферической переборки

$$\Delta_{\text{ср}} = -\frac{pR^2}{2EB_1'}(1-\nu)\varphi_0 \sin \varphi - \left(\tau - \frac{pR}{2} \cos \varphi\right) \frac{2\alpha_1}{\kappa_1} \varphi_1 \sin^2 \varphi - \frac{4\alpha_1^2}{\kappa_1} \varphi_2 \sin \varphi, \quad (2.2)$$

где φ - полярный угол края сферической переборки; p - расчетное давление; T, M - тангенциальное усилие и момент взаимодействия с цилиндрической оболочкой; φ_0, φ_1 и φ_2 - поправочные коэффициенты и коэффициенты полноты, определяемые по формулам (1.59) и (1.60); $\alpha_1 = 1,285/\sqrt{B_1'}$; $\kappa_1 = EB_1'/R_1^2$; B_1', B_1'' - толщина сферической переборки и толщина ее углового участка.

Угловое перемещение края углового участка сферической переборки

$$\Theta_{\text{ср}} = -\frac{pR^2}{2EB_1'}(1-\nu)(R_2B_1')^{-1/2} \varphi_0 + \frac{2\alpha_1^2}{\kappa_1} \varphi_1 \left(\tau - \frac{pR}{2} \cos \varphi\right) \sin \varphi + \frac{4\alpha_1^2}{\kappa_1} \varphi_2 M, \quad (2.3)$$

где φ_0, φ_1 и φ_2 - поправочные коэффициенты, определяемые по формулам (1.59) и (1.60).

Радиальное и угловое перемещения углового участка цилиндрической оболочки, рассмотренной как балка на упругом основании неограниченной длины, определяются по формулам (1.41) и (1.46):

$$\Delta_u = -\frac{pR^2}{2EB_0'} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) + \frac{\alpha_2}{2\kappa_0} T; \quad (2.4)$$

$$\Theta_u = -\frac{\alpha_2}{2\kappa_0} p \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - \frac{\alpha_2^2}{\kappa_0} M, \quad (2.5)$$

где B_0' - толщина углового участка цилиндрической оболочки;

$$\alpha_0 = 1,285/\sqrt{B_0'}; \quad \kappa_0 = EB_0'/r^2. \quad (2.6)$$

Приближенно выражения (2.2) и (2.4), а также (2.3) и

(2.6), получаем уравнения для определения усилий взаимодействия T и M . Решением этих уравнений найдем

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{\bar{a}_1 \bar{a}_3 - \bar{a}_2 \bar{a}_4}{\bar{a}_1 \bar{a}_3 - \bar{a}_2^2} p \sqrt{R_2 \bar{B}_1'}; \\ M &= \frac{\bar{a}_1 \bar{a}_3 - \bar{a}_2 \bar{a}_4}{\bar{a}_1 \bar{a}_3 - \bar{a}_2^2} p r \sqrt{R_2 \bar{B}_1'}. \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

тогда

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_1 &= 2,57 \left(\frac{R_2}{r} \right)^{1/2} \varphi_2 \sin \varphi + 0,542 \left(\frac{R_2}{\bar{B}_1'} \right)^{1/2} \left(\frac{R_2}{r} \right)^{1/2}; \\ \bar{a}_2 &= 3,5 \frac{R_2}{r} \left(\frac{R_2}{\bar{B}_1'} \right)^{1/2} \varphi_2 \sin \varphi; \\ \bar{a}_3 &= 0,46 \frac{R_2}{\bar{B}_1'} \varphi_2 + 2,12 \left(\frac{R_2}{r} \right)^{1/2} \frac{r}{\bar{B}_1'} \left(\frac{R_2}{\bar{B}_1'} \right)^{1/2}; \\ \bar{a}_4 &= 1,285 \frac{R_2}{r} \left(\frac{R_2}{\bar{B}_1'} \right)^{1/2} \varphi_2 \cos \varphi \sin \varphi - \\ &\quad - 0,35 \left(\frac{R_2}{\bar{B}_1'} \right)^{1/2} \varphi_2 \sin \varphi - 0,425 \left(\frac{R_2}{\bar{B}_1'} \right)^{1/2}; \\ \bar{a}_5 &= 0,35 \frac{R_2}{r} \left(\frac{R_2}{\bar{B}_1'} \right)^{1/2} \varphi_2 + 0,546 \frac{R_2}{\bar{B}_1'} \left(\frac{r}{\bar{B}_1'} \right)^{1/2} + \\ &\quad + 1,85 \frac{R_2}{\bar{B}_1'} \varphi_2 \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Если определены значения T и M необходимо для контроля правильности выполненных расчетов выполнить условия равенств (2.2) и (2.4).

Расчетные напряжения определяются по следующим формулам. В утолщенном поясе оферической переборки в кольцевом сечении

$$\sigma_1' = \frac{T \cos \varphi + 0,5 p r \sin \varphi}{\bar{B}_1'} \pm \frac{6 M}{\bar{B}_1'^2} \quad (2.9)$$

в меридиональном сечении

$$\sigma_2' = -\frac{5 R_2}{r} + 4 \sigma_1' \quad (2.10)$$

где Δ - определяется формулой (2.2).

Для нахождения расчетных напряжений в сечении цилиндрической оболочки выполняются следующие вычисления: момент в цилиндрической оболочке по обе стороны от медулосоевой переборки с помощью формул (1.42) и (1.43).

Касательный момент в поперечном сечении цилиндрической оболочки слева от медулосоевой переборки (см. рис. 2.3)

$$M_1 = -0,195 T \sqrt{r \bar{B}_2'} + 0,5 M \quad (2.11)$$

и справа от нее

$$M_2 = -0,195 T \sqrt{r \bar{B}_2'} + 0,5 M. \quad (2.12)$$

Нормальные напряжения в поперечном сечении цилиндрической оболочки слева от медулосоевой переборки

$$\sigma_1' = \pm \frac{6 M_1}{\bar{B}_2'^2} \quad (2.13)$$

и справа от нее

$$\sigma_1' = -\frac{p r}{2 \bar{B}_2'} \pm \frac{6 M_2}{\bar{B}_2'^2} \quad (2.14)$$

Нормальные напряжения в продольном сечении цилиндрической оболочки определяются по формуле (2.10).

Для нахождения напряжений в плоскости переборки на предельной ее утолщенной части следует определить усилия взаимодействия утолщенного пояса переборки с листами переборки на предельной утолщенной части по формулам (1.55). Согласно этим формулам определяются касательный момент и поперечную силу в стыковом сечении (M_1 и N_1).

Расчетные напряжения в листе переборки

$$\sigma_1' = \frac{p R}{2 \bar{B}_1} \pm \frac{6 M_1}{\bar{B}_1^2} \quad (2.15)$$

где R - радиус обрешетки; $\bar{B}_1$ - толщина листов переборки на предельной утолщенной части.

По мере удаления от стыкового сечения касательный момент в кольцевых сечениях оферической переборки уменьшается согласно формуле

$$M(\alpha) = M_1 \frac{W_2(\alpha \pi)}{\alpha} - M_1 \sqrt{2} W_3(\alpha \pi), \quad (2.16)$$

где $\alpha = 1,285 / \sqrt{r \bar{B}_1}$; $W_2(\alpha \pi)$ и $W_3(\alpha \pi)$ - функции Эллипса аргумента $(\alpha \pi)$; π - определяется по ширину от стыкового сечения.

Изгибающий момент по формуле (2.15) должен быть определен для максимального значения α в поле изгибаемого кольцевого элемента $M(\alpha)$.

Изгибающий момент в поперечных сечениях цилиндрической оболочки со стороны изогнутости изогнутой переборки определяется по формуле

$$M(\alpha) = 0,1857 \sqrt{r B_2} \sqrt{2} W_0(\alpha \alpha) - 0,5 M W_0(\alpha \alpha), \quad (2.17)$$

где $\alpha = 1,285 / \sqrt{r B_2}$.

После определения изгибающего момента для отклоняемого угла утолщенного поля цилиндрической оболочки с оболочкой меньшей толщины должны быть найдены расчетные напряжения в этом сечении по формуле

$$\sigma_1 = \pm \frac{6M(\alpha)}{B_2^2} + \frac{pr}{2B_2}, \quad (2.18)$$

где B_2 — толщина оболочки на протяжении утолщенного поля.

Для определения прочности утолщенного поля при сферической переборке по меридиану и утолщенной цилиндрической оболочке по обе стороны от поперечного сечения из соединяемых дуг с другим в первом приближении следует пользоваться формулой

$$l = \sqrt{R_2 B},$$

где l — прочность утолщения; R_2 — радиус кривизны изогнутого сечения оболочки; B — толщина утолщенного поля.

§ 5. Расчет соединяемых конической оболочки корпуса с оболочкой сферической переборки

Соединяемые конической сферической переборки с конической оболочкой корпуса представляют собой, без сомнения, так, что изгибающие и меридиан сферической оболочки у контура ее продолжения к конической оболочке совпадают с образующей корпуса. Схема утолщения изгибающей сферической переборки с конической показана на рис. 2.4.

Усилия взаимодействия определяют по условиям равновесия

разрывных переменных в направлении радиуса сферы в условиях переменной осевой нагрузки.



Рис. 2.4. Схема утолщения изгибающей сферической переборки с конической оболочкой корпуса

Разрывные переменные при конической оболочке показаны в направлении радиуса к оси оболочки согласно (1.27) и (1.39):

$$w_1 = \frac{pR^2}{EB} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{2,57R^2}{EB\sqrt{RB}} N + \frac{3,3R}{EB^2} M, \quad (2.19)$$

где R — радиус сферы (радиус изогнутого сечения конической оболочки в месте соединения со сферической оболочкой); B — толщина конической оболочки; p — внешнее давление; N , M — разрывные усилия и угловой момент в сопряженном сечении.

Угловые переменные при конической оболочке показаны при краевом по часовой стрелке

$$\phi_1 = -\frac{3,3R}{EB^2} N + \frac{8,48R}{EB^2\sqrt{RB}} M. \quad (2.20)$$

Разрывные и угловые переменные при сферической оболочке согласно (1.22) и (1.39)

$$w_2 = \frac{pR^2}{2EB} (1 - \alpha) - \frac{2,57R^2}{EB\sqrt{RB}} N + \frac{3,3R}{EB^2} M; \quad (2.21)$$

$$\phi_2 = -\frac{3,3R}{EB^2} N - \frac{8,48R}{EB^2\sqrt{RB}} M. \quad (2.22)$$

где δ_1 — толщина сферической оболочки.

Из условий равенства напряжений (2.19) и (2.21), а также (2.20) и (2.22) следует

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_1^2} p R ; \\ M &= - \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_1^2} p R^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= 2,57 \sqrt{\frac{R}{\delta_1}} \left[1 + \left(\frac{\delta_1}{R} \right)^{1/2} \right]; \\ \alpha_2 &= 3,3 \frac{R}{\delta_1} \left(1 - \frac{\delta_1^2}{R^2} \right); \\ \alpha_3 &= 8,48 \left(\frac{R}{\delta_1} \right)^{1/2} \left[1 + \left(\frac{\delta_1}{R} \right)^{1/2} \right]; \\ \alpha_4 &= \frac{R_1}{\delta} \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) - \frac{1-\delta}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

После вычисления значений констант N и M по формулам (2.23) должен быть выполнен контроль $W_1 = W_2$ и $\Phi_1 = \Phi_2$.

