

## МЕТАЛЛОРЕЖУЩИЕ СТАНКИ

### *Повышение точности бесцентрового шлифования на неподвижных опорах*

к.т.н. О. В. Захаров

При бесцентровом шлифовании на неподвижных опорах наибольшие трудности вызывает обеспечение точности формы деталей [1–3]. В частности, изготовление деталей с отклонением от круглости менее 0,002 мм на данной операции по-прежнему представляет собой серьезную технологическую проблему.

В работах [4 и 5] установлено, что отклонение от круглости образуется на заготовке из-за нарушения траектории относительного движения заготовки и инструмента и наличия переменных погрешностей базирования. В погрешностях формы прецизионных деталей помимо традиционных составляющих (обусловленных упругими переме-

нениями, тепловыми деформациями, вибрацией и др.) значительную долю составляет наследственная погрешность геометрии заготовок.

В работах [6 и 7] предложены детерминированная модель бесцентрового базирования на неподвижных опорах и критерий  $K$  точности базирования в виде вектора микроперемещений центра заготовки при ее вращении относительно базирующей системы координат. Опыт практического использования такой модели показал, что детерминированный подход значительно упрощает представление процесса формообразования.

Налаживать бесцентровые шлифовальные станки на обработку конкретной заготовки нецелесообразно, а отклонения формы заготовок в партии носят стохастический характер. Выявить доминирующую гармонику погрешности формы не всегда возможно, так как имеются несколько гармоник со сравнительно большими амплитудами. Кроме того, наличие случайных начальных фаз и корреляционных связей между амплитудами гармоник существенно усложняет задачу.

Для решения подобной задачи целесообразно применить метод статистического моделирования (метод Монте-Карло [8]). Основная идея этого метода при наладке станка по критерию минимума погрешности базирования заключается в моделировании стохастических входных данных (отклонений формы заготовок) и многократной реализации аналитической модели базирования.

Итогом моделирования является получение таких вероятностных характеристик, численные значения которых совпадают с результатом решения детерминированной задачи. Статистическая обработка серии частных значений искомой погрешности базирования позволяет определить влияние параметров наладки станка на точность обработки партии заготовок.

Моделирующий алгоритм приведен на рис. 1. К исходным данным относятся параметры  $Z$  заготовок (радиус  $r_0$  средней окружности профиля; число  $p$  гармоник; параметры распределения и границы интервалов значений амплитуд  $a_n$  и начальных фаз  $\varphi_n$  гармоник), параметры  $H$  наладки станка (угол  $\alpha$  между неподвижными опорами) и число  $m$  заготовок в партии. Интервал варьирования

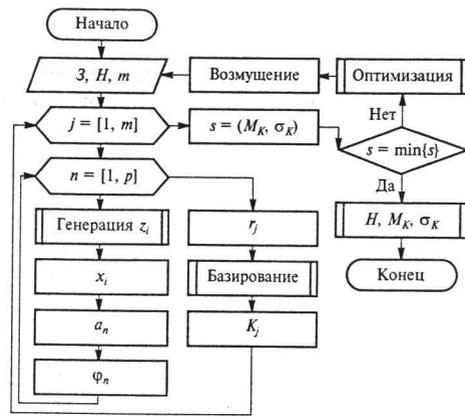


Рис. 1. Моделирующий алгоритм для наладки станка на основе метода Монте-Карло

угла  $\alpha$  при оптимизации ограничен исходя из силовых и конструктивных характеристик станка.

На первом этапе моделируют геометрические отклонения формы в партии заготовок. Для этого вначале генерируют последовательности случайных равномерно распределенных чисел  $z_i$  для каждой  $j$ -й заготовки в зависимости от числа гармоник профиля ( $i = \overline{1, m}$ ). Полученные числа  $z_i$  преобразуют в требуемый закон распределения для амплитуды  $a_{ni}$  и начальной фазы  $\varphi_{ni}$  каждой гармоники. В результате их суммирования формируют профиль  $r_j$  заготовки.

Поперечное сечение заготовки с периодическими отклонениями формы описано тригонометрическим полиномом вида

$$r = r_0 + \sum_{n=2}^p a_n \sin(n\varphi - \varphi_n), \text{ где}$$

$r$  — радиус-вектор;  $n$  — текущий номер гармоники;  $\varphi$  — полярный угол;  $a_n$  и  $\varphi_n$  — амплитуда и начальная фаза  $n$ -й гармоники.

Для генерирования случайных чисел с заданным законом распределения используется метод инверсии [8], заключающийся в формировании последовательности случайных чисел  $z_i$ , равномерно распределенных в интервале  $[0, 1]$ , и последующем преобразовании:  $x_i = F^{-1}(z_i)$ , где  $F^{-1}(z_i)$  — функция, обратная функции распределения случайной величины  $x_i$ .

Экспериментальными исследованиями установлено, что амплитуды  $a_n$  гармоник наилучшим образом описываются  $\beta$ -распределением, а начальные фазы  $\varphi_n$  — законом равной вероятности.

