

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ**  
**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КАБИНЕТ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**ЛУГАНСКИЙ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ**

**О. С. Кроль, Е. У. Зарубицкий,**  
**В. Н. Кисилев**

**ТЕОРИЯ РЕЗАНИЯ МЕТАЛЛОВ**  
**В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ**

**Киев УМК ВО 1992**

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	3
Задание I .....	4
Раздел I. Режущий инструмент и его статические геометрические параметры рабочей части .....	5
Раздел 2. Режущий инструмент и его кинематические геометрические параметры рабочей части .....	13
Задание 2 .....	21
Раздел 3. Физические явления при резании .....	21
Раздел 4. Тепловые и стойкостные явления при резании ....	22
Задание 3 .....	35
Раздел 5. Расчет режимов резания с помощью нормативно-справочной литературы .....	35
Задание 4 .....	45
Раздел 6. Оптимизация режимов резания при точении .....	45
Раздел 7. Оптимизация режимов резания при сверлении.....	70
Раздел 8. Оптимизация режимов резания при фрезеровании...	91
Приложения .....	107
Список литературы .....	121

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Профессиональная подготовка инженеров-механиков неразрывно связана с изучением принципов действия сложных механизмов и узлов станка, проектированием автоматизированных станочных модулей и исследованием целого комплекса физических, химических, механических и других явлений процесса резания, составляющих основу курса "Теория резания, физические и тепловые процессы в технологических системах".

Студенту приходится сталкиваться с рядом проблем, где используются знания теории резания. Так, производительность и себестоимость технологического процесса определяются временем, которое затрачивается на выполнение отдельных операций и зависит от установленных на них режимов резания. А сознательное назначение режима резания невозможно без знания основных законов производительного резания, базирующегося на процессах, происходящих в зоне деформации и на контактных поверхностях инструмента.

При точностных расчетах, базирующихся на жесткости технологической системы /станок-приспособление-инструмент-деталь/, нужно уметь определять силы резания и знать, от чего они зависят и направления их действия.

Кроме приведенных можно указать еще ряд взаимодействий между разделами теории резания и других дисциплин:

надежность функционирования станочной системы - износ и стоимость инструмента и др.;

погрешности формы детали - тепловые явления и др.

Что касается проектирования режущего инструмента, то уже на его начальных стадиях /выбор оптимальных геометрических параметров -

переднего, заднего углов, угла в плане и др./ необходимо знать сущность физических процессов, происходящих на контактных поверхностях инструмента.

Подобные взаимодействия для инструментального раздела представляют собой:

выбор типа инструментального материала - особенности контактирования пары "инструмент - обрабатываемый материал";

назначение критерия затупления и допустимого износа инструмента - физическая природа и количественные закономерности изнашивания.

Этот не полный перечень взаимосвязей и дисциплин отражает значение курса теории резания в подготовке специалистов по специальностям 1201 и 1202.

При исследовании и изучении физических механизмов, лежащих в основе процесса резания металлов, приходится сталкиваться с рядом типовых логических закономерностей. Развить логику решения проблем механообработки целесообразно через процедуры решения задач.

Данное пособие состоит из восьми разделов, каждый из которых содержит краткие теоретические сведения, подробное решение типовой задачи /задач/ и набор задач для самостоятельного решения.

Организационные аспекты самостоятельной работы, включая график их выполнения, приведены в прил. I-6.

При решении задач с использованием учебной и справочной литературы прошлых лет издания окончательные результаты желательно выражать в единицах СИ по ГОСТ 8967-61. Сила: 1 кгс = 9,81 Н; 1 тс = 9810 Н; работа: 1 кгс·м = 9,81 Дж; давление /механическое напряжение/; 1 кгс/мм<sup>2</sup> = 9,81·10<sup>6</sup> Н/м<sup>2</sup>; 1 Н/м<sup>2</sup> = 1 Па; 1 кгс/м<sup>2</sup> = 9,81 Па; 1 кгс/см<sup>2</sup> = 98,1 кПа; 1 кгс/мм<sup>2</sup> = 9,81 МПа; 1 ат = 98 кПа; мощность: 1 кВт = 1000 Вт = 1000 Дж/с = 1000 Н·м/с; частота вращения: 1 об/с = 1 с<sup>-1</sup>; 1 об/мин = 1 мин<sup>-1</sup>.

## ЗАДАНИЕ I

Задание состоит из двух разделов. В нем приведены краткие теоретические сведения, основные методические указания к каждому разделу, пример выполнения типовой задачи и набор задач, выдаваемый каждому студенту для самостоятельной работы.

# Раздел 1. РЕЖУЩИЙ ИНСТРУМЕНТ И ЕГО СТАТИЧЕСКИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ РАБОЧЕЙ ЧАСТИ

## 1.1. Краткие теоретические сведения

Всякий режущий инструмент /резец, фреза, сверло и др./, предназначенный для проникновения в заготовку и отделения слоя материала, имеет в качестве основного функционального элемента режущий клин. ГОСТ 25762-83 "Обработка резанием" и ГОСТ 25751-83 "Инструменты режущие" устанавливают термины и определения общих понятий, относящихся ко всем видам обработки резанием.

Режущий инструмент - инструмент для обработки резанием.

Лезвие инструмента - клинообразный элемент режущего инструмента для проникновения в материал заготовки и отделения слоя материала /рис.1/. Передняя поверхность лезвия ( $A_{\gamma}$ ) - поверхность, контактирующая со срезаемым слоем и стружкой. Задняя поверхность лезвия ( $A_{\alpha}$ ) - поверхность, контактирующая с поверхностями обрабатываемой заготовки.

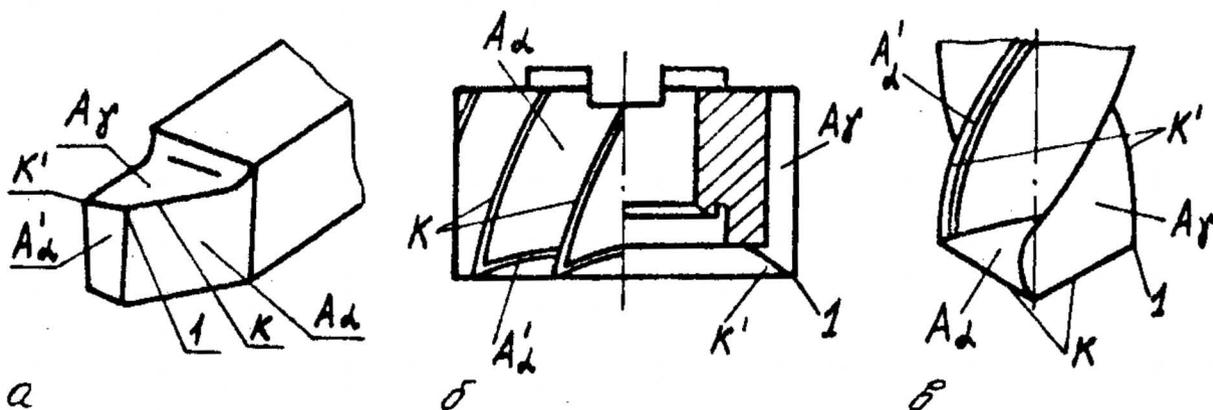


Рис.1. Геометрические элементы лезвия инструмента:

а - токарный резец; б - торцовая фреза; в - сверло;

$A_{\gamma}$  - передняя поверхность лезвия;  $A_{\alpha}$  - главная задняя поверхность;

$K$  - главная режущая кромка;

$A'_{\alpha}$  - вспомогательная задняя поверхность лезвия;

$K'$  - вспомогательная режущая кромка; I - вершина лезвия

Режущая кромка ( $K$ ) - кромка лезвия инструмента, образуемая пересечением передней и задней поверхностей.

Вершина лезвия (1) - участок режущей кромки в месте пересечения двух задних поверхностей.

Для определения числовых значений угловых параметров элементов лезвия используют системы координат и координатные плоскости.

Инструментальная система координат (ИСК) - прямоугольная система координат с началом в вершине лезвия, ориентированная относительно геометрических элементов режущего инструмента, принятых за базу /рис.2,а/.

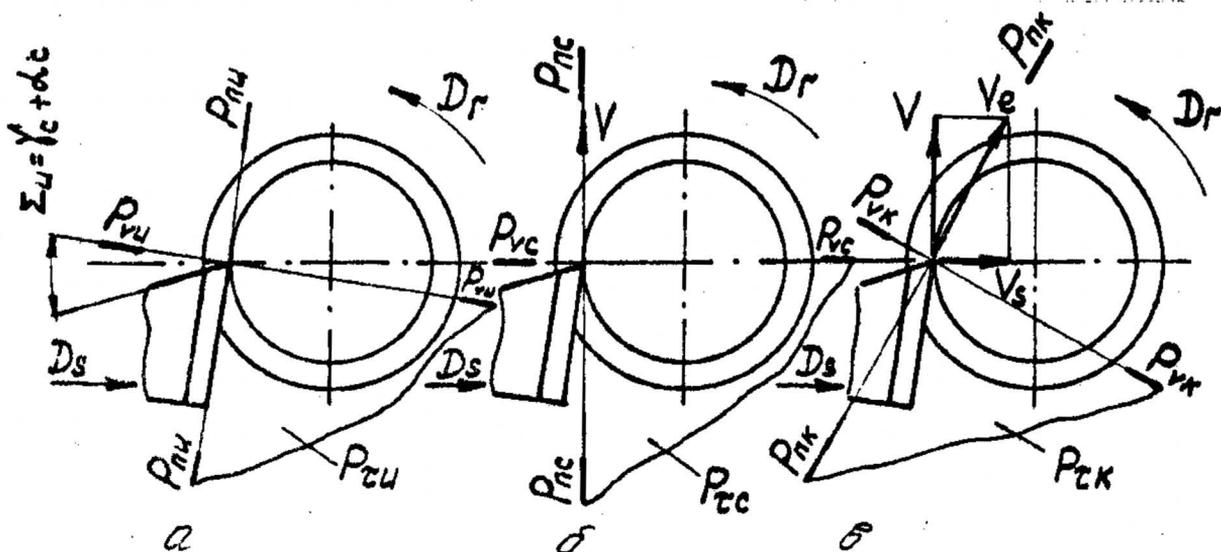


Рис.2. Системы координат и координатные плоскости:

а - инструментальная; б - статическая; в - кинематическая;  $D_r$  - главное движение резания;

$D_s$  - движение подачи;  $V$  - скорость главного движения резания;  $V_s$  - скорость движения подачи;

$V_c$  - скорость результирующего движения резания;

$P_v$  - основная плоскость;  $P_n$  - плоскость резания;

$P_r$  - главная секущая плоскость

Статическая система координат (ССК) - прямоугольная система координат с началом в рассматриваемой точке режущей кромки, ориентированная относительно направления скорости главного движения резания /рис.2,б/.

Кинематическая система координат (КСК) - прямоугольная система координат с началом в рассматриваемой точке режущей кромки, ориентированная относительно направления скорости результирующего движения резания /рис.2,в/.

При изготовлении и контроле инструмента целесообразно пользоваться ИСК, после установки режущего инструмента на станок - ССК, а при детальном анализе параметров элементов лезвия в процессе резания, особенно при работе с большими подачами, - КСК.

Выбор системы координат зависит от поставленной цели.

Чаще всего в технической литературе углы лезвия режущего инструмента предусматривают в ССК, но для упрощения записи обозначают без дополнительных индексов, указывающих принятую систему координат ( $\gamma, \alpha, \varphi, \dots$ ).

На рис.3 показаны координатные плоскости, углы и элементы лезвия токарного резца в статической системе координат.

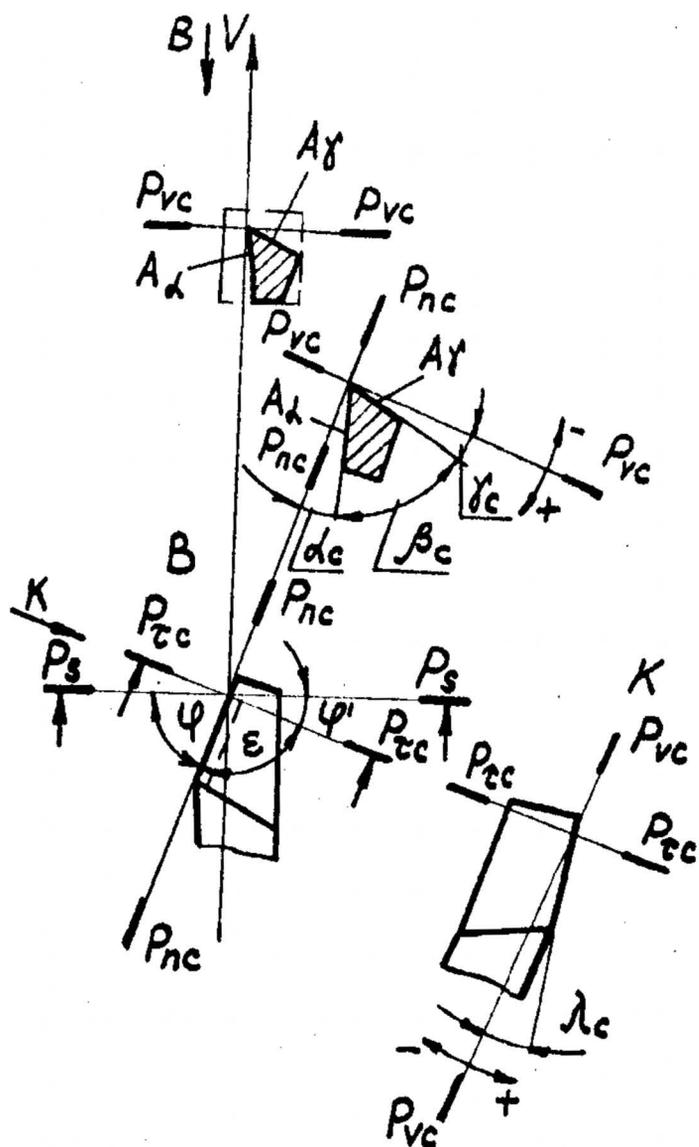


Рис.3. Углы резца в статике

При выполнении первого задания необходимо по рекомендуемым литературным источникам [2-4], методическим указаниям [1; 4] и стандартам изучить материал, посвященный видам режущих инструментов, геометрической форме режущей части, основным координатным плоскостям, в которых измеряются соответствующие геометрические параметры. Задачи этого раздела сформулированы по типу карт безмашинного контроля знаний. Однако ответы на поставленные вопросы должны включать в себя не только выбор одной из позиций карты, но и быть представлены в виде схемы резания /фрагмент/ для одного из видов /если он не указан, то для произвольного/ обработки резанием; требуемых определений в соответствии со стандартом [5], кроме задач 1.3.1-1.3.4; кратких пояснений и обоснований ответа.

1.1.1. Типовая задача 1. Какие из названных углов резца могут иметь значение меньше  $0^\circ$ :

1 -  $\gamma_c$ ?; 2 -  $\varphi_c$ ?; 3 -  $\lambda_c$ ?; 4 -  $\epsilon_c$ ?

Решение задачи. Изобразим схему резания /рис.4/. Так как вид обработки не задан, рассмотрим операцию отрезания заготовки. Дадим определение перечисленных углов:

а/ статический главный передний угол  $\gamma_c$  - угол в статической главной секущей плоскости  $P_{\gamma c}$  между передней поверхностью лезвия  $A_{\gamma}$  и статической основной плоскостью  $P_{\nu c}$ ;

б/ статический угол в плане  $\varphi_c$  - угол в статической основной плоскости  $P_{\nu c}$  между статической плоскостью резания  $P_{\mu c}$  и рабочей плоскостью  $P_3$ . Рабочая плоскость  $P_3$  - плоскость, в которой расположены направления скоростей главного движения резания и движения подачи;

в/ статический угол наклона кромки  $\lambda_c$  - угол в статической плоскости резания  $P_{\mu c}$  между режущей кромкой  $A$  и статической основной плоскостью  $P_{\nu c}$ ;

г/ статический угол при вершине в плане  $\epsilon_c$  - угол в статической основной плоскости  $P_{\nu c}$  между статической плоскостью резания  $P_{\mu c}$  и вспомогательной режущей кромкой  $A'$ .

Угол  $\gamma_c$  может принимать как положительное /см. рис.4/, так и отрицательное значение. Последнее характеризует такое положение передней поверхности  $A_{\gamma}$ , при котором она находится над основной плоскостью  $P_{\nu c}$ , и вершина резца является наинизшей точкой передней поверхности.

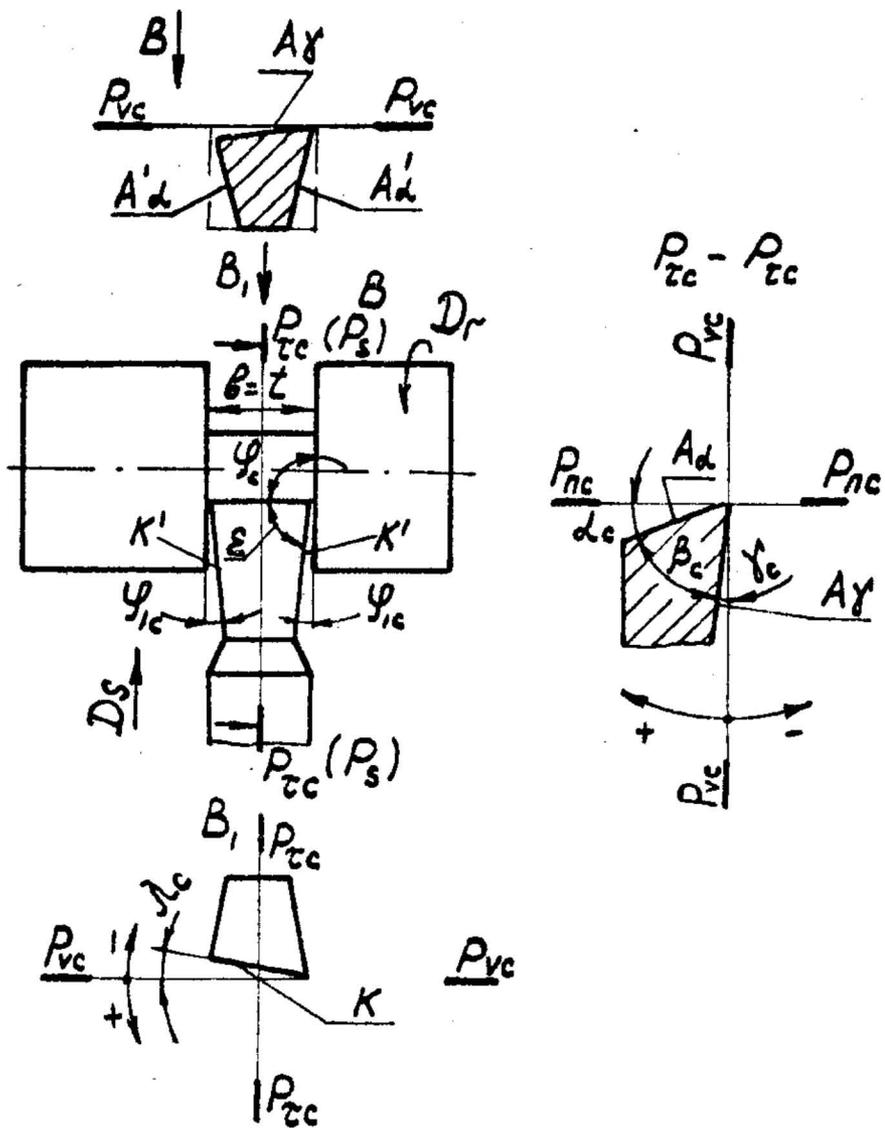


Рис.4. Схема отрезания заготовки

Угол  $\lambda_c$  не может принимать отрицательное значение, так как тогда главная режущая кромка будет совпадать с направлением подачи и процесс отрезания заготовки будет нереализуем.

Угол  $\lambda_c$ , в отличие от  $\gamma_c$ , имеет другой способ отсчета знака и может быть меньше  $0^\circ$ .

При отрицательном угле  $\lambda_c$  уменьшается объем режущего клина /см. рис.4/. Угол  $\epsilon_c$  не может быть меньше  $0^\circ$ , так как тогда главная и вспомогательная режущие кромки будут совпадать и понятие режущий клин не имеет смысла.

Ответ: углы  $\lambda_c$  и  $\epsilon_c$  могут быть меньше  $0^\circ$ .

## 1.2. Задачи для самостоятельного решения

### 1.2.1. Основной плоскостью является:

- 1 - плоскость, по которой сходит стружка?
- 2 - плоскость, перпендикулярная к проекции главной режущей кромки на основную плоскость?
- 3 - плоскость, параллельная продольной и поперечной подачам?

### 1.2.2. Плоскостью резания является:

- 1 - плоскость, касательная к поверхности резания и проходящая через главную режущую кромку?
- 2 - плоскость, параллельная продольной и поперечной подачам?
- 3 - плоскость, перпендикулярная к проекции главной режущей кромки на основную плоскость?

### 1.2.3. Рабочей плоскостью является:

- 1 - плоскость, в которой расположены направления скоростей главного движения резания и движения подачи?
- 2 - плоскость, проведенная через рассматриваемую точку режущей кромки перпендикулярно к направлению скорости главного или результирующего движения резания в этой точке?
- 3 - плоскость, перпендикулярная к линии пересечения статических основной плоскости и плоскости резания?



1.2.8. Какой из указанных углов резца может иметь значение, равное  $90^\circ$ :

- 1 -  $\gamma_c$ ?
- 2 -  $\alpha_c$ ?
- 3 -  $\varphi_c$ ?
- 4 -  $\delta_c$ ?

1.2.9. Которые из указанных углов резца относятся к главным:

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| 1 - $\gamma_c$ ?  | 5 - $\varphi_c$ ? |
| 2 - $\varphi_c$ ? | 6 - $\beta_c$ ?   |
| 3 - $\lambda_c$ ? | 7 - $\delta_c$ ?  |
| 4 - $\alpha_c$ ?  |                   |

1.2.10. Как изменится угол заострения резца, если передний  $\gamma_c$  и задний  $\alpha_c$  углы увеличатся?

- 1 - уменьшится?
- 2 - увеличится?
- 3 - не изменится?

1.2.11. Какие из названных углов проходного токарного резца могут быть:

- |                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| <u>I</u> - равным 0? | <u>II</u> - меньше 0? |
| 1 - $\gamma_c$       | 1 - $\gamma_c$        |
| 2 - $\alpha_c$       | 2 - $\alpha_c$        |
| 3 - $\varphi_c$      | 3 - $\varphi_c$       |
| 4 - $\lambda_c$      | 4 - $\lambda_c$       |

1.2.12. Как изменятся передний  $\gamma_c$  и задний  $\alpha_c$  углы на периферийных точках режущей кромки, если вершина резца установлена на линии центров и угол  $\lambda_z$  положительный?:

- |                            |                              |
|----------------------------|------------------------------|
| 1 - $\gamma_c$ увеличится? | 4 - $\alpha_c$ уменьшится?   |
| 2 - $\gamma_c$ уменьшится? | 5 - $\gamma_c$ не изменится? |
| 3 - $\alpha_c$ увеличится? | 6 - $\alpha_c$ не изменится? |

1.2.13. Угол наклона главной режущей кромки служит:

- 1 - для уменьшения трения задней поверхности резца о поверхность детали?
- 2 - для направления схода стружки?
- 3 - для уменьшения трения в зоне контакта вспомогательной задней поверхности и обработанной поверхности?

1.2.14. Положительный угол наклона главной режущей кромки рекомендуется:

- 1 - при чистовой обработке?
- 2 - при черновой обработке?

1.2.15. При назначении величины переднего угла резца учитывают:

- 1 - механические качества обрабатываемого материала?
- 2 - качества материала режущего инструмента?

## Раздел 2. РЕЖУЩИЙ ИНСТРУМЕНТ И ЕГО КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ РАБОЧЕЙ ЧАСТИ

### 2.1. Краткие теоретические сведения

В отличие от статической схемы обработки в процессе резания рассматриваются рабочие углы. Логика перехода к кинематическим углам, которую должен усвоить студент, заключается в следующем. В процессе резания различают главное движение резания /вращательное движение заготовки при точении/, движение /движения/ подачи, совершаемое инструментом, и результирующее движение, совершаемое каждой точкой режущей кромки резца. Каждое движение описывается своей траекторией: окружность - для главного движения резания; прямая линия - для движения подачи; винтовая линия /для поперечного точения - это архимедова спираль/ - для результирующего движения и характеризуется своей скоростью:  $V$  - вектор скорости главного движения резания;  $V_s$  - вектор скорости подачи;  $V_e$  - вектор скорости результирующего движения. Совокупность траекторий результирующих движений, совершаемых каждой точкой режущей кромки, образует поверхность резания /винтовая поверхность для продольного точения/. Тогда кинематическая плоскость резания касательна к поверхности резания. Изменение положения плоскости резания, по сравнению со статической, приводит к изменению основной плоскости /которая всегда перпендикулярна к плоскости резания/, что, в свою очередь, приводит к изменению главных углов резца  $\alpha_c$  и  $\gamma_c$ . Таким образом, основными причинами, определяющими рассмотрение кинематических углов, является наличие в процессе резания сложного формообразующего движения и поворот плоскости резания. Изменение углов резца приводит к изменению силовых, температурных и других явлений в зоне контакта инструмент - деталь.

При решении задач следует в первую очередь отобразить схему резания; определить, на какую величину изменятся кинематические углы по сравнению со статическими; оценить характер влияния геометрии резца на физические явления при резании.

На рис.6 показаны координатные плоскости, углы и элементы лезвия токарного резца в кинематической системе координат.

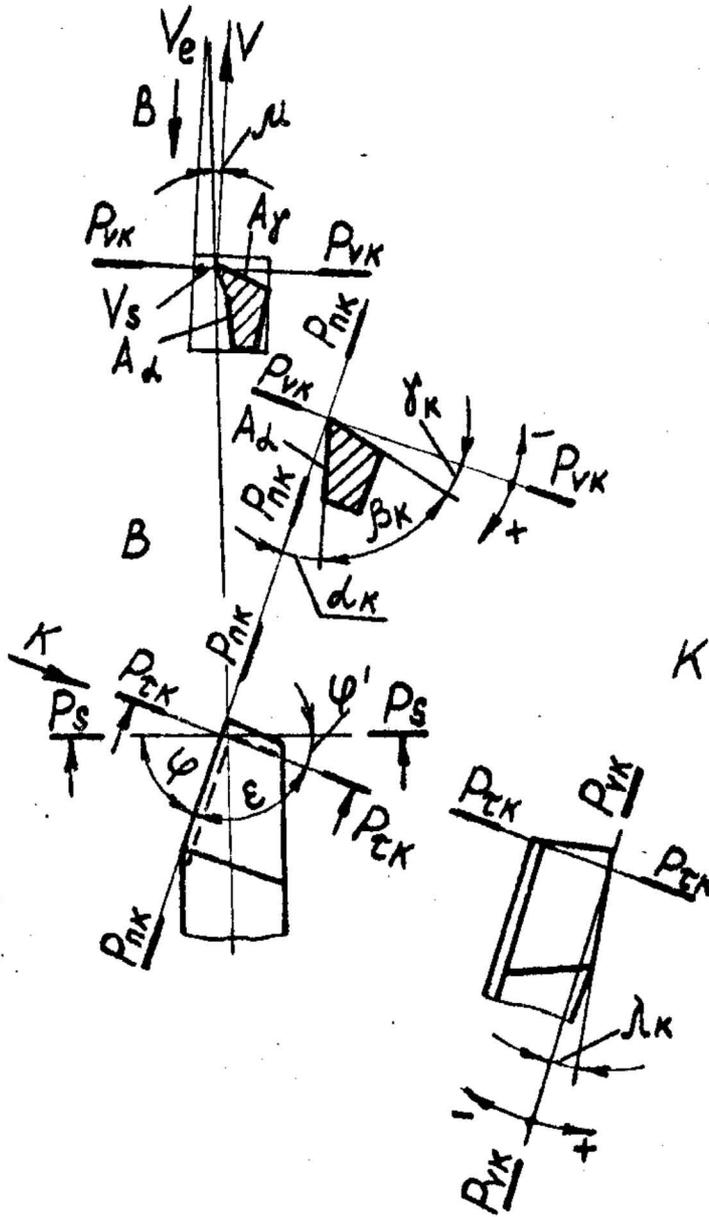
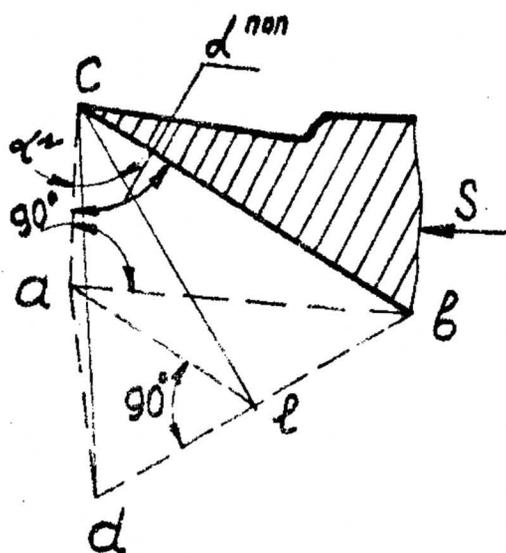


Рис.6. Кинематические углы резца



Отсюда значение кинематического заднего угла в поперечной секущей плоскости /для данного случая поперечная секущая плоскость совпадает с рабочей плоскостью/  $\alpha_K^{non} = \alpha_c^{non} - \tilde{\tau}^{non}$ . Для определения главных задних углов, которые измеряются в главной секущей плоскости, нужно найти между ними соответствующее соотношение. Для этого рассмотрим три сечения резца /рис.8/. Соотношение между главным задним  $\alpha^N$  и задним углом в поперечном сечении  $\alpha^{non}$  определяется по следующей схеме:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha^{non} &= ab/ac; \quad \operatorname{tg} \alpha^N = ae/ac; \\ \operatorname{tg} \alpha^N / \operatorname{tg} \alpha^{non} &= ae/ab = \sin \varphi; \\ \operatorname{tg} \alpha^N &= \operatorname{tg} \alpha^{non} \cdot \sin \varphi. \end{aligned}$$



Можно предположить, что и между углами подъема винтовой линии  $\tilde{\tau}$  в поперечном и главном сечениях будет соблюдаться подобное соотношение, т.е.  $\operatorname{tg} \tilde{\tau}^N = \operatorname{tg} \tilde{\tau}^{non} \times \sin \varphi$ . Тогда кинематический главный задний угол

$$\alpha_K^N = \alpha_c^N - \operatorname{arctg} [(S/\pi D) \sin \varphi].$$

В свою очередь, главный передний угол

$$\gamma_K^N = \gamma_c^N + \operatorname{arctg} [(S/\pi D) \sin \varphi].$$

Рис.8. Сечение резца

Для резьбового резца, предназначенного для нарезания метрической резьбы, характерны размеры, установленные ГОСТ 8724-81 и ГОСТ 24705-81. Угол профиля резьбы, а значит, и главный угол в плане  $\varphi = 60^\circ$ . Шаг резьбы  $P_p$  равен подаче инструмента, а согласно обозначению M10 - это резьба с крупным шагом и номинальным значением наружного диаметра  $D$ , равным 10 мм. Для такого диаметра по таблице ГОСТ 8724-81 определяем шаг  $P_p = 1,5$  мм, а соответственно и подачу  $S = 1,5$  мм/об.

Определяем значения  $\alpha_{KH}^N$  и  $\gamma_{KH}^N$  у наружного диаметра резьбы из соотношений  $\alpha_{KH}^N = 15 - \operatorname{arctg} [(1,5/3,14 \cdot 10) \sin 60^\circ] = 15 - \operatorname{arctg} 0,041 = 12,3^\circ$ ;  $\gamma_{KH}^N = 2 + 2,7 = 4,7^\circ$ .

Для того чтобы ответить на вопрос, где этот угол больше, необходимо найти соотношение между наружным и внутренним диаметрами резьбы. Для шага  $P = 1,5$  мм внутренний диаметр  $D_1 = D - 2 + 0,376 = 8,376$  мм. Тогда у внутреннего диаметра  $\alpha_{\text{KB}}^N = 15 - 2 \operatorname{arctg} [(1,5/3,14 \times 8,376) \sin 60^\circ] = 15 - 2,8 = 12,2^\circ$ ;  $\gamma_{\text{KB}}^N = 2 + 2,8 = 4,8^\circ$ .

Ответ: у наружного диаметра резьбы главный задний угол больше /  $\alpha_{\text{KH}}^N = 12,3^\circ$  /, а главный передний угол меньше /  $\gamma_{\text{KH}}^B = 4,7^\circ$  /, чем у внутреннего диаметра резьбы /  $\alpha_{\text{KB}}^N = 12,2^\circ$ ;  $\gamma_{\text{KB}}^N = 4,8^\circ$  /.

2.2.2. Типовая задача 3. На токарном станке с ЧПУ обрабатывается криволинейный контур детали. Процесс осуществляется резцом, оснащенный трехгранной неперетачиваемой пластиной при постоянной подаче. Углы в плане равны  $\varphi = 100^\circ$ ,  $\varphi_1 = 20^\circ$ . Покажите в точках обработки криволинейного контура направление движения подачи и рассчитайте кинематические углы в плане в этих точках.

Решение задачи. Изобразим схему вогнутого подъема контура при правой подаче /координата  $X$  возрастает во II квадранте/. Зафиксируем направление скорости движения подачи в точках  $B$ ,  $A$ ,  $C$  искомого контура /рис.9/.