Нормальные напряжения в отстойном сечении конической оболочки определяются по формулам в кольцевом сечении

$$\Phi_1 = - \frac{pR}{2\delta} \pm \frac{6M}{\delta^2}; \quad (2.25)$$

в продольном сечении

$$\Phi_2 = - \frac{E W_1}{R} + \Phi_1, \quad (2.26)$$

где W_1 находит из выражения (2.19).

Расчетные напряжения в такой же сечении сферической оболочки определяются по формулам (2.25) и (2.26), в которых вместо δ принимается δ_1 . Следует заметить, что эти толшины могут отличаться, поскольку из соображений устойчивости толщина сферической оболочки может быть больше толщины конической оболочки.

Изгибающий момент и радиальные перемещения сферической оболочки вычисляются по мере удаления от отстойного сечения тем же выражениями в соответствии с формулами (1.37).

Изгибающий момент определяется по выражению

$$M(x) = - \frac{N}{\alpha} W_2(\alpha x) + M \sqrt{2} W_3(\alpha x), \quad (2.27)$$

где $\alpha = 1,287/\sqrt{R\delta_1}$; $W_1(\alpha x)$ — функции Коши; x — расстояние рассматриваемого сечения от отстойного, измеренное по нормали.

Для определения радиальных перемещений следует использовать формулу

$$w(x) = \frac{pR^2}{2E\delta_1} (1-\nu) + \frac{2,57R^2}{E\delta_1 \sqrt{R\delta_1}} N W_0(\alpha x) + \frac{3,3R}{E\delta_1^2} M \sqrt{2} W_1(\alpha x) \quad (2.28)$$

Расчет выполняется с помощью табл. 2.1.

Таблица 2.1

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$W_0(\alpha x)$	$\sqrt{2} W_1(\alpha x)$	$W_2(\alpha x)$	$\sqrt{2} W_3(\alpha x)$	$M(x)$	$w(x)$	Φ_1'	Φ_2'

Расчетные напряжения в сечении оболочки, удаленном от отстойного сечения, определяются по формулам (2.25) и (2.26).

Изгибающий момент и радиальные перемещения в конической оболочке с учетом напряжения ушей в отстойном сечении (см. рис. 2.4) вычисляются по выражениям:

$$M(x) = - \frac{N}{\alpha} W_2(\alpha x) + M \sqrt{2} W_3(\alpha x); \quad (2.29)$$

$$w(x) = \frac{pR^2}{E\delta} \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) - \frac{2N}{\alpha} W_0(\alpha x) - \frac{2M}{\alpha} \sqrt{2} W_1(\alpha x). \quad (2.30)$$

Следует иметь в виду, что формулы (2.29) и (2.30) можно применять только для ограниченного участка длиной от отстойного сечения в предположении постоянства параметров жесткости конической оболочки. Если считать, что это расстояние должно быть ограничено величиной $(1,3-2,0)\sqrt{r\delta}$, где r — радиус окружности верхнего сечения оболочки.

Расчетные напряжения в сечении конической оболочки, удаленном от отстойного сечения, определяются по следующим формулам:

в кольцевом сечении

$$\Phi_1' = - \frac{p r}{2\delta \cos \alpha} \pm \frac{6 M(x)}{\delta^2}, \quad (2.31)$$

где α — угол наклона конической оболочки (см. рис. 2.4);
в произвольном сечении

$$\Theta'_L = -\frac{E w(x)}{r} \tan \alpha + \Theta'_0. \quad (2.32)$$

Для расчета соединений конической оболочки с конической опорной переборкой представляет интерес случай равенства толщин опорной и конической оболочки ($\delta_1 = \delta$). В этом случае, как следует из уравнений (2.20) и (2.22), $M = 0$, а из формул (2.19) и (2.21)

$$N = 0,598 p \sqrt{R \delta}. \quad (2.33)$$

Наибольший изгибающий момент в откосах оболочки определяется на основании условия

$$\frac{dM(x)}{dx} = -\frac{N}{\alpha} \frac{d}{dx} (W_2(\alpha x)) = -\frac{N}{\alpha} \sqrt{2} \alpha W_1(\alpha x) = 0,$$

откуда согласно (1.14) следует $\alpha x = 0,25 \pi$ и

$$M^{\max}(x) = -\frac{N}{\alpha} W_2(0,25 \pi) = 0,25 N \sqrt{R \delta} = 0,524 p R \delta. \quad (2.34)$$

Наибольший изгибающий момент возникает на расстоянии x от опорного сечения, определяемого равенством

$$x = \frac{0,25 \pi}{\alpha} = 0,81 \sqrt{R \delta}. \quad (2.35)$$

§ 5. Расчет соединений конической эллиптической переборки с цилиндрической оболочкой корпуса

Эллиптическая коническая переборка представляет собой полую эллипсоидную крышку. Такие переборки получают широкое распространение в корпусах различных машин и машин с простотой их изготовления методом штамповки.

Наиболее распространены эллиптические переборки с отклонением радиуса основания к высоте, равным двум, при котором расчетный параметр эллиптической оболочки $\bar{r}$, определенный формулой (1.32), равен

$$\bar{r} = (a^2/h^2) - 1 = 3,$$

где a — радиус основания эллиптического днища; h — его высота.

Примем во внимание, что эллиптическое днище присоединяется к цилиндрическому корпусу своим основанием, при определении радиуса кривизны эллиптической оболочки у ее основания угол, образованный нормалью к поверхности и осью оболочки, должен быть принят равным $0,5 \pi$. Откуда радиус кривизны поверхности у основания эллиптического днища согласно (1.33)

$$R_1 = \frac{a(1+\bar{r})^{1/2}}{(1+\bar{r} \sin^2 \varphi)^{3/2}} = \frac{a(1+3)^{1/2}}{(1+3)^{3/2}} = \frac{a}{4}, \quad (2.36)$$

где R_1 — радиус кривизны поверхности у основания днища; φ — угол, образованный нормалью к поверхности и осью оболочки ($\varphi = 0,5 \pi$).

Радиус кривизны конического сечения по формуле (1.34)

$$R_2 = \frac{a(1+\bar{r})^{1/2}}{(1+\bar{r} \sin^2 \varphi)^{1/2}} = a. \quad (2.37)$$

Схема условий взаимодействия эллиптической конической переборки с круглой цилиндрической оболочкой корпуса показана на рис. 2.5.



Рис. 2.5. Схема условий взаимодействия конической эллиптической переборки с цилиндрической оболочкой корпуса

Рассмотрим равноосное напряженное состояние. В приближении равенства коэффициента жесткости упругого основания эллиптической оболочки у ее контура определяется наименьшим радиусом кривизны конического сечения, равным

$$R_2 = a - r, \quad (2.36)$$

где r — радиус цилиндрической оболочки.

Согласно уравнению (1.36) разрывные перемещения при аналитической переборки определяются равенством

$$w_0 = \frac{pr^2}{EB_1} \left(1 - \frac{3}{2} - \frac{B_2}{2B_1}\right),$$

откуда с учетом (2.36)–(2.38)

$$w_2 = -\frac{pr^2}{2EB_1} (2 + \nu), \quad (2.39)$$

где B_1 — толщина аналитической переборки.

Как следует из формулы (2.39), разрывные перемещения из безмоментного решения уравнения (1.36) отрицательны — направлены в сторону противоположной нагрузки.

Для определения условий взаимодействия цилиндрической оболочки с основанием аналитического дна уравнениям разрывные и угловые перемещения на контуре сопрягаемых оболочек.

Разрывные и угловые перемещения для цилиндрической оболочки

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \frac{pr^2}{EB} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - \frac{2,57r^2}{EB\sqrt{rB}} M + \frac{3,3r}{EB^2} M; \\ \theta_1 &= -\frac{3,3r}{EB^2} M + \frac{8,48r}{EB^2\sqrt{rB}} M, \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

где B — толщина цилиндрической оболочки; M и M — перерезывающий сила и изгибающий момент в стыковом сечении оболочки, положительное направление которых показано на рис.2.5.

Разрывные и угловые перемещения при аналитическом дна с учетом (2.39)

$$\left. \begin{aligned} w_2 &= -\frac{pr^2}{2EB_1} (2 + \nu) + \frac{2,57r^2}{EB_1\sqrt{rB_1}} M + \frac{3,3r}{EB_1^2} M; \\ \theta_2 &= -\frac{3,3r}{EB_1^2} M - \frac{8,48r}{EB_1^2\sqrt{rB_1}} M. \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

На основании условий $w_1 = w_2$ и $\theta_1 = \theta_2$ получим

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{a_1 a_2}{a_1 a_2 - a_1^2} pr; \\ M &= -\frac{a_1 a_2}{a_1 a_2 - a_1^2} pr^2; \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 2,57\sqrt{\frac{r}{B_1}} \left[1 + \left(\frac{B_2}{B_1}\right)^{3/2}\right]; \\ a_2 &= 3,3\frac{r}{B_1} \left(1 - \frac{B_2}{B_1}\right); \\ a_3 &= 8,48\left(\frac{r}{B_1}\right)^{3/2} \left[1 + \left(\frac{B_2}{B_1}\right)^{3/2}\right]; \\ a_4 &= \frac{B_2}{B_1} \left(1 - \frac{1}{2}\right) + 1 + \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

После вычисления значений N и M обязательны контрольные равенства перемещений.

Расчетные напряжения в стыковом сечении цилиндрической оболочки:

в кольцевом сечении

$$\sigma_1' = -\frac{pr}{2B} \pm \frac{6M}{B^2}; \quad (2.44)$$

в продольном сечении

$$\sigma_2' = -\frac{E w_1}{r} + 4\sigma_1', \quad (2.45)$$

где w_1 — определяется по формуле (2.40).

Расчетные напряжения в стыковом сечении аналитического дна:

в кольцевом сечении

$$\sigma_1' = -\frac{pr}{2B_1} \pm \frac{6M}{B_1^2};$$

в продольном сечении

$$\sigma_2' = -\frac{E w_2}{r} + 4\sigma_1'.$$

Изгибающий момент и разрывные перемещения цилиндрической оболочки вычисляются по мере удаления от стыкового сечения по формулам

$$\left. \begin{aligned} M(x) &= \frac{N}{\alpha} w_1(\alpha x) + M\sqrt{2} w_2(\alpha x); \\ w(x) &= \frac{pr^2}{EB} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) - \frac{2,57r^2}{EB} w_1(\alpha x) + \frac{2,57r^2}{EB} \sqrt{2} w_2(\alpha x), \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

где x - расстояние рассматриваемого сечения от откинутого;
 $W_1(x, R)$ - функция Канавалова.