Функция плотности вероятности  $\beta$ -распределения имеет вид  $f(x_i) = \{\Gamma(\eta + \mu) / [\Gamma(\eta)\Gamma(\mu)]\} x_i^{\eta-1} \times (1 - x_i)^{\mu-1}$ , где  $\Gamma$  — гамма-функция;  $\eta$  и  $\mu$  — параметры  $\beta$ -распределения. Функция распределения начальных фаз гармоник имеет вид  $F(x_i) = (x_i - b) / (c - b)$ , где  $b$  и  $c$  — границы интервала изменения  $\varphi_n$ .

Экспериментальные исследования выявили, что между амплитудами некоторых гармоник имеются достаточно сильные корреляционные связи, которые необходимо учитывать при моделировании. Поэтому для случайных погрешностей  $x_1$  и  $x_2$  с разными функциями распределения  $F_1(x_1)$  и  $F_2(x_2)$ , математическими ожиданиями  $M_{x1}$  и  $M_{x2}$  и средними квадратическими отклонениями  $\sigma_{x1}$  и  $\sigma_{x2}$  целесообразно перейти к случайным величинам  $z_1$  и  $z_2$ , равномерно распределенным в интервале  $[0, 1]$ , воспользовавшись преобразованиями:

$$z_1 = F_1\left(\frac{x_1 - M_{x1}}{\sigma_{x1}}\right); \quad z_2 = F_2\left(\frac{x_2 - M_{x2}}{\sigma_{x2}}\right).$$

При этом коэффициент линейной корреляции [9]

$$k = \frac{12}{m-1} \sum_{j=1}^m \left(z_{1j} - \frac{1}{2}\right) \left(z_{2j} - \frac{1}{2}\right),$$

где  $z_{1j}$  и  $z_{2j}$  — то же, что  $z_i$  при  $i = 1$  и  $2$  и выборке в пределах  $j = \overline{1, m}$ .

При таком определении коэффициента корреляции упрощается генерирование коррелированных случайных величин с разными законами распределения и исключается зависимость значения  $k$  от вида этих законов.

Получение пары коррелированных случайных чисел с разными законами распределения осуществляется в следующем порядке [10]. На первом этапе генерируют три некоррелированных случайных числа  $A, B$  и  $C$  с равномерным распределением в интервале  $[0, 1]$ . Далее из них формируют пару

коррелированных между собой чисел (случайных величин  $y_1$  и  $y_2$ ) по формулам

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= A\sqrt{|k^*|} + B\sqrt{1-|k^*|}; \\ y_2 &= A\sqrt{|k^*|} + C\sqrt{1-|k^*|}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $k^*$  — коэффициент корреляции между величинами  $y_1$  и  $y_2$ .

Коэффициенты корреляции  $k$  и  $k^*$  связаны между собой зависимостью

$$|k^*| = |k| + 0,005086 + 0,01739\sin(6,3986|k| + 5,9575). \quad (2)$$

В общем случае числа  $y_1$  и  $y_2$  распределены по симметричному трапециевидному закону с большим  $s_1$  и малым  $s_2$  основаниями трапеции. Далее трапециевидное распределение преобразуют в равномерное на интервале  $[0, 1]$  следующим образом:

если  $y_{1,2} > s_1/2$ , то при  $g = s_2 - y_{1,2}$

$$z_i = \begin{cases} 1 - 2g^2 / (s_1^2 - s_2^2) & \text{при } |g - s_1/2| > s_2/2; \\ 1 - (s_2 - s_1 + 4g) / [2(s_1 + s_2)] & \text{при } |g - s_1/2| \leq s_2/2; \end{cases}$$

если  $y_{1,2} \leq s_1/2$ , то при  $g = y_i$

$$z_i = \begin{cases} 2g^2 / (s_1^2 - s_2^2) & \text{при } |g - s_1/2| > s_2/2; \\ (s_2 - s_1 + 4g) / [2(s_1 + s_2)] & \text{при } |g - s_1/2| \leq s_2/2; \end{cases}$$

здесь  $s_1 = \sqrt{|k^*|} + \sqrt{1-|k^*|}$ ;  $s_2 = s_1 |1 - (2/s_1)\sqrt{|k^*|}|$ .

Таким образом, чтобы найти требуемое значение коэффициента корреляции между случайными величинами  $z_1$  и  $z_2$ , необходимо при формировании случайных чисел  $y_1$  и  $y_2$  задать величину  $|k^*|$  по выражению (2). При перестановках в формулах (1) двух пар параметров  $A$  и  $B$ ,  $A$  и  $C$  случайные величины  $z_1$  и  $z_2$  будут иметь коэффициент корреляции  $1 - |k|$ , что позволит формировать выборки двух случайных величин с коэффициентом корреляции  $\pm(1 - |k|)$  и произвольными законами распределения.

Для равномерного распределения случайную величину  $z_i$  преобразуют в случайную величину  $x_i$  по выражению  $x_i = 360z_i$ .