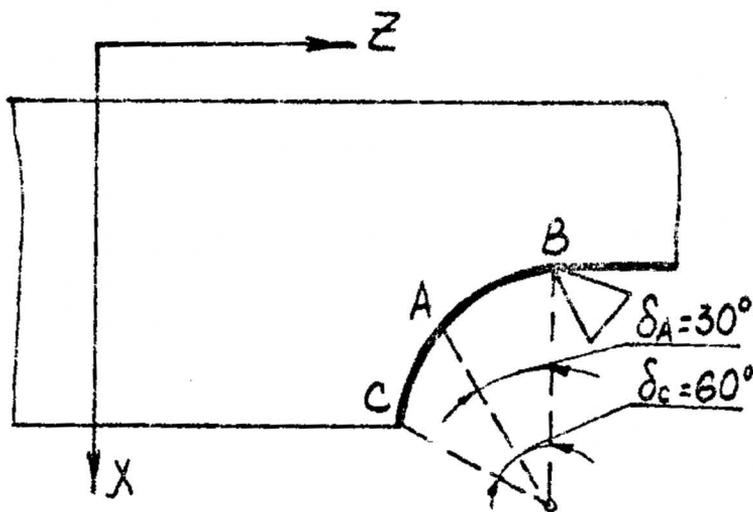


Рис.9. Эскиз контура обработки

В отличие от станков с ручным управлением, криволинейный контур, обрабатываемый на станках с ЧПУ, характеризуется постоянно изменяющей свое положение рабочей плоскостью  $P_3$  /см. задачу п.1.2.3/, в которой находится вектор подачи  $D_3$ .

В точке  $B$  кинематические и статические /инструментальные/ углы в плане будут равны  $\varphi_{\text{KB}} = \varphi_{\text{KB}} = 100^\circ$ ;  $\varphi_{\text{KB}} = \varphi_{\text{KB}} = 20^\circ$ .

В точках  $A$  и  $C$  за счет изменения положения  $D_s$  и  $P_s$  углы будут изменяться на угол подъема  $\delta$ :

$$\varphi_{KA} = \varphi_{CA} - \delta_A = 100 - 30 = 70^\circ;$$

$$\varphi_{КА} = \varphi_{CA} + \delta_A = 20 + 30 = 50^\circ;$$

$$\varphi_{KC} = \varphi_{CC} + \delta_C = 100 - 60 = 40^\circ;$$

$$\varphi_{КC} = \varphi_{CC} + \delta_C = 20 + 60 = 80^\circ.$$

При этом их сумма остается постоянной:  $\varphi_K + \varphi_{К} = 120^\circ$ .

Ответ: на рис.10 показаны векторы движения подач в точках  $B, A, C$ . Кинематические углы в этих точках контура принимают значения:

$$\varphi_{KB} = 100^\circ; \varphi_{КB} = 20^\circ; \varphi_{KA} = 70^\circ; \varphi_{КА} = 50^\circ; \varphi_{KC} = 40^\circ; \varphi_{КC} = 80^\circ.$$

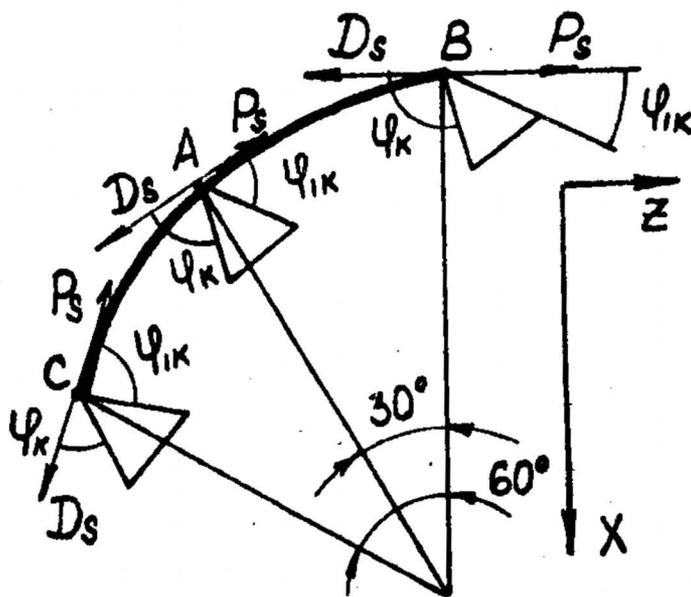


Рис.10. Обработка участков подъема детали

### 2.3. Задачи для самостоятельного решения

2.3.1. При установке вершины резца ниже линии центров в случае операции расточки:

- 1 - передний угол уменьшится?
- 2 - передний угол увеличится?
- 3 - задний угол уменьшится?
- 4 - угол заострения увеличится?
- 5 - задний угол увеличится?
- 6 - угол заострения уменьшится?
- 7 - угол заострения не изменится?

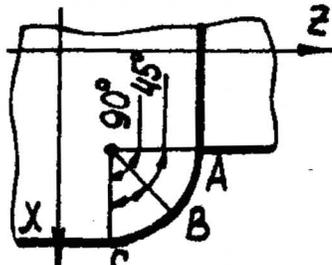
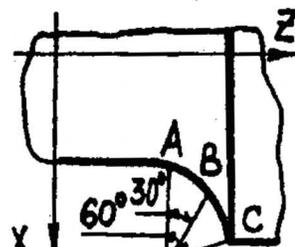
2.3.2. Определить кинематические главные углы  $\alpha_x$  и  $\gamma_x$  резьбового резца при нарезании резьб, обозначение которых приведено в табл.1. Где эти углы больше: у наружного или у внутреннего диаметра резьбы?

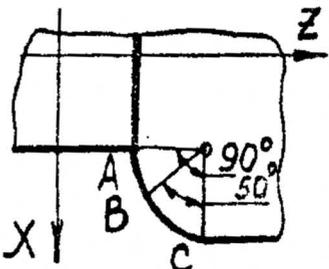
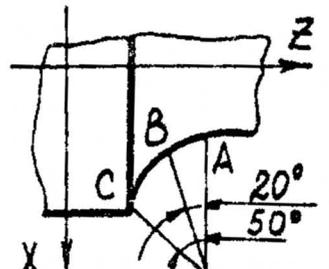
Таблица 1

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Обозначение резьбы	M6	M8	M12	M16	M20	M24	M30	M36	M42
$\alpha_c^\circ$	8	9	10	11	12	13	14	16	17
$\gamma_c^\circ$	0	1	3	4	5	6	7	8	9

2.3.3. На токарном станке с ЧПУ обрабатывается криволинейный контур детали /эскиз криволинейного контура и данные о процессе резания представлены в табл.2/. Покажите в точках обработки контура A, B, C направление движения подачи и рассчитайте кинематические углы в плане / $\psi_x$  и  $\varphi_{1x}$ /.

Таблица 2

Номер варианта	Эскиз контура	$\psi_x^\circ$	$\varphi_{1x}^\circ$
1	2	3	4
1		110	10
2		105	15

1	2	3	4
3		95	20
4		93	17

При решении вариантов 2 и 3 рассматриваются участки спуска /не-четные квадранты/, где углы будут изменяться в соответствии с зависимостями /табл.2/.

2.3.4. Определить значение переднего  $\gamma_K$  и заднего  $\alpha_K$  кинематических /рабочих/ углов проходного резца для случая учета значений продольной подачи /  $S_{np} = 0,5$  мм/об/ при следующих исходных данных:  
 $\alpha = 12^\circ$ ;  $\gamma = 5^\circ$ ;  $\lambda = 0$ ;  $D = 120$  мм. Привести графическую схему определения углов  $\gamma_K$  и  $\alpha_K$ .

2.3.5. Определить значение переднего  $\gamma_K$  и заднего  $\alpha_K$  кинематических /рабочих/ углов отрезного резца при одновременном учете движения подачи  $S_{пор} = 0,6$  мм/об и смещения вершины резца относительно оси детали выше на  $h = 3$  мм при следующих исходных данных:  $\alpha = 6^\circ$ ;  
 $\gamma = -2^\circ$ ;  $\lambda = 0$ ;  $\varphi = 60^\circ$ ;  $D = 150$  мм.

Привести графические схемы определения углов  $\gamma_K$  и  $\alpha_K$ .

2.3.6. Определить значение переднего  $\gamma_K$  и заднего  $\alpha_K$  кинематических /рабочих/ углов проходного упорного резца при одновременном

учете движения подачи /  $S_{np} = 0,8$  / и смещения вершины резца относительно оси детали ниже на  $h = 4$  мм при следующих исходных данных:  $\alpha = 6^\circ$ ;  $\varphi = 90^\circ$ ;  $\gamma = -2^\circ$ ;  $\lambda = 0$ ;  $D = 200$  мм.

Привести графические схемы определения  $\gamma_x$  и  $\alpha_x$ .

## ЗАДАНИЕ 2

Задание состоит из 3-го и 4-го разделов

### Раздел 3. ФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ РЕЗАНИИ

#### 3.1. Краткие теоретические сведения

Резание в современном представлении трактуется в системном плане как совокупность одновременно выполняемых процессов: упруго-пластической деформации срезаемого слоя, износа и затупления режущего инструмента, формирования обработанной поверхности детали.

Процесс упруго пластической деформации /УПД/ осуществляется в трех зонах: переходной между срезаемым слоем и стружкой, прирезцовой и восстанавливаемой /в зоне обработанной поверхности/.

При аналитическом решении задач наиболее распространенной моделью УПД в переходной зоне является модель с единственной плоскостью сдвига /экспериментально обнаруженную И.А.Тиме/, которая наклонена к плоскости резания под углом сдвига  $\beta_c$ , лежащим в интервале  $15^\circ \dots 45^\circ$ . Скорость движения стружки  $V_c$  и скорость деформирования в единственной плоскости сдвига  $V_d$  /кинематика стружкообразования/ зависит, с одной стороны, от физико-механических характеристик обрабатываемого материала, а с другой, - от скорости резания  $V$ , геометрии режущей части резца и других факторов процесса резания. При решении задач кинематики стружкообразования необходимо исходить из модели процесса резания с единственной плоскостью сдвига и известных соотношений:

$V_c = f(V)$ ;  $V_d = f(V)$ . В процессе решения задачи рекомендуется,

используя графоаналитический метод, получить эти две зависимости; количественные данные связать с физикой процесса резания и, в частности, с силовыми и стойкостными взаимодействиями в зоне контакта инструмент - заготовка.

Основным количественным критерием УПД является характеристика усадки стружки /изменение формы и размеров - укорочение и утолщение стружки/. Коэффициент усадки  $\lambda$  зависит, в первую очередь,

от свойств обрабатываемого материала, положения условной плоскости сдвига и геометрических параметров инструмента /прежде всего, от переднего угла инструмента  $\gamma$ /. Аналитическое определение  $\kappa = f(\beta_c, \gamma)$  получил И.А.Тиме. В процессе решения задачи рекомендуется самостоятельно, используя графоаналитический метод, получить зависимости  $\kappa = f(\beta_c, \gamma)$ .

Степень усадки стружки и относительный сдвиг ( $\epsilon$ ) как критерий УЩД предопределяют наряду с адгезией, трением и другими факторами силовые взаимодействия в процессе резания и работу сил резания. Работа, затрачиваемая на резание, включает в себя работу, потребную на деформирование  $E_d$ , работу сил трения на передней поверхности  $E_{Tn}$  и работу сил трения на задней поверхности, незначительную по величине и в расчетах не учитываемую. Различают полную минутную  $E$  и удельную  $e$  работу, отнесенную к единичному объему, срезаемому за одну минуту выполнения процесса резания. Силовое взаимодействие /напряженное состояние/ в зоне контакта передней поверхности инструмента и заготовки характеризуется углом действия  $\omega$ , измеряемым между силой стружкообразования  $R$  и плоскостью резания.

Связь напряженного и деформированного состояния  $\beta_c = f(\omega)$  была найдена русским ученым К.А.Зворыкинм. Перед решением задач этого раздела студенту следует изучить все допущения, выдвинутые К.А.Зворыкинм, и получить аналитическую зависимость  $\kappa = f(\beta_c, \gamma)$ . В процессе решения задачи необходимо использовать знания о системах сил, действующих на контактных поверхностях режущего инструмента, их соотношениях и ориентировочных величинах.

Таким образом, в данном разделе представлены три разновидности задач, относящихся к кинематике стружкообразования, усадке стружки, силе и работе резания.

### 3.2. Типовая задача 4

Определить удельную работу  $e_d$  деформирования при строгании конструкционной стали /по схеме свободного резания с единственной плоскостью сдвига/.

Дано:  $P_z = 1020$  Н /главная составляющая силы резания/ /рис.11/;  
 угол трения  $\theta = 50^\circ$ ; задний угол  $\alpha = 10^\circ$ ; угол заострения  $\beta = 70^\circ$ ;  
 размеры сечения срезаемого слоя  $a \times b = 2 \times 10$  мм.

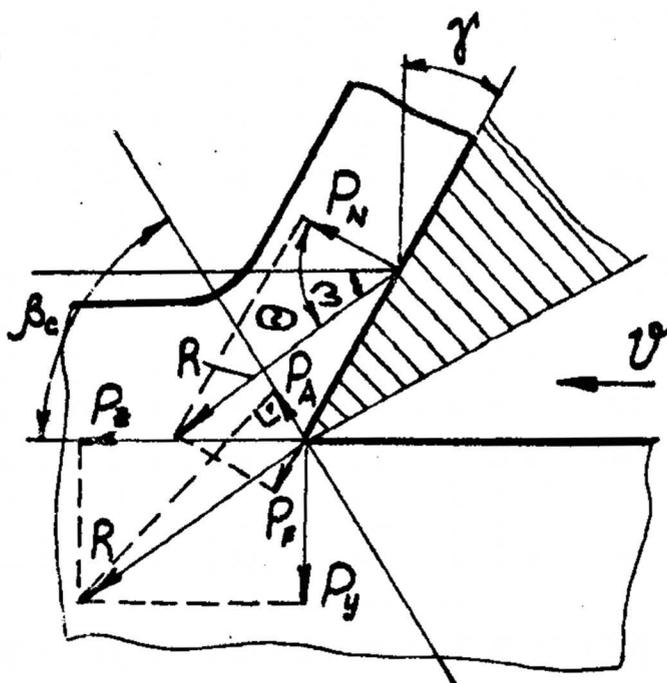


Рис. II. Схема разложения сил резания

Решение задачи. Удельная работа  $\epsilon_d$  определяется как отношение полной минутной работы сил деформирования, направленных вдоль условной плоскости сдвига, к объему срезаемого слоя за одну минуту

$V_M : \epsilon_d = E_d / V_M$ , где  $V_M = a \cdot b \cdot v$ . Здесь  $a, b, v$  - соответственно толщина, ширина срезаемого слоя и скорость резания. В свою очередь,

$E_d$  определяется как произведение силы деформирования  $P_d$  на скорость деформирования  $V_d$  / совпадающей по направлению с  $P_d$ .

Выразим  $P_d$  через главную составляющую силы резания  $P_2$ . Для этого изобразим схему свободного резания, на которой покажем систему сил, действующих на переднюю поверхность инструмента. В процессе резания возникают сила нормального давления  $P_N$  и сила трения  $P_F$ , направленная в противоположную сторону движения стружки. Равнодействующую силу стружкообразования  $R$  перенесем в точку  $O$ , совпадающую с одной из точек главной режущей кромки, и разложим в плоскости сдвига / составляющая  $P_d$  / и в перпендикулярном к ней направлении  $P'_N$ . Найдем соотношение  $P_d$  и  $R$ :  $P_d = R \cdot \cos(\omega + \beta_c)$ . Разложим  $R$  в плоскости резания  $P_2$  и основной плоскости  $P_y$ . Найдем соотношение  $P_d$  и  $P_2$ :  $R = P_2 / \cos \omega$ ;  $P_d = P_2 \cdot \cos(\omega + \beta_c) / \cos \omega$ .

Выразим  $V_d$  через скорость резания  $V$ . Для этого изобразим схему кинематики стружкообразования при свободном резании /рис.12/. Разложив вектор скорости резания на векторы  $V_d$  и  $V_f$  скоростей сдвига и трения по передней поверхности, используя теорему синусов, будем иметь:

$$\frac{V_d}{\sin(90-\gamma)} = \frac{V}{\sin\beta_c}; \quad \frac{V_d}{\cos\gamma} = \frac{V}{\cos(\beta_c-\gamma)}$$

Отсюда скорость сдвига

$$V_d = (V \cdot \cos\gamma) / \cos(\beta_c - \gamma)$$

Удельная работа деформирования

$$e_d = \frac{P_z \cdot \cos(\omega + \beta_c) V \cdot \cos\gamma}{\cos\omega \cdot \cos(\beta_c - \gamma) \times a \times b \times V} = \frac{P_z \cdot \cos(\omega + \beta_c) \cos\gamma}{a b \cdot \cos\omega \cdot \cos(\beta_c - \gamma)}$$

В приведенном выражении известными в задаче являются  $\omega$ ,  $\beta_c$  и  $\gamma$ . Для определения  $\gamma$  рассмотрим сечение резца в главной секущей плоскости /см. рис. 12/ и воспользуемся известным соотношением  $\gamma = 90 - (\alpha + \beta) = 10$ , а для определения угла действия  $\omega$  - схему разложения сил /см. рис. 11/ и свяжем  $\omega$  с углом трения  $\theta$  / $\theta$  - угол, измеряемый между  $P_N$  и  $R$ /:  $\omega = \theta - \gamma = 40^\circ$ . При определении угла сдвига  $\beta_c$  необходимо знать о связи напряженного состояния срезаемого материала /выражаемого углом  $\omega$ / и деформированного состояния в переходной зоне /выражаемого углом  $\beta_c$ /. Впервые обосновал эту связь и аналитически получил математическое выражение К.А.Зворыкин:

$$\beta_c = \frac{90 - \omega}{2}$$

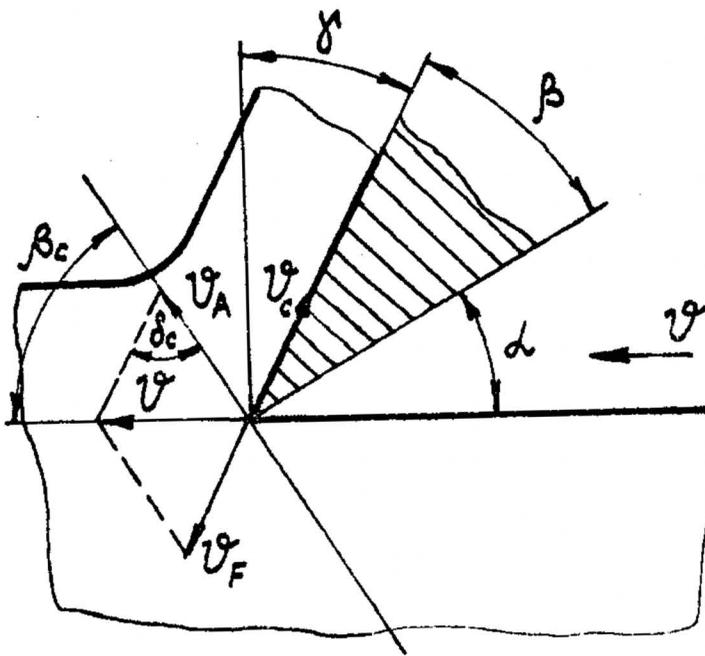


Рис.12. Схема разложения скоростей резания

В прил.3 приведены основные допущения и полный вывод формулы Зворыкина. Используя эту формулу, найдем угол сдвига  $\beta_c = 25^\circ$ .  
 Определим числовое значение

$$\rho_d = \frac{1020 \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 10^\circ}{2 \cdot 10 \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 15^\circ} = 28,69 \text{ Н/мм}^2.$$

Ответ: удельная работа деформирования  $\rho_d = 28,69 \text{ Н/мм}^2$ .

### 3.3. Задачи для самостоятельного решения

3.3.1. Определить угол наклона условной плоскости сдвига  $\beta_c$ , если в зоне контакта стружки и передней поверхности инструмента среднее нормальное напряжение  $\sigma_N = 400 \text{ МПа}$ , среднее касательное напряжение  $\tau_F = 300 \text{ МПа}$ , задний угол  $\alpha = 12^\circ$ , угол заострения  $\beta = 70^\circ$ , обрабатываемый материал - сталь 20Х.

При решении вывести формулу Зворыкина и привести графическую схему определения сил, действующих на передней поверхности инструмента.

3.3.2. Определить значение скорости деформирования  $V_d$  и скорости стружки  $V_c$  при следующих значениях: скорость резания  $V = 72$  м/мин,  $\beta_c = 30^\circ$ ,  $\delta = 85^\circ$ .

При решении обязательно вывести зависимости  $V_d = f(V)$  и графически изобразить кинематику стружкообразования при свободном резании.

3.3.3. Определить коэффициент усадки стружки  $K_L$  и относительный сдвиг  $\epsilon$  при строгании конструкционной стали /рассмотреть случай свободного резания с единственной плоскостью сдвига/.

Дано: задний угол  $\alpha = 10^\circ$ ; угол заострения  $\beta = 70^\circ$ ; угол трения  $\delta = 50^\circ$ .

Решение. Вывести зависимости  $K_L = f(\beta_c, \gamma)$  и  $\epsilon = f(\beta_c, \gamma)$  и графически изобразить схемы, иллюстрирующие усадку и относительный сдвиг, схемы действия сил на передней поверхности резца и сечение режущего клина в соответствующей координатной плоскости.

3.3.4. Согласно требованиям чертежа определенная группа деталей должна изготавливаться из новой марки конструкционного материала. Для получения практических расчетов необходимо:

1/ установить частную эмпирическую зависимость составляющей силы резания  $P_z$  от глубины резания  $t$ . Данные эксперимента приведены в табл.3. Задачу решить методом наименьших квадратов;

2/ установить обобщенную зависимость  $P_z$  от подачи и глубины резания при условии, что частная зависимость  $P_z$  от  $S$  имеет вид

$$P_z = 3370,0 \cdot S^{0,66}$$

Зависимость получена при  $t = 5$  мм.

Таблица 3

$t$ , мм	3	5	7	10	Примечание
$P_z$ , Н	1490	2380	3500	4700	$S = 0,6$ мм/об

3.3.5. Определить удельную работу сил деформирования  $\epsilon_d$  в схеме свободного резания с единственной плоскостью сдвига.

Дано:  $P_z = 1500$  Н; угол действия  $\omega = 20^\circ$ ; задний угол инструмента  $\alpha = 12^\circ$ ; угол заострения  $\beta = 70^\circ$ . Ширина стружки  $\delta = 5$  мм, длина плоскости сдвига  $L_{nc} = 3$  мм.

При решении обязательны аналитический вывод  $\zeta_d$  и графическое изображение системы сил, действующих на передней поверхности инструмента и сечения резца в соответствующей плоскости.

3.3.6. Определить удельную работу сил трения на передней поверхности инструмента  $\epsilon_{т.п.}$ .

Дано:  $R_2 = 2000$  Н; угол трения  $\theta = 45^\circ$ ; угол резания инструмента  $\delta = 80^\circ$ ; ширина стружки  $\sigma = 10$  мм, длина плоскости сдвига  $L_{п.с} = 3$  мм.

При решении необходимо сделать аналитический вывод  $\epsilon_{т.п.}$  и дать графическое изображение системы сил, действующих на передней поверхности инструмента и сечения резца в соответствующей плоскости.

3.3.7. Определить удельную работу трения  $\epsilon_{т.п.}$  на передней поверхности инструмента при следующих исходных данных: главная тангенциальная составляющая силы резания  $R_2 = 3000$  Н; толщина и ширина срезаемого слоя соответственно равны  $a = 1$  мм и  $\sigma = 15$  мм; коэффициент усадки стружки  $K_2 = 2,0$ ; угол трения  $\theta = 50^\circ$ ; угол резания  $\delta = 80^\circ$ .

При решении обязательны аналитический вывод  $\epsilon_{т.п.}$  и графическое изображение системы сил, действующих на передней поверхности инструмента и сечения резца в соответствующей плоскости.

## Раздел 4. ТЕПЛОВЫЕ И СТОЙКОСТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ РЕЗАНИИ

### 4.1. Краткие теоретические сведения

Практически вся работа резания переходит в теплоту. Студент должен знать основные зоны, в которых возникает теплота, и основные направления, в которых она распространяется. В процессе изучения необходимо обратить особое внимание на ряд конструирующих явлений /например, связанных с увеличением скорости деформирования и уменьшением силы резания с увеличением скорости резания/, приводящих к изменению температуры в зоне резания. Использовать эти явления при объяснении зависимости температуры резания от элементов режима резания, характеристик обрабатываемого и инструментального материалов, геометрии инструмента. Задачи на определение количества теплоты, выделяющейся в трех основных зонах деформации, связаны с расчетом работы, выделяющейся в этой зоне, одну из которых мы рассматривали /типичная задача 3/.

В процессе резания изменяются размеры, форма и кристаллическая структура материала режущих инструментов. При изучении износа

необходимо усвоить основные явления, приводящие к изнашиванию /абразивное воздействие, адгезия, диффузия, термические явления и окисления поверхностных слоев/, и внешние проявления износа /площадка на задней и лунка на передней поверхностях и др./. Рассматривая интенсивность изнашивания как скорость нарастания изношенной массы, обратить внимание на зависимость характера ее изменения от скорости резания: экстремальный /при обработке стали/; монотонно возрастающий /при обработке чугуна однокарбидными твердыми сплавами ВК/; экстремальный с минимальным значением в диапазоне скоростей  $V = 200 \dots 300$  м/мин /при обработке чугуна двухкарбидными твердыми сплавами ТВК/.

При назначении критерия затупления важно знать области эффективного применения критериев равного, оптимального и технологического затупления. При этом, на основе информации о реальных условиях обработки /черновая, чистовая/ назначить тот или иной критерий.

Кривые износа /графическое изображение изменения величины износа во времени/ инструмента служат основой для построения стойкостных зависимостей в координатах "стойкость - скорость резания"  $T - V$ . В процессе изучения дисциплины ТР и выполнения соответствующей лабораторной работы следует научиться строить кривые распределения стойкости экспериментальным методом, находить участки  $T = f(V)$ , отвечающие оптимальным условиям работы, выбирать такие значения  $V$ , которые доставляют максимум значению стойкости инструмента. Задачи на определение критерия оптимальности износа базируются на методике Н.Н.Зорева, который аналитически получил выражение зависимости  $h_3 = f(T)$  от высоты изношенной площадки на задней поверхности инструмента  $h_3$  от стойкости [2]. Эта зависимость распространяется как на перетачиваемые, так и на неперетачиваемые режущие пластинки /число неперетачиваемых граней равно числу переточек/.

По приведенным статистическим данным, используя характерные особенности кривой износа, можно определить точки перехода от участка приработки к участку нормального изнашивания и от последнего к участку форсированного изнашивания. Величину  $h_3$ , соответствующую переходу к форсированному изнашиванию, принято связывать с оптимальным износом.

Зависимость  $m = f(T)$  более объективно отражает физические явления, лежащие в основе процесса изнашивания инструментального материала вдоль всей режущей длины лезвия, в то время как зависимость  $h_3 = f(T)$  показывает закономерность увеличения местного износа в одной точке лезвия. Расчеты показывают, что на кривой  $m = f(T)$

нет точек перегиба - происходит монотонное возрастание изношенной массы  $m$  на протяжении всего времени резания данным резцом.

Задачи на определение износа и стойкости инструмента связаны с использованием стойкостной зависимости  $T = f(V)$ , имеющей сложный многоэкстремальный характер. В реальных производственных условиях, при которых обработка ведется на достаточно высоких скоростях, для описания стойкостной зависимости /ее фрагмента/ применяются степенные функции в виде  $T = C_T / V^{1/\mu}$ , где  $1/\mu = m$  - показатель относительной стойкости;  $C_T = C_V^{1/m}$  - постоянная, характеризующая влияние параметров инструментального и обрабатываемого материалов, геометрию режущей части инструмента и другие условия резания. Числовые значения  $m$  и  $C_V$  определяются из справочников.

В задачах, где определяются соотношения между различными скоростями резания и стойкостью инструмента, необходимо использовать зависимость  $V_1 T_1^m = V_2 T_2^m = \dots = V_n T_n^m = const$ .

#### 4.2. Типовая задача 5

В механическом цехе в условиях массового производства выполняется токарная операция дорогостоящими резцами с напайными пластинками из твердого сплава ТЗ0К4.

Требуется определить оптимальный период стойкости резца  $T$ , используя критерий оптимального износа /метод Н.Н.Зорева/ по данным, приведенным в табл.4; построить графики зависимостей  $h_3 = f(T)$  и  $m = f(T)$ .

Таблица 4

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h_3$ , мм	0,05	0,1	0,11	0,36	0,47	0,58	0,68	0,8	0,95	1,1
$T$ , мин	1	2	3	25	50	75	100	110	115	120

Участок приработки резца допускается не строить.

Геометрические параметры режущей пластины:  $\alpha = 8^\circ$ ;  $\gamma' = 0^\circ$ , полная длина пластины  $l = 20$  мм; допускаемая величина стачивания  $M = \frac{2}{3}l$ ; ширина изношенной части резца вдоль главной задней поверхности инструмента  $b = 15$  мм.

Решение задачи. Критерий оптимального износа по Н.Н.Зореву предполагает определение такой высоты износа  $h_3$  по задней площадке, которая обеспечивала бы максимум суммарной стойкости инструмента  $T_{\text{сум}}$ . Используя опытные данные /см. табл.4/, определим  $T_{\text{сум}}$  как произведение:  $T_{\text{сум}} = T(i + 1)$ , где  $T$  - период стойкости между двумя заточками,  $i$  - число переточек, допускаемых инструментом до его полной амортизации. Для определения оптимального износа  $h_3^{\text{опт}}$  построим кривую износа по данным табл.3. Анализ изменения этих данных /рис.13/ показывает, что начиная с  $T = 100$ , происходит резкое возрастание  $h_3$ , т.е. переход к участку форсированного износа  $\Phi$ . Эта точка перегиба является величиной оптимального износа  $h_3^{\text{опт}}$ , принимающей значение  $h_3^{\text{опт}} = 0,68$  мм.

Этому  $h_3^{\text{опт}}$  соответствует период стойкости  $T = 100$  мин

рис.13.

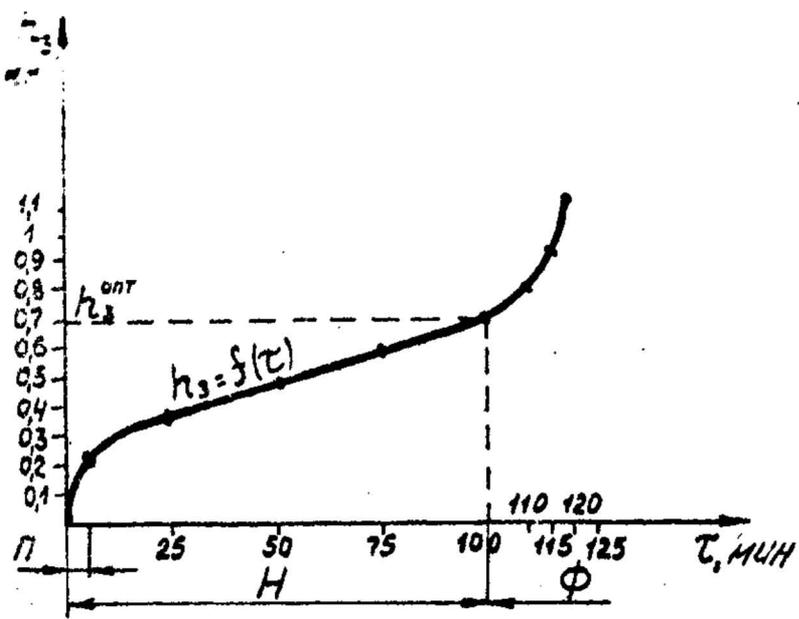


Рис.13. Оптимальный износ

Для нахождения числа переточек  $i$  изобразим схему переточки инструмента /рис.14/. Чтобы инструмент стал работоспособным, с задней поверхности при переточке должен быть сошлифован слой твердого сплава ТС толщиной  $h + \Delta h$ . Здесь  $\Delta h = 0,1 - 0,15$  мм, включает допуск на заточку и слой ТС, сошлифованный для удаления дефектов под изношенной частью задней поверхности. Допускаемое число переточек  $i = H / (h + \Delta h)$ ; при этом  $h$  измеряется перпендикулярно к задней поверхности инструмента.