Вычисление криволинейных моментов и радиальных перемещений по формулам (2.45) выполняется с помощью табл.2.1

§ 7. Расчет соединений концевой сферической переборки с цилиндрической оболочкой корпуса сосуда посредством торообразной вставки

Соединение концевой сферической переборки, выполняемой в виде сферического сегмента, с цилиндрической оболочкой корпуса приводит к необходимости значительных уточнений крайних участков сопрягаемых оболочек, что вызывает известные технологические трудности. Для устранения этого недостатка в последнее время широко практикуется соединение концевой сферической переборки с корпусом коническим или цилиндрическим участком корпуса посредством торообразной вставки. Такие конструкции встречаются в различных резервуарах, испытывающих значительные давления, а особенно в корабельном давлении.

Конструктивная схема продольного сечения концевой сферической переборки, соединенной с цилиндрической оболочкой корпуса посредством торообразной вставки, показана рис.2.6.



Рис.2.6. Схема соединения концевой сферической переборки с цилиндрической оболочкой корпуса посредством торообразной вставки

Рассмотрим условия взаимодействия сопряженных наружной частью сферической оболочки и тора в соединении с цилин-

дрической оболочкой (рис.2.7). Напомним, что применяемый нами приближенный способ расчета тороидальной, соединенной на предположении тороидальной оболочки с виде балки на упругом основании с постоянным коэффициентом жесткости, может быть выполнен только при определенных ограничениях в характеристиках такой оболочки. В качестве главного ограничения для тороидальной оболочки принимается приближенность ее по меридиану. Для коротких тороидов расчет поперечной реакции крайним является незначительным (4), что и позволяет считать коэффициент жесткости упругого основания для балки-полоски, расположенной на тороидальной вставке, постоянным.



Рис.2.7. Схема и обозначения условий взаимодействия сопрягаемых участков оболочки торообразной переборки

Для определения совместных условий взаимодействия сопрягаемых оболочек можно воспользоваться схемой 2.6 для торообразной радиальной переборки и учесть особенности концевой сопрягаемой оболочки (см.рис.2.7). При этом необходимо отметить, что в торце уравнений с четырьмя неизвестными T_0, M_0, T_1, M_1 .

Определение из концов тороидального участка длины, выполняющего роль балки на упругом основании ограниченной длины, зависит от условий, выполняемых на обоих концах этого участка, что и учитывается в приведенных ниже формулах.

Условия равенства радиальных и угловых перемещений в стыках соединения сферической оболочки участка длины с тороидальной (см.рис.2.7) имеют вид

$$\begin{aligned}
 w_1 = & \frac{PR^3}{2EB} \left(1 - \frac{r}{R}\right) \sin \theta_1 + \frac{2,57R^3}{EB\sqrt{rB}} T_0 \sin^2 \theta_1 + \frac{3,3R}{EB^2} M_0 \sin \theta_1 - \frac{PR^3}{EB} \left(1 - \frac{r}{2} - \right. \\
 & \left. - \frac{r_{cp}}{2r_0}\right) \sin \theta_{cp} + \frac{2,57r_0^3}{EB\sqrt{r_0B}} T_0 f_2(u) \sin^2 \theta_1 - \frac{2,57r_0^3}{EB\sqrt{r_0B}} T_0 f_2(u) \sin \theta_1 + \\
 & + \frac{3,3r_0}{EB^2} M_0 f_2(u) \sin \theta_1 - \frac{3,3r_0}{EB^2} M_1 f_2(u) \sin \theta_1; \quad (2.47)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_1 = & \frac{3,3R}{EB^2} T_0 \sin \theta_1 + \frac{3,48R}{EB^2\sqrt{rB}} M_0 - \frac{3,3r_0}{EB^2} T_0 f_2(u) \sin \theta_1 - \frac{3,48r_0}{EB^2\sqrt{r_0B}} M_1 f_2(u) + \\
 & + M_0 f_2(u) + \frac{3,3r_0}{EB^2} T_0 f_2(u) + \frac{3,48r_0}{EB^2\sqrt{r_0B}} M_1 f_2(u); \quad (2.48)
 \end{aligned}$$

где P — давление равномерное растяжения; R — радиус сферического участка диска; B — толщина обложки диска; θ_1 — внутренний угол края сферического участка диска; θ_{cp} — средний значение угла края торцового элемента, $\theta_{cp} = 0,5(\theta_1 + 0,5\pi) T_0, T_1, M_0, M_1$ — силы и моменты, действующие по линии торцового элемента; r_0 — радиус вырезки торцового элемента; w_1 и θ_1 — разрывные и угловые перемещения края сферического участка диска; $f_2(u)$ — вспомогательная функция аргумента u , определенная формулами (1.48) и (1.49) в табл.1 приложения; u — аргумент, определенный формулой

$$u = \frac{1,285 r_0 (0,5\pi - \theta_1)}{\sqrt{r_{cp} B}}. \quad (2.49)$$

где $r_{cp} = (R+r)/2$ — средний радиус кольцевого сечения торцового элемента; r — радиус цилиндрического участка диска.

Графики равенства разрывных и угловых перемещений в месте сопряжения торцового участка диска с цилиндрической обложкой:

$$\begin{aligned}
 w_2 = & \frac{PR^3}{EB} \left(1 - \frac{r}{2} - \frac{r_{cp}}{2r_0}\right) \sin \theta_{cp} + \frac{2,57r_0^3}{EB\sqrt{r_0B}} T_0 f_2(u) \sin^2 \theta_1 + \\
 & + \frac{2,57r_0^3}{EB\sqrt{r_0B}} T_0 f_1(u) - \frac{3,3r_0}{EB^2} M_0 f_2(u) + \frac{3,3r_0}{EB^2} M_1 f_2(u) = \\
 & = \frac{PR^3}{EB} \left(1 - \frac{r}{2}\right) - \frac{2,57R^3}{EB\sqrt{rB}} T_1 + \frac{3,3R}{EB^2} M_1; \quad (2.50)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_2 = & \frac{3,3r_0}{EB^2} T_0 f_1(u) \sin \theta_1 + \frac{3,3r_0}{EB^2} T_0 f_2(u) - \frac{3,48r_0}{EB^2\sqrt{r_0B}} M_0 f_2(u) + \\
 & + \frac{3,48r_0}{EB^2\sqrt{r_0B}} M_1 f_2(u) - \frac{3,3R}{EB^2} T_1 + \frac{3,48R}{EB^2\sqrt{rB}} M_1; \quad (2.51)
 \end{aligned}$$

где w_2 и θ_2 — разрывные и угловые перемещения края цилиндрической обложки.

Указанные выше равенства (2.47), (2.48), (2.50) и (2.51) приводят к системе уравнений для определения неизвестных величин напряженности различных участков рассматриваемого диска. Эти уравнения сведены в табл.2.3, в верхней строке которой обозначены неизвестные и правые части уравнений — известные члены. В четырех нижерасположенных строках приведены коэффициенты при неизвестных и известных членах.

Таблица 2.3

Номер уравнения ^{*)}	T_0	T_1	$\frac{M_0}{r}$	$\frac{M_1}{r}$	Pr
1	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
2	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}
3	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	—
4	α_{15}	α_{16}	α_{17}	α_{18}	—

Коэффициенты при неизвестных имеют следующие выражения:

$$\alpha_1 = 2,57 \left(\frac{R}{r} \sqrt{\frac{R}{B}} + \frac{r_{cp}}{r} \sqrt{\frac{r_{cp}}{B}} f_2(u) \right) \sin^2 \theta_1;$$

$$\alpha_2 = 2,57 \frac{r_0}{r} \sqrt{\frac{r_0}{B}} f_2(u) \sin \theta_1;$$

$$\alpha_3 = 3,3 \left(\frac{R}{B} - \frac{r_{cp}}{B} \right) f_2(u) \sin \theta_1;$$

$$\alpha_4 = 3,3 \frac{r_0}{B} f_2(u) \sin \theta_1;$$

$$\alpha_5 = \left(\frac{r_{cp}}{r} \right)^2 \left(1 - \frac{r}{2} - \frac{r_{cp}}{2r_0} \right) \sin \theta_{cp} - \left(\frac{R}{r} \right)^2 \frac{1-r}{2} \sin \theta_1;$$

$$\alpha_6 = 2,57 \left(\frac{r_{cp}}{r} \sqrt{\frac{r_{cp}}{B}} f_2(u) + \sqrt{\frac{r}{B}} \right);$$

^{*)} Уравнения 1 получены из (2.47), 2 — (2.50), 3 — (2.48), 4 — (2.51).

$$\begin{aligned} a_0 &= -3,5 \frac{r_0}{8} f_1(u); \quad a_2 = 3,5 \left(\frac{r_0}{8} f_2(u) - \frac{r}{8} \right); \\ a_3 &= 1 - \frac{1}{2} - \frac{r_0}{2r} \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{r_0}{2r} \right) \sin 2\theta_0; \\ a_{10} &= 2,48 \frac{r}{8} \left(\sqrt{\frac{r}{8}} + \sqrt{\frac{r_0}{8}} f_3(u) \right); \\ a_{11} &= -2,48 \frac{r}{8} \sqrt{\frac{r_0}{8}} f_3(u); \\ a_{12} &= 2,48 \frac{r}{8} \left(\sqrt{\frac{r}{8}} + \sqrt{\frac{r_0}{8}} f_3(u) \right). \end{aligned}$$

Решения системы уравнений, приведенной в табл.2.2, определяют неизвестные T_2 , T_1 , M_2 и M_1 , а также и радиальные перемещения в разных сечениях по формулам (2.47) и (2.50).

Радиальные напряжения в разных сечениях определяются по формулам:

в кольцевых сечениях край сферического участка диска

$$\sigma'_1 = -\frac{1}{8} \left(T_2 \sin 2\theta_1 + 2,5 \frac{pr}{\sin 2\theta_1} \right) \pm \frac{6M_2}{8r^2}; \quad (2.52)$$

в продольных сечениях

$$\sigma'_2 = -\frac{E\psi_1}{R \sin \theta_1} + \sigma'_1, \quad (2.53)$$

где ψ_1 определяется первой частью равенства (2.47).

В кольцевых сечениях край цилиндрической оболочки

$$\sigma'_1 = -\frac{pr}{2\delta} \pm \frac{6M_1}{8r^2}; \quad (2.54)$$

в продольных сечениях

$$\sigma'_2 = -\frac{E\psi_2}{r} + \sigma'_1, \quad (2.55)$$

где ψ_2 - определяется второй частью равенства (2.50).