Параметры  $\beta$ -распределения  $\eta$  и  $\mu$ , полученные в результате статистической обработки экспериментальных данных, имеют нецелые значения. Поэтому применен метод генерации [11]. При этом

вычисляют  $S_1 = z_1^{1/n}$  и  $S_2 = z_2^{1/m}$ . Если  $S_1 + S_2 \geq 1$ , то берут еще одну пару случайных чисел  $z_1$  и  $z_2$  и выполняют те же операции. Если  $S_1 + S_2 < 1$ , то принимают  $x_i = S_1/(S_1 + S_2)$ .

На **втором этапе** моделирования рассчитывают погрешность базирования для каждой заготовки по аналитической модели [7] и находят критерий  $K_j$  базирования для каждой  $j$ -й заготовки в партии.

**Третий этап** состоит в статистической обработке значений критерия  $K$ , вычисленного для всех заготовок в партии. В результате получают математическое ожидание  $M_K$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma_K$  для критерия  $K$ . Далее оптимизируют наладочные параметры  $H$  станка для минимизации статистических показателей  $M_K$  и  $\sigma_K$ .

Анализ результатов моделирования по предложенному алгоритму (рис. 2) показал, что критерий  $K$  наилучшим образом описывается нормальным или логнормальным законом распределения (последний характерен при наличии корреляции между группами амплитуд гармоник). Функция плотности вероятности однозначно определена математическим ожиданием  $M_K$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_K$ , которые и выбраны в качестве оптимизируемых параметров.

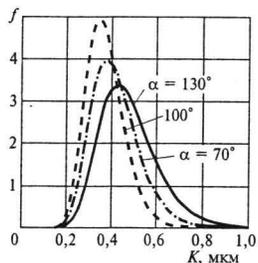


Рис. 2. Функция  $f$  плотности вероятности критерия  $K$  в зависимости от наладочного параметра  $\alpha$

Численным экспериментом установлено, что статистические параметры  $M_K$  и  $\sigma_K$  достигают минимума в одной точке, соответствующей определенному значению угла  $\alpha$  наладки. Из рис. 2 следует, что для исследуемой партии заготовок наименее рациональный угол  $\alpha = 130^\circ$  (при этом  $M_K = 0,46$  мкм;  $\sigma_K = 0,267$  мкм). При наилучшем

угле наладки  $\alpha = 100^\circ$  значение  $M_K$  уменьшается на 21 %, а  $\sigma_K$  — на 15 %.

Разработанная методика прошла проверку на ОАО "Саратовский подшипниковый завод" при шлифовании колец подшипника 5-830900AE1.02 на станках мод. SWaAGL-50. Допуск отклонения от круглости желоба кольца составляет 0,0012 мм; шероховатость поверхности  $R_a = 0,32$  мкм. Осуществляли попутное шлифование при скорости круга 35 м/с и скорости заготовки 35 м/мин.

Благодаря оптимальной наладке неподвижных опор станка ( $\alpha = 105^\circ$  по сравнению с ранее принятым  $\alpha = 118^\circ$ ) удалось снизить среднее арифметическое значение отклонения от круглости с 0,89 до 0,79 мкм и среднее квадратическое отклонение — с 0,195 до 0,165 мкм. Вероятность брака сократилась с 5,1 до 0,6 %. Волнистость и шероховатость поверхности деталей при этом соответствовали техническим требованиям.

Проведенные исследования позволяют сделать вывод о том, что дальнейшее повышение точности бесцентрового шлифования на неподвижных опорах связано с минимизацией погрешностей базирования на основе оптимальной наладки станков по статистическим моделям.

### Список литературы

1. Базров Б. М. Расчет точности машин на ЭВМ. — М.: Машиностроение, 1984. — 256 с.
2. Технологические основы обеспечения качества машин / Под общ. ред. К. С. Колесникова. — М.: Машиностроение, 1990. — 256 с.
3. Технологическая наследственность в машиностроительном производстве / Под ред. А. М. Дальского. — М.: Изд-во МАИ, 2000. — 364 с.
4. Филькин В. П., Колтунов И. Б. Прогрессивные методы бесцентрового шлифования. — М.: Машиностроение, 1971. — 204 с.
5. Захаров О. В. Минимизация погрешностей формообразования при бесцентровой абразивной обработке. — Саратов: СГТУ, 2006. — 152 с.
6. Захаров О. В., Погораздов В. В. Минимизация периодических погрешностей формообразования при бесцентровом шлифовании на неподвижных опорах // СТИН. — 2006. — № 1. — С. 25–28.
7. Захаров О. В., Горшков В. В. Обеспечение точности при бесцентровом шлифовании с поперечной подачей // Автоматизация и современные технологии. — 2006. — № 10. — С. 11–15.
8. Советов Б. Я., Яковлев С. А. Моделирование систем. — М.: Высш. шк., 1998. — 319 с.
9. Тюрин Ю. Н., Макаров А. А. Статистический анализ данных на компьютере. — М.: Инфра-М, 1998. — 528 с.
10. Лабутин С. А., Путин М. В. Суммирование случайных погрешностей измерений и анализ погрешностей косвенных измерений методом Монте-Карло // Измерительная техника. — 2000. — № 11. — С. 6–9.
11. Хастингс Н., Пикок Д. Справочник по статистическим распределениям. — М.: Статистика, 1980. — 95 с.