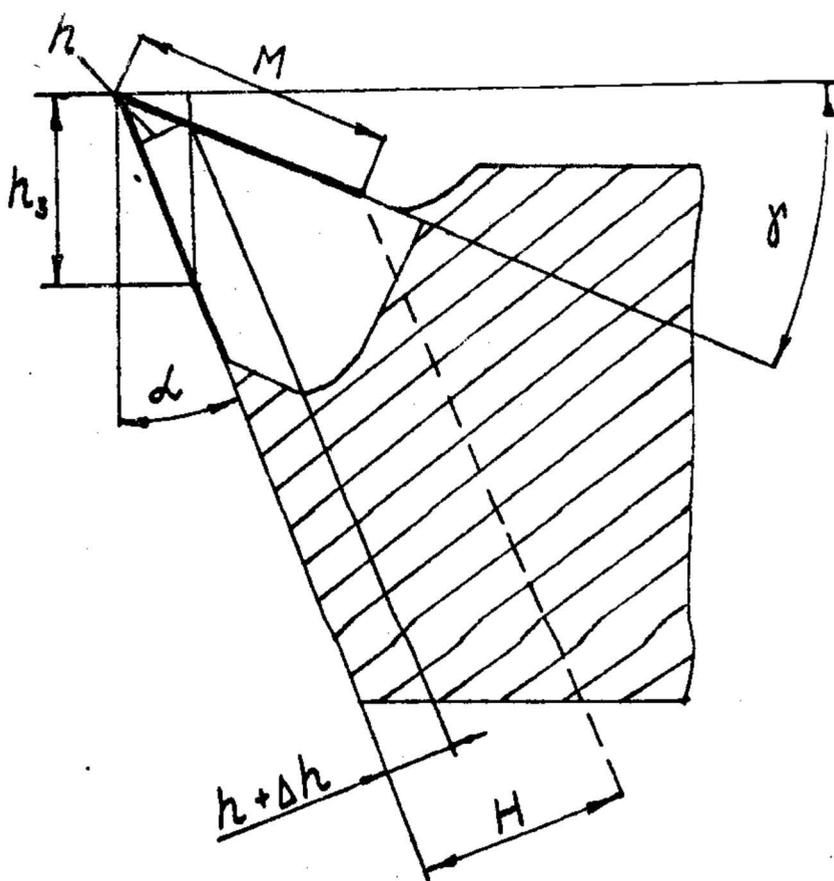


Рис. 14. Схема переточки инструмента

Исходя из тригонометрических преобразований

$$h = h_3 \operatorname{tg} \alpha \frac{\cos(\alpha + \gamma)}{\cos \gamma}$$

Выразим величину  $H$  через допустимую величину стачивания  $M$ :

$$H = M \cdot \cos(\alpha + \gamma)$$

Суммарный период стойкости:

$$T_{\text{сум}} = \frac{HT}{h + \Delta h} + T = \frac{M \cdot \cos(\alpha + \gamma) T}{\left[ h_3 \operatorname{tg} \alpha \frac{\cos(\alpha + \gamma)}{\cos \gamma} \right] + \Delta h} + T =$$

$$= \frac{2 \cdot 20 \cdot \cos 8^\circ \cdot 100}{3 [0,68 \cdot \operatorname{tg} 8^\circ \cdot \cos 8^\circ] + 0,1} + 100 = 5873,4 \text{ мин.}$$

Зависимость массы изношенной части инструмента по задней поверхности от  $T$  определяется из соотношения, полученного в результате тригонометрических преобразований /см. рис.14/:

$$m = \frac{8h_3^2 \rho \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos(\alpha + \gamma)}{2 \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha}$$

Это соотношение получено аналитически исходя из предположения постоянства  $h_3$  вдоль главного лезвия инструмента /рис.15/. Составим расчетную таблицу /табл.5/ для определения  $m = f(T)$ .

Таблица 5

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h_3$ , мм	0,05	0,1	0,11	0,38	0,47	0,58	0,68	0,8	0,95	1,1
$m$ , Н	0,005	0,01	0,0113	0,048	0,048	0,05	0,07	0,032	0,098	0,113
$T$ , мин	1	2	3	25	50	75	100	110	115	120

При определении массы примем плотность твердого сплава Т30К4  $\rho = 9800 \text{ кг/м}^3$ . Построим график зависимости  $m = f(T)$  согласно данным табл.5. На рис.16 условно не показан участок приработки.

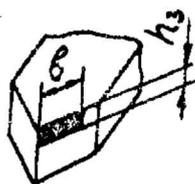


Рис.15. Форма изношенной части резца

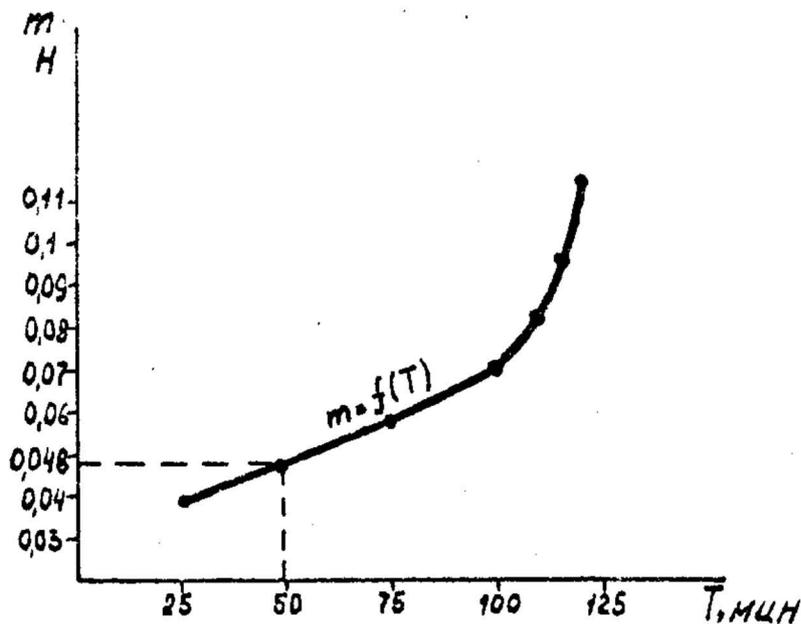


Рис.16. Кривая износа массы

Отчет. Оптимальный суммарный период стойкости резца составляет 6873 мин. Зависимости высоты изношенной площадки и изношенной массы во времени показаны на рис.13 и 16.

#### 4.3. Задачи для самостоятельного решения

4.3.1. На предприятии массового производства большой перерасход твердого сплава. Одно из решений по сокращению расхода – отыскание критерия оптимального износа. В чем его суть? Исходя из нормативного износа проходного резца с режущей пластиной Т15К6 при обработке детали из стали 40Х диаметром  $\phi = 60$  мм;  $l = 200$  мм;  $t = 1,5$  мм;  $S = 0,15$  мм/об построить для периода стойкости  $T$  его характерную кривую износа. Найти критерий оптимального износа, если форма пластины № 0227. Какое количество деталей можно обработать резцом при найденном критерии оптимального износа? Сравнить его с нормативным.

4.3.2. Определить объем изношенной массы на задней поверхности резца, если высота изношенной площади  $h_3 = 3$  мм; ширина изношенной площади  $b = 12$  мм; задний угол инструмента  $\alpha_{h_3} = 10^\circ$ ; угол заострения  $\beta = 70^\circ$ .

4.3.3. Определить количество теплоты  $Q_d$ , выделяющейся за 2 мин в зоне деформирования при свободном резании с единственной плоскостью сдвига.

Дано:  $P_z = 900$  Н; касательные напряжения в зоне контакта /передней поверхности инструмента и стружки/  $\tau_c = 300$  МПа, нормальные напряжения в зоне контакта  $\sigma_N = 300$  МПа, угол резания  $\sigma = 75^\circ$ , скорость резания  $V = 20$  м/мин.

4.3.4. Определить количество теплоты  $Q_d$ , выделяющейся за 10 мин в зоне деформирования /в схеме свободного резания с единственной плоскостью сдвига/.

Дано:  $P_z = 1080$  Н; касательные напряжения в зоне контакта  $\tau_c = 400$  МПа; нормальные напряжения  $\sigma_N = 340$  МПа; угол заострения  $\beta = 80^\circ$ ; задний угол  $\alpha = 12^\circ$ ; скорость резания  $V = 20$  м/мин. Провести все необходимые аналитические преобразования для определения сил, действующих на передней поверхности инструмента, и изобразить сечение резца в соответствующей координатной плоскости.

4.3.5. Определить количество теплоты  $Q_{r,n}$ , выделяющейся за 5 мин в зоне трения стружки и передней поверхности инструмента.

Дано:  $P_z = 980$  Н, касательные напряжения в зоне контакта  $\tau_c = 320$  МПа, нормальные напряжения  $\sigma_N = 300$  МПа, угол резания инструмента  $\sigma = 75^\circ$ , скорость резания  $V = 15$  м/мин.

Привести все необходимые аналитические преобразования, схемы сил, действующих на передней поверхности инструмента, и сечение реза в соответствующей координатной плоскости.

4.3.6. Определить расчетную высоту микронеровностей  $R_{ZP}$  при обработке остро заточенным резцом.

Дано: главный угол в плане  $\varphi = 45^\circ$ ,  $\epsilon = 120^\circ$ , толщина срезаемого слоя  $a = 1,2$  мм. При решении вывести зависимости  $R_{ZP} = f(S, \varphi, \varphi_1, r)$  и привести графические схемы определения  $R_{ZP}$ .

4.3.7. Определить расчетную высоту микронеровностей с радиусом при вершине резца  $r = 1,2$  мм и толщиной срезаемого слоя  $a = 2$  мм. Привести графическое изображение расчетного микропрофиля;  $\varphi = 60^\circ$ . При решении обязателен вывод зависимостей  $R_{ZP} = f(S, \varphi, \varphi_1, r)$  и графические схемы определения  $R_{ZP}$ .

4.3.8. При обработке пластичных металлов температура передней поверхности резца:

1 - выше температуры задней его поверхности?

2 - ниже температуры задней его поверхности?

3 - равна температуре задней поверхности?

4.3.9. С увеличением главного угла в плане теплоотвод от режущей кромки:

1 - не изменится?

2 - улучшается?

3 - ухудшается?

4.3.10. При обработке твердосплавными инструментами показатели степени при скорости резания, подаче и глубине резания:

1 - меньше, чем при работе быстрорежущими резцами?

2 - больше, чем при работе быстрорежущими резцами?

3 - равны показателям при работе быстрорежущими резцами?

4.3.11. При равных условиях работы, в каком из указанных случаев температура резания будет выше:

1 - когда инструмент оснащен твердым сплавом Т5К10?

2 - " " ВК6?

3 - " " Т30К4?

4.3.12. При равных условиях работы, в каком случае температура резания будет выше:

1 - когда инструмент оснащен твердым сплавом?

2 - когда инструмент оснащен минералокерамикой?

4.3.13. При равных условиях работы температура резания будет выше, когда:

1 - инструмент оснащен сплавом ВК6?

2 - инструмент оснащен сплавом Т5К10?

4.3.14. При равных условиях работы температура резания будет выше, когда:

1 - инструмент оснащен белой минералокерамикой?

2 - инструмент оснащен черной минералокерамикой /керметом/?

### ЗАДАНИЕ 3

#### Раздел 5. РАСЧЕТ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ С ПОМОЩЬЮ НОРМАТИВНО-СПРАВОЧНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

##### 5.1. Краткие теоретические сведения

Определение режима резания состоит в выборе по заданным условиям обработки /техническим требованиям к чистоте и точности обработанной поверхности, конструкции режущего инструмента и материала его режущей части, физико-механическим свойствам обрабатываемого материала, допустимому износу инструмента, его стойкости и геометрическим параметрам режущей части/ наиболее выгодного сочетания глубины резания, подачи и скорости резания, обеспечивающих наименьшую трудоемкость и себестоимость выполнения операции. Режимы резания устанавливаются в следующем порядке:

1/ определение глубины резания  $t$ , мм, и числа проходов. В зависимости от вида обработки и требований к качеству поверхности выбирается вариант разбивания припуска на обрабатываемую поверхность по проходам. При черновом точении весь припуск целесообразно снимать за один проход. При черновых проходах с продолжительным машинным временем, когда установление более высоких режимов резания лимитируется мощностью станка, в ряде случаев бывает более выгодным снимать припуск за несколько проходов. Целесообразность этого должна определяться сравнительным расчетом продолжительности оперативного времени, необходимого для выполнения данного перехода при различном числе проходов. Деление припусков на несколько проходов производится также при полусточном и чистовом точении нежестких деталей, а также при обработке резцами с дополнительной режущей кромкой,  $\varphi_r = 0$ ;

2/ выбор подачи  $S$ , мм/об. Подачи выбираются по справочной литературе в зависимости от площади сечения державки резца, диаметра обработки и глубины резания. Выбранная подача проверяется на допустимость по мощности электродвигателя, прочности державки резца и прочности пластинки твердого сплава [8];

3/ определение нормативной скорости резания  $V$ , м/мин, и соответствующей ей частоты вращения  $n$ , мин<sup>-1</sup>, допустимых заданным периодом стойкости режущего инструмента. В практике встречаются два варианта определения - по картам [8] /в зависимости от глубины резания, подачи и главного угла в плане инструмента/ или по известной эмпирической формуле [7]. Среднее значение стойкости при одноинструментальной токарной обработке составляет 30...60 мин, а при сверлении выбирается по таблице в зависимости от обрабатываемого и инструментального материалов с учетом диаметра сверла [7]. По значению скорости выбирается необходимая частота вращения шпинделя, которая корректируется по паспорту станка;

4/ определение усилия и мощности резания по выбранной глубине резания, подаче и скорости резания. Эти параметры можно найти либо по соответствующим нормативным картам [8; 9], либо с помощью эмпирических формул [7];

5/ проверка возможности осуществления выбранного режима резания на заданном станке по его эксплуатационным данным. Если найденный режим не может быть осуществлен на заданном станке /эффективная мощность, необходимая на резание, выше мощности на шпинделе/, а выбранная подача удовлетворяет приведенным выше ограничениям, необходимо уменьшить скорость резания. Уменьшение  $V$  осуществляется вводом поправочного коэффициента изменения скорости  $K_v$  [8] в зависимости от отношения мощности на шпинделе, допустимой станком, к мощности по нормативам;

6/ корректировка выбранного режима по станку в соответствии с его паспортными данными.

Приведенная последовательность расчета в основном сохраняется при сверлении, фрезеровании и других видах лезвийной обработки резанием.

## 5.2. Типовые задачи

5.2.1. Типовая задача 6. Рассчитать режимы резания при предварительной обточке детали типа вал на станке 16К20. Исходные данные: род и размер заготовки - прокат, сталь 45;  $\sigma_B = 550$  МПа;  $D = 80$  мм;

$m = 19$  кг; инструмент – резец проходной прямой, оснащенный пластиной твердого сплава Т5К10;  $\varphi = 45^\circ$ ;  $\varphi_1 = 10^\circ$ ;  $\rho = 4$  мм; В.Н = 25x25 мм;  $\ell = 1,5$  Н; условия выполнения операции – заготовка устанавливается в самоцентрирующий патрон с поджатием центра задней бабки; обработка поверхности I /рис.17/ производится за один проход.

Расчет режимов резания выполним в традиционной последовательности с использованием данных работы [8].

1. Изобразим схему обработки валика /рис.17/.

2. Определим глубину резания, принимаемую равной припуску на обработку за один проход:

$$t = (D-d)/2 = (80-68)/2 = 6 \text{ мм.}$$

3. Выбираем подачу: а/ по карте 4 определим значение подачи для чернового точения. Для державки резца сечением 25x25 мм, диаметра обработки до 100 мм и глубины резания до 8 мм рекомендуемая подача  $S = 0,5 \dots 0,7$  мм/об; б/ проверим допустимость подачи рекомендуемой картой 4 по мощности электродвигателя /карта 13/, прочности державки резца /карта 14/ и прочности пластинки твердого сплава /карта 15/.

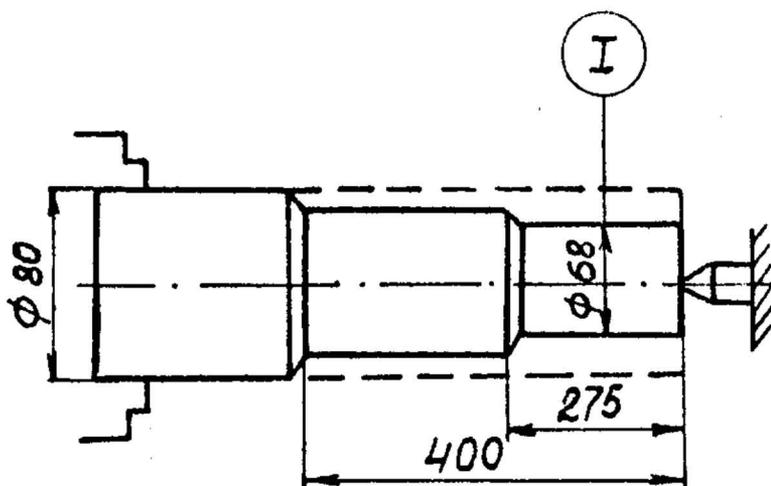


Рис.17. Схема обработки валика

По карте 13 для глубины резания  $t = 6$  мм, мощности электродвигателя  $N_d = 8$  кВт и для резца  $\varphi > 0^\circ$  допускается подача  $S = 0,7$  мм/об. В этой же карте для стали с пределом прочности  $\sigma_B = 550$  МПа /55 кг/мм<sup>2</sup>/ найдем поправочный коэффициент  $K_{MS} = 1,07$ . Следовательно, подача, допускаемая мощностью электродвигателя /из условий обеспечения работы для твердого сплава со скоростью не ниже 50 м/мин/,  $S = 0,7 \cdot 1,07 = 0,75$  мм/об.

По карте 14 для резца с державкой сечением 25x25 мм и глубиной резания  $t = 6$  мм найдем подачу  $S = 3$  мм/об. Умножив эту подачу на поправочный коэффициент  $K_{MS} = 1,07$ , соответствующий стали с пределом прочности  $\sigma_B = 55$  кг/мм<sup>2</sup>, и  $K_{MS} = 0,58$ , соответствующий вылету резца  $l = 1,5$  Н, найдем подачу, допустимую прочностью державки резца:  $S > 3 \cdot 1,07 \cdot 0,58 = 1,86$  мм/об.

По карте 15 для резца с главным углом в плане  $\varphi = 45^\circ$ , толщиной пластинки твердого сплава  $C = 4$  мм и для глубины резания  $t = 6$  мм найдем подачу  $S = 1,11$  мм/об. С учетом поправочного коэффициента для стали /  $\sigma_B = 55$  кг/мм<sup>2</sup> /,  $K_{MS} = 1,07$ , допустимая подача  $S = 1,11 \cdot 1,07 = 1,19$ .

Из сопоставления подач, определенных по картам 13 /  $S = 0,7$  мм/об /, 14 /  $S > 1,86$  мм/об / и 15 /  $S = 1,19$  мм/об /, видим, что величину подачи лимитирует мощность электродвигателя. Но подача, допустимая мощностью электродвигателя, не ограничивает максимальную подачу, рекомендуемую картой 13, т.е. подачу  $S = 0,7$  мм/об. Такая подача имеется на станке /согласно паспортным данным/, следовательно, ее и примем для выполнения технологического перехода обработки  $\phi 68$ .

4. Выберем скорость резания и частоту вращения шпинделя. По карте 19 /лист 1/ для глубины резания  $t = 6$  мм резца проходного прямого с главным углом в плане  $\varphi = 45^\circ$  для  $S = 0,7$  мм/об найдем  $V = 100$  м/мин,  $P_z = 6630$  Н,  $N_3 = 10,7$  кВт.

По карте 45 определим поправочные коэффициенты для измененных условий работы резца. В данном примере необходимо учесть только поправочный коэффициент в зависимости от предела прочности обрабатываемого материала  $\sigma_B$ . Для  $\sigma_B = 55$  кг/мм<sup>2</sup> по карте 45 /лист 2/ находим  $K_{MV} = 1,18$ ,  $K_{MP_z} = 0,92$ ,  $K_{MN_3} = 1,09$ .

Следовательно, для заданных условий обработки нормативные значения  $V$ ,  $P_z$  и  $N_3$  составляют:  $V = 100 \cdot 1,18 = 118$  м/мин;  $P_z = 6630 \cdot 0,92 = 6100$  Н;  $N_3 = 10,7 \cdot 1,09 = 11,6$  кВт.

Найденный режим не может быть осуществлен на заданном станке, так как эффективная мощность, потребная на резание /  $N_3 = 11,6$  кВт /, выше мощности на шпинделе, допустимой номинальной мощностью электродвигателя /11 кВт по паспорту станка/. Необходимо уменьшить скорость резания. Коэффициент изменения скорости резания зависит от отношения мощности на шпинделе, допустимой станком, к мощности по нормативам. В данном примере это отношение будет  $11/11,6 = 0,94$ . По карте 45 /лист 7/ для этого соотношения находим коэффициент изменения скорости

резания:  $K_V = 0,88$ . Скорость резания, установленная по мощности станка,  $V = 11,8 \cdot 0,88 = 103,8$  м/мин. Частота вращения шпинделя  $n = 1000 V / \pi D = 1000 \cdot 103,8 / 3,14 \cdot 80 = 413$  об/мин. По паспорту станка  $n = 400$  и  $n = 500$  об/мин. Выбираем  $n = 400$  об/мин.

Окончательно для перехода обработки  $\phi 80$ : подача  $S = 0,7$  мм/об и  $n = 400$  об/мин. Фактическая скорость резания  $V_{ф} = \pi D n / 10^3 = 100,5$  м/мин.

В практике технологических расчетов применяется и другой подход к расчету режимов резания, основанный на использовании эмпирических формул определения скорости резания, составляющих сил резания и мощности резания  $N$ . Для данного примера определим эти составляющие режима резания.

Скорость резания определяется по эмпирической формуле

$$V = C_V K_V 1T^m t^x S^y$$

Коэффициент  $K_V$  является произведением коэффициентов, учитывающих влияние материала заготовки  $K_{HV}$ , состояния поверхности  $K_{PV}$ , материала инструмента  $K_{UV}$  на скорость резания. Значения коэффициента  $C_V$  и показателей степени  $x, y, m$  приведены в [7, табл.17, с.269].

Для данного примера расчета режимов резания примем:

$$K_{HV} = K_r (750/60)^{r_v} = 1,0 / 750/550^1 = 1,36 \quad [7, \text{с.261}; 2, \text{с.262}];$$

$$K_{UV} = 0,9 \quad [7, \text{с.263}]; \quad K_{UV} = 0,65 \quad [7, \text{с.263}]; \quad K_V = 0,8; \quad C_V = 350;$$

$$x = 0,15; \quad y = 0,35; \quad m = 0,2 \quad [7, \text{с.269}].$$

Среднее значение стойкости при обработке рекомендуется принимать в диапазоне 30...60 мин. Примем  $T = 60$  мин.

$$\text{Рассчитаем скорость резания: } V = 350 \cdot 0,8/60^{0,2} \cdot 6^{0,15} \cdot 0,7^{0,35} = 106,68 \text{ м/мин.}$$

Определим частоту вращения шпинделя:  $n = 1000 V / \pi D = 1000 \cdot 106,68 / \pi \cdot 80 = 424,47$ . Принимаем по паспорту станка  $n = 400$  об/мин. Скорректированное значение скорости:  $V = \pi D n / 1000 = 100,5$  м/мин.

Сила резания  $P$  раскладывается при продольном точении на три составляющие силы резания:  $P_z$  - главная,  $P_y$  - радиальная,  $P_x$  - осевая. Эти составляющие рассчитываются по формуле

$$P_{z,y,x} = 10 \cdot C_p t^x S^y V^n K_p$$

Определим значение сомножителей этой зависимости для  $P_z$ :

$$C_{P_z} = 300; \quad x = 1,0; \quad y = 0,75; \quad n = -0,15 \quad [7, \text{ с.273}];$$

$$K_{P_z} = K_{M_{P_z}} K_{V_{P_z}} K_{U_{P_z}} K_{Z_{P_z}} K_{r_{P_z}} = 0,79 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 0,79 \quad [7, \text{ с.264, 275}].$$

$$P_z = 10 \cdot 300 \cdot 6^1 \cdot 0,7^0 \cdot 0,75 \cdot 100,58^{-0,15} \cdot 0,79 = 5434,73 \text{ Н.}$$

Мощность резания

$$N = \frac{P_z \cdot V}{1020 \cdot 60} = \frac{5434,73 \cdot 100,5}{1020 \cdot 60} = 8,92 \text{ кВт.}$$

Окончательно для перехода обработки  $\varnothing 80$ : подача  $S = 0,7$  мм/об;

$$n = 400 \text{ об/мин; } V = 100,5 \text{ м/мин; } P_z = 5434,73 \text{ Н; } N = 8,92 \text{ кВт.}$$

Наряду с традиционными по содержанию задачами определения режимов резания в практике инженеров-механиков встречаются задачи, непосредственно связанные с техникой выбора элементов режима резания для других видов обработки /сверления, фрезерования/.

5.2.2. Типовая задача 7. Исключить опасность вырыва обрабатываемой детали из серого чугуна HB = 260 при сквозном сверлении /сверло с режущей частью из быстрорежущей стали P6M5, диаметром  $d = 16$  мм по ГОСТ 10903-77 со стандартной заточкой  $2\psi = 116^\circ$  за счет уменьшения осевой составляющей  $P_o$  силы резания на 25-30%. На сколько допускается увеличить скорость резания, чтобы стойкость инструмента уменьшилась не более чем в 2 раза. Режим резания:  $V = 17,3$  м/мин;  $S = 0,4$  мм/об; длина прохода  $l = 32$  мм.

Поправочный коэффициент на осевую составляющую приведен ниже:

$2\psi^\circ$	116...118	120...130	100...115
$K_{\psi P}$	1,32	1,32	0,87

Решение задачи. Изобразим схему сквозного сверления /фрагмент схемы, рис.18/. Определим факторы, позволяющие исключать опасность вырыва. Зависимость силы от различных факторов [7]:

$$P_o = 10 C_p d^9 S^4 K_p K_{\psi P} \quad //$$

1. Найдем значение осевой составляющей силы резания  $P_o$ , при которой возможен вырыв. Из табл.9 и 32 [7, с.264, 281] выберем

такие значения компонентов /1/:

$$C_p = 42,7; \quad q = 1,0; \quad \psi = 0,8;$$

$$K_p = K_{np} = \sqrt[10]{\text{HB}/190}^{0,6} = 1,21.$$

$$P_0 = 42,7 \cdot 16 \cdot 0,4^{0,8} \times$$

$$\times 1,21 \cdot 1,32 = 524,27 \text{ Н.}$$

2. Определим период стойкости инструмента, при котором может возникнуть вырыв:

$$T = \frac{(C_v K_v)^{1/m} d^q}{V^{1/m} S^{\psi/m}} =$$

$$= \frac{(17,1 \cdot 0,67)^8 \cdot 16^2}{17,3^8 \cdot 0,4^{3,2}} = 189,4 \text{ мин.} \quad |2/$$

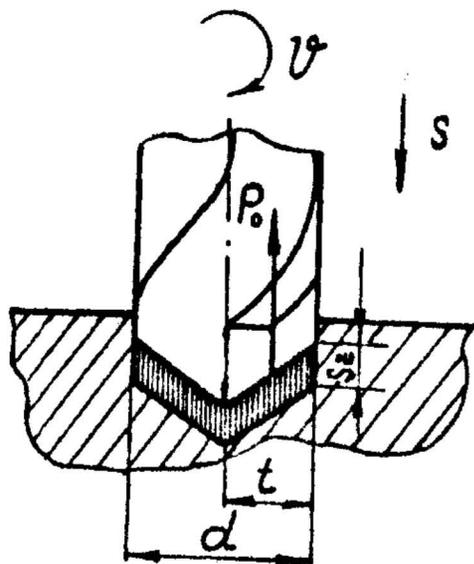


Рис.18. Схема сквозного сверления

При вычислении необходимо пользоваться данными, представленными в [7, табл.28, с.278]:  $C_v = 17,1$ ;  $q = 0,25$ ;  $\psi = 0,4$ ;  $m = 0,125$  /при  $S > 0,3$  мм/об/.

3. Определим значения осевой составляющей  $P_0$ , стойкости  $T$ , при которых исключается опасность вырыва; при этом уменьшение стойкости допустимо не более чем в 2 раза. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,7 P_0 = K_1 S^{0,8}; \\ 0,5 T = \frac{K_2}{V^8 \cdot S^{4,4}} \end{cases} \quad |3/$$

где  $K_1$  - значение множителя  $(10 C_p d^q K_p K_{\psi})$  из выражения /1/;  $K_2$  - значение множителя  $(C_v K_v)^{1/m} d^q$ .

Анализ системы /3/ показывает, что уменьшение осевой составляющей возможно только за счет уменьшения подачи. Вычислим значение  $S$ , при котором осевая составляющая  $P_0$  уменьшается на 30%:

$$S^{0,8} = \frac{0,7 P_0}{1091,21}; \quad S = 0,26 \text{ мм/об.}$$

Тогда, для того чтобы стойкость  $T$  уменьшилась не более чем в 2 раза, скорость резания допускается увеличить до значения  $V = 23,4$  м/мин:

$$94,72 = \frac{(14,7 \cdot 0,67)^8 \cdot 16^2}{V^8 \cdot 0,26^{4,4}}; \quad V = 23,4 \text{ м/мин.}$$

Здесь важно обратить внимание на специфику работы со справочной таблицей (например, табл. 28 [7, с. 278]). При уменьшении подачи до  $S = 0,26 \text{ мм/об} < 0,3 \text{ мм/об}$  значения коэффициентов  $C_V, K_V$  и показателей степеней  $\varphi, \psi, m$  следует выбирать из строки, в которой  $S \leq 0,3 \text{ мм/об}$ , в то время как при определении начального варианта справочные данные выбирались из строки при  $S > 0,3 \text{ мм/об}$ .

Ответ: для исключения опасности вырыва следует уменьшить подачу до  $S = 0,26 \text{ мм/об}$ ; при этом осевая составляющая силы резания  $P_0$  уменьшится на 30% и будет  $P_0 = 524,27 \text{ Н}$ . При этом уменьшении  $S$  допускается увеличение скорости до значения  $V = 23,4 \text{ м/мин}$ , что, в свою очередь, приведет к уменьшению стойкости  $T$  в 2 раза до 94,72 мин.

### 5.3. Задачи для самостоятельного решения

5.3.1. При черновом точении валиков на автоматической линии стойкость резцов  $T_1$  при скорости резания  $V_1$  не устраивает производство из-за часовых остановок линии для замены инструмента. Необходимо в 1,5 раза повысить стойкость инструмента. Как при этом изменится скорость резания? Определить  $V_1$  и  $V_2$ .

Обрабатываются валики  $\varnothing 40$  из стали 50, HB = 220, резцами из Т15К6.

5.3.2. Найти наилучший вариант обработки детали из чугуна HB = 150,  $\varnothing 75 \text{ мм}$ , длина  $l = 400 \text{ мм}$  резцом ВК8 на станке 16К20, глубина резания  $t = 4,5 \text{ мм}$ . Ограничивающие факторы: шероховатость  $R_z = 40 \text{ мкм}$ , стойкость, мощность.

1. Как рассчитать подачу, одновременно допускаемую стойкостью и мощностью станка?

2. Показать графически область допустимых значений режимов резания и оптимальные значения режимов.

5.3.3. Возникла производственная необходимость в обработке наружным точением закаленных стальных деталей типа вал (HRC 50...52), на боковой поверхности которых, кроме того, имеется продольный паз глубиной 10 мм и шириной 10 мм. Точение необходимо произвести проходным резцом с твердосплавной пластиной /ГОСТ 18878-73/,  $B \cdot H = 16 \cdot 25 \text{ мм}$ , толщиной 6 мм. Геометрические параметры режущей части резца:  $\varphi = 45^\circ$ ,  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\gamma = -10^\circ$ .

Необходимо табличным методом определить подачу  $S$ , если известно, что диаметр детали до обработки равен 95 мм. Обработку следует произвести за один проход до диаметра 87 мм без СОЖ. Длина обработки - 85 мм, вылет резца - 30 мм, допустимый прогиб резца из условий прочности державки  $f < 0,1$  мм. Определить, соответствует ли назначенная подача условиям жесткости резца, прочности пластинки и, если необходимо, откорректировать ее.

Определить скорость резания, отвечающую максимальному ресурсу резца, период его стойкости, рассчитать количество деталей, обработанных за период его стойкости, а также потребность в инструменте, если необходимо обработать 1000 шт. деталей. Станок - модели 16К20, стойкость резца - рассчитать.

5.3.4. На токарном станке производится получистовая ( $R_z 20$ ) обработка валика из труднообрабатываемой стали 12Х18 Н10Т.

Глубина резания  $t = 2$  мм.

1. Определить марку твердого сплава материала резца и химический состав материала. Подобрать СОЖ для эффективной обработки материала.

2. По нормативным материалам выбрать оптимальные режимы резания, обеспечивающие заданную стойкость.

3. Рассчитать силу резания  $P_z$  и количество теплоты, выделяющейся в процессе обработки.

5.3.5. При черновом точении валиков на автоматической линии стойкость резцов  $T$ , при скорости резания  $V$ , не устраивает производство из-за двухчасовых остановок линии для замены инструмента. Необходимо в 1,5 раза повысить стойкость инструмента. Как при этом изменится скорость резания? Определить  $V_1$  и  $V_2$ .

Обрабатываются валики  $\varnothing 80$  из стали 40Х резцами из Т15К6.

5.3.6. Определить тангенциальную составляющую силы резания при точении конструкционной стали проходным резцом из твердого сплава с геометрическими параметрами:  $\varphi = 90^\circ$ ;  $\gamma = 0$ ;  $\lambda = 0$ ;  $t = 4$  мм;  $S = 2,5$  мм/об;  $V = 160$  м/мин;  $\sigma_B = 700$  МПа.

5.3.7. Определить осевую составляющую силы резания при точении конструкционной стали проходным резцом из твердого сплава с геометрическими параметрами:  $\varphi = 90^\circ$ ;  $\gamma = 0$ ;  $\lambda = 0$ ;  $t = 4$  мм;  $S = 2,5$  мм/об;  $V = 160$  м/мин;  $\sigma_B = 700$  МПа.

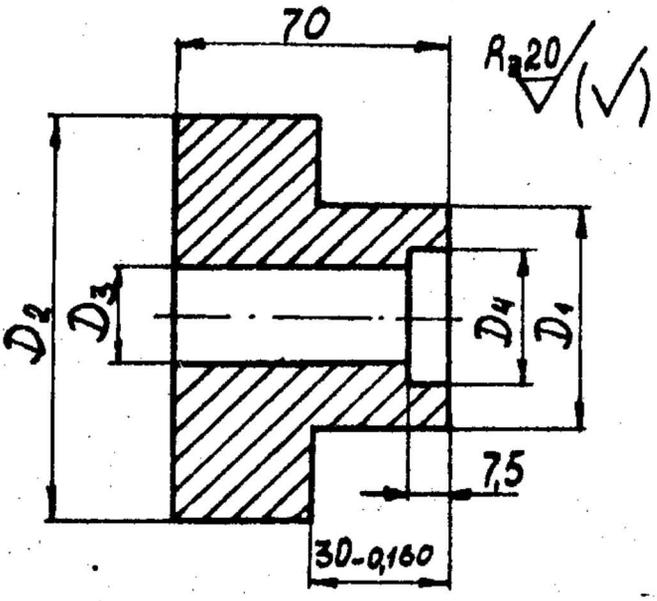
5.3.8. Рассчитать значение радиальной составляющей силы резания при точении конструкционной стали проходным резцом из твердого сплава с геометрическими параметрами:  $\varphi = 90^\circ$ ;  $\gamma = 0$ ;  $\lambda = 0$ ;  $t = 4$  мм;  $S = 2,5$  мм/об;  $V = 160$  м/мин;  $\sigma_B = 700$  МПа.