В качестве приближенного решения рассмотренной задачи может быть использовано предположение о независимости усилий касательных, действующих на одном конце торцового участка диска, от усилий, действующих на другом ее конце. В этом случае система уравнений, определяющая неизвестные усилия касательных, приведенная в табл.2.2, распадается на две системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} a_1 T_2 + a_2 \frac{M_2}{r} &= a_3 pr; \\ a_3 T_2 + a_4 \frac{M_2}{r} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (2.56)$$

$$\left. \begin{aligned} a_5 T_1 + a_6 \frac{M_1}{r} &= a_7 pr; \\ a_8 T_1 + a_9 \frac{M_1}{r} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.57)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} T_2 &= \frac{a_2 a_{10}}{a_1 a_{10} - a_2^2} pr; \\ M_2 &= \frac{-a_2 a_8}{a_1 a_{10} - a_2^2} pr^2; \\ T_1 &= \frac{a_6 a_{10}}{a_5 a_{10} - a_6^2} pr; \\ M_1 &= \frac{-a_6 a_8}{a_5 a_{10} - a_6^2} pr^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.58)$$

В качестве ответа неизвестные, полученные приближенно-го решения задачи [4], найденного при анализе оболочек сжимаемой балкой-полоской на другом сечении оболочки несут.

§ 8. Рассмотрение напряженного состояния соединения кольцевой оболочки с цилиндрической

В местах присоединения кольцевых оболочек к цилиндрическим, а также кольцевым оболочкам с радиальной изогнутостью друг к другу, при действии внешнего осесимметричного равномерного давления возникает распределение радиальных усилий в стыковом сечении, величина которых определяется простым геометрическим суммированием значений усилий, действующих в кольцевых сечениях оболочек, определяемых формулами (1.35) и (1.34). Рассмотреть эти усилия необходимо перпендикулярно оси оболочки в радиальном сечении оболочки радиальной изогнутости (рис.2.8).

$$T = \frac{pr}{2} (\operatorname{ctg} \theta_1 - \operatorname{ctg} \theta_2), \quad (2.59)$$

где p - внешнее радиальное давление; r - радиус кривой

соединения оболочек; θ_1 и θ_2 - углы, образованные нормалью к поверхности оболочек с их осью.

Полученные расчетные усилия являются для оболочек и сопоставляются со расчетными параметрами. Для оценки напряженного состояния рассматриваемых сопряженных оболочек необходимо составить уравнения, раскрывающие статическую неопределенность их взаимодействия.

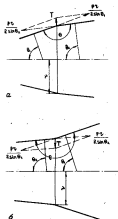


Рис.2.8. Определение взаимодействующих усилий в стыковом сечении оболочек с разной кривизной: а - наружу; б - внутрь

Расчетные схемы, определяющие условия взаимодействия рассматриваемых сопряженных оболочек, показаны на рис.2.9.



Рис.2.9. Схемы и определения условий взаимодействия оболочек с разной кривизной

Для определения расчетных и усилий переменный статический участок сопряженных оболочек рассмотрим формулы (1.39), в которых следует принять

$$R_1 = \frac{r}{\sin \theta_1} \quad (2.60)$$

Применяя проекции переменный край сопряженных оболочек на радиус круга кривизны, получим уравнение

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{pr^2}{E\theta_1 \sin \theta_1} \left(1 - \frac{\beta}{2}\right) - \frac{2,57 r^2}{E\theta_1 \sqrt{r\theta_1}} T_1 \sqrt{\sin \theta_1} + \frac{3,3r}{E\theta_1^2} M_0 = \\ &= - \frac{2,57 r^2}{E\theta_2 \sqrt{r\theta_2}} (T - T_1) \sqrt{\sin \theta_2} + \frac{pr^2(1 - \theta_2)}{E\theta_2 \sin \theta_2} + \frac{3,3r}{E\theta_2^2} M_0. \end{aligned} \quad (2.61)$$

где Δ - радиальное перемещение стыкового сечения оболочек; T - погонное усилие, определенное формулой (2.39); T_1 - погонное усилие, определенное оболочкой с большей кривизной; M_0 - погонный момент, действующий в сопряженных оболочках; θ_1 и θ_2 - тангенты сопряженных оболочек.

Главные расчетные условия поперечного сечения сопряженных оболочек имеют вид

$$\begin{aligned}
 & - \frac{3,3r}{8B_1} T_1 + \frac{0,48\sqrt{rB_1}}{8B_1^2 \sqrt{\sin \theta_1}} M_1 = \\
 & = \frac{3,3(7-T_1)r}{8B_1^2} - \frac{0,48\sqrt{rB_1}}{8B_1^2 \sqrt{\sin \theta_1}} M_2. \quad (2.62)
 \end{aligned}$$

Подразные уравнения в случае равенства толщин соединяемых оболочек $B_1 = B_2$ и при ограниченных углах конусности $\theta_1 < 30^\circ$, $\theta_2 > 60^\circ$, можно принять $\sqrt{\sin \theta_1} \approx 1$, откуда на основании (2.61) и (2.59) следует:

$$\left. \begin{aligned} M_2 &= 0,195T\sqrt{rB}; \\ T_1 &= 0,5T. \end{aligned} \right\} \quad (2.63)$$

Напряжения от изгиба оболочки в стыковом сечении, считая (2.59) и (2.63),

$$\sigma_{\text{изг}} = \pm \frac{6M_2}{B^2} = \pm \frac{Pr}{2B} \cdot 1,17 \sqrt{\frac{r}{B}} (\text{ctg } \theta_1 - \text{ctg } \theta_2). \quad (2.64)$$

Суммарные напряжения в кольцевых сечениях оболочки

$$\sigma_1' = -\frac{Pr}{2B} \left[\frac{1}{\sin \theta_1} \pm 1,17 \sqrt{\frac{r}{B}} (\text{ctg } \theta_1 - \text{ctg } \theta_2) \right]. \quad (2.65)$$

Среднее по толщине оболочки напряжение в меридиональном сечении в месте сопряжения конических участков

$$\sigma_2^0 = -\frac{E\Delta}{r} + \sigma_1^0, \quad (2.66)$$

где Δ — разность перемещений стыкового сечения оболочки, определяемое по формуле (2.61); σ_1^0 — среднее напряжение в кольцевом сечении по стыку

$$\sigma_1^0 = -Pr/2B \sin \theta_1. \quad (2.67)$$

Согласно (2.60) и (2.58)

$$\Delta = \frac{Pr^2}{8B \sin \theta_1} \left(1 - \frac{1}{2} \right) - 0,32 \frac{Pr^2}{8B} \sqrt{\frac{r}{B}} (\text{ctg } \theta_1 - \text{ctg } \theta_2),$$

откуда на основании (2.66) и (2.67)

$$\sigma_2^0 = -\frac{Pr}{B} \left[\frac{1}{\sin \theta_1} + \sqrt{\frac{r}{B}} \text{tg } \theta \right]. \quad (2.68)$$

где θ — внутренний угол между образующими оболочек (см. рис.2.9)^{а)}.

Как видно из рис.2.9, при выпуклости конуса соединения оболочек, образующего шарку (см.рис.2.8,а), $\text{tg } \theta < 0$ и на протяжении меридионального сечения конуса "котельных" (Pr/B). При выпуклости конуса, образующего шарку (см.рис.2.8,б), $\text{tg } \theta > 0$ и напряжения были "котельных". Таким образом, выпуклость конуса, образующего шарку, а также соединение оболочек приводит к уменьшению напряжений в продольных сечениях, а выпуклость конуса, образующего шарку, существенно увеличивает эти напряжения.

Суммарные напряжения в поперечных сечениях оболочки (2.65) в обоих случаях (длина напряжений в кольцевом сечении на продольном стыковом сечении оболочки) и могут достигать критических значений, что можно показать на следующем примере. В сопряжении конической оболочки ($\theta_1 = 70^\circ$) с цилиндрической ($\theta_2 = 90^\circ$) при $r/B = 60$ по формуле (2.65)

$$\sigma_1' = -\frac{Pr}{2B} \left[\frac{1}{0,94} \pm 1,17 \sqrt{60} (0,367 - 0) \right] - \frac{Pr}{2B} [1,08 \pm 3,34],$$

что больше, чем в 2 раза превышает "котельные".

Оценивая, что для обеспечения прочности в районе соединения конических оболочек с различной конусностью необходимо обеспечить подкрепления, осуществляемые одним из следующих средств: 1) утолщением оболочки в месте соединения; 2) наличием в районе соединения торособразной арматуры; 3) подкреплением продольным ребром, установленным достаточно часто по окружности оболочки на участке между тангенсалью с одной стороны от стыкового сечения; 4) установкой утолщенного шлангута в конусности сопряжения оболочек.

Следует заметить, что изл.2, 3 не приводят к снижению напряжений в продольных сечениях оболочки при выпуклом конусе.

При утолщении толщин оболочки в месте их сопряжения расчет выполняется по формулам (2.65) и (2.68) для увеличенной толщины B' .

а) При упрощенном выражении (2.68) принято $\text{tg } \theta = \text{ctg } \theta_1 - \text{ctg } \theta_2$.

При постановке продольных ребер жесткости между смежными цилиндрическими расчетные напряжения в поперечном сечении продольных ребер жесткости определяются по формулам

$$\sigma_1 = -\frac{pr}{2\delta_1} \frac{1}{(1 + \frac{1}{4} \frac{b\delta_1}{lW})} - \frac{Tb_1}{4W}, \quad (2.59)$$

где l - расстояние между шпангоутами; b - расстояние между продольными ребрами по поверхности стального сечения; b_1 - площадь поперечного сечения ребра жесткости; W - момент сопротивления сечения продольного ребра жесткости с присоединенным к нему элементом стального кольца; T - радиальное погонное усилие, определяемое по формуле (2.58).

При постановке в стальном сечении радиального шпангоута последний должен рассчитываться по действующему осевому расчетному напряжению-силе погонным усилием T (2.58) с учетом взаимодействия с оболочками.

§ 2. Присоединение напряженного состояния в угол присоединения цилиндрической оболочки малого диаметра к сферической оболочке

Рассмотрим случай присоединения круглой цилиндрической оболочки к сферической, показанный на рис. 2.10. Как видно из рисунка, круглая цилиндрическая оболочка в наружную часть сферической оболочки погружена на некоторый радиальный диаметр. Внутренняя часть сферической оболочки, расположенная внутри контура цилиндрической оболочки, не нагружена.

Для определения условий взаимодействия цилиндрической оболочки со сферической целесообразно разделить сферическую оболочку на две части, расположенные снаружи и внутри контура цилиндрической оболочки и рассмотреть separately три элемента, показанные на рис. 2.10, нагруженные на краях присоединения их друг к другу усилием взаимодействия, которые должны быть взаимно уравновешены и определены из условий равенства радиальных и тангенциальных перемещений.