5.3.9. Определить мощность резания при точении коррозионностойкой стали резцами из твердого сплава BK8:  $\varphi = 45^\circ$ ;  $\gamma = 10^\circ$ ;  $\lambda = 5^\circ$ ; режим обработки:  $t = 2,0$  мм;  $S = 0,7$  мм/об;  $n = 400$  об/мин;  $D = 200$  мм;  $\sigma_B = 540$  МПа.

5.3.10. Определить мощность резания при точении серого чугуна НВ190 резцами из твердого сплава BK6:  $\varphi = 60^\circ$ ;  $\gamma = -15^\circ$ ;  $\lambda = -5^\circ$ ; режимами обработки:  $a = 1,2$  мм;  $\delta = 6$  мм;  $V = 90$  м/мин;  $\sigma_B = 320$  МПа.

5.3.11. Рассчитать площадь сечения державки токарного проходного резца с пластинкой из твердого сплава T15K6, предназначенного для черновой обработки вала  $\varnothing 100 \times 12$  из стали 45 с пределом прочности  $\sigma_B = 750$  МПа. Геометрия резца:  $\varphi = 45^\circ$ ;  $\varphi_r = 15^\circ$ ;  $\gamma = 0$ ;  $\alpha = 8^\circ$ ;  $\lambda = 0$ ;  $r = 1$  мм. Диаметр заготовки - 110; подача  $S = 0,8$  мм/об; скорость  $V = 120$  м/мин; вылет резца  $l = 50$  мм.

Материал державки - сталь 50 /  $\sigma_B = 650$  МПа,  $\sigma_u = 200$  МПа; допускаемый прогиб резца  $f = 0,1$  мм. Площадь сечения рассчитать для квадратной и прямоугольной державок.



5.3.12. Рассчитать режимы обработки детали типа звездочка /рис.19/, изготавливаемой на станке с ЧПУ 16К20Ф3. Материал детали - сталь 40Х  $\sigma_B = 620$  МПа, заготовка - штамповка. Диаметральные размеры, мм:  $D_1 = 70 \pm 10$ ;  $D_2 = 120$ ;  $D_3 = 25 \text{ H } 11^{(+0,13)}$ ;  $D_4 = 40 \text{ H } 10^{(+0,10)}$ . Диаметральные и торцевые припуски:  $k_g = 5$  мм;  $k_T = 4$  мм;  $R_a = 6,3$ .

Рис.19. Эскиз обрабатываемой звездочки

5.3.13. Рассчитать режимы обработки детали типа звездочка /рис.19/, изготавливаемой на станке с ЧПУ 16К20Ф3. Материал детали - сталь 18Х2Н4МА /  $\sigma_B = 840$  МПа; заготовка - поковка.

Диаметральные и торцевые припуски, мм:  $k_g = 8$ ;  $k_T = 4,5$ ;  $R_a = 6,3$  мкм.

5.3.14. Определить режимы резания при круглом внутреннем шлифовании детали типа "тело вращения". Материал детали - сталь 40X /  $\sigma_B = 620$  МПа; HRC 55/. Диаметр заготовки:  $D_3 = 92$  мм; диаметр обрабатываемого отверстия.  $D_0 = 41,82$ ; длина обработки.  $l = 10$  мм. Диаметр отверстия после обработки  $\alpha = 42,6^{+0,016}$ ; шероховатость  $R_a = 0,05$  мкм.

## ЗАДАНИЕ 4

### Раздел 6. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ ПРИ ТОЧЕНИИ

#### 6.1. Краткие теоретические сведения

Одной из наиболее распространенных проектных задач является поиск оптимальных условий функционирования системы резания. Процедура поиска включает в себя:

установление границ, подлежащих оптимизации технологической системы, внутри которых могут находиться экспериментальные значения, или формирование набора технических ограничений;

определение целевого количественного критерия /критерий оптимизации, целевая функция/, на основе которого можно произвести анализ вариантов с целью выявления наилучшего;

построение математической модели, которая отражает взаимосвязи между переменными и представляет собой совокупность уравнений и неравенств, отображающих целевую функцию и ограничения.

В зависимости от числа целевых функций различают одно- и многокритериальные оптимизационные задачи, а от вида целевой функции и ограничений - линейные и нелинейные оптимизационные задачи [13-15].

#### 6.2. Типовые задачи

6.2.1. Типовая задача 8. Определить оптимальные значения скорости резания и подачи, обеспечивающие максимальное значение производительности обработки /по составляющей машинного времени/.

Исходные данные: обрабатываемая деталь - вал /рис.20/; операция - черновое точение; станок - токарно-винторезный 16К20ФЗ; заготовка - прокат, сталь 45 /  $\sigma_B = 598$  МПа/;  $D_1 = 200$  мм;  $\sigma_{II} = 200$  МПа; инструмент - резец токарный сборный, проходной

с механическим креплением шестигранной пластины из твердого сплава Т15К6;  $\psi = 45^\circ$ ;  $\psi_1 = 10^\circ$ ,  $\gamma = 10^\circ$ ,  $C_{r2} = 5$  мм,  $ВН = 25 \cdot 25$ ,  $C_p = 25$  мм,  $T = 60$  мин; глубина резания  $t = 3$  мм.

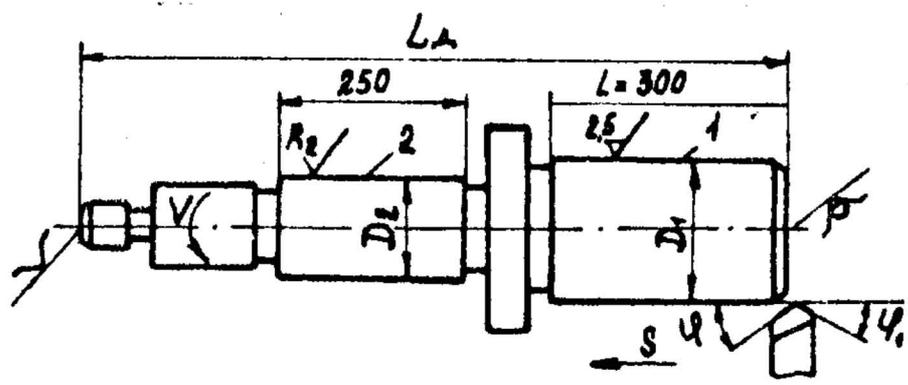


Рис.20. Схема обработки вала

Формирование системы ограничений

1. Ограничение по режущим возможностям инструмента. Для формирования этого ограничения используем известные зависимости [7] и сведения типовой задачи 6:

$$n S^{y_v} \leq \frac{318 C_v K_v}{T^m t^{x_v} D}$$

$$n S^{0,45} \leq \frac{318 \cdot 340 \cdot 1,25}{60^{0,2} \cdot 3^{0,15} \cdot 200} = 252,69.$$

Здесь

$$C_v = 340; \quad x_v = 0,15; \quad y_v = 0,45; \quad m = 0,2; \quad [7, \text{табл.17; с.269}].$$

$$K_v = K_{mv} K_{rv} K_{uv} = 1,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 1,25 \quad [7, \text{табл.5, 6; с.263}].$$

$$K_{mv} = K_r \left(\frac{750}{68}\right)^{m_v} = 1,0 \left(\frac{750}{598}\right)^{1,0} = 1,25 \quad [7, \text{табл.1, с.261; табл.2, с.262}].$$

2. Ограничение по мощности электродвигателя привода главного

движения станка:

$$n^{p+1} S^{y_{p2}} \leq \frac{1000^{p+1} \cdot 612 \cdot 10^4 \cdot N_3}{C_{p2} K_{p2} (\pi D)^{p+1} t^{x_{p2}}}$$

$$n^{0,85} S^{0,75} \leq \frac{1000^{0,85} \cdot 612 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 0,8}{300 \cdot 0,84 / 3,14 \cdot 200^{0,85} \cdot 3} = 96,13.$$

Здесь  $C_{P2} = 300$ ;  $X_{P2} = 1$ ;  $Y_{P2} = 0,75$ ;  $\mu_{P2} = -0,15$  [7, табл.22, с. 273];

$$K_{P2} = M_{NP2} K_{YP2} K_{XP2} K_{\lambda P2} = 0,84 [7, с.271];$$

$N_2 = N_{ст} \eta$  - эффективная мощность привода с учетом коэффициента полезного действия  $\eta$ .

3. Ограничение по силе, допускаемой прочностью слабого звена механизма подачи станка:

$$S^{Y_{PX}} \leq \frac{[P_{ст}]}{9,81 C_{PX} t^{X_{PX}} K_{PX}} ;$$

$$S^{0,5} \leq \frac{5884}{9,81 \cdot 339 \cdot 3^1 \cdot 0,65} = 0,89.$$

Здесь  $[P_{ст}]$  - максимально допускаемая сила по подаче /  $[P_{ст}] = 5884$ /;

$C_{PX} = 339$ ;  $X_{PX} = 1$ ;  $Y_{PX} = 0,5$  [7, табл.22, с.275];

$K_{PX} = K_{YPX} K_{XPX} K_{\lambda PX} = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 0,65 = 0,65$  [7, табл.23, с.275].

4. Ограничение по прочности державки резца:

$$\pi^{n_{P2}} S^{Y_{P2}} \leq \frac{64 W_c \cdot 1000^{n_{P2}}}{C_{P2} K_{P2} t^{X_{P2}} l_P K_3 (\pi D)^{n_{P2}}};$$

$$\pi^{-0,15} \cdot S^{0,75} \leq \frac{200 \cdot 3,3 \cdot 10^4 \cdot (1000)^{-0,15}}{10 \cdot 300 \cdot 0,84 \cdot 3^{1,0} \cdot 25 / 3,14 \cdot 200^{-0,15}} = 32,57.$$

Здесь  $W_c = \frac{B H^2}{6}$  - момент сопротивления сечения державки,  $\text{мм}^3$ ;  
 $K_3$  - коэффициент запаса прочности.

5. Ограничение по прочности пластины режущей части резца /при использовании быстрорежущей инструментальной стали в расчетах не учитывается/. Для заданных значений толщины пластины  $C_n = 5$  мм и главного угла в плане  $\varphi = 45^\circ$  это ограничение представляет собой:

$$S^{Y_{P2}} \leq \frac{34 C_n^{1,25} (\sin 60^\circ / \sin \varphi)^{0,8}}{C_{P2} t^{(X_{P2} - 0,77)} K_{P2}} ;$$

$$S^{0,75} \leq \frac{34 \cdot 5^{1,25} (\sin 60^\circ / \sin 45^\circ)^{0,8}}{300 \cdot 3^{1,0 - 0,77} \cdot 0,84} = 0,92.$$

6. Ограничение по значению минимальной подачи, допустимой кинематикой станка 16К20Ф3:  $S \geq 0,05$  /паспортные данные/.

7. Ограничение по максимальной подаче:  $S \leq 2,8$ .

8. Ограничение по значению минимальной частоты вращения шпинделя станка:  $n \geq 12,5$ .

9. Ограничение по значению максимальной частоты вращения:  
 $n \leq 2000$ .

### Задание целевой функции $f$

Для большого числа производственных ситуаций в качестве целевой функции целесообразно выбрать наименьшее машинное время обработки  $t_M$ , характеризующее производительность процесса:

$$f = t_M = \frac{L}{nS},$$

или при рассмотрении единичной длины обработки  $L$

$$f = t'_M = \frac{1}{nS}.$$

Для более сложных целевых функций на примере себестоимости двухпроходной токарной обработки целевая функция принимает вид трехмерной поверхности /рис.П.7.1/, а ее линии уровня и линии градиентов показаны на рис.П.7.2, П.7.3.

### Разработка математической модели процесса резанием

/черновая обработка/

Для случая токарной черновой обработки за основу следует брать модель  $A$ , которая уточняется в процессе формирования приведенных выше ограничений и принимает вид

$$\left. \begin{aligned} x_1 + 0,45x_2 &\leq 5,53 \\ 0,85x_1 + 0,75x_2 &\leq 4,57 \\ 0,5x_2 &\leq -0,12 \\ -0,15x_1 + 0,75x_2 &\leq 3,48 \\ 0,75x_2 &\leq -0,08 \\ x_2 &\geq -3,0 \\ x_2 &\leq 1,03 \\ x_1 &\geq 2,53 \\ x_1 &\leq 7,6 \end{aligned} \right\} A'$$

$$f_0 = (x_1 + x_2) \rightarrow \max$$

Здесь  $x_1 = \ln n$ ;  $x_2 = \ln S$ .

## Графическая интерпретация и определение оптимального режима резания

Для нахождения  $\rho_{opt}$  и  $S_{opt}$  графическим путем необходимо построить многоугольник возможных решений системы ограничений, входящих в  $A'$ . На рис.21 в двойных логарифмических шкалах изображены прямые неравенств системы  $A'$  и выделена область возможных решений  $ABCD$  этой системы, соответствующая смыслу ее неравенств. Граничные прямые  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$ , пересекаясь между собой, образуют многоугольник, каждая из точек внутри которого удовлетворяет неравенствам всех граничных прямых системы  $A'$ , участвующих в его образовании.

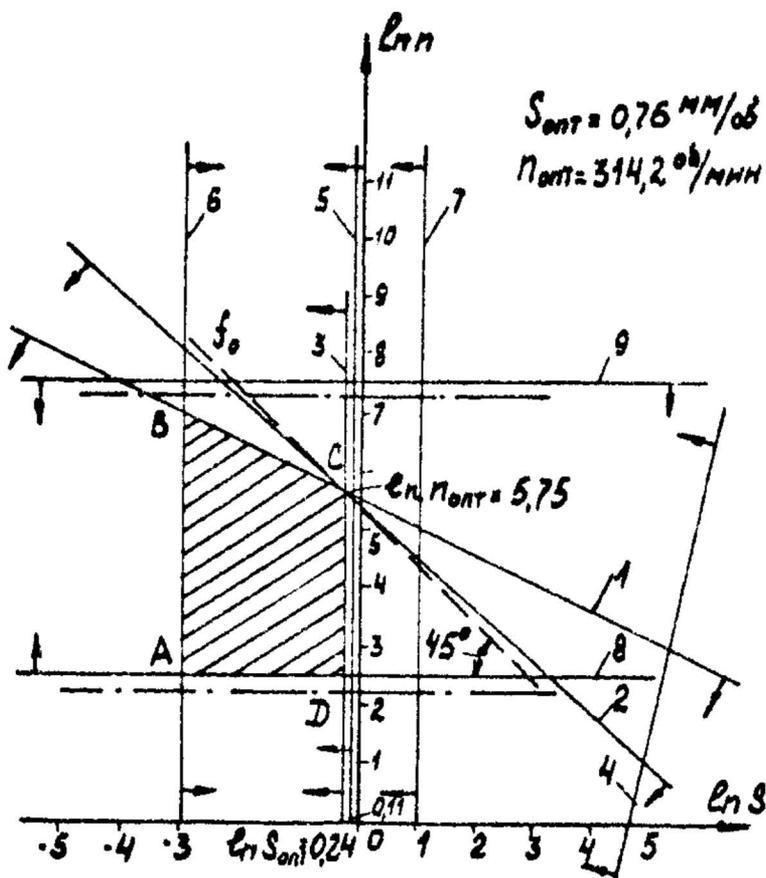


Рис.21. Схема нахождения оптимальных режимов резания для черновой обработки

Для нахождения оптимального сочетания элементов  $\{\rho, S\}$  следует заределить, в какой из точек искомого многоугольника  $ABCD$  линейная функция двух переменных  $f_0 = (x_1 + x_2)$  будет принимать максимальное

значение. Для этого необходимо перемещать прямую  $f_0$  параллельно самой себе в направлении от начала координат. На рис.21 в вершине многоугольника  $C$  целевая функция  $f_0$  принимает наибольшее значение. Следовательно, вершина  $C$  является точкой оптимума, а ее координаты  $X_{1opt}$  и  $X_{2opt}$  - оптимальным решением модели  $A'$ .

Таким образом, оптимальным сочетанием элементов режима резания для случая черновой обработки будет:  $S = 0,76$  мм/об,  $n = 314,0$  об/мин /  $V = 197,2$  м/мин/. В соответствии с паспортными данными станка имеем  $S = 0,76$  мм/об,  $n = 315$  об/мин /  $V = 198,0$  м/мин/. Этим режимам будет соответствовать значение основного технологического времени на обработку  $t'_0 = 300/0,76 \cdot 315 = 1,24$  мин.

Построенный многоугольник возможных решений служит основой выбора наиболее рационального оборудования для обработки рассматриваемой детали. Для данного случая необходимо подобрать такой станок, характеристики которого  $\{n_i, S_i\}$  наиболее приближаются к многоугольнику  $ABCD$ . Таковым является станок 16К25 /  $n = 12,5 \dots 1600$  об/мин;  $S = 0,05 \dots 2,8$  мм/об;  $N = 11$  кВт/. Изменение модели станка должно сопровождаться проверкой по эффективной мощности станка и габаритам рабочей зоны.

6.2.2. Типовая задача 9. Определить оптимальные режимы чистовой токарной обработки вала /рис.22/ методом геометрического программирования нулевой степени трудности.

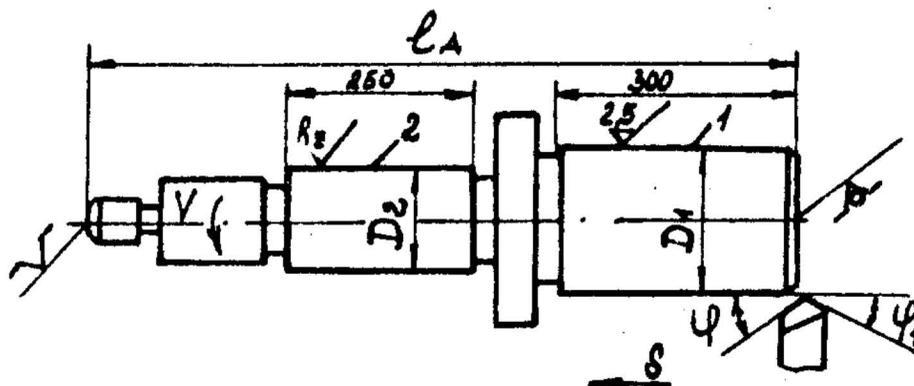


Рис.22. Схема обработки вала

Исходные данные: участок обработки - I; станок - токарно-винторезный 16К20Ф3; заготовка - прокат, сталь 45 /  $\sigma_B = 598$  МПа/;  $D = 100$  мм,  $R_{a2} = 2,5$  мкм /  $R_{a1} = 10$  мкм/,  $L_d = 860$  мм;  $L = 250$  мм; припуск  $\Delta = 1,0$  мм; инструмент - токарный сборный проходной с механическим креплением шестигранной пластины из твердого сплава Т15К6;

$\psi = 45^\circ$ ;  $\psi_1 = 10^\circ$ , переходной радиус клина  $r = 1,0$  мм;  $\lambda = 10^\circ$ ;  
 $T$  - числовое значение периода стойкости /не задается, а рассматривается как некоторая функция  $T(V, S, T)$  /.

Формирование целевой функции. В качестве критерия оптимизации примем часть себестоимости ( $C$ ) обработки детали режущим инструментом за один проход, которая зависит от скорости резания, подачи и глубины резания. Аналитическое описание этой зависимости имеет вид [16]

$$C = A t_M + A t_{CM} t_M / T, \quad 14/$$

где  $A$  - полная себестоимость работы станка и станочника, коп /мин;  
 $t_{CM}$  - время смены инструмента, мин.

Для решения данной задачи /с учетом соотношения  $v = 1000V/\pi D$ / вычислим  $t_M$ :

$$t_M = \frac{\pi D L \Delta}{1000 V S t}, \quad 15/$$

где  $\frac{\Delta}{t} = i$  - число проходов.

Стойкостное уравнение для операции точения представим в следующем виде

$$T = C_T / V^m \cdot S^{\frac{y}{m}} \cdot t^{\frac{x}{m}}, \quad 16/$$

где  $C_T$  - коэффициент, учитывающий условия работы инструмента;  $y, x$ ,  $m$  - показатели степени, определяемые из известного стойкостного уравнения.

После подстановки /5/ и /6/ в уравнение /4/, имеем

$$C = A \frac{\pi D L \Delta}{1000 V S t} + A t_{CM} \frac{\pi D L \Delta}{1000 C_T} V^{\frac{1}{m}-1} S^{\frac{y}{m}-1} t^{\frac{x}{m}-1}. \quad 17/$$

### Формирование системы технических ограничений

Для чистовой обработки важное значение имеет ограничение по точностным характеристикам детали /поле допуска, точность формы поверхностей и их взаимного расположения/. Кроме точностного ограничения наложим также ограничение на максимальное значение глубины резания. Два данных ограничения следует представить в явном виде.

1.  $P_y \leq [P_y]$ , где  $P_y, [P_y]$  - радиальная составляющая силы резания и ее максимальное допустимое значение соответственно. Для представления в явном виде необходимо воспользоваться соотношением  $[P_y] = 3 f_d E \pi D^4 \mu / 64 L_D^3$  и аналитическим преобразованием, в результате которого получим

$$V^{n_p} S^{y_p} t^{x_p} \leq \frac{3 \mu f_d E \pi D^4}{64 C_p K_p L_D^3}, \quad /8/$$

где  $n_p, y_p, x_p$  - показатели степени, характеризующие влияние соответственно скорости, подачи и глубины резания на величину  $P_y$ ;  $\mu$  - коэффициент, учитывающий особенности закрепления детали /для варианта закрепления в патроне и центре  $\mu = 5,4/$ ;  $f_d$  - допустимая стрела прогиба детали /ориентировочно составляет 20% допуска и для  $P_2 = 10$   $f_d = 0,05$  мм/;  $C_p$  - коэффициент, учитывающий влияние условий работы на силу  $P_y$ , принятых в справочнике за основу;  $K_p$  - коэффициент, учитывающий отличие конкретных условий работы от приведенных в справочнике.

2. Максимальная глубина резания  $t$  не должна превышать припуск на обработку, т.е.  $t \leq \Delta$ . Для приведенных выше исходных данных составляющие зависимости /8/ согласно [7] принимают значения:  $C_p = 243$ ;  $K_{Py} = 1$ ;  $K_p = 0,9$ ;  $y_p = 0,6$ ;  $n_p = -0,3$ . Тогда зависимость /8/ представляется как  $V^{-0,3} S^{0,6} t^{0,9} \leq 0,17$ , а ограничение на глубину резания  $t \leq 1$ .

### Формирование математической модели задачи

Следует воспользоваться постановкой, приведенной в [6], а при формировании двойственной задачи учесть особенности целевой функции /двухчленного полинома/.

Прямая постановка МПП:

$$\text{минимизировать } g_0(V, S, t) = C = 46,63 V^{-1} S^{-1} t^{-1} + 0,82 \cdot 10^{-12} V^4 S^{1,25} t^{0,75}$$

при ограничениях:  $577 V^{0,3} S^{0,6} t^{0,9} \leq 1$ ;  $t \leq 1$ .

Необходимо отметить, что данная прямая задача является задачей ПП нулевой степени трудности, а каждое ограничение содержит единственный полиномиальный член:  $\lambda_K = \Delta_K = W_K$  /для  $K = 1, 2/$ .

Двойственная задача ГП с ограничениями:  
максимизировать

$$V(W) = \left(\frac{C_{01}}{W_{01}}\right)^{W_{01}} \left(\frac{C_{02}}{W_{02}}\right)^{W_{02}} C_{11}^{W_{11}} C_{21}^{W_{21}} \quad /9/$$

при ограничениях  $W_{01} + W_{02} = 1$ :

$$V: -W_{01} + 4W_{02} - 0,3W_{11} = 0;$$

$$S: -W_{01} + 1,25W_{02} + 0,6W_{11} = 0; \quad - /10/$$

$$t: -W_{01} + 0,75W_{02} + 0,9W_{11} + W_{21} = 0.$$

Следует обратить внимание, что последовательность решения задачи ГП с многочисленными позиномами аналогична такой же задаче ГП с одночленными позиномами.

1. Решить систему линейных уравнений /10/. В данной постановке система имеет единственное решение:  $W_{01} = 0,76$ ;  $W_{02} = 0,24$ ;  $W_{11} = 0,67$ ;  $W_{21} = 0,21$ . Особенностью этого варианта является возможность уже на первом этапе решения оценить вклад каждого составляющего целевой функции в общую себестоимость  $C$  /14/. Стоимость первой составляющей, связанной с машинной обработкой, - 76%, а составляющей, связанной со сменой инструмента, - 24%.

2. Вычислить экстремум целевой функции  $C$  /7/. Для этого находим максимум двойственной функции /10/:

$$\max V(W) = (46,63/0,76)^{0,76} \cdot (0,82/10^{12} \cdot 0,24)^{0,2} \cdot 5,77^{0,67} \times 1^{0,21} = 0,13.$$

3. Определить оптимальные значения элементов режима резания. Используя соотношения ГП [17], составляем систему уравнений для определения оптимальных режимов резания:

$$0,13 \cdot 0,76 = 46,63 V^{-1} S^{-1} t^{-1};$$

$$0,13 \cdot 0,24 = 0,82 \cdot 10^{-12} V^4 S^{1,25} t^{0,75};$$

$$1 = 5,77 V^{-0,3} S^{0,6} t^{0,9};$$

$$1 = t.$$

В результате решения данной системы уравнений получаются оптимальные значения элементов режимов резания:

$$V^* = 421,39 \text{ м/мин}; \quad S^* = 1,12 \text{ мм/об}; \quad t^* = 1 \text{ мм}.$$

6.2.3. Типовая задача 10. Определить оптимальные режимы резания методом множителей Лагранжа\* [18].

Исходные данные: операция - чистовое точение гладкого вала /  $d = 100 \text{ мм}$ ,  $l = 800 \text{ мм}$  / на станке 16К20 резцом с механическим креплением шестигранной пластины из твердого сплава Т15К6. Параметры резца определяются: приведенной к одному периоду стойкости стоимостью инструмента  $a' = 10 \text{ коп.}$ ; радиусом округления режущего клина  $r = 1 \text{ мм}$ ; геометрическими параметрами резца -  $\varphi = 45^\circ$ ;  $\varphi_1 = 10^\circ$ ;  $\varphi_2 = 10^\circ$ ;  $B \times H = 25 \times 25 \text{ мм}$ ;  $l_p = 50 \text{ мм}$ ;  $C_n = 5 \text{ мм}$ . Точение производится в центрах с глубиной резания  $t = 0,5 \text{ мм}$ , шероховатостью  $R_a = 2,5 \text{ мкм}$  и точностью диаметрального размера по 10-му качеству / погрешность размера  $0,12 \text{ мм}$  /.

Кинематика станка допускает подачу суппорта в пределах  $0,05 \frac{\text{мм}}{00} \leq S \leq 2,8 \text{ мм/об}$  и частоту вращения шпинделя в пределах  $12,5 \text{ об/мин} \leq n \leq 1600 \text{ об/мин}$ . Допустимое по прочности механизма подачи усилие резания  $P_{\text{дон}} = 600 \text{ кг}$ ; мощность привода главного движения 10 кВт, КПД привода  $\eta = 0,8$ , податливость системы токарного станка в наиболее слабом сечении  $w_{\text{max}} = 0,96 \text{ мкм/кг}$  [19], себестоимость станкоминуты  $a = 1 \text{ коп}$ , время смены инструмента  $t_r = 2 \text{ мин}$ .

Стоимость инструмента

$$T = \frac{C_T K_T}{V^m S^n t^k},$$

где  $m = 5$ ;  $n = 1$ ;  $k = 0,75$ ;  $C_T = 420^5 = 1,307 \cdot 10^{13}$ ;  $K_T = 1$ .

Сила резания определяется из выражения  $P_Z = C_{PZ} K_{PZ} V^{\alpha_1} S^{\alpha_2} t^{\alpha_3}$ ,

где  $C_{PZ} = 300$ ;  $K_{PZ} = 1$ ;  $\alpha_1 = -0,15$ ;  $\alpha_2 = 0,75$ ;  $\alpha_3 = 1$ .

\* Разработку теории метода множителей Лагранжа и решение задач для основных способов механической обработки реализовал доц. Г.Л.Хмеловский.

Сформулируем область допустимых значений режимов резания. Для этого определим совокупность ограничений, накладываемых на режимы резания.

1. Ограничение по мощности электродвигателя привода главного движения станка

$$N_{рез} = \frac{P_2 V}{60 \cdot 102} = \frac{V^{0,85} S^{0,75} t^1}{20,4} \leq N_{пр} \cdot \eta = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ кВт}, \quad /III/$$

$$V^{0,85} S^{0,75} t^1 \leq 163,2.$$

2. Ограничение по силе, допускаемой прочностью слабого звена механизма подачи станка:

$$P_x \leq P_{гол}, \quad P_x = 0,25 P_2 \rightarrow P_2 \leq 4 P_{гол} = 2400 \text{ кг.}$$

3. Ограничение по прочности державки резца

$$M_{изг} = P_2 l_p \leq \frac{\sigma_u W_p}{K_3}, \quad W_p = \frac{b h^2}{6},$$

где  $M_{изг}$  - изгибающий момент от силы;  $l_p$  - вылет резца;  $\sigma_u$  - предел прочности резца при изгибе;  $W_p$  - момент сопротивления сечения державки резца;  $K_3$  - коэффициент запаса прочности /  $K_3 = 1,5 \dots 2$  /.

Примем  $\sigma_u = 60 \text{ кг/мм}^2$ ,  $K_3 = 1,5$ . Тогда

$$300 V^{-0,15} S^{0,75} t^1 \cdot 50 \leq \frac{60 \cdot 25 \cdot 25^2}{1,5 \cdot 6} \rightarrow P_2 \leq 2083 \text{ кг.}$$

4. Ограничение по прочности режущей пластины

$$P_2 \leq 34 t^{-0,77} C_n^{1,25} \left( \frac{\sin 60^\circ}{\sin \varphi} \right)^{0,8} = 34 \cdot 0,5^{-0,77} \cdot 5^{1,25} = (1,5)^{0,8} = 599 \text{ кг,}$$

где  $C_n$  - толщина твердосплавной пластины.

5. Ограничение по допускаемой жесткости резца

$$P_2 \leq \frac{3 f_p E_p J}{l_p^3} = \frac{3 \cdot 0,05 E_p \frac{b h^3}{12}}{l_p^3} = \frac{3 \cdot 0,05 \cdot 20000 \cdot 25 \cdot 25^3}{50^3 \cdot 12} = 1302 \text{ кг,}$$

где  $f_p$  - допускаемый прогиб резца;  $J$  - полярный момент инерции сечения державки резца;  $E_p$  - модуль упругости державки резца.

6. Ограничение по жесткости обрабатываемой детали. Это ограничение учитывает максимально допустимый прогиб детали, который

устанавливается в зависимости от допуска на размер детали:  $f_{\theta} = (0,25 \dots 0,5) \Delta y$ . Прогиб детали под действием сосредоточенной силы

$$R = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \approx 1,1 P_z \text{ равен:}$$

$$f_{\theta} = \frac{RL^3 \mu}{K_{кр} EJ}$$

где  $L_{\theta}$  - расстояние от опоры до рассматриваемого сечения;  $\mu$  - динамический коэффициент;  $K_{кр}$  - коэффициент, зависящий от способа крепления детали /  $K_{кр} = 2,4 \dots 3$  при закреплении детали консольно в патроне,  $K_{кр} = 70 \dots 100$  при креплении в центрах,  $K_{кр} = 130 \dots 140$  при креплении в патроне с поджатием центром пиноли задней бабки /;  $J$  - полярный момент инерции. В данном случае ограничение имеет вид

$$P_z \leq \frac{f_{\theta} K_{кр} EJ}{1,1 L_{\theta}^3 \mu} = \frac{0,03 \cdot 100 \cdot 20000 \cdot 0,05 \cdot 100^4}{1,1 \cdot 400^3 \cdot 1,2} = 355 \text{ кг.}$$

7. Ограничение по шероховатости обрабатываемой поверхности. Воспользуемся эмпирическим уравнением

$$R_a = 0,16 S^{0,59} V^{-0,19} z^{-0,29} (90 + \gamma)^{0,85} \leq R_a \text{ доп}$$

и теоретической зависимостью

$$R_z = z - \sqrt{z^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2}$$

Реальные значения  $R_z$  примерно в 1,4 раза больше теоретически вычисленных. Принимая  $R_z = 5 R_a$ , получаем:

$$S_{max} = 2 \sqrt{(1 - R_z)^2 - 1} \approx 0,35 \text{ мм/об.}$$

Таким образом, математическая модель расчета оптимальных режимов резания будет иметь вид [18]

$$C = a + b V^m S^n t^k / VS = \frac{1 + \frac{12 + 10}{1,307 \cdot 10^{13}} V^5 S^1 t^{0,75}}{VS} \rightarrow \text{мин};$$

$$P_z = 300 V^{-0,15} S^{0,75} t^1 \leq 355 \text{ кг,} \rightarrow V^{-0,15} S^{0,75} t^1 \leq 1,18;$$

$$\frac{P_z V}{60 \cdot 102} \leq 8 \text{ кВт} \rightarrow V^{0,85} S^{0,75} t^1 \leq 163,2;$$

$$R_a = 3,55 V^{-0,19} S^{0,59} \leq 2,5 \rightarrow V^{-0,19} S^{0,59} \leq 0,75;$$

$$S \leq 2,8; S \geq 0,05; V \leq 502,4; V \geq 3,9.$$

Рассчитаем оптимальный режим резания при активном силовом ограничении:

$$P_2^* \geq P_2 = k_{P_2} C_{P_2} V^{\alpha_1} S^{\alpha_2} f^{\alpha_3}.$$

В [20] определены, с учетом этого ограничения, оптимальные значения скорости резания и подачи

$$V_0 = (P_2^* e^{m\alpha_1 + \alpha_2 n} t^{-\alpha_1 - \alpha_2})^{\frac{1}{m\alpha_1}}; \quad S_0 = (P_2^* e^{-\alpha_1} t^{\alpha_2})^{\frac{1}{\alpha_1}};$$

$$P_{20} = \frac{P_2^*}{k_{P_2} C_{P_2}}; \quad \ell = \left( \frac{\alpha(\alpha_2 - \alpha_1)}{B(\alpha_2(m-1) - \alpha_1(n-1))} \right)^{\frac{1}{m}}; \quad x = \frac{\alpha_2 m - \alpha_1 n}{m};$$

$$y = \frac{\alpha_1 k - \alpha_3 m}{m},$$

где  $P_2^*$  - допустимая сила резания.

Составляющие приведенных выражений для данного случая принимают следующие значения:

$$x = \frac{0,75 \cdot 5 - (-0,15) \cdot 1}{5} = 0,78; \quad y = \frac{(-0,15) \cdot 0,75 - 1,5}{5} = 1,02;$$

$$\ell = \left( \frac{1(0,75 - (-0,15))}{9,18 \cdot 10^{13} (0,75(5-1) - (-0,15)(1-1))} \right)^{1/5} = 200,84;$$

$$S_0 = (1,18 \cdot 200,84^{0,15} \cdot 0,5^{1,02})^{1/078} = 8,34 \text{ мм/об};$$

$$V_0 = (1,18^{-1} \cdot 200,84^{3,75} \cdot 0,5^{0,435})^{1/5 \cdot 0,78} = 145,18 \text{ м/мин.}$$

При активном мощностном ограничении вида  $N^* = P_2 V / 60 \cdot 102$  оптимальные режимы резания определяются из выражений, аналогичных уравнениям /II/, в которых  $P_2$  заменено на  $N_0^* = \frac{N^* 60 \cdot 102}{k_{P_2} C_{P_2}}$  и  $\alpha_1$  заменено на  $(\alpha_1 + 1)$ .

При заданном варианте исходных данных составляющие  $x$ ,  $y$  и  $\ell$  принимают следующие значения:

$$x = \frac{0,75 \cdot 5 - 0,85 \cdot 1}{5} = 0,58; \quad y = \frac{0,85 \cdot 0,75 - 1,5}{5} = -0,87;$$

$$l = \left( \frac{1 \cdot (0,75 - 0,85)}{9,18 \cdot 10^{13} (0,75 \cdot 4 - 0,85 \cdot 0)} \right)^{1/5} = -3,63^{0,2} \cdot 10^2 \leq 0.$$

Последнее неравенство означает, что точки касания линий уровня целевой функции и линии ограничения по допустимой мощности привода главного движения не существует.

Рассмотрим ограничение по шероховатости поверхности:

$$x = \frac{0,59 \cdot 5 - (-0,19)}{5} = 0,628; \quad y = \frac{(-1,19) \cdot 0,75 - 0,5}{5} = -0,03;$$

$$l = \left( \frac{1 \cdot (0,59 - (-0,19))}{9,18 \cdot 10^{13} (0,59(5 - 1) - (-0,19) \cdot 0)} \right)^{1/5} = 204,77;$$

$$S_0 = (0,75 - 204,77^{0,19} \cdot 0,5^{-0,03})^{1/0,628} = 3,16 \text{ мм/об};$$

$$V_0 = (0,75^{-1} \cdot 204,77^{2,95} \cdot 0,5^{-0,47})^{0,32} = 185,97 \text{ м/мин.}$$

Вычислим оптимальную скорость резания при  $S = S_{max} = 0,36 \text{ мм/об}$ , где  $S_{max}$  — предельно допустимая подача при точении с шероховатостью  $R_a = 2,5$  [7]:

$$V_0 = \left( \frac{1}{9,18 \cdot 10^{13} \cdot 4} \cdot 0,36^{-1} \cdot 0,5^{-0,75} \right) = 263,58 \text{ м/мин.}$$

Рассчитаем координаты точки пересечения линий ограничения по  $S_{max}$  и  $N_{гон}$ . Для этого решим систему уравнений:

$$\begin{cases} S = S_{max} = 0,36 \\ V^{0,85} S^{0,75} t^1 = 163,2 \end{cases} \rightarrow V = \left( \frac{326,4}{0,36^{0,75}} \right)^{1/0,85} \approx 2232 \text{ м/мин.}$$

Определим координаты точки пересечения линий ограничений по  $R_{2гон}$  и  $N_{гон}$ :

$$\begin{cases} V^{-0,15} S^{0,75} t^1 = 0,69 \\ V^{0,85} S^{0,75} t^1 = 163,2 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} S &= (1,38 V^{0,15})^{1/0,75} = 4,57 \text{ мм/об}; \\ V &= \frac{326,4}{1,38} = 236,5 \text{ м/мин.} \end{aligned}$$

Таким образом, из расчетов видно, что единственным решением, удовлетворяющим кинематическим ограничениям станка, является пара  $S = 0,36 \text{ мм/об}$ ,  $V \approx 264 \text{ м/мин}$ . Произведем коррекцию режимов

резания. Ближайшее меньшее значение подачи, допустимой кинематикой станка, равно 0,35 мм/об. Тогда оптимальное значение скорости резания  $V = 265$  м/мин /  $n = 844$  об/мин/. Ближайшие значения частоты вращения равны  $n_1 = 800$  об/мин,  $n_2 = 1000$  об/мин. Рассчитаем себестоимость перехода в этих двух точках:

$$C_1 = \frac{1 + 9,18 \cdot 10^{-13} \cdot 0,35^1 \cdot 0,5^{0,75} \cdot 251^5}{0,35 \cdot 251} = 21,67;$$

$$C_2 = \frac{1 + 9,18 \cdot 10^{-13} \cdot 0,35^1 \cdot 0,5^{0,75} \cdot 314^5}{0,35 \cdot 314} = 53,05.$$

Из результатов расчета видно, что оптимальными значениями режимов резания являются  $S = 0,35$  мм/об,  $n = 800$  об/мин.

Если бы скорость резания могла изменяться непрерывно, как на современных станках с ЧПУ, то коррекцию режимов надо было бы производить по числу деталей, обработанных за один период стойкости. Проведем необходимые преобразования:

$$T = k t_p \rightarrow \frac{C_T k_T}{V^m S^n t^k} = \frac{k \pi d l}{1000 V S} \rightarrow V^{m-1} = \frac{C_T k_T \cdot 1000}{k \pi d l S^n t^k} = \frac{1,307 \cdot 10^{12}}{k \cdot 3,14 \cdot 8 \cdot 0,59} = \frac{8,8 \cdot 10^{10}}{k}$$

Подберем такие значения  $k$ , при которых значения  $V$  были бы ближайшими сверху и снизу к оптимальным. При  $k = 18$  и  $k = 17$  скорость резания равна соответственно 264,4 м/мин и 268,6 м/мин. Меньшее значение себестоимости дает первое значение. Тогда скорректированные режимы резания будут такими:  $S = 0,35$  мм/об,  $V = 264,4$  м/мин.

6.2.4. Типовая задача II. Определить наилучшие режимы резания с использованием многокритериальной оптимизации /метод последовательных уступок [20; 21]/.

Исходные данные: обрабатываемая деталь - вал /см. рис.15/; операция - чистовое точение;  $R_a = 2,5$  мкм; станок - токарно-винторезный 16К20Ф3; заготовка - прокат, сталь 45 /  $\sigma_B = 598$  МПа/;  $D_1 = 100$  мм;  $L_d = 860$  мм,  $L = 250$  мм, припуск  $\Delta = 1$  мм; инструмент - резец токарный, сборный проходной с механическим креплением шестигранной пластины из твердого сплава Т15К6; геометрические параметры резца:  $\varphi = 45^\circ$ ,  $\varphi_1 = 10^\circ$ , переходной радиус клина  $r = 1,0$  мм;  $\gamma = 10^\circ$ ; период стойкости  $T = 60$  мин. Обработка осуществляется за один проход глубиной резания  $t = \Delta = 1$  мм.

Критерии оптимизации - машинное время  $t_M$  и минимальная стрела прогиба детали  $f$ .

В соответствии с алгоритмом метода последовательных уступок необходимо реализовать следующие этапы [20; 21].

1. Проранжировать частные критерии эффективности. Введем приоритет критерия производительности /выраженного через машинное время  $t_M = \phi_1 /$ .

2. Найти минимальное значение машинного времени обработки вала при ограничениях на режущие возможности инструмента  $V \leq V_T$  и на допустимое значение шероховатости поверхности  $R_z \leq R_z^A$ . При постановке задачи и формировании ограничений воспользуемся данными [7], методикой формирования ограничений [12] и методом геометрического программирования (ГП) нулевой степени трудности [16]. Для данного случая обработки математическая модель задачи ГП в прямой постановке приведена ниже.

Прямая постановка:

минимизировать  $\phi_1 = t_M = 250 S^{-1} n^{-1}$  при ограничениях

$$\begin{matrix} 0,0017 S^{0,2} & n \leq 1, \\ 2,04 S^{0,7} & n^0 \leq 1. \end{matrix}$$

Необходимо отметить, что в данной задаче есть три позиномиальных члена и две переменные  $(S, n)$ , что характеризует ее как задачу нулевой степени трудности /число позиномиальных членов на 1 больше числа переменных/. Каждое ограничение содержит единственный позиномиальный член. Приведенной выше прямой постановке ГП соответствует двойственная задача ГП с ограничениями [17].

Двойственная постановка:

максимизировать  $V(W) = 250 W_{01} \cdot 0,0017 W_{11} \cdot 2,04 W_{21}$

при ограничениях нормализации:  $W_{01} = 1$ , ортогональности:

$$S: -W_{01} + 0,2 W_{11} + 0,7 W_{21} = 0, \quad /12/$$

$$n: -W_{01} + W_{11} = 0. \quad /13/$$

Используя соответствующую программу ГП нулевой степени трудности, определяем:

значения двойственных переменных  $W_{01} = 1, W_{11} = 1, W_{21} = 1,14$ ;  
 максимум двойственной функции  $\max V(W) = 250 \cdot 0,0017 \cdot 2,04 \cdot 1,14$

= 0,96;

Оптимальные значения элементов режимов резания из условий ин-  
вариантности

$$0,96 = 250 S^{-1} n^{-1};$$

$$1/1 = 0,0017 S^{0,2} n;$$

$$1,14/1,14 = 2,04 S^{0,7} n^0.$$

Единственное решение этой системы уравнений:  $S_1^0 = 0,36$  мм/об;  
 $n_1^0 = 717,37$  об/мин;  $V_1^0 = 225,25$  м/мин.

Необходимо помнить, что максимум двойственной функции согласно теории ГП соответствует минимуму исходной целевой функции, т.е.  $t_m = 0,96$  мин.

3. Решить оптимизационную задачу по второму критерию эффективности  $\Phi_2$ , т.е. найти такие режимы резания  $\{S, n\}$ , которые минимизировали бы стрелу прогиба детали  $f = \Phi_2$  при тех же ограничениях по режущим возможностям инструмента и по допустимой шероховатости /см. этап 2/. Постановка задачи в соответствии с методикой ГП и данными [16] представлена ниже:

$$\Phi_2 = f = 0,01 n^{-0,3} S^{0,6} \rightarrow \min n;$$

$$0,0017 S^{0,2} n \leq 1;$$

/14/

$$2,04 S^{0,7} n^0 \leq 1.$$

В такой постановке метод ГП неприменим, так как в строке двойственных переменных для  $S$  есть переменные знака, что приводит к появлению отрицательного двойственного веса  $W_{21}$ . Это противоречит исходному ограничению метода ГП:  $W \geq 0$ . Анализ различных схем обработки резанием показал, что такая ситуация характерна для различных сочетаний исходных данных и различных схем обработки /точение с поперечной подачей, нарезание резьбы и др./, которые сводятся к постановке [14].

Для решения задачи поиска минимальной стрелы прогиба  $f$  используем метод линейного программирования [12]. Математическая модель этого метода /после приведения к линейному виду/ представляет собой совокупность линейных неравенств и целевую функцию  $f$ , полученных в результате логарифмирования выражения для исходных ограничений /14/ и ограничений на кинематические возможности станка 16К20Ф3 ( $S_{min} \leq S \leq S_{max}$ ;  $n_{min} \leq n \leq n_{max}$ ):

$$\begin{aligned}
 x_1 + 0,2x_2 &\leq 6,38; \\
 0,7x_2 &\leq -0,71; \\
 x_1 &\leq 7,6; \\
 x_1 &\geq 2,53; \\
 x_2 &\leq 1,03; \\
 x_2 &\geq -3,0;
 \end{aligned}$$

/15/

$$-4,61 - 0,3x_1 + 0,6x_2 \rightarrow \text{млп.}$$

Здесь введены обозначения  $\text{лн } \pi = x_1$ ,  $\text{лн } S = x_2$ . Для реализации графического способа, как наиболее наглядного, следует приведенные неравенства и уравнения изобразить прямыми в системе координат „ $\pi$ - $S$ “ /рис.22/. На графике необходимо нанести прямые в двойных логарифмических шкалах и стрелками указать, по какую сторону каждой прямой находятся точки, соответствующие допустимым значениям  $\pi$  и  $S$ .

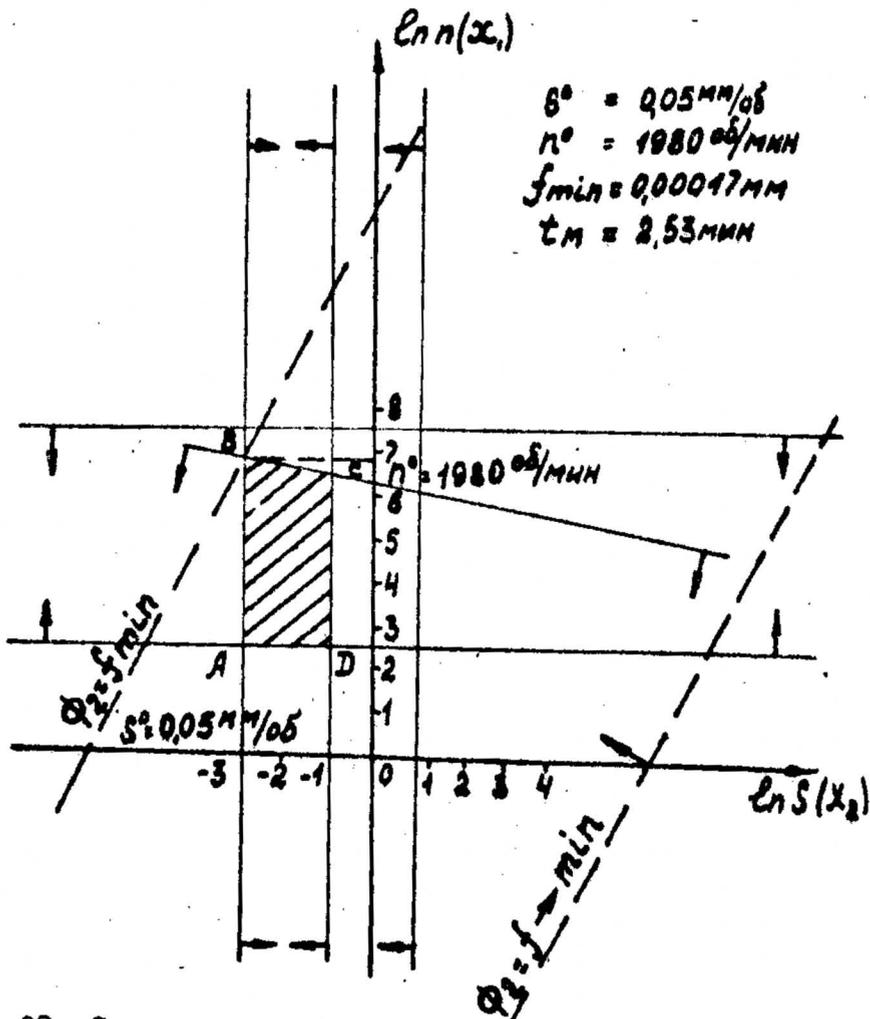


Рис.22. Схема нахождения оптимальных режимов резания по критерию

В данной задаче система ограничений совместна, допустимая область  $ABCD$  /рис.22/ представляют собой замкнутый многогранник, а зависимость /15/, подлежащая минимизации, показана штриховой линией  $f$ . Линейная функция будет минимальной, когда пройдет через точку  $B$  многоугольника возможных решений. Координаты этой точки и дадут оптимальные решения:  $S^0 = 0,05$  мм/об;  $n^0 = 1980$  об/мин; значение стрелы прогиба  $f = 0,00017$  мм; значение машинного времени  $t_M = 2,53$  мин.

Анализ полученных результатов показывает, что стремление к минимизации машинного времени обработки и стрелы прогиба детали приводит к двум наборам оптимизируемых параметров и двум различным значениям машинного времени:  $\{S_1^0 = 0,36; n_1^0 = 717,37\}$ ;  $t_M = 0,96$  мин;  $\{S_2^0 = 0,05; n_2^0 = 1980\} \rightarrow t_M = 25,3$  мин. Для нахождения компромиссного варианта реализации режимов обработки необходимо выполнить четвертый этап решения задачи методом последовательных уступок.

4. При выборе уступки  $h_1$ , по первому критерию эффективности  $t_M$  следует сравнить машинное время, полученное в результате однокритериальной оптимизации /этап 2/, с "табличным" машинным временем  $t_M^T$ . Для данного случая обработки /см. рис.21/ в соответствии с данными [8, карты 3 и 6, лист 2] получим табличные значения:  $S^T = 0,25$  мм/об;  $V^T = 268$  м/мин и  $t_M^T = 1,17$  мин. Тогда уступка по первому критерию определяется как разность табличного и оптимального /по первому критерию/ машинного времени:

$$h_1 = t_M^T - t_{M1} = 1,17 - 0,96 = 0,21 \text{ мин.}$$

5. Найти минимальное значение стрелы прогиба обрабатываемой детали  $f = \varphi_2$ , но при новой системе ограничений, включающей исходные ограничения по режущим возможностям, и допустимой шероховатости обработанной поверхности, а также дополнительное ограничение, накладываемое на значение первого критерия:  $\varphi_1 \leq \varphi_1^{**}$ , где  $\varphi_1^{**} = \varphi_1 + h_1 = 0,96 + 0,21 = 1,17$  мин. Этот прием перевода критерия в ограничение в другом контексте был рассмотрен выше. Следует сравнить два варианта одного и того же приема и выявить различие в их использовании.

Для данного варианта поиск экстремума  $f$  осуществим с помощью метода ГП первой степени трудности [16]. Математическая модель задачи на этом этапе приведена ниже.

Прямая постановка:

минимизировать

$$f_2 = f = 0,01 n^{-0,3} S^{0,6} \rightarrow \text{мин}$$

при ограничениях

$$0,0017 S^{0,2} n \leq 1;$$

$$2,04 S^{0,7} n^2 \leq 1;$$

$$213,68 S^{-1} n^{-1} \leq 1.$$

Двойственная постановка:

максимизировать  $V(W) = 0,01 W_{01} \cdot 0,0017 W_{11} \cdot 2,04 W_{21} \cdot 213,68 W_{31}$

при ограничениях  $W_{01} = 1;$

$$-0,3 W_{01} + W_{11} - W_{31} = 0;$$

/16/

$$0,6 W_{01} + 0,2 W_{11} + 0,7 W_{21} - W_{31} = 0.$$

Для решения задачи III I-й степени трудности рекомендуется использовать машинно-ориентированный двойственный метод [15; 16]. Для этого выберем базисные двойственные веса  $W_i = \{W_{01}, W_{11}, W_{21}\}$  и решим систему уравнений /16/ относительно базисных переменных: количество базисных весов на единицу больше числа оптимизируемых параметров и равно числу уравнений системы /16/. В рассматриваемом случае получаются линейные зависимости от  $W_{31}$ ;  $W_{11} = W_{31} + 0,3$ ;  $W_{21} = 1,14 W_{31} - 0,94$ ;  $W_{01} = 1$  /согласно условию нормализации/. Для того чтобы все  $W_i$  были положительными,  $W_{31}$  должно быть больше 0,82. В качестве первого приближения примем  $W_{31} = 0,82$ , тогда  $W_{11} = 1,12$ ;  $W_{21} = 0$ . Вычислим значение максимума двойственной функции

$$V(W_{31}) = 0,01 \cdot 0,0017^{1,14} \cdot 2,04^0 \cdot 213,68^{0,82}.$$

Поскольку максимум двойственной функции равен минимуму "прямой", т.е.

$f = 0,000656$ , что значительно ниже допустимой стрелы прогиба /  $f = 20\%$  / поля допуска и при  $R_z = 10$  /  $f_d = 0,02$  мм/.

Для поиска  $\max V(W_{31})$  можно использовать программы численной оптимизации /дихотомии, золотого сечения, Фибоначчи/. Обращение к стандартной программе дихотомии приведено в прил.7. Для реализации машинной процедуры поиска необходимо выразить  $V(W)$  как функцию от  $W_{31}$  и воспользоваться программой поиска оптимума. Для данной постановки /26/ и значения  $W_{31} = 0,82$  получим:  $V(W_{31}) = 0,000769 \cdot 0,82 W_{31}$ .

Для этой функции наибольшая верхняя граница будет соответствовать минимальному значению  $W_{31}$  ( $W_{31} = 0,82$ );  $V(W_{31}) = 0,000656$ .

Из условий частичной инвариантности для доминирующих весов  $W_{01}$

■  $W_{11}$

$$0,000656 = 0,01 \pi^{0,3} \cdot 9^{0,6};$$

$$1/1 = 0,0017 S^{0,2} \pi$$

получим значения оптимизируемых параметров:  $S_3^0 = 0,28$  мм/об;  $\pi_3^0 = 756,56$  об/мин;  $V_3^0 = 237,56$  м/мин и значение машинного времени  $t_H^0 = 1,17$  мин. Таким образом, в результате применения метода последовательных уступок найдено компромиссное решение:  $S_3^0 = 0,28$ ;  $\pi_3^0 = 756,56$ , обеспечивающее наибольшее приближение одновременно к двум критериям  $t_H$  и  $f$ .

### 6.3. Задачи для самостоятельного решения

6.3.1. Определить оптимальные значения подачи  $S_0$  и частоты вращения шпинделя  $\pi_0$  при черновом и чистовом точении /на основе типовой задачи 8/. Исходные данные к расчету представлены в табл.6.

При решении вариантов 7-12 следует изобразить схему отрезания заготовки, а вариантов 13-18 - схему нарезания наружной метрической резьбы. Для операции отрезания заготовки целевая функция принимает вид  $t_H = L / S \pi$ , где  $L = D/2$ , а два ограничения накладываются на режущие возможности инструмента и шероховатость обработанной поверхности.

6.3.2. Найти оптимальные значения режимов резания с помощью метода ПП нулевой степени трудности с многочленными позиномами. Целевая функция - переменная часть себестоимости обработки  $C$  /4/. Ограничения: 1/ по требуемой точности детали /8/; 2/ по максимальной глубине резания. Различные варианты выполнения задания приведены в табл.7.

При решении задачи 6.3.2 следует изобразить схему резания в соответствии с видом обработки и указать на ней необходимые элементы /движения, размеры, способ крепления и др./. Для всех вариантов задания прием следующие данные:

полная себестоимость одной минуты работы станка  $A = 0,594$  коп ;

время смены инструмента  $t_{см} = 0,08$  мин;

модуль упругости для стали  $E = 2,0 \dots 2,2 / \cdot 10^5$  МПа;

допустимая стрела прогиба  $f = 0,05$  мм;

Черновая обработка							Чистовая обработка					
Но- мер ва- ри- ан- та	$D_1$ , мм	$t$ , мм	$B \times H$ , мм	Обрабатываемый материал	$\sigma_B$ , МПа	Материал рабочей части резца	Но- мер ва- ри- ан- та	$D_2$ , мм	$t$ , мм	$L_1$ , мм	Материал рабочей части резца	$\mu$
1	180	3	20x20	Сталь 45	598	T15K6	7	120	0,8	900	T15K10	0,5
2	190	2,8	20x20	Сталь 15X	687	T14K8	8	115	0,7	850	T14K8	1,0
3	185	3,5	20x20	Сталь 45	598	P18	9	110	0,6	800	T15K6	1,5
4	200	3	25x25	Сталь 15X	687	T5K10	10	105	0,5	750	P18	0,5
5	210	5	25x25	Сталь 30X	883	P18	11	95	0,4	700	T30K4	0,5
6	195	4,5	20x25	Сталь 30X	883	P18	12	90	0,3	650	P18	1,0

Постановка задачи, вид ограничений и алгоритм решения задачи приведены в [22].

Таблица 7

Вид обработки	Вариант	Обрабатываемый материал	$\sigma_B$ , МПа	Инструментальный материал	$L$ , мм	$L_d$ , мм	$D$ , мм	$\Delta$ , мм
Наружное продольное точение	1	Сталь 50	628	P18	300	600	150	1,8
	2	Сталь 35X	912	T5K12B	320	650	160	1,7
	3	Сталь 40X	981	T14K8	330	700	170	1,6
	4	Сталь 10Г2	422	T5K10	340	750	180	1,5
	5	Сталь 18XГ	883	T15K6	350	800	190	1,4
	6	Сталь 40XC	1226	T30K4	360	850	200	1,3
	7	Сталь 55	647	T5K10	-	500	80	-
Отрезание заготовки	8	Сталь 40X	981	T5K12B	-	450	70	-
	9	Сталь 35Г2	618	T14K8	-	400	60	-
	10	Сталь 18XГ	981	T15K6	-	300	50	-
	11	Сталь 33XC	883	BK8	-	250	40	-
	12	Сталь 35XM	932	T30K4	-	200	30	-
	13	Сталь 60	677	T5K10	-	300	160	1,9
Попереч- ное точение	14	Сталь 50X	1079	T15K6	-	280	150	1,8
	15	Сталь 45X	1030	T14K8	-	260	140	1,7
	16	Сталь 40Г2	657	T5K12B	-	240	130	1,6
	17	Сталь 30XГТ	1472	BK8	-	220	120	1,5
	18	Сталь 50XH	1079	T30K4	-	200	110	1,4

коэффициент  $\mu$ , учитывающий особенности закрепления: 1/  $\mu = 0,15$  - крепление заготовки в патроне; 2/  $\mu = 2,34$  - крепление заготовки между центрами; 3/  $\mu = 5,4$  - крепление заготовки в патроне с поджатием задним центром.

При формировании ограничений во втором задании рекомендуется воспользоваться данными [8]. При определении  $C_T$  надо учесть, что  $C_T = C_V^{1/m}$ , где  $m$  - показатель относительной стойкости, а значение стойкости  $T$  не задано.

6.3.3. Найти оптимальные значения режимов резания с помощью метода множителей Лагранжа /на основе типовой задачи 10, табл.8/.

Таблица 8

№ п/п	$C_V^{1/m}$	$m$	$n$	$K$	$C_p$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$a$	$t_{cm}$	$B$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	262,0	5,0	1,75	0,8	300	-0,15	0,75	1,00	1	2,0	30
2	315,0	5,0	1,00	0,8	384	-0,15	0,90	0,90	1	2,0	30
3	255,0	5,0	2,25	0,8	408	0	0,80	0,72	2	2,0	30
4	53,5	10,0	4,00	1,8	355	-0,30	0,80	0,60	2	2,0	30
5	243,0	5,0	2,00	0,8	70	-0,22	0,35	0,90	3	1,5	20
6	209,0	6,7	3,00	1,3	97	-0,18	0,45	0,70	3	1,5	20
7	1560,0	2,3	0,50	0,5	240	-0,18	0,75	0,95	4	1,5	20
8	917,0	5,0	1,00	0,7	271	-0,40	0,20	1,00	4	1,5	20
9	810,0	5,0	2,00	1,0	294	-0,40	0,50	1,00	5	1,0	15
10	108,0	8,0	2,64	2,0	198	-0,30	0,60	0,90	5	1,0	15
11	68,0	8,0	5,80	2,0	285	-0,15	0,75	1,00	6	1,0	15
12	430,0	5,6	0,83	1,7	290	-0,30	0,80	0,60	6	1,0	15
13	330,0	5,6	1,70	0,83	364	-0,15	0,90	0,90	7	2,0	10
14	320,0	3,6	0,70	1,4	61	0	0,50	0,60	7	2,0	10
15	320,0	3,6	1,40	0,7	123	0	0,85	1,00	8	2,0	10
16	24,2	4,0	2,60	0	220	0	1,00	1,00	8	2,0	10
17	54,4	5,0	4,00	0	388	0	0,80	0,72	9	1,5	40
18	51,0	5,0	1,25	1,0	850	-0,30	0,70	0,80	9	1,5	40
19	22,5	6,7	2,70	0	158	0	1,00	1,00	10	1,5	40
20	260,0	2,9	1,7	0,6	180	-0,10	0,75	0,9	10	1,5	40
21	58,0	5,0	2,5	1,0	130	-0,10	0,65	0,8	11	1,0	20
22	310,0	2,5	0,5	0,3	260	-0,12	0,55	0,8	11	1,0	20
23	11,7	2,0	1,2	0,8	750	-0,3	0,70	0,8	12	1,0	20
24	650,0	2,9	1,3	0,4	290	-0,15	0,75	0,95	12	1,0	20
25	210,0	4,0	1,8	0,4	325	-0,15	0,75	0,85	12	1,0	20

6.3.4. Определить с помощью метода последовательных уступок компромиссное решение задачи оптимизации режимов резания для двух частных критериев эффективности: 1/ машинное время  $t_m$ ; 2/ прогиб детали  $f$ . Схема обработки для наружного продольного точения показана на рис.20. Ограничения: 1/ по режущим возможностям инструмента; 2/ по шероховатости обработанной поверхности.

Исходные данные для выполнения 18 вариантов задания приведены в табл.9.

Таблица 9

Вариант	Обрабатываемый материал	$\sigma_b$ , МПа	Инструментальный материал	Вид обработки	$t$ , мм	$D$ , мм	$L_A$ , мм	$L$ , мм	$r$ , мм	$\varphi$	$\varphi_1$	$T$ , мин
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	Сталь 45	598	T5K10	Наруж-	1	120	900	250	0,5	30	10	60
2	Сталь 15X	687	T14K8	ное	0,9	115	850	250	1,0	45	15	60
3	Сталь 45	598	T15K6	продоль-	0,8	110	800	250	1,5	60	20	60
4	Сталь 15X	687	P18	ное	0,7	105	750	250	0,5	90	30	60
5	Сталь 30X	883	T30K4	точение	0,6	95	700	250	0,5	80	45	60
6	Сталь 30X	883	P18		0,5	90	650	250	1,0	45	10	60
7	Сталь 45	598	T15K12B	Отреза-	-	200	1000	-	1,0	90	5	30
8	Сталь 15X	687	T5K10	ние	-	220	950	-	0,5	90	5	31
9	Сталь 33ХС	883	T30K4	заго-	-	240	900	-	1,0	90	5	32
10	Сталь 15ХМ	441	T14K8	товки	-	260	850	-	0,5	90	5	33
11	Сталь ХВА	883	T15K6		-	280	800	-	1,0	90	5	34
12	Сталь 20ХН	785	T5K10		-	300	750	-	1,5	90	5	35
13	Сталь 45	598	T5K10	Нареза-	1,5	20	140	80	0,5	60	-	45
14	Сталь 20X	785	T15K6	ние	1,5	22	142	70	1,0	60	-	46
15	Сталь 38ХГ	932	T14K8	резьбы	1,2	24	144	60	1,5	60	-	47
16	Сталь 30ХМ	932	T30K4		1,2	27	146	50	0,5	60	-	48
17	Сталь 15ХВ	736	T5K12B		1,2	30	148	40	1,0	60	-	49
18	Сталь 40ХН	981	BK8		1,2	33	150	30	1,5	60	-	50

При решении вариантов 7-12 следует изобразить схему отрезания заготовки, а вариантов 13-18 - схему нарезания наружной метрической резьбы. Для операции отрезания заготовки при оперировании критерием  $t_H$  надо учесть, что  $L = D/2$ . При минимизации стрелы прогиба обрабатываемой детали  $f$  необходимо воспользоваться известной зависимостью  $f$  от радиальной составляющей силы резания:  $f = P_y L^3 / 1140 E J$ ; модуль упругости  $E$  для стали составляет  $2 \dots 2,2 \cdot 10^5$  МПа, а момент инерции  $J = 0,05 \cdot D^4$ . При формировании ограничения по шероховатости  $R_z \leq R_z^A$  воспользуемся зависимостью для определения допустимой шероховатости:

$$R_z^A = S^{0,7} t^{0,2} \varphi^{0,25} \varphi_1^{0,25} / C_s^{0,7} n^{0,95}; \quad C_s = 0,008.$$

Для вариантов 1-6 продольного точения примем  $R_z = 10$  мкм; для вариантов 7-12  $R_z = 80$  мкм; для вариантов 13-18  $R_z = 20$  мкм.