Заметим, что в соответствии с условностями практики, при определении радиальных перемещений на контуре наружной части сферической оболочки (см. рис. 2.10, а) учитываются пе-

ремещения, направленные по касательной к меридиану оболочки. Эти перемещения определяются в приближении, рассматривающем сферический сегмент как плоское круговое кольцо [8], нагруженное на внутреннем контуре усилием, показанным на рис. 2.10, а, а на внешнем контуре - усилием силами сферической оболочки, погружающей в нее радиальным диаметром. На основании решения задачи о деформации толстостенной трубы [7], в которой предполагается, что материал оболочки внутреннего радиуса кольца и внешнему трансформации как по сравнению с внешней, перемещения

$$v = \left[2\sigma_{\theta\theta}^0 + (1 + \nu)\sigma_{\theta\theta}^0 \right] \frac{r}{E}, \quad (2.60)$$

где r - радиус контура приваивания цилиндрической оболочки к сферической; $\sigma_{\theta\theta}^0$ и $\sigma_{\theta\theta}^0$ - нормальные напряжения на внутреннем и внешнем контуре кольца, определяемые равенствами

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}^0 &= -\frac{pr}{2\delta_1 \sin \varphi} \\ \sigma_{\theta\theta}^0 &= -\frac{T_1 \cos \varphi + 0,5 pr \sin \varphi}{\delta_1} \end{aligned} \right\} \quad (2.61)$$

p - внешнее радиальное давление; δ_1 толщина цилиндрической об-



Рис. 2.10. Присоединение цилиндрической оболочки малого диаметра к сферической оболочке и схема определения условий взаимодействия участков оболочки: а - наружной части сферической оболочки; б - цилиндрической оболочки; в - внутренней части сферической оболочки

лочки; φ - контрольный угол контура внешнего цилиндрической оболочки и сферической; T_1 - радиальное потоковое усилие, действующее на контуре наружной части оболочки.

Согласно (2.70) и (2.71) перемещения, направленные по касательной к меридиану, вытекающие от контура наружной части сферической оболочки (рис.2.10,а) и по касательной к меридиану касательной, равны

$$v = - \left[\frac{PR}{E_1 \sin \varphi} - (1 + \nu) \left(\frac{T_1}{R_1} \cos \varphi + \frac{PR}{2E_1} \sin \varphi \right) \right] \frac{r}{r_1} \quad (2.72)$$

Перемещения, направленные по радиусу сферической оболочки с учетом ее оболочки и ядра, определяются равенством

$$w = \frac{PR^2}{2E_1} (1 - \nu) - \frac{2,57R^2}{E_1 \sqrt{R_1}} \left(T_1 - \frac{PR}{2} \cos \varphi \right) \sin \varphi + \frac{3,3R}{E_1} M_1 \quad (2.73)$$

где R - радиус сферической оболочки; M_1 - сосредоточенный потоковый момент, действующий на контуре наружной части оболочки (см.рис.2.10,а); w - перемещение по нормали к поверхности оболочки, положительное в направлении центра.

Радиальное перемещение контура наружной части оболочки в плоскости контура выражается равенством

$$\Delta_1 = -v \cos \varphi + w \sin \varphi \quad (2.74)$$

и согласно (2.72) и (2.74)

$$\Delta_1 = - \left[\frac{PR}{E_1 \sin \varphi} - (1 + \nu) \left(\frac{T_1}{R_1} \cos \varphi + \frac{PR}{2E_1} \sin \varphi \right) \right] \frac{r}{r_1} \cos \varphi + \frac{PR^2}{2E_1} (1 - \nu) \sin \varphi - \frac{2,57R^2}{E_1 \sqrt{R_1}} \left(T_1 - \frac{PR}{2} \cos \varphi \right) \sin^2 \varphi + \frac{3,3R}{E_1} M_1 \sin \varphi \quad (2.75)$$

где Δ_1 - радиальное перемещение контура наружной части оболочки, положительное в направлении к оси оболочки.

Угловое перемещение на контуре рассматриваемой части оболочки положительное при вращении по часовой стрелке (см. рис.2.10,а)

$$\theta_1 = - \frac{3,3R}{E_1} \left(T_1 - \frac{PR}{2} \cos \varphi \right) \sin \varphi + \frac{R,48R}{E_1 \sqrt{R_1}} M_1 \quad (2.76)$$

Радиальное и угловое перемещения края цилиндрической оболочки (см.рис.2.10,б)

$$\Delta_2 = \frac{PR^2}{E_1} \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) - \frac{2,57R^2}{E_1 \sqrt{R_1}} T_1 + \frac{3,3R}{E_1} M_1; \quad (2.77)$$

$$\theta_2 = \frac{3,3R}{E_1} T_1 - R,48 \frac{R M_1}{E_1 \sqrt{R_1}} \quad (2.78)$$

где Δ_2 - радиальное перемещение контура круглой цилиндрической оболочки, положительное в направлении к ее оси; θ_2 - угловое перемещение контура цилиндрической оболочки; T_2 и M_2 - радиальное потоковое усилие и сосредоточенный потоковый момент, действующие на контуре цилиндрической оболочки; δ - толщина цилиндрической оболочки.

Рассмотрим перемещения контура внутреннего участка сферической оболочки (см.рис.2.10,а), заметим, что на контуре этого участка действует потоковое радиальное усилие, прогибы которого на касательные к меридиану оболочки вызывают скатыва контура, а прогибы его на радиус оболочки - вызывают изгиб контура. Обе эти деформации определяют радиальное перемещение контура.

Поскольку внутренний участок сферической оболочки представляет собой сферический сегмент с небольшой стороной треугольника, будем рассматривать его как плоский круглый диск, нагруженный на контуре радиальными усилиями. Касательные этого внутреннего к меридианальным сечениям на контуре будут равны напряжениям в плоских сечениях, а следовательно, линейная деформация контура по окружности

$$\epsilon = - \frac{T(1 - \nu) \cos \varphi}{E_1} \quad (2.79)$$

где T - радиальное потоковое усилие, действующее на контуре внутреннего участка оболочки; ϵ - линейная деформация контура этого участка.

Примем во внимание, что радиальное перемещение, вызванное линейной деформацией контура

$$\Delta = -\epsilon r,$$

вызван радиальными перемещениями контура с учетом ядра оболочки

$$\Delta_2 = \frac{2,57R^2}{E_1 \sqrt{R_1}} T \sin^2 \varphi - \frac{3,3R}{E_1} M_1 \sin \varphi + \frac{T r (1 - \nu) \cos \varphi}{E_1} \quad (2.80)$$

где M — сосредоточенный поперечный момент, действующий на контуре наружного участка оболочки (см. рис. 2.10, в).

Угловые перемещения на контуре этого участка оболочки

$$\theta_2 = -\frac{3,3R}{ES_1^2} T \sin \varphi + \frac{0,45R}{ES_1^2 \sqrt{R\delta_1}} M. \quad (2.81)$$

Таким, действующим на контуре сопряженных оболочек, системы уравнений равновесия

$$\left. \begin{aligned} T &= T_2 + T_1; \\ M &= M_2 + M_1. \end{aligned} \right\} \quad (2.82)$$

Неизвестные угловые взаимодействия определяются четырьмя параметрами равновесия разрывных и угловых перемещений: $\Delta_1 = -\Delta_2$; $\delta_2 = \delta_1$; $\theta_1 = \theta_2$; $\theta_2 = \theta_1$.

Заменив в уравнениях (2.77) и (2.78) T_2 и M_2 на основанные условия равновесия (2.82) равенствами

$$\left. \begin{aligned} T_2 &= T - T_1; \\ M_2 &= M - M_1. \end{aligned} \right\} \quad (2.83)$$

получим систему уравнений, сведенную в табл. 2.3, в которой строки которой обозначены неизвестные и свободные члены — правые части уравнений, а в четырех измерительных строках — коэффициенты при неизвестных и свободных членах.

Таблица 2.3

Номер уравнения	T_1	T_2	M_1/R	M_2/R	пр
1	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
2	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}
3	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	α_{15}
4	α_{16}	α_{17}	α_{18}	α_{19}	—

а) Уравнение 1 соответствует равновесию $\Delta_1 = -\Delta_2$; 2 — $\Delta_2 = -\Delta_1$; 3 — $\theta_1 = \theta_2$; 4 — $\theta_2 = \theta_1$.

Коэффициенты при неизвестных имеют следующие значения:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= 2,57 \left(\frac{\sqrt{R}}{S_1} \sin \varphi + \frac{R_1}{S_1} \sqrt{\frac{R}{\delta_1}} \right) + (1+\nu) \cos^2 \varphi; \\ \alpha_2 &= -2,57 \frac{R_1}{S_1} \sqrt{\frac{R}{\delta_1}}; \\ \alpha_3 &= 3,3 \left(\frac{R_1^2}{S_1^2} - 1 \right); \quad \alpha_4 = 3,3 \left(\frac{R_1^2}{S_1^2} \right); \\ \alpha_5 &= \operatorname{ctg} \varphi - 0,45 \sin \varphi \cos \varphi + \frac{0,35}{\sin \varphi} + \\ &\quad + 1,285 \sqrt{\frac{R}{S_1}} \cos \varphi - 0,85 \frac{R_1}{S_1}; \\ \alpha_6 &= 2,57 \left(\frac{R_1}{S_1} \sqrt{\frac{R}{\delta_1}} + \sqrt{\frac{R}{S_1}} \sin \varphi \right) + (1-\nu) \cos \varphi; \\ \alpha_7 &= -3,3 \left(\frac{R_1^2}{S_1^2} \right); \\ \alpha_8 &= -3,3 \left(1 + \frac{R_1^2}{S_1^2} \right); \\ \alpha_9 &= \frac{R_1}{S_1} \left(1 - \frac{3}{2} \right); \\ \alpha_{10} &= 0,45 \frac{R_1}{S_1} \left(\sqrt{\frac{R}{\delta_1}} + \frac{R_1^2}{S_1^2} \sqrt{\frac{R}{\delta_1}} \right); \\ \alpha_{11} &= 0,48 \frac{R_1^2}{S_1^2} \frac{S_1}{R} \sqrt{\frac{R}{\delta_1}}; \quad \alpha_{12} = 1,55 \operatorname{ctg} \varphi; \\ \alpha_{13} &= 0,48 \frac{R_1^2}{S_1^2} \left(\sqrt{\frac{R}{\delta_1}} + \frac{R_1^2}{S_1^2} \sqrt{\frac{R}{\delta_1}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (2.84)$$

После решения системы уравнений, приведенных в табл. 2.3, и определении всех неизвестных собственная проверка условий сопряжения элементов оболочки — выполнение условий равновесия разрывных и угловых перемещений, определяемых по формулам (2.76)–(2.81).

Расчетные напряжения и деформации элементов конструкций определяются по найденным формулам.

1. На контуре наружного участка оптической оболочки: в кольцевом сечении

$$\sigma'_1 = -\frac{T_1 \cos \varphi + 0,5 R \rho \sin \varphi}{S_1} + \frac{6 M_1}{S_1^2}; \quad (2.85)$$

в продольном сечении

$$\sigma'_2 = -\frac{E \Delta_1}{r} + 4 \sigma'_1; \quad (2.86)$$

где Δ_1 определяется по формуле (2.75), а Θ'_1 - по формуле (2.85).

2. На катете цилиндрической оболочки в поперечном сечении

$$\Theta'_1 = -\frac{p r}{2 E_1} \pm \frac{6 M_1}{E_1^2}; \quad (2.87)$$

в продольном сечении

$$\Theta'_2 = -\frac{E \Delta_2}{r} + 4 \Theta'_1; \quad (2.88)$$

где Δ_2 определяется по формуле (2.77), Θ'_1 - по формуле (2.87).