## Раздел 7. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ ПРИ СВЕРЛЕНИИ

### 7.1. Краткие теоретические сведения

Как способ механической обработки сверление предназначено для получения в сплошном металле глухих и сквозных отверстий, характеризующихся 14-II качеством, шероховатость  $R_z 80 \dots R_z 20$ , и отличается:

1/ переменной скоростью резания по длине режущей кромки от 0 до  $V_{max}$ ;

- 2/ изменяющимися передним и задним углами по длине режущей кромки;
- 3/ наличием поперечной кромки или перемычки, затрудняющей процесс резания;
- 4/ затрудненным удалением стружки;
- 5/ низкой жесткостью инструмента и технологической системы в целом.

При сверлении деталей из труднообрабатываемых сталей и сплавов применяются как стандартные, так и специальные сверла повышенной жесткости, изготовленные из быстрорежущих сталей Р6М5, Р6М5К5, Р9М4К8 и твердых сплавов ВК8, ВК10М и др. [23]. Так, при обработке заготовок из сплавов на титановой основе целесообразно применять четырехленточные спиральные сверла, имеющие большую стойкость и обеспечивающие меньшее увеличение диаметра отверстия, чем обычные двухленточные сверла /рис.23, 24/.

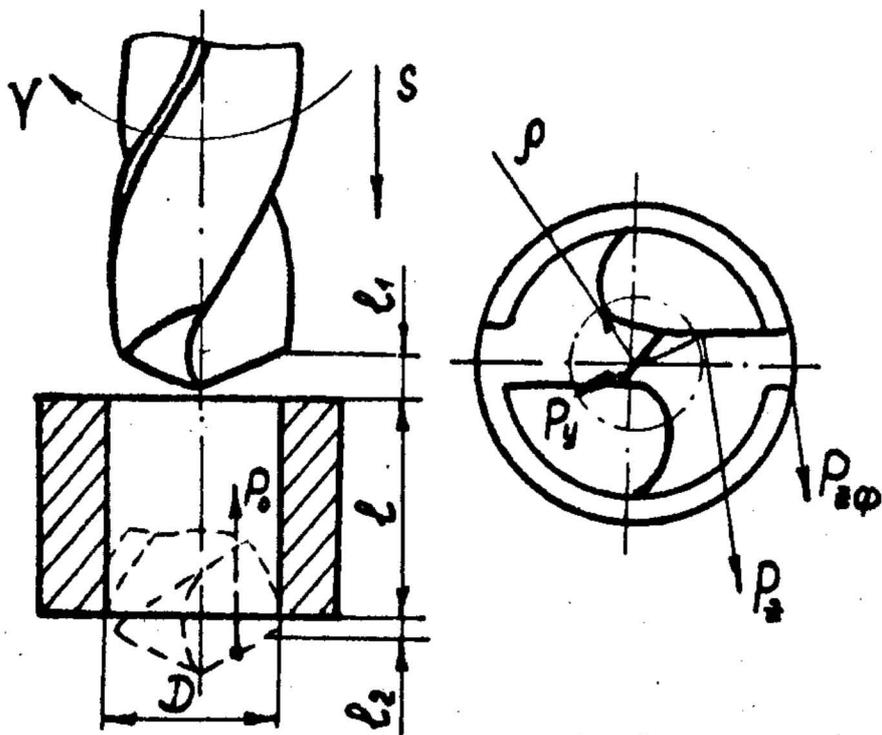


Рис.23. Схема сверления

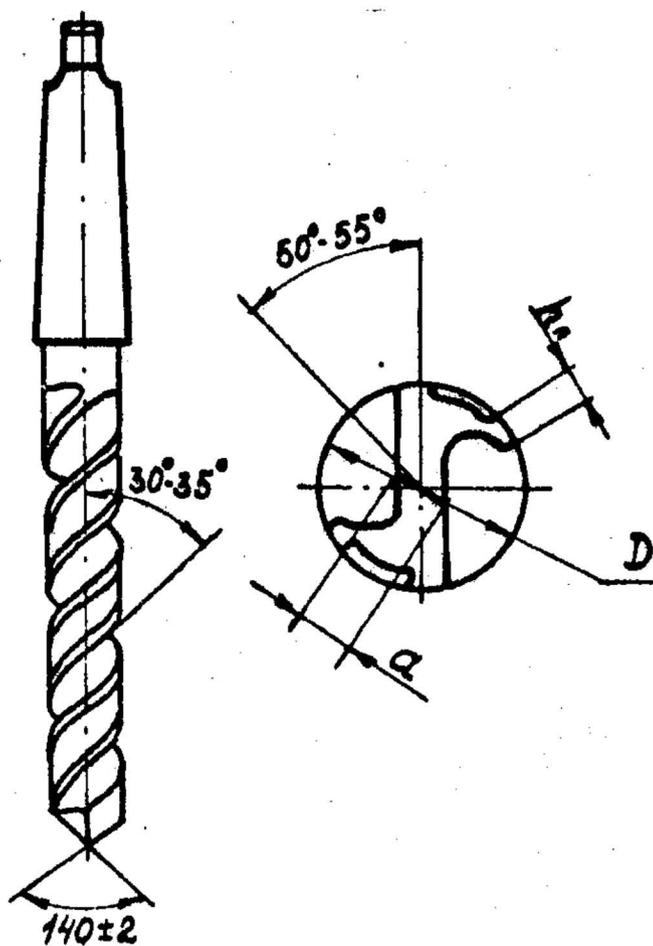


Рис.24. Четырехленточное сверло

В процессе сверления конструкционных материалов инструмент находится под действием значительных осевых сжимающих сил  $P_0$  и крутящего момента  $M_{кр}$ . Эти факторы лимитируют назначаемые режимы резания и являются основными при рассмотрении комплекса ограничений в задаче оптимизации.

### Формирование технических ограничений

1. Ограничение по режущим возможностям /стойкости/ инструмента, которое устанавливает взаимосвязь между скоростью резания  $V$  и показателем обрабатываемости  $V_T$  /скорость резания, соответствующая определенной стойкости инструмента/ /рис.25/:  $V \leq V_T$ .

Используем известные зависимости [7]  $V = \pi D n / 1000$ ;  $V_T = \frac{C_V K_V D^{f_V}}{T^{m_V} S_V}$ , где  $C_V, K_V$  - константы, учитывающие условия работы

инструмента в справочном и конкретном вариантах;  $D$  - диаметр отверстия, мм;  $T$  - период стойкости, мин;  $S$  - подача, мм/об;  $n$  - частота вращения, об/мин;  $\varphi_v$ ,  $m$ ,  $\psi_v$  - показатели степени, отражающие влияние диаметра, стойкости и подачи на скорость резания. Приведено это ограничение к явному виду:

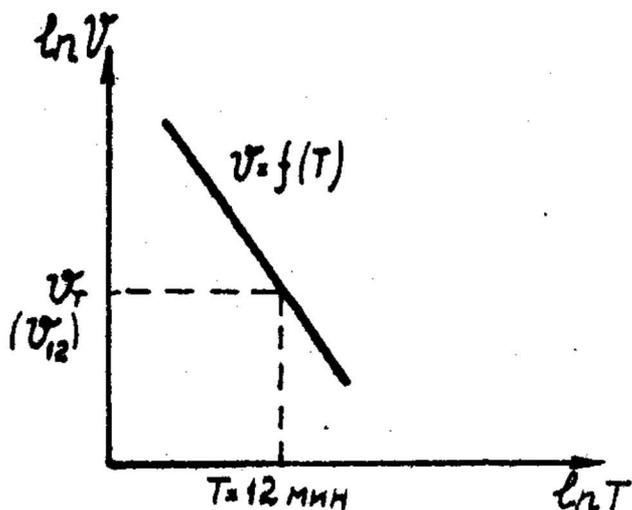


Рис.25. Стойкостная зависимость

$$n S \psi_v \leq \frac{318 D^{(\varphi_v - 1)} C_v K_v}{T^m} \quad /17/$$

2. Ограничение по мощности станка. Оно связывает крутящий момент, возникающий при сверлении /см. рис.23/ и на шпинделе станка:

$$M_{кр} = 10 C_M S \psi_M D^{\varphi_M} K_P;$$

$$M_{кр.ст} = \frac{975 \cdot 10^3 N_{ст} Z}{n},$$

где  $C_M$  - коэффициент, учитывающий влияние условий обработки;  $K_P$  - общий поправочный коэффициент, учитывающий фактические условия обработки и зависящий только от материала заготовки,  $K_P = K_{MP}$ ;  $\psi_M$ ,  $\varphi_M$  - показатели степеней при переменных;  $N_{ст}$  - мощность электродвигателя привода главного движения, кВт;  $Z$  - КПД.

Приравняв правые части последних двух зависимостей и сделав соответствующие преобразования, получим

$$n S \psi_M \leq \frac{975 \cdot 10^3 N_{ст} Z}{C_M D^{\varphi_M} K_P} \quad /18/$$

Ограничение по  $M_{кр}$  гарантирует целостность сверла в условиях наличия напряжений в его материале.

3. Ограничение по прочности механизма подачи станка. Для осуществления процесса резания необходимо, чтобы выполнялось условие

$$P_0 = 10 C_P D^{\varphi_P} S \psi_P K_P \leq [P_{ст}],$$

где  $P_0, [P_{ст}]$  - соответственно осевая и максимальная силы резания, допускаемые механизмом подачи станка;  $H, C_p, K_p, q_p, \gamma_p$  - определяются по справочнику.

В явном виде это ограничение представлено ниже:

$$S^{\gamma_p} \leq \frac{[P_{ст}]}{10 C_p D^{\gamma_p} K_p} \quad /19/$$

4. Ограничение по прочности инструмента. Условие прочности сверла выражается зависимостью

$$\sigma_c = \frac{1,73 M_{кр}}{W} = \frac{1,73 \cdot 10 C_M S^{\gamma_M} D^{\gamma_M} K_p}{0,02 D^3} \leq \frac{\sigma_B}{K_{3,п}}$$

где  $\sigma_c$  - суммарное напряжение, равное сумме нормального напряжения /составляет  $0,73 \sigma_c$  / от силы  $P_0$  и касательного напряжения от  $M_{кр}$ , МПа;  $\sigma_B$  - временное сопротивление материала сверла разрыву, МПа;  $K_{3,п} \approx 1,5 \dots 2,0$  - коэффициент запаса прочности;  $W$  - момент сопротивления сверла,  $\text{мм}^3$ .

После соответствующих преобразований получим

$$S^{\gamma_M} \leq \frac{\sigma_B \cdot 0,02 \cdot D^3}{1,73 \cdot 10 C_M D^{\gamma_M} K_p K_{3,п}} \quad /20/$$

5. Ограничение по жесткости режущего инструмента /рис.26/.

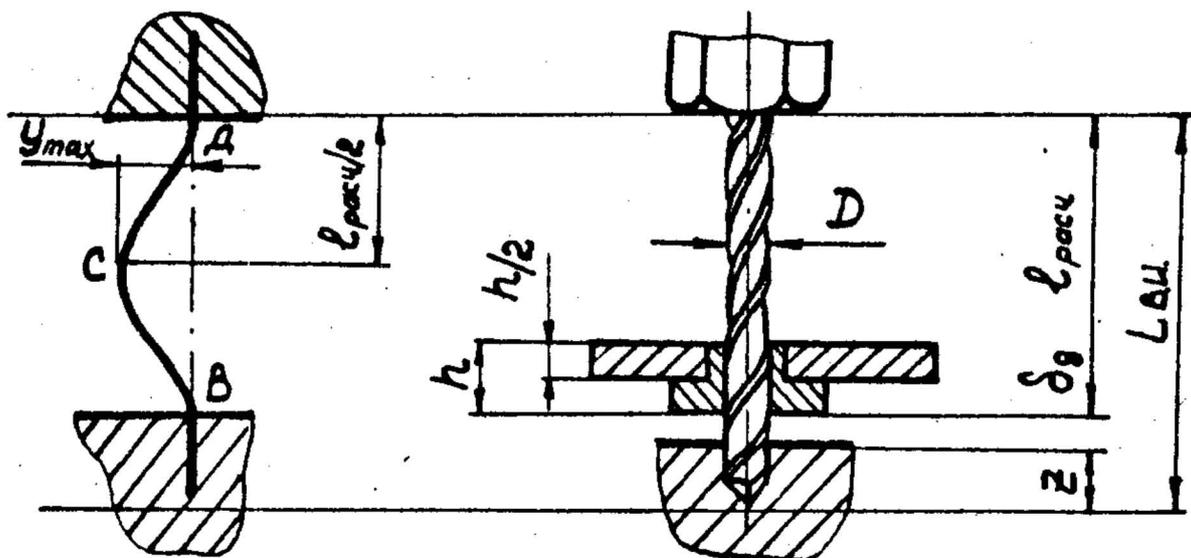


Рис.26. Схема сверления с использованием кондуктора

Жесткость инструмента влияет на точность обработки, при этом осевая сила не должна превышать допустимую осевую силу  $[P_0]$  по жесткости сверла:

$$10C_p D^2 S^{4p} K_p \leq \frac{K_y E J}{L_{в.ч}^2}$$

$K_y$  - коэффициент устойчивости,  $K_y \approx 2,46$ ;  $E$  - модуль упругости материала сверла, МПа;  $J = 0,039 D^4$  - момент инерции сверла, мм<sup>4</sup>;  $L_{в.ч}$  - длина вылета сверла.

В явном виде это ограничение записывается:

$$S^{4p} \leq \frac{K_y E J}{L_{в.ч}^2 \cdot 10C_p D^2 K_p} \quad /21/$$

Выполнение ограничения /21/ гарантирует целостность сверла в условиях возможной потери продольной устойчивости.

Ограничения, накладываемые кинематикой станка, устанавливают взаимосвязь расчетных значений частоты вращения и подачи с допускаемой кинематикой станка. Эти условия могут быть записаны в виде следующих неравенств:

$$n_{ст min} \leq n \leq n_{ст max}; \quad S_{ст min} \leq S \leq S_{ст max} \quad /22/$$

Задание целевой функции. Для большого числа производственных ситуаций, когда в расчетах используются значения экономических периодов стойкости, следует выбирать в качестве целевой функции наименьшее основное время  $t_0$  или удельные затраты на обработку  $C_y$  [24; 25]:

$$t_0 = \frac{L}{S n} = \frac{l + l_1 + l_2}{S n}; \quad /23/$$

$$C_y = \frac{a_1}{a} \left( \frac{1 + \frac{a_n}{a_1} \frac{1}{T}}{n S} \right); \quad /24/$$

где  $L$  - длина обработки, мм;  $l$  - длина отверстия, мм;  $l_1, l_2$  - величины врезания и перебега инструмента, определяемые аналитически и по справочным данным:  $l_1 = \frac{D}{2} \operatorname{ctg} \varphi$ ;  $l_2 = 1 \dots 3, / \text{мм}$ ;  $a_1$  - стоимость станкоминуты основного оборудования /руб /мин/;  $q$  - параметр резания  $q = \pi D^2 / 4$  - площадь удаляемого металла/;  $a_n = a_1 t_{см} + a_2 t_n z / (z+1) + B / (z+1)$  - затраты на инструмент за период

стойкости, руб.; где  $Q_2$  - стоимость станкминуты заточного оборудования, руб /мин;  $\delta$  - стоимость нового инструмента с учетом транспортных расходов и реализации отходов, руб.;  $t_{см}$  - время смены инструмента, мин;  $t_n$  - время переточки инструмента, мин;  $Z$  - число переточек инструмента до его полного износа.

Разработка математической модели процесса обработки резанием

Математической моделью в задаче оптимизации режимов резания при сверлении является совместно система неравенств /17/ - /22/ и уравнение целевой функции /23/ или /24/. В зависимости от применяемого метода исходная модель /17/ - /23/, /24/ подвергается определенным преобразованиям. Далее рассмотрены постановки оптимизационной задачи, ориентированные на наиболее распространенные методы линейного, геометрического и нелинейного программирования /метод множителей Лагранжа [18]/.

1. Линейное программирование. Преобразование исходной модели осуществляется логарифмированием выражений ограничений /17/ - /22/ и целевой функции /23/ и получением соответствующих линейных форм.

После логарифмирования неравенства /17/ имеем /пример приведения/

$$\ln \pi + y_v \ln S \leq \ln \left( \frac{318 C_v K_v D^{(9-1)}}{T^m} \right). \quad /25/$$

Введем обозначения  $\ln \pi = x_1$ ;  $\ln S = x_2$ ;  $\ln(318 C_v K_v \times D^{(9-1)} / T^m) = b_1$  и подставим их в выражение /25/. В результате имеем линейную форму неравенства  $x_1 + y_v x_2 \leq b_1$ .

Преобразовав таким образом неравенства /18/ - /23/, получим систему линейных неравенств и линейную функцию для случая сверления в виде

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + y_v x_2 \leq b_1 \\ x_1 + y_n x_2 \leq b_2 \\ y_p x_2 \leq b_3 \\ y_n x_2 \leq b_4 \\ y_p x_2 \leq b_5 \\ x_2 \geq b_6 \\ x_2 \leq b_7 \\ x_1 \geq b_8 \\ x_1 \leq b_9 \end{array} \right\} A$$

$$f_0 = (x_1 + x_2) \rightarrow \max$$

Оптимальные значения  $\pi_0$  и  $S_0$  рассчитываются по формулам

$$\pi_0 = e^{x_1}; \quad S_0 = e^{x_2}. \quad /26/$$

Приведенная форма математической модели  $A$  представляет собой описание процесса резания для случая сверления, независимо от типа станка и условий обработки. При изменении условий выполнения отдельных операций будут другими лишь свободные члены  $b_1, b_2, \dots, b_9$  и значения коэффициентов  $u_v, u_n, u_p$ . Для определения оптимальных режимов с помощью модели необходимо найти положительные значения  $\{x_1, x_2\}$ , которых линейная форма целевой функции /7/ приняла бы наибольшее число.

2. Геометрическое программирование. В процессе оптимизационных исследований встречаются сложные целевые функции полиномиального типа со слагаемыми в степенной форме, графическое изображение которых и реализация симплекс-метода представляют достаточно сложную процедуру. Для такого вида целевых функций и ограничений в степенной форме целесообразно использовать аппарат геометрического программирования /ГП/. Этот метод основан на минимизации функций типа  $f(z) = \sum C_j \prod z_j^{\alpha_{ij}}$ , называемых позиномами с  $N$  переменными и  $R$  членами, в которых  $C_j$  - положительные константы;  $Z = (z_1, \dots, z_N)$  - вектор переменных;  $\alpha_{ij}$  - любое действительное значение.

Эффективность метода ГП связана с вычислительной простотой реализации на ЭВМ, особенно для задач нулевой степени трудности. Под степенью трудности понимается разность между суммарным числом слагаемых  $R$  в целевой функции и ограничениях и числом двойственных ограничений  $(N+1)$ .

Типовая постановка прямой задачи ГП с ограничениями представляется в виде:

минимизировать

$$f_0(z) = \sum_{i_0=1}^{R_0} C_{i_0} \prod_{j=1}^{N_0} z_j^{\alpha_{i_0 j}} \quad /27/$$

при ограничениях

$$f_k(z) = \sum_{i_k=1}^{R_k} C_{i_k} \prod_{j=1}^{N_k} z_j^{\alpha_{i_k j}} \leq 1; \quad /28/$$

$z_j > 0; k=1, 2, \dots, K; C_{k i_k}, C_{k_0} > 0$ . Здесь индексы "0" и "K" относятся соответственно к целевой функции и ограничениям, которые

представляют собой полиномы, содержащие соответственно  $R_0$  и  $R_K$  /  $K = 1, \dots, K$  / слагаемых.

Двойственная задача П имеет вид:

максимизировать

$$V(W) = \left[ \prod_{i_0} \left( \frac{C_{i_0} i_{i_0}}{W_{i_0} i_{i_0}} \right)^{W_{i_0} i_{i_0}} \right] \cdot \left[ \prod_K \prod_{i_K} \left( \frac{C_K i_K}{W_K i_K} \right)^{W_K i_K} \cdot \prod_K \lambda_K \right]. \quad /29/$$

при ограничениях

$$\sum_{i_0} W_{i_0} i_{i_0} = 1 \quad (i_0 = 1, \dots, n_0). \quad /30/$$

$$\sum_{i_0} \alpha_{i_0} i_{i_0} j W_{i_0} i_{i_0} + \sum_K \sum_{i_K} \alpha_K i_K j W_K i_K = 0;$$

$$\lambda_K = \sum_K W_K i_K; \quad W_K i_K \geq 0; \quad W_{i_0} i_{i_0} \geq 0; \quad \lambda_K \geq 0. \quad /31/$$

Здесь  $V(W)$  – двойственная функция, зависящая от коэффициентов полиномов  $C_i$  и двойственных весов слагаемых целевой функции и ограничений  $W_i$ . Условия /30/ называются условиями нормализации, а /31/ – условиями ортогональности.

При увеличении степени трудности /больше нуля/ система линейных уравнений /30/, /31/ не имеет единственного решения и приводит к переменным весам  $W_i$  и необходимости решать двойственную задачу как оптимизационную.

Д. Уайлд [15] предложил три эффективных приема сведения задач П к нулевой степени трудности.

3. Метод множителей Лагранжа. Для определения качественной картины поведения оптимального решения при изменении структуры и параметров задачи необходимо использование аналитических методов.

Следует знать, что при поиске условного экстремума функции

$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  от  $n$  переменных основным методом аналитического решения задачи является метод множителей Лагранжа и его обобщения [14; 18; 29].

Пусть требуется минимизировать функцию  $Z = f(\bar{x})$ , где на переменную  $\bar{x}$  наложены ограничения  $g_1(\bar{x}) = 0; g_2(\bar{x}) = 0, \dots, g_m(\bar{x}) = 0$ . Указанные функции имеют частные производные первого

и второго порядков по всем  $x_j$ ;  $\bar{x}$ . Тогда для решения задачи надо составить функцию Лагранжа:

$$F(\bar{x}, \bar{\lambda}) = f(\bar{x}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(\bar{x})$$

и решить систему уравнений

$$\frac{\partial F}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad /32/$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_j} = g_j(\bar{x}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad /33/$$

Указанные уравнения - необходимые условия наличия экстремума функции  $Z = f(\bar{x})$ . Достаточными условиями минимума при наличии ограничений в виде равенств являются уравнения /32/ и /33/, а также положительная определенность квадратичной формы

$$\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j} dx_i dx_j,$$

т.е. второго дифференциала функции Лагранжа.

Необходимые условия минимума функции  $Z = f(\bar{x})$  при наличии ограничений в виде неравенства  $g_i(\bar{x}) \leq b_i$  ( $i = 1, m$ ) имеют следующий вид:

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$g_i(\bar{x}) \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m;$$

$$\lambda_i [g_i(\bar{x}) - b_i] = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m;$$

$$\lambda_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Эти условия известны как условия Куна - Такера. Если  $f(x)$  и  $g_i(x)$  - выпуклые функции, то условия Куна - Такера являются также и достаточными.

## 7.2. Типовые задачи

7.2.1. Типовая задача 12. Определить оптимальные режимы сверления методом линейного программирования.

На вертикально-сверлильном станке 2Н135 обработать сквозное отверстие диаметром  $D = 12$  на глубину  $L = 55$  мм. Материал заготовки - сплав на титановой основе ВТ5 /  $\sigma_b = 900$  МПа/; вид заготовки - горячекатаный прокат; инструмент - спиральное сверло с двойной заточкой; геометрические параметры:  $2\varphi = 140^\circ$ ;  $\alpha = 12^\circ$ ;  $2\psi = 90^\circ$ ;  $\omega = 30^\circ$ ; обратная конусность 0,1...0,15 мм на 100 мм длины.

Паспортные данные вертикально-сверлильного станка 2Р135:

наибольший диаметр сверления - 35 мм;

частота вращения шпинделя,  $\text{мин}^{-1}$ ,  $n = 31 \dots 140$ ;

подача шпинделя, мм/об:  $S = 0,1 \dots 1,6$ ;

наибольшее усилие подачи:  $[P_{cr}] = 15000$  Н;

мощность электродвигателя привода главного движения  $N_{cr} = 4,5$  кВт;

коэффициент полезного действия  $\eta = 0,8$ .

### Формирование системы ограничений

1. Ограничение по режущим возможностям. Используя зависимость /17/ и справочные данные [7; 23]:  $C_v = 2,8$ ;  $q = 0,7$ ;  $Y_v = 0,6$ ;  $m = 0,5$ ;  $K_v = 1$ , получаем

$$n \cdot S^{0,6} \leq \frac{318 \cdot 12^{-0,3} \cdot 2,8}{12^{0,5}} = 122,11.$$

Рекомендуемый период стойкости  $T$  для случая обработки отверстия  $D = 12$  инструментом из твердого сплава составляет 12 мин [23, с.113].

2. Ограничение по мощности привода главного движения станка. Согласно [23, с.97] составляющие неравенства /18/ принимают значения  $\{Y_M = 0,8$ ;  $q_M = 1,9$ ;  $C_M = 60$ ;  $K_p = 1\}$ . Для материалов III группы /сплав на титановой основе/ характерно влияние скорости резания на крутящий момент. С учетом этого данное ограничение принимает вид

$$n^{0,85} S^{0,8} \leq \frac{975 \cdot 10^3 \cdot 4,5 \cdot 0,8 \cdot (1000)^{0,15}}{(\pi \cdot 12)^{-0,15} \cdot 60 \cdot 12^{1,9}} = 314,31.$$

3. Ограничение по прочности механизма подачи станка. С учетом /19/ и [23]  $\{q_p = 1; \quad \psi_p = 0,7; \quad C_p = 850\}$  данное ограничение принимает вид

$$S^{q_7} \leq \frac{15000}{850 \cdot 12} = 1,47.$$

4. Ограничение по прочности инструмента. С учетом /20/ и справочных данных [23]

$$12^{-0,15} S^{q_8} \leq \frac{900 \cdot 0,02 \cdot 12^{1,25} \cdot 318^{-0,15}}{1,73 \cdot 10 \cdot 60 \cdot 1,5} = 0,108.$$

5. Ограничение по жесткости режущего инструмента. С учетом /21/ и данных [23]

$$S^{q_7} \leq \frac{2,46 \cdot 220000 \cdot 0,039 \cdot 12^4}{120^2 \cdot 12 \cdot 850} = 2,98.$$

6. Параметрические ограничения по паспорту станка [7]:  
 $31 \leq n \leq 1400; \quad 0,1 \leq S \leq 1,6.$

### Формирование целевой функции

В качестве целевой функции выберем основное /машинное/ время, затрачиваемое на сверление сквозного отверстия длиной 55 мм:

$$t_0 = \frac{55 + \left(\frac{12}{2} \cdot \operatorname{ctg} 70 + 3\right)}{S n} = \frac{60}{S n}.$$

### Математическая модель

Для случая сверления сквозного отверстия модель принимает следующий вид:

$$\left. \begin{aligned}
 x_1 + 0,5 x_2 &\leq 4,8 \\
 0,85 x_1 + 0,8 x_2 &\leq 5,75 \\
 0,7 x_2 &\leq 0,39 \\
 -0,15 x_1 + 0,8 x_2 &\leq -2,23 \\
 0,7 x_2 &\leq 1,09 \\
 x_1 &\leq 7,24 \\
 x_1 &\geq 3,43 \\
 x_2 &\leq 0,47 \\
 x &\geq -2,3
 \end{aligned} \right\} A'$$

$$f_0 = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

Графическая интерпретация и определение оптимального режима резания

Для нахождения  $\{ \pi_0 \text{ и } S_0 \}$  графическим путем необходимо построить многоугольник возможных решений системы ограничений, входящих в  $A'$ . На рис.27 изображены прямые неравенств системы  $A'$  и выделена область возможных решений  $ABC$  этой системы. Граничные прямые  $AB, AC$  и  $BC$ , пересекаясь между собой, образуют многоугольник, каждая из точек внутри которого удовлетворяет неравенствам всех граничных прямых систем  $A$ , участвующих в его образовании. Для нахождения оптимального сочетания элементов  $\{ \pi_0, S_0 \}$  следует определить, в какой из точек искомого многоугольника  $ABC$  линейная функция двух переменных  $f_0 = (x_1 + x_2)$  будет принимать максимальное значение. Для этого необходимо перемещать прямую  $f_0$  параллельно самой себе в направлении от начала координат. В вершине  $C$  многоугольника в данном случае треугольник/ целевая функция  $f_0$  принимает наибольшее значение. Следовательно, вершина  $C$  является точкой оптимума, а ее координаты  $\{ S_0, \pi_0 \}$  - оптимальным решением модели  $A'$ .

Таким образом, оптимальным сочетанием элементов режима резания для случая сверления сквозного отверстия в детали из титанового сплава ВТ5 твердосплавным инструментом ВК8 будет:  $S_0 = 0,18$ ;  $\pi_0 = 337$  об/мин;  $V_0 = 12,7$  м/мин;  $S_M = 121,5$  мм/мин;  $t_0 = \frac{55 + 2 + 3}{337 \cdot 0,18} = 0,99$  мин.



## Задание целевой функции

В качестве целевой функции рассмотрим удельные затраты на обработку  $C_y$  [24]. Согласно данным [30] составляющие зависимости /24/ принимают следующие значения:  $a_1 = 0,06$  руб./мин;  $a_2 = 0,012$  руб./мин;  $t_{сн} = 0,7$  мин;  $t_n = 2$  мин;  $\rho = 0,3$  руб.;  $Z = 15$ ;  $q =$   
 $= \pi \cdot 12^2 / 4 = 113 \text{ мм}^2$ .

Целевая функция /24/ принимает вид

$$C_y = \frac{0,06}{113} \pi^{-1} S^{-1} + \frac{0,06 \cdot 0,7 + (0,012 \cdot 2 \cdot 15)(16 + 0,3 / 16)}{113} \times$$

$$\times T^{-1} \pi^{-1} S^{-1} = 0,0005 \pi^{-1} S^{-1} + 0,007 T^{-1} \pi^{-1} S^{-1}$$

Здесь  $T$  определяется из расширенного уравнения Тейлора [7]:

$$T = \frac{(C_y K_y)^{1/m} D^{q/m}}{S^{4/m} v^{1/m}} = \frac{(2,8 \cdot 1)^{1/0,5} D^{27/0,5}}{S^{26/0,5} v^{1/0,5}} = 254,17 S^{-1,2} v^{-2}$$

После подстановки выражения для  $T$  в уравнение целевой функции получим:  $C_y = 0,005 \pi^{-1} S^{-1} + 3,91 \cdot 10^{-9} S^{0,2} \pi$ .

### Математическая модель

Прямая постановка задачи ГП при сверлении представляется в следующем виде:

минимизировать

$$g_0(S, \pi) = C_y = 0,0005 \cdot \pi^{-1} \cdot S^{-1} + 3,91 \cdot 10^{-9} \cdot \pi \cdot S^{0,2}$$

при ограничениях

$$0,0082 \pi S^{0,6} \leq 1;$$

$$9,26 \pi^{-0,15} S^{0,8} \leq 1.$$

Графическое изображение себестоимости как трехмерной поверхности, полученное применением пакета МАТ АВ, показано на рис.28,а, линии уровня и градиентов - на рис.28,б,в.

Данная задача является задачей ГП первой степени трудности. Для ее решения используем методику Уайлда [14; 16; 28] и представим

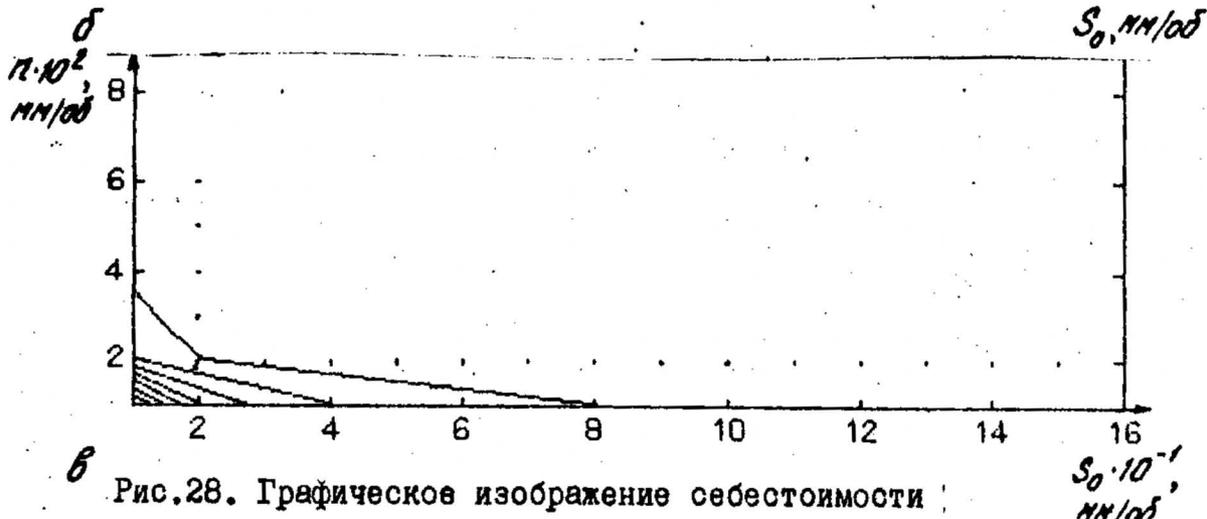
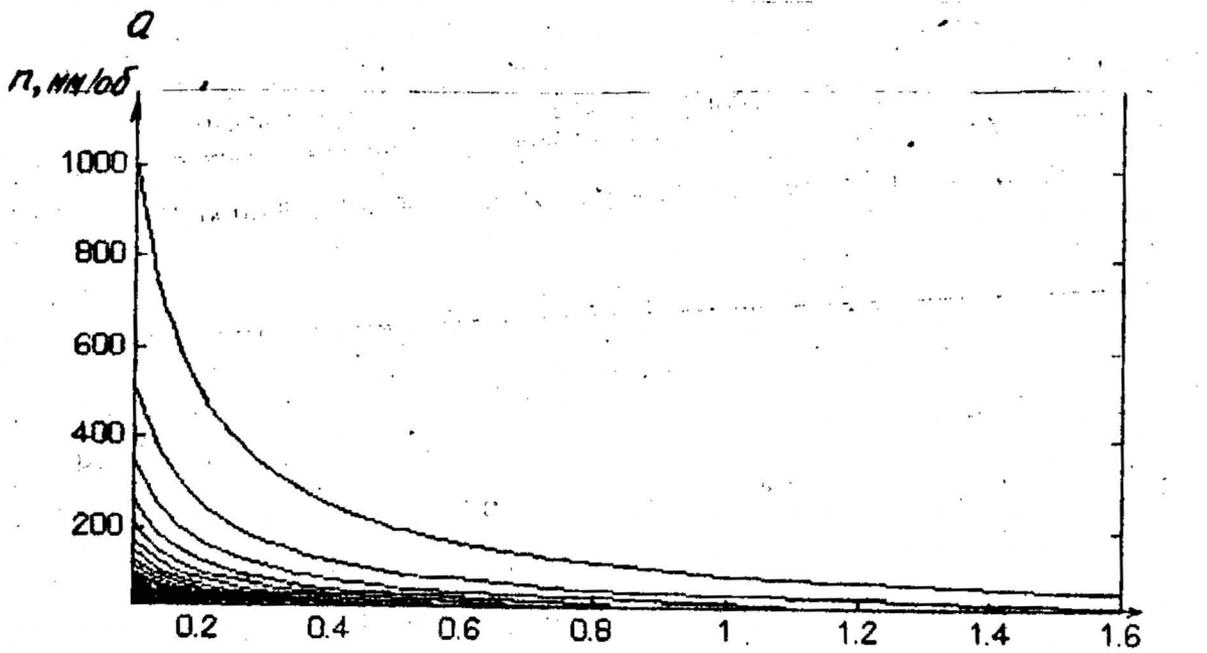
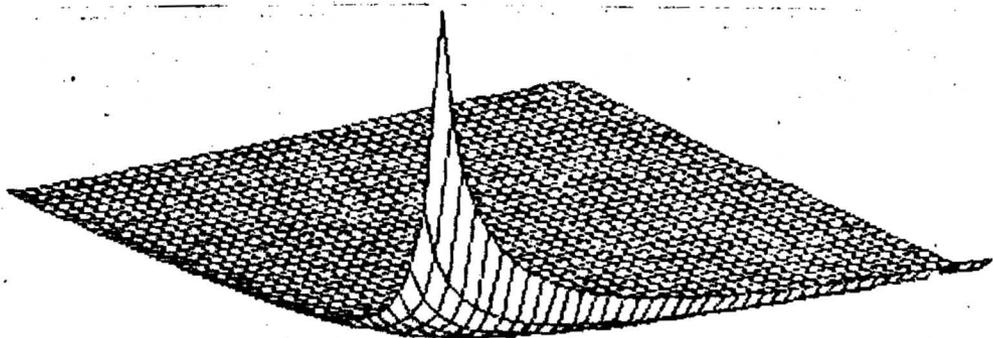


Рис.28. Графическое изображение себестоимости

ее в виде задачи ГП нулевой степени путем отбрасывания второго слагаемого целевой функции, связанного со стоимостью смены инструмента.

Прямая постановка ГП нулевой степени трудности:  
минимизировать

$$C_y^I = 0,0005 n^{-1} S^{-1} \quad /34/$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} 0,0082 n S^{0,6} &\leq 1; \\ 9,26 n^{-0,15} S^{0,8} &\leq 1. \end{aligned} \quad /35/$$

Двойственная постановка ГП нулевой степени трудности:  
минимизировать

$$V(W) = \left( \frac{C_{01}}{W_{01}} \right)^{W_{01}} C_{11}^{W_{11}} C_{21}^{W_{21}}$$

при ограничениях  $W_{01} = 1$

$$\pi: - W_{01} + W_{11} - 0,15 W_{21} = 0;$$

$$s: - W_{01} + 0,6 W_{11} + 0,8 W_{21} = 0.$$

Решение последней системы линейных уравнений позволяет однозначно определить двойственные веса  $W_i: \{ W_{01} = 1; W_{11} = 1,07; W_{21} = 0,45 \}$ .

Значение целевой функции составляет

$$V(W) = 0,0005 \cdot 0,0082^{1,07} \cdot 9,26^{0,45} = 8,03 \cdot 10^{-6} \text{ руб/мм}^3.$$

Из условий инвариантности определяем оптимальные значения режимов резания:

$$0,0082 n S^{0,6} = 1;$$

$$9,26 n^{-0,15} S^{0,8} = 1.$$

В результате решения последней системы уравнений получим:

$$n_0 = 337 \text{ об/мин}; \quad S_0 = 0,18 \text{ мм/об}; \quad V_0 = 12,7 \text{ м/мин}.$$

В соответствии с методом частичной инвариантности [15; 16] осуществим такую последовательность процедур:

1. Сформируем модель задачи ГП первой степени трудности путем ввода дополнительного слагаемого, связанного со стоимостью смены инструмента, в целевую функцию /84/:

$$C_{y}^{II} = 0,0005 \pi^{-1} S^{-1} + 3,91 \cdot 10^{-9} S^{0,2} \pi. \quad /36/$$

/Ограничения для этого варианта сформулированы выше - /35//.

2. Определим нижнюю грань целевой функции  $C_{y}^{II}$  в постановке /36/, /35/. При этом следует использовать те оптимальные значения переменных, которые получены в результате решения исходной задачи нулевой степени трудности. Себестоимость обработки в этом случае

$$\begin{aligned} C_{y}^{II} &= 0,0005 \cdot 337^{-1} \cdot 0,18^{-1} + 3,91 \cdot 10^{-9} \cdot 337 \cdot 0,18^{0,2} = \\ &= 8,24 \cdot 10^{-6} + 0,935 \cdot 10^{-6} = 9,18 \cdot 10^{-6}. \end{aligned}$$

3. Вычислим основные веса членов целевой функции делением составляющих  $C_{y}^{II}$  на их сумму:

$$W_{01}^I = 8,24/9,18 = 0,898; \quad W_{02}^I = 0,935/9,18 = 0,102.$$

При этом двойственные веса ограничений  $\{W_1; W_2\}$  остаются без изменений. Новый набор двойственных весов:

$$\{W_{01} = 0,898; W_{02} = 0,102; W_{11} = 1,07; W_{21} = 0,45\}.$$

4. Составим систему линейных уравнений в двойственной постановке ГП, включающую в себя условия ортогональности и нормализации в постановке /36/, /35/:

$$\begin{aligned} S: & -W_{01} + 0,2 W_{02} + 0,6 W_{11} + 0,8 W_{21} = 0; \\ \pi: & -W_{01} + W_{02} + W_{11} - 0,15 W_{21} = 0; \\ & W_{01} + W_{02} = 1. \end{aligned} \quad /37/$$

5. Выберем доминирующие члены в системе /37/, которая не имеет единственного решения. К ним должны относиться самые значимые члены в оптимальном проекте, а их число должно превышать число переменных проекта ( $S, \pi$ ) на одну единицу. Для данного примера такими членами будут - первый /  $W_{01} = 0,898$  / , третий /  $W_{11} = 1,07$  / , четвертый /  $W_{21} = 0,45$  /.

6. Решим систему линейных уравнений относительно доминирующих двойственных переменных, т.е. переменных, соответствующих доминирующим членам. В рассматриваемом случае получаются линейные зависимости от  $W_{02}$ :  $\{W_{01} = 1 - W_{02}; W_{11} = 1,058 - 2W_{02}; W_{21} = 0,45W_{02}\}$ .

Чтобы все  $W_i$  были положительными,  $W_{02}$  должно быть меньше 0,5338. Для данной задачи первой степени трудности /36/, /37/ легко вычислить двойственную функцию для различных значений единственной избыточной двойственной переменной /в данном примере  $W_{02}$  - вес слагаемого целевой функции, связанной со сменой инструмента/. Эту же двойственную функцию можно вычислить для значений весов  $\{W_i\}$ , дающих самую большую нижнюю границу /грань/, и тем самым определить минимум "прямой" функции в "прямой" постановке.

7. Выразим двойственную функцию в общем виде как функцию от двойственного веса  $W_{02}$ :

$$V(W_{02}) = \frac{\left(\frac{0,0005}{1-W_{02}}\right) \left(\frac{1-W_{02}}{0,0005}\right)^{W_{02}} \cdot 3,91 \cdot 0,0082^{1,058} \cdot 9,26^{0,45}}{W_{02}^{W_{02}} \cdot 0,0082^{2W_{02}} \cdot 10^{9W_{02}}}$$

$$= \frac{8,04 \cdot 10^{-6} (1-W_{02})^{W_{02}-1} \cdot 0,12^{W_{02}}}{W_{02}^{W_{02}}} \quad /38/$$

8. Используем метод дихотомии [16; 31] для определения максимума функции  $V(W_{02})$  /38/. С помощью ЭВМ СМ-2М получен такой результат:  $W_{02} = 0,19$ ;  $V(W_{02}) = C_{y0} = 9,003 \cdot 10^{-6}$  руб./мм<sup>3</sup>.

9. Определим оптимальные режимы резания, минимизирующие удельные затраты на обработку, исходя из условий инвариантности:

$$0,0005 \cdot n^{-1} S^{-1} = 9,003 \cdot 10^{-6} \cdot 0,8981; \quad /39/$$

$$0,0082 \cdot n S^{0,6} = 1.$$

В результате решения системы нелинейных уравнений /39/ получим:

$$\{n_0 = 337,52 \text{ об/мин}; S_0 = 0,1832 \text{ мм/об}; V_0 = 12,72 \text{ м/мин};$$

$$S_M = 61,83 \text{ мм/мин};$$

$$C_{y0} = 9,003 \cdot 10^{-6} \text{ руб./мм}^3.$$

7.2.3. Типовая задача 14. Определить оптимальные режимы резания при сверлении методом множителей Лагранжа /исходные данные зависимости из задачи 12/.

Рассмотрим использование метода множителей Лагранжа для решения сформулированных выше оптимизационных задач.

### Сверление

Целевая функция и ограничения имеют вид:

$$C = 0,0005 n^{-1} S^{-1} + 3,91 \cdot 10^{-9} n S^{0,2} = \alpha_1 n^{-1} S^{-1} + \alpha_2 n S^{0,2},$$

$$n S^{0,6} \leq 122,11 = \beta_1 \quad / \text{режущие возможности инструмента} /,$$

$$n^{-0,15} S^{0,8} \leq 0,108 = \beta_2 \quad / \text{прочность инструмента} /.$$

Составим функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = C + \lambda_1 (\beta_1 - n S^{0,6}) + \lambda_2 (\beta_2 - n^{-0,15} S^{0,8}),$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  - множители Лагранжа.

Далее имеем

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n} = -\alpha_1 n^{-2} S^{-1} + \alpha_2 S^{0,2} - \lambda_1 S^{0,6} + 0,15 \lambda_2 n^{-1,15} S^{0,8} = 0;$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S} = -\alpha_1 n^{-1} S^{-2} + 0,2 n S^{-0,8} - 0,6 \lambda_1 n S^{-0,4} - 0,8 \lambda_2 n^{-0,15} S^{-0,2} = 0;$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = \beta_1 - n S^{0,6} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = \beta_2 - n^{-0,15} S^{0,8} = 0.$$

Пусть  $\lambda_1 \neq 0$  и  $\lambda_2 = 0$ . Тогда

$$-\frac{\alpha_1}{n S} + \alpha_2 n S^{0,2} - \lambda_1 \beta_1 = 0;$$

$$-\frac{\alpha_1}{n S} + 0,2 \alpha_2 n S^{0,2} - 0,6 \lambda_1 \beta_1 = 0;$$

$$-\frac{0,4 \alpha_1}{n S} + 0,4 \alpha_2 n S^{0,2} = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha_2 n^2 S^{1,2} = \alpha_1 \\ n S^{0,6} = \beta_1 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S^{0,84} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2 \beta_1^2} \\ n = \beta_1 S^{-0,6} \end{array} \right\}.$$

Таким образом, одно из возможных решений имеет вид

$$S = 8,58^{1,19} = 12,91;$$

$$\pi = 122,11 \cdot 12,91^{-0,6} = 26,31.$$

Проверим это решение на допустимость. Для этого подставим найденное значение во второе ограничение:

$$26,31^{-0,15} \cdot 12,91^{0,8} = 4,74 > 0,108,$$

т.е. ограничение не выполняется и решение не входит в область допустимых значений.

Пусть  $\lambda_1 = 0$  и  $\lambda_2 \neq 0$ . Тогда

$$\begin{cases} -\frac{\alpha_1}{\pi S} + \alpha_2 \pi S^{0,2} + 0,15 \lambda_2 \beta_2 = 0, \\ -\frac{\alpha_1}{\pi S} + 0,2 \alpha_2 \pi S^{0,2} - 0,8 \lambda_2 \beta_2 = 0; \end{cases}$$

$$-9,5 \alpha_1 \pi^{-1} S^{-1} + 8,31 \alpha_2 \pi S^{0,2} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 8,31 \alpha_2 \pi^2 S^{1,2} = 9,5 \alpha_1 \\ \pi^{-0,15} S^{0,8} = \beta_2 \end{cases} \rightarrow \pi = 1,07 \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^{0,5} S^{0,6};$$

$$\rightarrow S^{0,89} = \frac{\beta_2}{1,07^{-0,15} \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^{-0,075}}$$

Второе из возможных решений имеет вид

$$S = \left( \frac{0,108}{1,07^{-0,15} \left( \frac{0,0005}{3,91 \cdot 10^{-9}} \right)^{-0,075}} \right)^{1/0,89} = \left( \frac{0,26}{0,99} \right)^{1,12} = 0,22;$$

$$\pi = 389,78 / 0,22^{0,6} = 966,86.$$

Подставим найденные значения в первое ограничение:

$$966,86 \cdot 0,22^{1,12} = 177,36 > 122,11,$$

т.е. ограничение не выполняется.

Пусть  $\lambda_1 \neq 0$  и  $\lambda_2 \neq 0$ . Тогда решение общей задачи будет решением системы уравнений

$$\begin{cases} n S^{0,6} = \beta_1 \\ n^{-0,15} S^{0,8} = \beta_2 \end{cases} \begin{cases} \rightarrow n = \frac{\beta_1}{S^{0,6}} \\ \rightarrow S^{0,80} = \frac{\beta_2}{\beta_1^{-0,15}} \end{cases}$$

Третье из возможных решений имеет вид

$$S = \left( \frac{0,108}{122,11^{-0,15}} \right)^{1,12} = 0,185;$$

$$n = \frac{122,11}{0,185^{0,6}} = 336,08.$$

Это решение удовлетворяет обоим ограничениям и является искомым решением задачи.

### 7.3. Задачи для самостоятельного решения

Определить оптимальные значения элементов режимов сверления методами: линейного программирования /с использованием графического способа поиска оптимальных режимов резания и программы МСН2004У на СМ-2М/; геометрического программирования нулевой и первой степени трудности /программы МСН2003Д; МСН2002У или ВМАЗ718У/ и метода множителей Лагранжа.

Целевые функции: машинное время  $t_0$ ; удельные затраты на обработку  $C_y$ ; технические ограничения: зависимости /17/ - /22/.

Исходные данные к расчету приведены в табл.10.

## Раздел 8. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ

### 8.1. Краткие теоретические сведения

Фрезерование - это метод многолезвийной обработки плоскостей пазов, фасонных поверхностей/ тел вращения, а также изготовления шлицев и разрезки заготовки, позволяющей получить чистоту поверхности

Таблица 10

Вариант	Материал обрабатываемой детали	D, мм	L, мм	R <sub>z</sub> , мкм	Вариант	Материал обрабатываемой детали	D, мм	L, мм	R <sub>z</sub> , мкм
1	30ХНЗМ	12Н14	60	80	12	ХН82ТОНБ	20Н12	12	40
2	20Х13	12Н14	60	80	13	ХН75ВМО	18Н14	90	40
3	30Х13	12Н14	60	80	14	ХН75ВМО	18Н14	94	40
4	09Х16Н4БА	12Н14	60	80	15	ХН75ВМО	18Н14	98	40
5	45Х14Н14В2М	12Н14	60	80	16	ХН75ВМО	18Н14	102	40
6	ХН82ТОНБ	2Н12	12	40	17	ХН75ВМО	18Н14	106	40
7	ХН82ТОНБ	5Н12	12	40	18	ХН75ВМО	18Н14	110	40
8	ХН82ТОНБ	8Н12	12	40	19	ХН35ВТЮ	22Н14	154	80
9	ХН82ТОНБ	11Н12	12	40	20	ЖС6-К	24Н14	72	80
10	ХН82ТОНБ	14Н12	12	40	21	ЖС6-К	26Н14	80	80
11	ХН82ТОНБ	17Н12	12	40					

$R_z 40 - R_a 2,5$  и качество точности 12-9. Особенности процесса резания при фрезеровании:

1/ одновременное нахождение в процессе резания нескольких зубьев. Чем больше это число, тем меньше интенсивность колебаний, спокойнее процесс резания;

2/ цикличность напряжений на режущих кромках в режиме нагрузка на отдых;

3/ периодически повторяющееся врезание зуба в металл, приводящее к ударным нагрузкам на режущие кромки, а также при наличии радиуса скругления, возникновение определенного периода скольжения без резания;

4/ переменность нагрузки режущей кромки за один цикл резания, обусловленная переменной площадью срезаемого слоя.

Различают процессы фрезерования, выполняемые периферией и торцом фрезы. К последним относятся схемы симметричного и несимметричного фрезерования, а также встречного /когда движение работающих зубьев фрезы при ее вращении направлено против направления подачи/ и попутного /при совпадении направлений/ фрезерования.

Торцевое фрезерование труднообрабатываемых материалов наиболее рационально вести по схеме неполного несимметричного попутного фрезерования /рис.29/.

Смещение  $K$  оси фрезы относительно заготовки при фрезеровании труднообрабатываемых сталей и сплавов должно быть в пределах  $0,05 \dots 0,1$  диаметра фрезы  $D_f$ . При  $K > 0,1 D_f$  резко снижается стойкость фрезы.

Инструменты, применяемые для обработки труднообрабатываемых материалов, оснащены многогранными или напайными пластинами из быстрорежущих сталей и твердых сплавов. Диаметр фрезы следует выбирать таким, чтобы отношение ширины фрезеруемой поверхности к диаметру было  $0,6 \dots 0,7$ . Методика выбора фрез для резания труднообрабатываемых материалов приведена в [8; 9; 23].

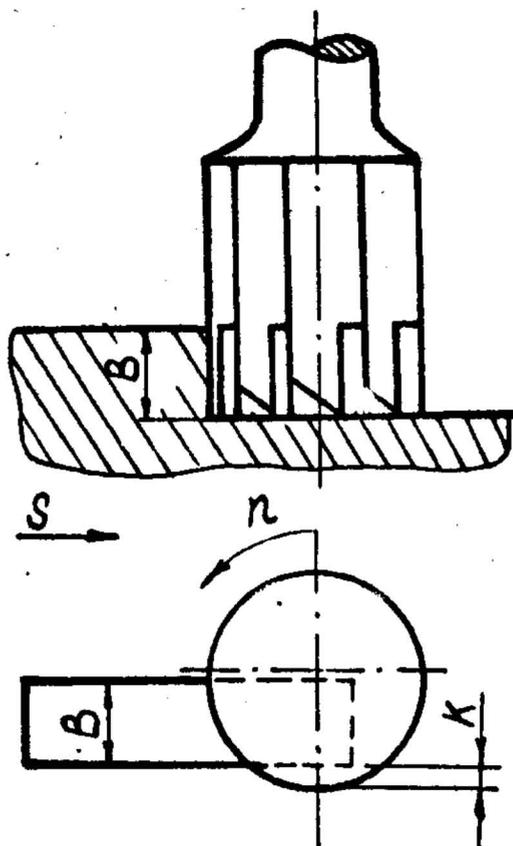


Рис.29. Схема торцевого фрезерования

Процесс фрезерования происходит в рамках конкретной технологической системы и описывается определенными допустимыми характеристиками мощности резания, уровнями нагрузок на инструмент, стойкостью и надежностью функционирования. Технические ограничения на возможные наборы режимов резания:

1. Ограничение по режущим возможностям инструмента:

$$nS^{4\psi} \leq \frac{318 C_V D_{\phi}^{2\psi-1} K_V}{T^m t^{X_V} Z^{4\psi} B^{2\psi}}, \quad /40/$$

где  $D_{\phi}$  - диаметр фрезы, мм;  $Z$  - число зубьев фрезы;  $B$  - ширина фрезерования, мм.

2. Ограничение по мощности станка /см. рис.25/:

$$nS^{4\psi} \leq \frac{975 \cdot 10^3 N_{ст} Z K_{сз}}{C_p t^{X_p} D_{\phi}^{1-9_p} Z^{4_p} B^{2_p} K_p}. \quad /41/$$

3. Ограничение по прочности механизма подачи станка. Для осуществления процесса фрезерования /рис.30/ необходимо, чтобы выполнялось условие  $P_n \leq [F_{ст}]$ , где  $P_n$  - сила, которую преодолевает механизм подачи станка.

В общем случае  $P_n = P_p + F$ , где  $F$  - сила трения в направляющих станка.

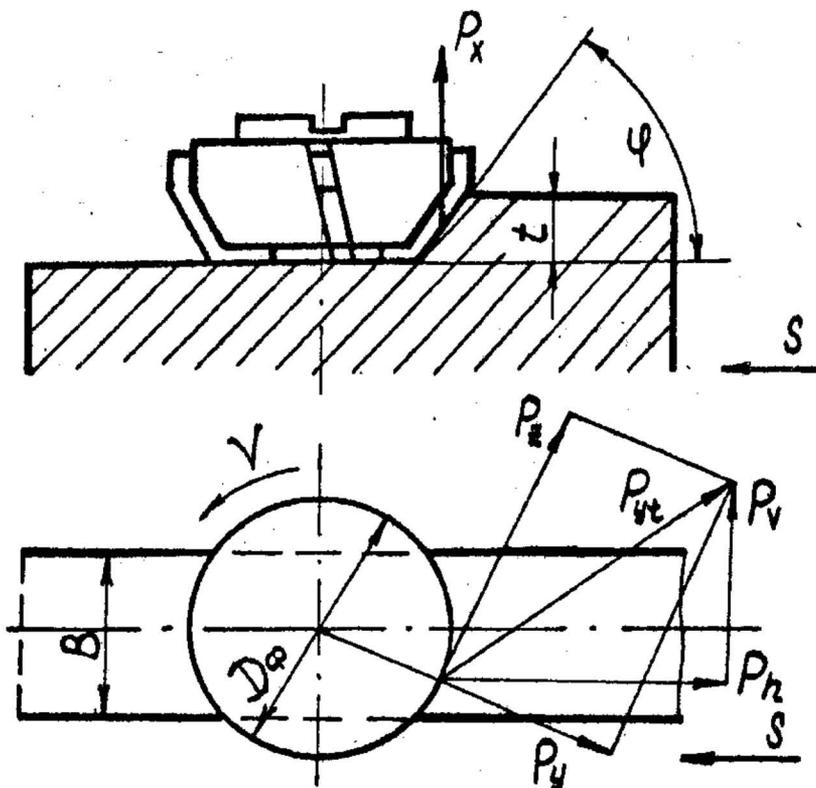


Рис.30. Система сил при фрезеровании

Для процесса фрезерования сила  $P_n$  определяется по следующей зависимости /с учетом соотношений [7] и значения коэффициента трения /0,1/:

$$P_n = P_z + f(P_z + P_y + P_x) = 0,7 P_z + \\ + 0,1(P_z + 0,4 P_z + 0,5 P_z) = 0,89 P_z.$$

В явном выражении ограничение по подаче принимает вид

$$S_{\text{фр}} \leq \frac{[P_{\text{ст}}]}{C_p t^{x_p} D^{1-9_p} Z^4 P B^{\Gamma_p} K_p} \quad /42/$$

Ограничения по прочности фрезы, прочности твердосплавной пластины, жесткости режущего инструмента и обрабатываемой детали, как правило, не учитываются при решении задач оптимизации [32].

4. Параметрические ограничения, накладываемые кинематикой станка:

$$n_{\text{ст min}} \leq n \leq n_{\text{ст max}} ; S_{\text{ст min}} \leq S \leq S_{\text{ст max}} \quad /43/$$

### Целевые функции при фрезеровании

1. Основное время на операцию, выполняемую на фрезерных станках:

$$t_0 = \frac{L}{S_M} i = \frac{l + l_1 + l_2}{S_z Z n} i \quad , \quad /44/$$

где  $L$  - длина пути, проходимого инструментом в направлении подачи, мм;  $S_M$  - подача фрезы минутная, мм/мин;  $i$  - число проходов;  $l$  - длина обрабатываемой поверхности, мм;  $l_1$  - величина на врезание и перебег инструмента, мм [9];  $l_2$  - дополнительная длина на взятие пробной стружки. В зависимости от размера фрезы  $l_2 = 5 \dots 10$  мм.

2. Переменная часть себестоимости, зависящая от режимов резания:

$$C = A t_M + (A t_{\text{см}} + A_n) \frac{t_M}{T} \quad , \quad /45/$$

где  $A$  - стоимость машинного времени, коп./мин;  $A_n$  - приведенные затраты, обусловленные эксплуатацией режущего инструмента, коп./мин;  $t_0 \approx t_M$  - машинное время, мин;  $t_{\text{см}}$  - время смены инструмента, мин.

Время смены инструмента при фрезеровании зависит от числа зубьев фрезы и способа заточки задней поверхности /без затылования, одно- и двукратное затылование/ и может быть записано в виде

$$t_{см} = t_y + t_z z,$$

где  $t_y$  - время на установку фрезы и наладку станка, мин;  $t_z$  - время на заточку одного зуба, мин.

### Математическая модель процесса фрезерования

Математической моделью в задаче оптимизации режимов резания при фрезеровании является совокупность системы неравенств /40/ - /43/ и уравнения целевой функции /44/ или /45/.

При использовании метода линейного программирования искомая модель процесса имеет вид

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + y_v x_2 \leq b_1 \\ x_1 + y_p x_2 \leq b_2 \\ y_p x_2^2 \leq b_3 \\ x_2 \geq b_4 \\ x_2 \leq b_5 \\ x_1 \geq b_6 \\ x_1 \leq b_7 \end{array} \right\} B$$

$$-f_0 = (x_1 + x_2) \rightarrow \max$$

Оптимальные значения  $\pi_0$  и  $S_{z_0}$  рассчитываются по формулам /26/.

При использовании метода геометрического программирования математическая модель в прямой и двойственной постановке представляется в виде систем зависимостей /27/ - /28/ и /29/ - /31/.

При использовании метода множителей Лагранжа математическая модель включает в себя функцию Лагранжа и систему уравнений /32/ - /33/.

## 8.2. Типовые задачи

8.2.1. Типовая задача 15. Определить оптимальные режимы фрезерования методом линейного программирования. Исходные данные: на вертикально-фрезерном станке обработать деталь типа "основание", где  $B = 100$  мм;  $l = 300$  мм;  $R_z = 40$  мкм; материал детали - сталь жаропрочная 12X18H9T /  $\sigma_B = 660$  МПа/; заготовка - поковка; припуск  $\Delta = 4$  мм;

станок - вертикально-фрезерный 6Р13Ф3-01. Паспортные данные:

частота вращения шпинделя  $n = 40 \dots 2000 \text{ мин}^{-1}$  /бесступенчатое регулирование/;

подача стола  $S_n = 10 \dots 2000 \text{ мм/мин}$  /бесступенчатое регулирование/;

наибольшее усилие подачи  $[P_{ст}] = 7550 \text{ Н}$ ;

мощность электродвигателя привода главного движения  $N_{ст} = 7,5 \text{ кВт}$ ;

коэффициент полезного действия  $\eta = 0,8$ .

Фреза - торцовая,  $D = 150 \text{ мм}$ ; число зубьев  $Z = 6$ ;  $\varphi = 60^\circ$ ;  
материал пластин - твердый сплав ВК8. Установка фрезы по лимбу.

Установка детали на столе с креплением болтами и планками с простой выверкой. Масса детали 5 кг. Производство мелкосерийное.

### Формирование системы ограничений

1. Ограничение по режущим возможностям. Используя зависимость /40/ и справочные данные [23],

$$V = \frac{108 \cdot D^{0,2}}{T^{0,32} \cdot t^{0,06} \cdot S_z^{0,3} \cdot B^{0,2}}$$

Сформируем ограничение в явном виде:

$$n S_z^{0,3} \leq \frac{318 \cdot 108 \cdot 150^{0,2}}{150 \cdot 180^{0,32} \cdot 4^{0,06} \cdot 100^{0,2}} = 43,37.$$

Период стойкости  $T$  /среднее значение/ можно назначить по справочнику [7] в зависимости от типа фрезы и ее диаметра. Для данного случая  $T = 180 \text{ мин}$ .

2. Ограничение по мощности привода главного движения станка.

Согласно [7] составляющие неравенства /41/ принимают значения:

$\{C_p = 218, \chi_p = 0,92, \psi_p = 0,78, \mu_p = 1, \rho_p = 1,15\}$ , а ограничение принимает вид

$$n S_z^{0,78} \leq \frac{975 \cdot 10^3 \cdot 7,5 \cdot 0,8 \cdot 150^{1,15} \cdot 2}{218 \cdot 4^{0,92} \cdot 100 \cdot 6 \cdot 150} = 52,98.$$

3. Ограничение по прочности механизма подачи. С учетом /42/ и данных [7]

$$S_z^{0,78} \leq \frac{7550 \cdot 150^{1,15}}{0,89 \cdot 10 \cdot 218 \cdot 4^{0,92} \cdot 6 \cdot 100} = 0,58.$$

Параметрические ограничения по паспорту станка:

$$40 \leq n \leq 2000;$$

$$0,00083 \leq S_z \leq 8,33.$$

### Формирование целевой функции

В качестве целевой функции выберем основное /машинное/ время, затрачиваемое на фрезерование плоскости /  $\ell = 300$  /:

$$t_0 = \frac{\ell + [0,5(P_\varphi - \sqrt{D_\varphi^2 - B^2}) + 5] + \ell_2}{S_m} \cdot i.$$

После подстановки исходных данных задачи 15 получим

$$t_0 = \frac{300 + [0,5(150 - \sqrt{150^2 - 100^2}) + 5] + 10}{6 S_z n} = \frac{55,68}{S_z n}.$$

### Математическая модель

Для случая торцового фрезерования модель  $B$  примет вид

$$\left. \begin{aligned} x_1 + 0,3 x_2 &\leq 3,77 \\ x_1 + 0,78 x_2 &\leq 3,97 \\ 0,78 x_2 &\leq -0,54 \\ x_1 &\geq 3,69 \\ x_1 &\leq 7,6 \\ x_2 &\leq 2,12 \\ x_2 &\geq -7,9 \end{aligned} \right\} B'$$

$$f_0 = (x_1 + x_2 - 4,02) \rightarrow \max$$

Графическая интерпретация и определение оптимального режима резания

На рис.31 в двойных логарифмических шкалах изображены прямые, описывающие неравенства системы  $B'$ , и выделена область возможных решений  $A'B'C'D'$ . Линейная функция  $f_0 = (x_1 + x_2 - 4,02)$  будет принимать максимум в точке  $C$ , а координаты этой точки  $\{s_{20}, n_0\}$  являются оптимальным решением системы  $B'$ . Они составляют:  $s_{20} = 0,497$  мм/зуб;  $n_0 = 53,3$  об/мин;  $V_0 = 25,11$  м/мин;  $t_{0.0} = 2,1$  мин.

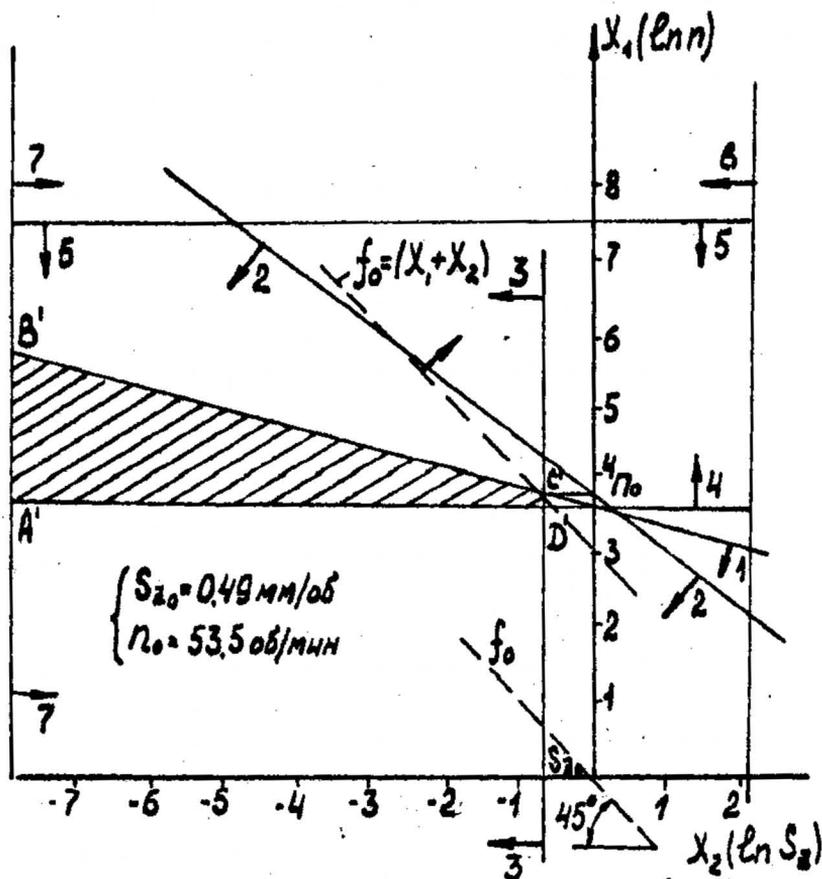


Рис.31. Схема нахождения оптимальных режимов резания при фрезеровании

8.2.2. Типовая задача 16. Определить оптимальные режимы резания при торцевом фрезеровании методом геометрического программирования /исходные данные заимствованы из задачи 15/.