3. На катете внутреннего участка сферической оболочки в кольцевом сечении

$$\Theta'_1 = -\frac{T \cos \varphi}{E_1} \pm \frac{6 M}{E_1^2}; \quad (2.89)$$

в продольном сечении

$$\Theta'_2 = -\frac{E \Delta_3}{r} + 4 \Theta'_1; \quad (2.90)$$

где Δ_3 определяется по формуле (2.80), а Θ'_1 - по формуле (2.89).

Для оценки напряженного состояния элементов соединяющих оболочек в сечении этих оболочек, удаленных от стоечного сечения, необходимо определить изгибающие моменты и радиальные перемещения для соответствующих сечений.

Для определения изгибающих моментов и радиальных перемещений в цилиндрической оболочке в сечении, удаленном на расстояние x от стоечного сечения, следует воспользоваться формулами (2.46), в которых в качестве перемещений w или u необходимо принять значения w или u на катете T_2 с учетом направления этого угла и момента M_1 .

Следует учитывать, что при наложении условий прочности может оказаться необходимым наличие углового участка соединяющих оболочек.

§ 10. Напряженное напряженное состояние сферической оболочки в районе круглого выреза, подкрепленного плоским круглым кольцом при действии равномерного внешнего давления

Определим угол взаимодействия сферической оболочки с подкреплением в той плоскости круглого выреза имеет ту особенность, что при наложении радиальных перемещений катета выреза в оболочке возникают перемещения, направленные по касательной к меридиану сечения сферической оболочки, произведенной из точки пересечения меридиана с катетом выреза (см. § 9).

При определении этих перемещений сферической оболочке следует учитывать наличие вырезания плоским круглым кольцом, катетом на катетном катете углового взаимодействия с радиальными перемещениями круглого кольца, а на катетном катете радиального кольца - кольцом катетом сферической оболочки, катетом со стороны катетности радиальным давлением.

Углы взаимодействия сферической оболочки с плоским круглым кольцом вычисляются на основании углового радиального взаимодействия в угловых перемещениях на катете присоединения плоского кольца к катету выреза оболочки. Радиальные перемещения на катете выреза оболочки в плоскости поперечного сечения кольца, взаимодействии в катете круга выреза, определяются с учетом касательных и нормальных перемещений по формуле

$$\Delta = -v \cos \varphi + w \sin \varphi.$$

где Δ - радиальные перемещения на катете выреза оболочки; v - перемещение по касательной к меридиану, направленное от катета выреза в касательную к меридиану по касательной; w - перемещение по нормали к поверхности оболочки, направленное в касательную катета; φ - угол катета выреза.

Воспользуемся выражениями для перемещений v и w , полученными в § 9, запишем соответствующие выражения для радиального перемещения (2.76) (рис. 2.11, а)

$$\Delta = \frac{p R^2}{2 E E_1} (1 - \nu) \sin \varphi - \frac{2.57 R^2}{E E_1 \sqrt{R E_1}} \left(r - \frac{p R}{2} \cos \varphi \right) \sin^2 \varphi + \frac{1.3 R}{E E_1}.$$

$$\sin \varphi + \left[\frac{pR}{\delta_1} - (1+\mu) \left(\frac{T}{\delta_1} \cos \varphi + \frac{p\tau}{2\delta_1} \sin \varphi \right) \right] \frac{\tau}{\delta} \cos \varphi, \quad (2.91)$$

где p — внутреннее давление; R — радиус сферической оболочки; τ — радиус кривизны; $\delta = R \sin \varphi$; δ_1 — толщина сферической оболочки; T и M — обобщенные потенциалы реакции и момента, действующие на контуре кривизны.

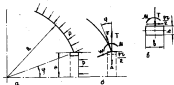


Рис. 2.11. Деформация среднего слоя сферической оболочки плоской кривизной криволинейной оболочкой; δ — толщина оболочки; δ_1 — радиус кривизны; T и M — обобщенные потенциалы реакции и момента, действующие на контуре кривизны.

Угловое перемещение контура кривизны оболочки, возникающее при изгибе по часовой стрелке (см. рис. 2.11, б)

$$w' = -\frac{3R}{\delta_1} \left(T - \frac{pR}{2} \cos \varphi \right) \sin \varphi + \frac{3,48RM}{\delta_1^2 \sqrt{R\delta_1}}. \quad (2.92)$$

При определении деформаций кривизны плоского кольца по линии его контакта с оболочкой кольца рассматривается как тело с недеформируемым контуром его поперечного сечения. При этом радиальное перемещение контактной кривизны плоского кольца принимается равным радиальному перемещению центра площади его поперечного сечения.

Плоское кольцо нагружено радиальными силами T и погонным моментом M_0 (см. рис. 2.11, в), определенными формулой

$$M_0 = M - \frac{p\tau}{2} \frac{h}{\tau}, \quad (2.93)$$

где M_0 — погонный крутящий момент; h — толщина кольца.

Для действия этих усилий поперечное сечение кольца находится в направлении радиуса кольца на расстоянии

$$\Delta = \tau r^2 / \epsilon I, \quad (2.94)$$

где I — площадь сечения кольца, а перемещением относительно центральной окружности кольца на угол θ [8]

$$\theta = M_0 r^2 / EJ_{\Sigma}, \quad (2.95)$$

где J_{Σ} — момент инерции поперечного сечения кольца относительно центральной оси, лежащей в плоскости осевой линии кольца и направленной по радиусу.

Приравняв радиальные и угловые перемещения контура кривизны оболочки (2.91) и (2.92) радиальному перемещению кольца (2.94) и углу его искривления (2.95) с учетом (2.93), получим две уравнения для определения усилий взаимодействия:

$$\left. \begin{aligned} a_1 T - a_2 \frac{M}{\delta_1} &= a_3 p r; \\ a_2 T - a_3 \frac{M}{\delta_1} &= a_5 p r, \end{aligned} \right\} \quad (2.96)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= (1+\mu) \cos^2 \varphi + 2,37 \sqrt{\frac{R}{\delta_1}} \sin^2 \varphi - \frac{\tau \delta_1}{\tau} \sin \varphi; \\ a_2 &= 3,3 \sin \varphi; \\ a_3 &= 0,48 \sqrt{\frac{R}{\delta_1}} + \frac{\tau \delta_1^2}{J_{\Sigma}} \sin \varphi; \\ a_4 &= \frac{1-\mu}{2} + 1,285 \sqrt{\frac{R}{\delta_1}} \sin \varphi \cos \varphi + \cos \varphi - \frac{1+\mu}{2} \sin^2 \varphi \cos \varphi; \\ a_5 &= 1,65 \cos \varphi - 0,25 \frac{h \tau \delta_1^2}{J_{\Sigma}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.97)$$

На основании (2.96)

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{a_2 a_4 - a_3 a_5}{a_1 a_4 - a_2^2} p r; \\ M &= \frac{a_2 a_4 - a_3 a_5}{a_1 a_4 - a_2^2} p r \delta_1. \end{aligned} \right\} \quad (2.98)$$

Расчетные напряжения на контуре кривизны в сферической оболочке:

в кольцевом сечении

$$\sigma_1' = - \frac{T \sin \varphi + 0,5 p r \sin \varphi}{\delta_1} \pm \frac{6 M}{\delta_1^2}; \quad (2.98)$$

в продольном сечении

$$\sigma_2' = - \frac{E \Delta}{r} + \sigma_1'; \quad (2.100)$$

где Δ — определится формулой (2.91).

Расчетные напряжения в сплошном кольце

$$\sigma^{\max} = - \frac{T r}{I} \pm \frac{M_0 r b}{2 J_0}; \quad (2.101)$$

где b — ширина кольца.

Для рассматриваемого здесь кольца прямоугольного сечения (см. рис. 2.11, а), поскольку

$$\left. \begin{aligned} J_0 &= h b^3 / 12; \\ \sigma^{\max} &= - \frac{T r}{b h} \pm \frac{6 M_0 r}{h b^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.102)$$

§ 11. Определение напряжений в сферическом днище с круглым отверстием, подкрепленным цилиндрическим стальным

Рассматриваются сферические переборки с круглым отверстием, подкрепленные цилиндрическим стальным сферическим днищем, расположенным симметрично относительно контура выреза в переборке, как показано на рис. 2.12, а.

Угловые взаимодействия сферической оболочки с круглым цилиндрическим стальным определяются условиями равенства радиальных и угловых перемещений контура выреза сферического днища и среднего сечения стального. Радиальные и угловые перемещения контура выреза в сферической оболочке, нагруженной внешним давлением, определяются формулами (2.75) и (2.76). Радиальные и угловые перемещения цилиндрического стального в его среднем сечении, нагруженного внешним давлением, определяются по следующим формулам.

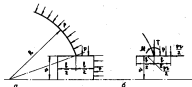


Рис. 2.12. Напряжения круглого выреза в сферическом днище цилиндрическим стальным: а — схема конструкции; б — участок в расчетном сечении стального

Расчетные напряжения среднего сечения стального

$$\sigma_2 = \frac{p r^2}{2 E \delta} \left(1 - \frac{4}{3} \right) + \frac{0,542 p r^2}{E \delta^2 \sqrt{r \delta}} T \Phi_1(u), \quad (2.103)$$

где σ_2 — радиальные напряжения среднего сечения стального; p — радиальное внешнее давление; r — радиус круговой цилиндрической оболочки; δ — толщина цилиндрического стального; T — логическое сферическое угловое взаимодействие стального со сферической оболочкой; $\Phi_1(u)$ — коэффициент влияния ограниченности дна цилиндрического стального [(см. формулу (1.62)], определяемый по формуле

$$\Phi_1(u) = \frac{\operatorname{ch} u_1 + 2 \operatorname{sh} u_1 + 2}{\operatorname{sh} u_1 + \operatorname{sh} u_1}; \quad (2.104)$$

$$u_1 = \frac{1,285 l}{\sqrt{r \delta}}, \quad (2.105)$$

где l — длина стального.

Логическое перемещение среднего сечения стального

$$\theta_2 = \frac{0,542 p r^2}{E \delta^2 \sqrt{r \delta}} \left(1 - \frac{4}{3} \right) \Phi_2(u_1) - \frac{2,12 r M}{E \delta^2 \sqrt{r \delta}} \Phi_3(u_1), \quad (2.106)$$

где M — логический момент взаимодействия стального со сферической переборкой; $\Phi_2(u_1)$ и $\Phi_3(u_1)$ — коэффициенты влияния ограниченности дна цилиндрического стального, определяемые по формулам

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2(u_1) &= \frac{\operatorname{ch} u_1 + \cos u_1 + 2}{\operatorname{sh} u_1 - \sin u_1}; \\ \varphi_3(u_1) &= \frac{\operatorname{ch} u_1 - \cos u_1}{\operatorname{sh} u_1 - \sin u_1}. \end{aligned} \right\} \quad (2.107)$$

Приравняв радиальные и тангенциальные контуры напряжений сферической переборки и цилиндрического стакана, получим следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 T + \alpha_2 \frac{M}{R_1} &= p r \alpha_1; \\ \alpha_2 T + \alpha_3 \frac{M}{R_1} &= p r \alpha_2. \end{aligned} \right\} \quad (2.108)$$

где R_1 — толщина сферической переборки.

Коэффициенты в уравнениях (2.108) определяются следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= 2,57 \sqrt{\frac{R}{R_1}} \sin \varphi + 1,3 \cos^2 \varphi + 0,542 \sqrt{\frac{R}{R_1}} \frac{R_1}{R} \varphi_1(u_1); \\ \alpha_2 &= -3,3; \\ \alpha_3 &= 0,42 \sqrt{\frac{R}{R_1}} \frac{1}{\sin \varphi} + 2,12 \left(\frac{R_1}{R} \right)^2 \varphi_2(u_1) \sqrt{\frac{R}{R_1}}; \\ \alpha_4 &= \frac{0,35}{\sin \varphi} + 1,285 \sqrt{\frac{R}{R_1}} \cos \varphi - 0,55 \sin \varphi \cos \varphi - 0,425 \frac{R_1}{R}; \\ \alpha_5 &= 0,542 \left(\frac{R_1}{R} \right)^2 \varphi_3(u_1) \sqrt{\frac{R}{R_1}} - 1,65 \operatorname{ctg} \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (2.109)$$

где R — радиус сферической оболочки; φ — центральный угол контура сечения сферической и цилиндрической оболочки (см. рис.2.12,а) $\sin \varphi = r/R$.

Из системы уравнений (2.108) следует

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2 \alpha_4}{\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2^2} p r; \\ M &= \frac{\alpha_1 \alpha_4 - \alpha_2 \alpha_5}{\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2^2} p r R_1. \end{aligned} \right\} \quad (2.110)$$

Расчетные напряжения в сферической переборке на контуре присоединения к ней цилиндрического стакана определяются по формулам (2.85) и (2.86).

Расчетные напряжения в цилиндрической оболочке определяются по следующим формулам.

1. В направлении отсечки оболочки в ненапряженной части стакана

$$\sigma_1' = \pm 6M_1 / b^2, \quad (2.111)$$

или

$$M_1 = \frac{M}{2} + 0,195 T \sqrt{r \delta}, \quad (2.112)$$

2. В направлении отсечки стакана в напряженной его части (см. рис.2.12,б)

$$\sigma_1' = -\frac{p r}{2 \delta} \pm \frac{6M_2}{b^2}, \quad (2.113)$$

или

$$M_2 = -\frac{M}{2} + 0,195 T \sqrt{r \delta}. \quad (2.114)$$

3. В продольном сечении отсечки стакана

$$\sigma_2' = -\frac{E \Delta_2}{r} + \sigma_1', \quad (2.115)$$

где Δ_2 — смещение по формуле (2.103).

В заключение этого параграфа рассмотрим более общий случай напряжения в сферической переборке цилиндрической оболочки большой длины, представляющей собой, например, переключную кату, проходящую через сферическую переборку на некоторую длину, как показано на рис.2.13.

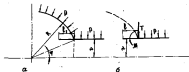


Рис.2.13. Напряжения круглого врезки в сферической оболочке цилиндрической оболочки большой длины: а — схема конструкции; б — расчетные напряжения

При этом внутренняя радиальная деформация наружной части оболочки, рассматриваемая как оболочка сжатой длины. Характерные особенности деформаций такой оболочки рассмотрены в § 3.

Радиальные перемещения наружного сечения такой оболочки определяются с учетом (1.66), (1.69) и (1.77)

$$u_r = \frac{pr^2}{E\delta} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \varphi_1(u) + \frac{2,57pr^2}{E\delta\sqrt{r\delta}} T \varphi_1(u) + \frac{3,3r}{E\delta^2} M \varphi_2(u), \quad (2.114)$$

где r и δ — радиус и толщина цилиндрической оболочки; p — радиальное давление; T и M — постоянные жесткости цилиндрической со сферической оболочкой; $\varphi_1(u)$, $\varphi_2(u)$ и $\varphi_3(u)$ — функции аргумента u , определенные по формулам (1.68) и (1.75)

$$u = 1,285 l_1 / \sqrt{r\delta}, \quad (2.117)$$

где l_1 — протяженность деформированного участка оболочки (см. рис. 2.13).

Угловые перемещения цилиндрической оболочки по контуру приращиваются к ней сферической переборки с учетом (1.66), (1.69) и (1.77)

$$\theta_2 = \frac{2,57pr^2}{E\delta\sqrt{r\delta}} P \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \varphi_1(u) + \frac{3,3r}{E\delta^2} T \varphi_1(u) + \frac{8,48r}{E\delta^2\sqrt{r\delta}} M \varphi_2(u), \quad (2.116)$$

где функции $\varphi_1(u)$, $\varphi_2(u)$, $\varphi_3(u)$ определяются по формулам (1.68), (1.70) и (1.75).

Радиальные и угловые перемещения сферической оболочки по контуру ее приращиваются к цилиндрической оболочке определяются по формулам (2.75), (2.76).

Из условия равенства радиальных и угловых перемещений контура переборки сферической переборки и цилиндрической оболочки получим систему уравнений (2.108).

Коэффициенты в уравнении системы (2.108) в данном случае будут

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= 2,57 \sqrt{\frac{r}{\delta}} \sin \varphi + 1,305 \sqrt{\frac{r}{\delta}} \frac{S_1}{\delta} \varphi_1(u); \\ \alpha_2 &= -3,3 \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \varphi_2(u); \end{aligned} \right\} \quad (2.119)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_3 &= 8,48 \left[\frac{1}{\sin \varphi} \sqrt{\frac{r}{\delta}} + \frac{S_1}{\delta} \sqrt{\frac{r}{\delta}} \varphi_1(u) \right]; \\ \alpha_4 &= 1,285 \sqrt{\frac{r}{\delta}} \cos \varphi + \frac{8,25}{\sin \varphi} - 0,65 \sin \varphi \cos \varphi + \sin \varphi - 0,85 \frac{S_1}{\delta} \varphi_1(u); \\ \alpha_5 &= 2,18 \frac{S_1}{\delta} \varphi_2(u) \sqrt{\frac{r}{\delta}} - 1,85 \sin \varphi. \end{aligned} \right\}$$

Тождеством взаимности сферической переборки с цилиндрической оболочкой определяются по формулам (2.110); расчетные напряжения в сферической переборке на контуре приращивания к ней цилиндрической оболочки — по формулам (2.85) и (2.86).

Для нахождения напряжений в цилиндрической оболочке должны быть определены радиальные моменты, действующие в отстоящем сечении участка цилиндрической оболочки с ее наружным радиусом. Согласно формулам (1.64), (1.73) и (1.76) угловой момент в отстоящем сечении наружного деформированного участка оболочки определяется по выражению

$$M_1 = [-0,787 \sqrt{r\delta} (f_1(u) + f_2(u)) + M(2f_3(u) + f_1(u) + 1) + 0,258 pr\delta (f_3(u) - 1)] / \varphi_2(u), \quad (2.120)$$

где функции $f_1(u)$ определяются формулами (1.50). Значения функций даны в табл. I приложения.

Радиальный момент в отстоящем сечении наружного деформированного участка цилиндрической оболочки согласно формулам (1.64), (1.73) и (1.76) определяется по выражению

$$M_2 = M - [M(2f_3(u) + f_2(u) + 1) - 0,787 \sqrt{r\delta} (f_1(u) + f_2(u)) + 0,258 pr\delta (f_3(u) - 1)] / \varphi_2(u). \quad (2.121)$$

Напряжения в кольцевом отстоящем сечении деформированного участка оболочки

$$\sigma'_1 = \pm 8M_1 / \delta^2. \quad (2.122)$$

Напряжения в кольцевом отстоящем сечении наружного участка оболочки

$$\sigma'_1 = \pm \frac{6M_2}{\delta^2} - \frac{pr}{2\delta}. \quad (2.123)$$

Напряжения в продольном сечении для каждого из рассмотренных участков оболочки по отстоящему сечению определяются по

формулы (2.118), в которой радиальные перемещения u_2 находят по формуле (2.116).

Рассмотрим теперь случай присоединения цилиндрической оболочки малого диаметра со торцовым сечением к контуре плоской и сферической оболочки, как показано на рис. 2.14.

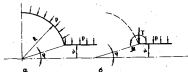


Рис. 2.14. Присоединение цилиндрической оболочки торцовым сечением к контуру малому сферическому диаметру: а - схема конструкции; б - условия в торцовом сечении цилиндрической оболочки

В отличие от пространственной задачи радиальные и угловые перемещения стенок контура цилиндрической оболочки будут определяться выражениями.

Радиальные перемещения

$$u_2 = \frac{pr^2(1-\nu_2)}{E\delta} + \frac{2,57r^2}{E\delta\sqrt{r\delta}}T + \frac{3,3r}{E\delta^2}M. \quad (2.124)$$

Угловые перемещения

$$\Theta_2 = -\frac{3,3r}{E\delta^2}T - \frac{8,48r}{E\delta\sqrt{r\delta}}M. \quad (2.125)$$

Прямые радиальные и угловые перемещения контура сферической оболочки (2.75), (2.76) соответствуют перемещениям контура цилиндрической оболочки (2.124) и (2.125), приведенные в выражениях для определения условий взаимодействия (2.108), в которых коэффициенты $a_1, \dots, a_4$ определяются по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 2,57\sqrt{\frac{R}{\delta_1}} \sin\varphi + 1,3 \cos\varphi + 2,57\frac{R_2}{\sqrt{\delta}} + a_2 = 3,3\left[\frac{R^2}{\delta^2} - 1\right]; \\ a_3 &= 8,48\left[\frac{1}{\sin\varphi\sqrt{R}} + \frac{R^2}{\delta^2}\sqrt{\frac{R}{\delta}}\right]; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} a_4 &= 1,285\sqrt{\frac{R}{\delta_1}} \cos\varphi + \frac{0,35}{\sin\varphi} + \sin\varphi - 0,85 \sin^2\varphi \cos\varphi - \\ &- 0,85(R_2/\delta); \quad a_5 = -1,85 \sin\varphi \cos\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2.126)$$

Реакции взаимодействия сферической и цилиндрической оболочки для рассматриваемой конструкции будут

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{a_4 a_3 - a_5 a_2}{a_1 a_2 - a_3^2} p R; \\ M &= \frac{a_1 a_2 - a_3 a_4}{a_1 a_2 - a_3^2} p R \delta_1. \end{aligned} \right\} \quad (2.127)$$

Расчетные напряжения в кольцевом и продольном сечениях контура сферической оболочки определяются по формулам (2.85) и (2.86).

Расчетные напряжения на контуре цилиндрической оболочки определяются по следующим формулам.

В кольцевом сечении контура

$$\sigma_1' = -\frac{pr}{2\delta} \pm \frac{6M}{\delta^2}. \quad (2.128)$$

В продольном сечении

$$\sigma_2' = -\frac{E a_1}{r} + 4 \sigma_1'. \quad (2.129)$$

или a_2 — определяется по формуле (2.124).

§ 12. Расчет соединения сферической оболочки с плоским неопределенным диском

Для удобства установки сосудов сферической формы на горизонтальные опоры целесообразно шарообразно в конструкции таких сосудов предусматривать плоские днища. Задача пространственной такого сосуда требует определения условий взаимодействия сферической оболочки с плоским днищем, нагруженным равномерно внутренним или внешним давлением.

Рассмотрим конструкцию, показанную в продольном сечении на рис. 2.15, а, представляющую собой часть такого сосуда. На рис. 2.15, б, в показаны продольные сечения рассматриваемой части этого сосуда с условиями, действующими на краях их со-

описания дуг с кругом. Искомые условия совместности, как и в других случаях, определяются на основании равенств равенства радиальных и угловых перемещений на криволинейных элементах. Для нахождения радиальных и угловых перемещений на криволинейном элементе сферической оболочки выполняем формулы (2.75) и (2.76).

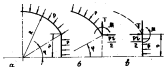


Рис. 2.13. Соединение сферической оболочки с плоским прямоугольным диском: а — схема конструкции; б — условия на контуре криволинейной оболочки; в — условия на контуре прямого диска

Радиальные и угловые перемещения плоского диска, рассматриваемого как круглый плоский диск постоянной толщины, нагруженный равномерным давлением по всей его поверхности, связанными радиальным поперечным усилием T и поперечным моментом M , приложенным по всему контуру контакта пластин с оболочкой, определяют следующие выражения.

Радиальное перемещение контура

$$\Delta = \frac{T R}{E \delta} (1 - \nu), \quad (2.130)$$

где Δ — радиальное перемещение контура, вычисленное в направлении к центру диска; R — радиус контура диска; E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона.

Угловое перемещение контура, обусловленное равномерным давлением на диск и действием момента на контуре [9] (угол поворота внешних срезов диска)

$$\Phi = 1,05 \frac{R R^3}{E \delta^3} - 8,4 \frac{M R}{E \delta^3}, \quad (2.131)$$

где Φ — угол поворота внешних срезов диска, вычисленный

при вращении по часовой стрелке (для угловых линий, вычисленных по рис. 2.13, в); R — радиус диска; E — модуль Юнга; M — радиус момента, действующий на контуре диска.

Приравняв перемещения (2.75) и (2.76), а также (2.130) и (2.131), получим уравнения для определения условий совместности

$$\left. \begin{aligned} a_1 T - a_2 \frac{M}{R} &= a_3 R \epsilon; \\ -a_2 T + a_3 \frac{M}{R} &= a_4 R \epsilon. \end{aligned} \right\} \quad (2.132)$$

где коэффициенты уравнений имеют следующие значения:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 2,57 \sqrt{\frac{R}{\delta}} \sin \varphi + (1 + \nu) \cos^2 \varphi; \quad a_2 = 3,3; \\ a_3 &= 0,48 \sqrt{\frac{R}{\delta}} + 8,4 \frac{R}{\delta^2}; \\ a_4 &= \frac{0,35}{\sin \varphi} + 1,285 \sqrt{\frac{R}{\delta}} \sin \varphi \cos \varphi + \operatorname{ctg} \varphi - \\ &\quad - 0,65 \sin \varphi \cos \varphi; \\ a_5 &= 1,05 \frac{R^3}{\delta^3} - 1,65 \operatorname{ctg} \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2.133)$$

Если решить систему (2.132) получим

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{a_3 a_1 + a_2 a_4}{a_1 a_3 - a_2^2} R \epsilon; \\ M &= \frac{a_1 a_2 + a_3 a_4}{a_1 a_3 - a_2^2} R \epsilon + R_1. \end{aligned} \right\} \quad (2.134)$$

Определив расчетные напряжения в контакте в продольном сечении контура сферической оболочки выполняем по формулам (2.85) и (2.86).

Расчетные напряжения на контуре плоского диска: в контактных сечениях

$$\sigma_1' = -\frac{T}{\delta} \pm \frac{6M}{\delta^2}; \quad (2.135)$$

в продольных сечениях

$$\sigma_2' = -\frac{E \Delta}{r} + \sigma_1', \quad (2.136)$$

где Δ — смещение по формуле (2.130).

Расчетные напряжения в центре лопатки

$$\sigma_{\pm}' = -\frac{T}{S} \pm \left(-\frac{6M}{S^2} + 1,24 \frac{p r^2}{S^2} \right). \quad (2.137)$$

Напряжения, определенные по формулам (2.137), соответствуют максимальному значению изгибающего момента, показанному на рис.2.15,а.

ИЗМЕНЕНИЯ

Таблица I

u	$f_1(u)$	$f_2(u)$	$f_3(u)$	$f_4(u)$	$f_5(u)$	$f_6(u)$
0,05	9,90	1,82	9,95	3,64	17,96	18,24
0,60	8,31	1,66	8,37	3,34	15,81	14,11
0,65	7,97	1,64	7,15	3,08	10,84	11,16
0,70	6,09	1,42	6,17	2,86	8,66	9,01
0,75	5,30	1,33	5,39	2,88	7,02	7,39
0,80	4,65	1,24	4,75	2,51	5,78	6,16
0,85	4,11	1,17	4,23	2,36	4,78	5,20
0,90	3,65	1,10	3,79	2,24	4,00	4,45
0,95	3,27	1,04	3,42	2,12	3,36	3,65
1,00	2,94	0,97	3,10	2,02	2,87	3,27
1,10	2,40	0,89	2,60	1,84	2,12	2,66
1,20	2,00	0,81	2,23	1,70	1,56	2,19
1,30	1,67	0,74	1,95	1,58	1,20	1,84
1,40	1,41	0,68	1,73	1,48	0,92	1,61
1,50	1,20	0,62	1,56	1,39	0,71	1,44
1,60	1,02	0,57	1,43	1,32	0,54	1,31
1,70	0,87	0,52	1,32	1,26	0,41	1,22
1,80	0,74	0,48	1,25	1,22	0,31	1,16
1,90	0,63	0,44	1,18	1,17	0,22	1,11
2,00	0,54	0,40	1,13	1,14	0,16	1,08
2,10	0,45	0,36	1,10	1,11	0,10	1,05
2,20	0,38	0,33	1,07	1,08	0,06	1,04
2,30	0,31	0,30	1,05	1,06	0,02	1,02
2,40	0,25	0,27	1,03	1,05	-0,01	1,01
2,5	0,20	0,24	1,02	1,04	-0,03	1,01

u	$\varphi_1(u)$	$\varphi_2(u)$	$\varphi_3(u)$	$\varphi_4(u)$	$\varphi_5(u)$
0,55	0,30	0,24	0,53	0,30	0,29
0,60	0,36	0,293	0,50	0,30	0,293
0,65	0,34	0,173	0,47	0,295	0,297
0,70	0,323	0,144	0,443	0,293	0,300
0,75	0,310	0,120	0,421	0,292	0,302
0,80	0,299	0,098	0,400	0,292	0,302
0,85	0,290	0,080	0,381	0,293	0,301
0,90	0,283	0,064	0,364	0,295	0,300
0,95	0,278	0,051	0,348	0,298	0,297
1,00	0,273	0,040	0,334	0,302	0,295
1,10	0,267	0,029	0,311	0,313	0,289
1,20	0,263	0,012	0,294	0,328	0,282
1,30	0,262	0,008	0,281	0,344	0,275
1,40	0,261	0,002	0,271	0,362	0,269
1,50	0,261	0,0002	0,264	0,380	0,264
1,60	0,261	0,0002	0,260	0,397	0,260
1,70	0,261	0,0006	0,257	0,413	0,258
1,80	0,261	0,0014	0,254	0,428	0,253
1,90	0,260	0,0024	0,253	0,442	0,251
2,00	0,260	0,0033	0,253	0,453	0,250
2,10	0,259	0,0038	0,252	0,464	0,249
2,20	0,259	0,0042	0,252	0,472	0,248
2,30	0,257	0,0043	0,252	0,479	0,248
2,40	0,256	0,0043	0,252	0,484	0,248
2,50	0,255	0,0042	0,252	0,488	0,248

ЛИТЕРАТУРА

1. КИРИКОВ В.В., КИРЮХИН Я.М. и др. Задача по строительной механике корабля. Л.: Судостроение, 1963.
2. Справочник по строительной механике корабля. В 3 т. // Под ред Г.В., Палей Г.М. и др. Л.: Судостроение, 1962. Т.1.
3. ПАВЛОВИЧ Н.Ф. Строительная механика корабля. В 3 т. М.-Л.: Морской транспорт, 1947. Т.2, ч.1.
4. КУРПИН А.М. Напряженное состояние оболочек цилиндрических секций. Л.: Институт комплексной классификации результатов работ и специализированного судостроительной промышленности, 1972.
5. Прочность судов внутреннего плавания: Справочник // Давыдов В.В., Матвеев В.В. и др. М.: Транспорт, 1978.
6. КУРПИН А.М. Расчет напряжений в обечайном листе с подкреплением круглыми отверстиями // Судостроение, 1978, в Т. С.19-20.
7. ПАВЛОВИЧ Н.Ф. Теория упругости. М.-Л.: Оборонгиз, 1966.
8. ТИШЕНКО С.П. Сопроотивление материалов. М.: Наука, 1966.
9. ПАВЛОВИЧ Н.Ф. Строительная механика корабля. Л.: Ин-т судостроительной промышленности, 1941. Ч.2.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Введение	3
Глава I. Дифференциальное уравнение кривой оболочки вращении с постоянным тангенсом радиусом кривизны, нагруженной боковым равно- мерным давлением	4
§ 1. Вывод дифференциального уравнения	4
§ 2. Дифференциальное уравнение кривой вращения оболочки и его общий интеграл	6
§ 3. Расчетные формулы для определения перемеще- ний в различных сечениях оболочки вращения	11
Глава II. Исследование напряженного состояния в узлах соединения различных оболочек вращения	26
§ 4. Определение усилий взаимодействия усложне- нного края сферической издупленной пере- борки с цилиндрической оболочкой корпуса со- суда	26
§ 5. Расчет соединений конической оболочки кор- пуса сосуда с конической сферической перебор- кой	32
§ 6. Расчет соединений конической эллиптической переборки с цилиндрической оболочкой кор- пуса сосуда	36
§ 7. Расчет соединений конической сферической пе- реборки с цилиндрической оболочкой корпуса сосуда со сферическим тором переборки	40
§ 8. Исследование напряженного состояния соеди- нения конической оболочки с цилиндрической	45
§ 9. Исследование напряженного состояния в узле присоединения цилиндрической оболочки мале- го диаметра к сферической оболочке	50
§ 10. Исследование напряженного состояния сфери- ческой оболочки в районе круглого выреза, напряженного плоским круговым давлением при действии равномерного внешнего давления	59

§ 11. Определение напряжений в сферической оболочке с круговым отверстием, подвергнутой на- пряженности сжатием	60
§ 12. Расчет соединений сферической оболочки с плоскими цилиндрическими днищами	67
Приложение	71
Литература	73