Используя результат, полученный в предыдущем примере, выделим два активных ограничения, предопределяющих оптимальное значение режимов резания:

1/ ограничение по режущим возможностям

$$v S_2^{0,3} \leq 43,37;$$

2/ ограничение по прочности механизма подачи станка

$$S_2^{0,78} \leq 0,58.$$

Приведем эти ограничения к стандартной форме в ПП:

$$0,023 v S_2^{0,3} \leq 1;$$

$$1,724 S_2^{0,78} \leq 1.$$

Задание целевой функции

В качестве целевой функции рассмотрим переменную часть себестоимости, зависящую от режимов резания. Согласно данным [30] составляющие зависимости [45] принимают следующие значения:

$$A = 3,82 \text{ коп /мин, [25, табл.31] ; } t_y = 1,35 \text{ [30, карта 10] ;}$$

$$t_3 = 2 \text{ мин [17, табл.128]; } A_n = 0,63 \text{ коп /мин [17, табл.30].}$$

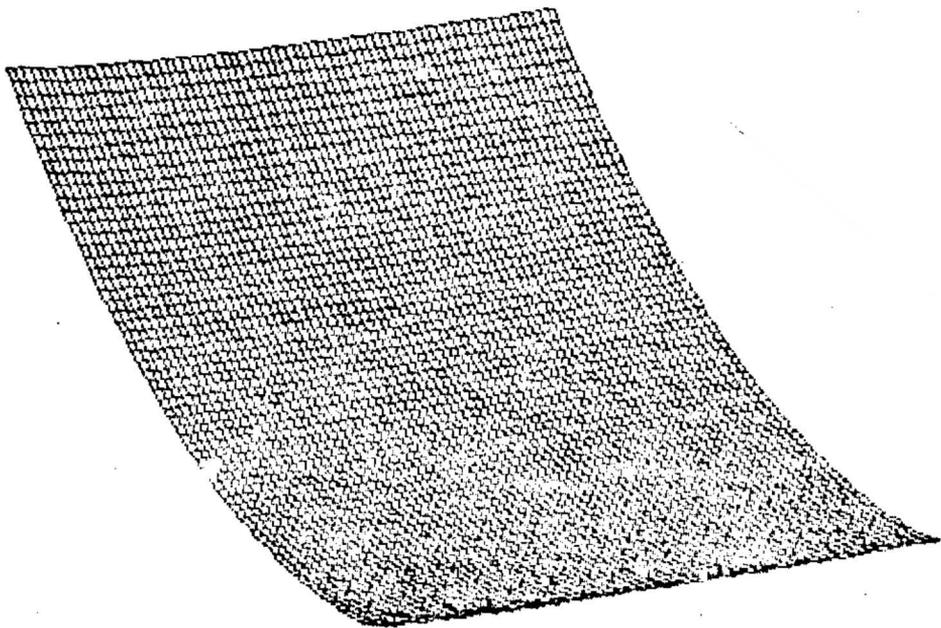
Целевая функция /29/ при подстановке зависимостей  $T = f(S, v)$

и  $t_n = f(S, v)$  [17] принимает вид

$$C = \frac{3,82 \cdot 55,68}{S_2 v} + [3,82 (1,35 + 2 \cdot 6) + 0,63 \times$$

$$\times \left( \frac{55,68}{S_2 v} \right) / \frac{0,24 \cdot 10^8}{v^{3,13} S_2^{0,94}} = 212,7 S_2^{-1} v^{-1} + 1,19 \cdot 10^{-4} S_2^{-0,06} v^{2,13}$$

Графическое изображение себестоимости как трехмерной поверхности, полученной применением пакета *MATLAB*, показано на рис.32, а, а линии уровня - на рис.32, б.



*a*

*г, об/ммк*

2000

1500

1000

500

0.05

0.1

0.15

0.2

0.25

$\sigma$

*S<sub>2</sub>, мм/зуб*

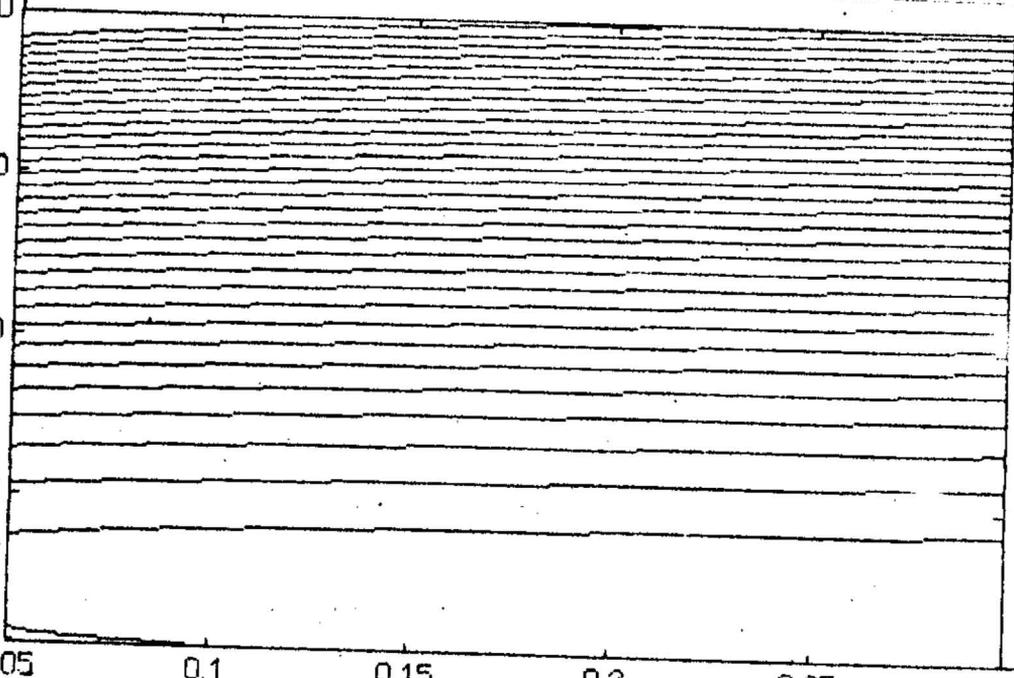


Рис.32. Графическое изображение себестоимости

Прямая постановка задачи ГП при торцовом фрезеровании представляется в следующем виде:

минимизировать

$$g_0(n, S) = 212,7 S_2^{-1} n^{-1} + 1,19 \cdot 10^{-4} S_2^{-0,06} n^{2,13} \quad /46/$$

при ограничениях

$$0,023 \cdot n S^{0,3} \leq 1, \quad /47/$$

$$1,724 \cdot S_2^{0,78} \leq 1. \quad /48/$$

Данная задача имеет первую степень трудности. Используем методику Уайлда и аналогично задаче 13 решим оптимизационную задачу.

Вначале преобразуем постановку /46/ - /48/ как задачу ГП нулевой степени трудности путем отбрасывания слагаемого, связанного со стоимостью инструмента.

Минимизировать

$$C^T = 212,7 \cdot S_2^{-1} n^{-1}$$

при ограничениях

$$0,023 \cdot S_2^{0,3} n \leq 1;$$

$$1,724 \cdot S_2^{0,78} \leq 1. \quad /49/$$

Соответствующая двойственная форма:

максимизировать

$$V(W) = \left( \frac{C_{01}}{W_{01}} \right)^{W_{01}} C_{11}^{W_{11}} C_{21}^{W_{21}}$$

при ограничениях  $W_{01} = 1$

$$n: -W_{01} + W_{11} = 0,$$

$$S: -W_{01} + 0,3 W_{11} + 0,78 W_{21} = 0.$$

Значение двойственных весов  $W_i$ :

$$\{W_{01} = 1; W_{11} = 1; W_{21} = 0,9\}.$$

Значение целевой функции

$$V(W) = 212,7 \cdot 0,023 \cdot 1,724^{0,9} = 8,02 \text{ коп.}$$

Из условий инвариантности определим значения наилучших режимов резания:

$$S_{z_0} = 0,497 \text{ мм/зуб}; \quad n_0 = 53,3 \text{ об/мин}; \quad V_0 = 25,11 \text{ м/мин};$$

$$C_0^I = 8,02 \text{ коп.}$$

Сформируем модель задачи ГП первой степени трудности:

$$C^H = 212,7 S_z^{-1} n^{-1} + 1,19 \cdot 10^{-4} S_z^{-0,06} n^{2,13} \quad /50/$$

Ограничения для этого варианта совпадают с ранее рассчитанными для задачи ГП нулевой степени трудности /47/, /48/.

Определим нижнюю грань целевой функции  $C^H$  в постановке /50/, /47/, /48/:

$$C^H = 212,7 \cdot 0,497^{-1} \cdot 53,3^{-1} + 1,19 \cdot 10^{-4} \cdot 0,497^{-0,06} \cdot 53,3^{2,13} =$$

$$= 8,02 + 0,59 = 8,61 \text{ коп.}$$

Вычислим основные веса слагаемых целевой функции:

$$W_{01}^I = 8,02/8,61 = 0,93; \quad W_{02}^I = 0,59/8,61 = 0,07.$$

Новый набор двойственных весов:

$$\{W_{01} = 0,93; \quad W_{02} = 0,07; \quad W_{11} = 1; \quad W_{21} = 0,9\}.$$

Сформируем условия ортогональности и нормализации в постановке /50/, /47/, /48/:

$$r: -W_{01} + 2,13 \cdot W_{02} + W_{11} = 0;$$

$$S: -W_{01} - 0,06 \cdot W_{02} + 0,3 \cdot W_{11} + 0,78 \cdot W_{21} = 0; \quad /51/$$

$$W_{01} + W_{02} = 1.$$

Выберем доминирующие слагаемые в системе /51/. К ним относятся первый  $\{W_{01} = 0,93\}$ , третий  $\{W_{11} = 1\}$ , четвертый  $\{W_{21} = 0,9\}$ .

Представим:  $\{W_{01} = 1 - W_{02}; \quad W_{11} = 1 - 3,13 W_{02}; \quad W_{21} = 0,9\}$ . Чтобы все  $W_i$  были положительными,  $W_{02}$  должно быть меньше 0,32.

Выразим двойственную функцию в общем виде как функцию от двойственного веса  $W_{02}$ :

$$V(W_{02}) = \frac{\left(\frac{212,7}{1-W_{02}}\right) \left(\frac{1-W_{02}}{212,7}\right)^{W_{02}} 1,19^{W_{02}} \cdot 0,023 \cdot 1,724^{2,13}}{W_{02}^{W_{02}} \cdot 0,023^{3,13 W_{02}} \cdot 10^{4 W_{02}}} =$$

$$= 7,99 - (1 - W_{02})^{W_{02}-1} (0,08/W_{02})^{W_{02}} \quad /52/$$

Используем метод дихотомии для определения функции /52/ с помощью ЭВМ СМ-2М. Результат оптимизации:

$$\{ W_{02} = 0,099; \quad V(W_{02}) = C_0 = 8,59 \text{ коп.}$$

Определим оптимальные режимы резания, минимизирующие переменную часть себестоимости, исходя из условий инвариантности:

$$212,7 \pi^{-1} S_2^{-1} = 0,93 \cdot 8,59;$$

$$1,724 S_2^{0,78} = 1.$$

/53/

В результате решения системы /53/ получим:

$$\pi_0 = 53,57 \text{ об/мин}; \quad S_{2,0} = 0,497; \quad V_0 = 25,25 \text{ м/мин};$$

$$S_{\text{н.о}} = 159,75 \text{ мм/мин}; \quad C_0 = 8,59 \text{ коп.}$$

8.2.3. Типовая задача 17. Определить оптимальные режимы резания при торцевом фрезеровании методом множителей Лагранжа /исходные данные заимствованы из задачи 15/.

Составим функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = C + \lambda_1 (\beta_1 - \pi \cdot S_2^{0,3}) + \lambda_2 (\beta_2 - S_2^{0,78}).$$

Возьмем частные производные:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi} = -\alpha_1 S_2^{-1} \pi^{-2} + 2,13 \alpha_2 \pi^{1,13} S_2^{-0,06} - \lambda_1 S_2^{0,3} = 0;$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S} = -\alpha_1 S_2^{-2} \pi - 0,06 \alpha_2 S_2^{-1,06} \pi^{2,13} - 0,3 \lambda_1 \pi S_2^{-0,7} - 0,78 \lambda_2 S_2^{-0,22} = 0;$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = \beta_1 - \pi S_2^{0,3} = 0;$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = \beta_2 - S_2^{0,78} = 0.$$

Пусть  $\lambda_1 \neq 0$  и  $\lambda_2 = 0$ . Тогда получим

$$\begin{cases} -\alpha_1 S_2^{-1} \pi^{-1} + 2,13 \alpha_2 \pi^{2,13} S_2^{-0,06} - \lambda_1 \beta_1 = 0; \\ -\alpha_1 S_2^{-1} \pi^{-1} - 0,06 \alpha_2 \pi^{2,13} S_2^{-0,06} - 0,3 \lambda_1 \beta_1 = 0; \end{cases}$$

$$0,7 \alpha_1 S_2^{-1} \pi^{-1} + 0,609 \alpha_2 \pi^{2,13} S_2^{-0,06} = 0 \rightarrow \pi^{3,13} S_2^{0,94} = \frac{-0,7 \alpha_1}{0,609 \alpha_2}.$$

Физического смысла последнее выражение не имеет, так как  $\pi \geq 0$  и  $S \geq 0$ .

Пусть  $\lambda_1 = 0$  и  $\lambda_2 \neq 0$ . Тогда получим

$$2,19^{2,13} \pi S_2^{-0,06} + 0,78 \lambda_2 \beta_2 = 0 \quad \left| \rightarrow \pi^{2,13} S_2^{-0,06} = \frac{-0,78 \lambda_2 \beta_2}{2,19} \right.$$

$$S_2^{0,78} = \beta_2.$$

Так как  $\lambda_2 \geq 0$ , то последнее выражение не имеет физического смысла.

Пусть  $\lambda_2 = 0$  и  $\lambda_1 = 0$ . Тогда имеем

$$\begin{cases} \pi S_2^{0,3} = \beta_1 \\ S_2^{0,78} = \beta_2 \end{cases} \left| \begin{array}{l} \rightarrow \pi = \beta_1, S_2^{-0,3} = 43,47 \cdot 0,498^{-0,3} = 53,58; \\ \rightarrow S_2 = \beta_2^{1,28} = 0,58^{1,28} = 0,498. \end{array} \right.$$

Это решение удовлетворяет исходным ограничениям и доставляет минимум целевой функции в области допустимых значений.

### 8.3. Задачи для самостоятельного решения

Определить оптимальные значения элементов режимов фрезерования методами линейного, геометрического и нелинейного программирования с использованием ЭВМ СМ-2М.

Целевые функции: машинное время  $t_0$  и переменная часть себестоимости  $C$ ; технические ограничения - неравенства /40/ - /43/. Исходные данные к расчету приведены в табл. II.

При решении задач 7.3 и 8.3 следует вначале изобразить соответствующую принятому варианту схему обработки с указанием всех основных элементов. Обработка деталей сверлением и фрезерованием осуществляется в условиях мелкосерийного производства. Металлорежущий станок и режущий инструмент выбрать на основе справочной литературы [7-9, 23, 30].

Решения задач оптимизации процессов сверления и фрезерования реализуются с помощью комплекса алгоритмов и программ /прил. 4-9/.

Таблица II

Ва- ри- ант	Материал обрабатывае- мой детали	$\delta$ , мм	Шири- на фрезе- рова- ния $\delta$ , мм	Длина дета- ли $l$ , мм	При- пуск на об- работ- ку $h$ , мм	Способ уста- новки детали	Масса дета- ли, кг
1	2	3	4	5	6	7	8
1	34ХНЗМ	800	120	250	3	В тисках с вин- товым зажимом	6
2	34ХНЗМ	800	160	250	3	То же	6
3	34ХНЗМ	800	200	250	3	"	6
4	12Х13	600	120	200	2	На столе с креп- лением болтами и планками	5
5	12Х13	600	120	200	3	То же	5
6	12Х13	600	120	200	4	"	5
7	20Х17Н2	1100	160	100	1	"	8
8	20Х17Н2	1100	160	100	2	"	8
9	20Х17Н2	1100	160	100	3	"	8
10	95Х18	1900	50	120	0,5	В тисках с вин- товым зажимом	4
11	95Х18	1900	50	120	1	То же	4
12	95Х18	1900	50	120	1,5	"	4
13	ХН35ВТЮ	950	40	300	3	"	5
14	ХН35ВТЮ	950	50	300	3	"	5
15	ХН35ВТЮ	950	60	300	3	"	5
16	ВХ4-Л	1100	110	200	2	"	4
17	ВХ4-Л	1100	110	250	2	"	4
18	ВХ4-Л	1100	110	300	2	"	4
19	ВТ3	950	120	300	1	"	3
20	ВТ3	950	120	300	2	"	3
21	ВТ3	950	120	300	3	"	3

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## Приложение I

### График

сдачи заданий для самостоятельной работы на весенний семестр  
для студентов III курса механического факультета

Месяц	Февраль					Март			
Число	1-6	8-13	15-20	22-27	29-4	6-11	13-18	20-25	27-1
Неделя	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Номер задания									

Месяц	Апрель				Май			
Число	3-6	10-15	17-22	24-29	1-6	8-13	15-20	23-27
Неделя	10	11	12	13	14	15	16	17
Номер задания	2				3		4	

## Задание

для студентов III курса механического факультета

Дата	Тема раздела	Вариант задания						
		I	II	III	IV	V	VI	УП.
		Номер задачи						
29.02	Геометрические параметры резца в станке	1.3.1 1.3.8	1.3.2 1.3.9	1.3.3 1.3.10	1.3.4 1.3.11	1.3.5 1.3.12	1.3.6 1.3.13	1.3.7 1.3.14
13.03	Геометрические параметры резца в кинематике	2.3.1	2.3.2	2.3.3	2.3.4	2.3.5	2.3.6	2.3.7
18.03								
3.04	Физические явления при резании	3.3.1	3.3.2	3.3.3	3.3.4	3.3.5	3.3.6	3.3.7
6.04								
17.04	Стойкостные и тепловые процессы при резании	4.3.1	4.3.2	4.3.3	4.3.4	4.3.5	4.3.6	4.3.7
22.04		4.3.8	4.3.9	4.3.10	4.3.11	4.3.12	4.3.13	4.3.14
5.05	Расчет режимов резания	5.3.1	5.3.2	5.3.3	5.3.4	5.3.5	5.3.6	5.3.7
10.05		5.3.8	5.3.9	5.3.10	5.3.11	5.3.12	5.3.13	5.3.14
28.05	Оптимизация режимов резания	7.3.1	7.3.2	7.3.3	7.3.4	7.3.5	7.3.6	7.3.7
30.05		8.3.1	8.3.2	8.3.3	8.3.4	8.3.5	8.3.6	8.3.7

Основные допущения и полный вывод формулы Зворыкина

Для процесса образования сливной стружки в схеме овольного резания /типа строгание/ характерна следующая схема обработки /рис.П.3.1/

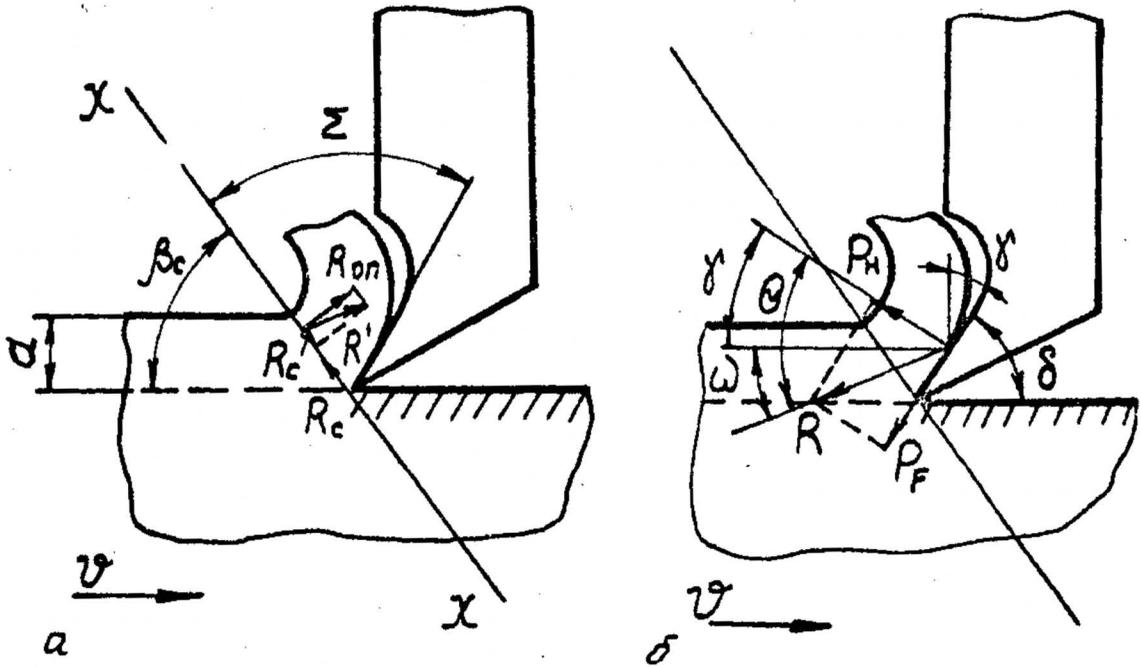


Рис.П.3.1. Схема свободного резания:  
 а - система сил, действующих в плоскости сдвига; б - система сил, действующих на передней поверхности реза

Исходной эмпирической основой для К.А.Зворыкина послужили факты, полученные в ходе экспериментов русским ученым И.А.Тиме и другими:

1/ пластическая деформация впереди режущего клина инструмента ограничена некоторой поверхностью /при упрощении - некоторой плоскостью  $\chi-\chi$  /;

2/ пластические деформации в срезаемом слое под действием инструмента распространяются не равномерно по всему сечению и в пределах некоторого угла  $\Sigma$  /рис.П.3.1,а/;

3/ наклон плоскости  $\chi-\chi$  к плоскости резания ограничен для случая свободного резания достаточно узким диапазоном угла  $\beta_c = 15^\circ \dots 45^\circ$  /рис.П.3.1,а/;

4/ плоскость  $X-X$ , получившая название условной плоскости сдвига, перемещается параллельно самой себе в процессе перемещения инструмента.

Исходной теоретической основой для определения угла сдвига послужило множество первичных допущений /аксиом/, выдвинутых К.А.Зво-рыкиным:

1/ сдвиг /скальвание/ срезаемого слоя происходит в единственной плоскости - плоскости сдвига;

2/ сдвиг осуществляется в той плоскости, в которой сопротивление сдвигу минимально;

3/ значения касательного напряжения в плоскости сдвига  $\tau_c$ , угла трения  $\theta$  и угла резания  $\delta$  /или переднего угла  $\gamma$ / не зависят от положения плоскости сдвига, т.е. от угла  $\beta_c$ ;

4/ деформационное состояние срезаемого слоя металла практически является плоским, что корректно в случае, когда ширина среза  $b$  значительно больше толщины среза  $a$ ;

5/ внутренние нормальные напряжения под действием сил  $R_{сж}$  в плоскости сдвига незначительны и ими можно пренебречь.

Процедура теоретического определения угла сдвига  $\beta_c$  включает в себя такую же последовательность логических и аналитических преобразований.

Для процесса стружкообразования с единственной плоскостью сдвига выражение для силы  $R$  /стружкообразования/ находится в зависимости от размеров и свойств материала стружки:  $R = f(\tau_c, b, a, \mu, \delta, \beta_c)$ . Здесь  $\mu = \operatorname{tg} \theta$  - коэффициент трения.

Сила резания уравнивается сопротивлением обрабатываемого материала движению резания с силой  $R'$  /рис. П.1, а/. Если пренебречь внутренними нормальными напряжениями в плоскости сдвига  $X-X$  от действия силы сжатия  $R_{сж}$ , получим следующее выражение для определения  $R$ :

$$\tau = R_c / f_{п.с} = \frac{R \cdot \cos(\omega + \beta_c) \sin \beta_c}{a \cdot b}; \quad R = \frac{\tau a b}{\cos(\omega + \beta_c) \sin \beta_c},$$

где  $f_{п.с}$  - площадь плоскости сдвига ( $f_{п.с} = L_{п.с} b$ ). Используя допущения о плоскостной деформации в переходной зоне и независимости  $\tau$  от  $\beta_c$ , представим выражение /54/ в следующем виде:  $R = c / \cos(\omega + \beta_c) \times \sin \beta_c$ , где  $c$  - некоторая константа, характеризующая условия обработки.

Допущение о сдвиге в плоскости минимального сопротивления сдвигу может быть математически интерпретировано:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\beta_c} &= 0; & \frac{dR}{d\beta_c} &= \frac{c}{\cos(\omega + \beta_c) \sin \beta_c} = c \left( \frac{\operatorname{cosec} \beta_c}{\cos(\omega + \beta_c)} \right)' = \\ & & &= c \left\{ \frac{1}{(\cos(\omega + \beta_c))^2} \left[ (\cos(\omega + \beta_c)) \left( -\frac{\cos \beta_c}{\sin^2 \beta_c} \right) - \right. \right. \\ & & & \left. \left. - \left( \frac{-\sin(\omega + \beta_c)}{\sin \beta_c} \right) \right] \right\} = c \left[ \frac{1}{(\cos(\omega + \beta_c))^2} \left( \frac{\cos(\omega + 2\beta_c)}{-\sin^2 \beta_c} \right) \right] = 0. \end{aligned}$$

В результате решения этого уравнения получается зависимость угла сдвига  $\beta_c$  от угла действия  $\omega$  /формула Зворыкина/:

$$\omega + 2\beta_c = 90^\circ; \quad \beta_c = (90^\circ - \omega) / 2.$$

Приложение 4

Приведение исходных данных к машинному решению задачи  
"Оптимизация режимов резания" на ЭВМ СМ-2М

Рассмотрим процедуру приведения на примере торцевого фрезерования /см. задачу 15/. С учетом требований типовой программы линейного программирования  $LP1$  /библиотека программ, выпуск 6, программное обеспечение СМ ЭВМ/ преобразуем исходную модель в степенном виде умножением на 10000 значения подачи  $S_z$ :

$$\begin{aligned} \text{I. } \pi S_z^{0,3} &\leq 43,37 \\ \pi S_z^{0,78} &\leq 52,98 \\ S_z^{0,78} &\leq 0,58 \\ \pi &\geq 40 \\ \pi &\leq 2000 \\ S_z &\leq 8,33 \\ S_z &\geq 0,00083 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \pi S_z^{0,3} &\leq 43,37 \\ \pi S_z^{0,78} &\leq 52,98 \\ S_z^{0,78} &\leq 0,58 \\ \pi &\geq 40 \\ \pi &\leq 2000 \\ S_z &\leq 8,33 \\ S_z &\geq 0,00083 \end{aligned}} \right\} ;$$

$$f_0 = L S_z \pi z \rightarrow \min$$

$$\begin{aligned} \text{II. } \pi S_z^{0,3} \cdot 1000^{0,3} &\leq 43,37 \cdot 10000^{0,3} \\ \pi (10000 S_z)^{0,78} &\leq 52,98 \cdot 10000^{0,78} \\ (10000 S_z)^{0,78} &\leq 0,58 \cdot 10000^{0,78} \\ \pi &\geq 40 \\ \pi &\leq 2000 \\ 10000 S_z &\leq 83300 \\ 10000 S_z &\geq 8,33 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \pi S_z^{0,3} \cdot 1000^{0,3} &\leq 43,37 \cdot 10000^{0,3} \\ \pi (10000 S_z)^{0,78} &\leq 52,98 \cdot 10000^{0,78} \\ (10000 S_z)^{0,78} &\leq 0,58 \cdot 10000^{0,78} \\ \pi &\geq 40 \\ \pi &\leq 2000 \\ 10000 S_z &\leq 83300 \\ 10000 S_z &\geq 8,33 \end{aligned}} \right\} ;$$

$$f = 10000L / (10000 S_z) \pi z \rightarrow \min$$

Приведем систему II к линейной форме логарифмированием и заменой:

$$\ln n = x_1; \quad \ln(10000 S) = x_2.$$

$$\left. \begin{aligned} \text{I. } & x_1 + 0,3 x_2 \leq 6,53 \\ & x_1 + 0,78 x_2 \leq 11,15 \\ & 0,78 x_2 \leq 6,64 \\ & x_1 \geq 3,64 \\ & x_1 \leq 7,6 \\ & x_2 \leq 11,33 \\ & x_2 \geq 2,12 \\ & f_0 = x_1 + x_2 \rightarrow \max \end{aligned} \right\}$$

По рис.26 определим активные ограничения, формирующие область допустимых режимов резания  $A'B'C'D'$ . В данном примере к ним относятся четыре ограничения  $\{1, 3, 4, 7\}$ :

$$\left. \begin{aligned} \text{IV. } & x_1 + 0,3 x_2 \leq 6,53 \\ & 0,78 x_2 \leq 6,64 \\ & x_1 \geq 3,64 \\ & x_2 \geq 2,12 \end{aligned} \right\}$$

При подготовке исходных данных к вводу в ЭВМ следует учесть, что необходимыми условиями функционирования программы  $\langle P1 \rangle$  являются условия неотрицательности переменных  $x_i > 0$  /достигается вводом коэффициента пропорциональности /  $X \ 10000$ / и вид ограничений - только типа " $\leq$ ". Преобразуем активные ограничения 4, 7 и сформируем окончательную модель:

$$\left. \begin{aligned} \text{V. } & x_1 + 0,3 x_2 \leq 6,53 \\ & 0,78 x_2 \leq 6,64 \\ & - x_1 \leq -3,64 \\ & - x_2 \leq -2,12 \end{aligned} \right\}$$

В процессе машинного диалога на СМ-2М необходимо:

1/ обратиться к программе

: НС

: ЛН, 5, № дисплея

: ЛН, 4, № дисплея

: ЛН, 6, 3

: СТ, МСЦ 2004У;

2/ ввести матрицу  $A$  условий

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0.3 \\ 0 & 0.78 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

3/ ввести вектор ограничений  $B$ :

$$B = 16.53, 6.64, -3.64, -2.121.$$

Матрицу  $A$  следует вводить по столбцам в одну строку.

После проверки введенных данных распечатку результата оптимизационной задачи можно получить директивой "Да". Корректировка введенных данных осуществляется директивой "Нет".

Оптимальные режимы резания определяются как

$$S_{z0} = e^{x_2} / 10000; \quad n_0 = e^{x_1}; \quad t_0 = e^{\ln(10000L) - (x_1 + x_2)}$$

Ввод исходных данных при решении оптимизационной задачи методом ГП

После вызова программы МСИ2003Д /ГП нулевой степени трудности/ на выполнение ЭВМ и оператор ведут диалог /рассмотрим задачу 16, постановка /46/ - /48/:

ЭВМ: ВВЕДИ ЧИСЛО ПОЗИНOMОВ

ОПЕРАТОР : 3

ЭВМ: ВВЕДИ МАТРИЦУ ЭКСПОНЕНТ ПО СТРОКАМ

X1

X2

СТРОКА I

ОПЕРАТОР: -1, -1

ЭВМ: СТРОКА 2

ОПЕРАТОР: 0.3, 1

ЭВМ: СТРОКА 3

ОПЕРАТОР: 0.78, 0

ЭВМ: ВВЕДИ ЧИСЛО ПОЗИНOMОВ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ

ОПЕРАТОР : 1

ЭВМ: ВВЕДИ ЧИСЛО ОГРАНИЧЕНИЙ

ОПЕРАТОР : 2

ЭВМ: ВВЕДИ ЧИСЛО ПОЗИНOMОВ В ОГРАНИЧЕНИЯХ

ОГРАНИЧЕНИЕ 1

ОПЕРАТОР : 1

ЭВМ: ОГРАНИЧЕНИЕ 2

ОПЕРАТОР : 1

ЭВМ: ВВЕДИ КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЗИНOMОВ

КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЗИНOMОВ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ

ОПЕРАТОР 212.7

ЭВМ: КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЗИНOMОВ ОГРАНИЧЕНИЯ 1

ОПЕРАТОР : 0.023

ЭВМ: КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЗИНOMОВ ОГРАНИЧЕНИЯ 2

ОПЕРАТОР : 1.724

Ввод исходных данных при использовании метода дихотомии

/ГП первой степени трудности/ [33]

При поиске максимума целевой функции с помощью метода дихотомии следует ввести /на примере постановки ГП /46/ - /48//:

значение пределов области определения функции  $D(F)$

$$D(F) = \{ 0 \div 0.32 \};$$

выражение максимизируемой функции  $F$ :

$$F = 7.99 * (1-x) \wedge (x-1) * (0.08/x) \wedge x;$$

точность вычислений  $\delta F$ :

$$\delta F = 0.05.$$

## Программная реализация метода геометрического программирования на СМ-2М

### Назначение программы

Программа *МГР* предназначена для решения задач оптимизации методом геометрического программирования. Для эксплуатации программы использованы стандартные составы периферийных устройств и стандартное математическое обеспечение.

#### Описание диалоговой структуры.

Алгоритм программы.

Шаг 1. Ввод исходных данных.

Шаг 2. Формирование и решение системы линейных уравнений для нахождения значений двойственных переменных.

Шаг 3. Вычисление минимума /максимума/ прямой /двойственной/ задачи.

Шаг 4. Формирование и решение системы линейных уравнений для нахождения значений натуральных логарифмов переменных прямой задачи.

Шаг 5. Вычисление значений переменных прямой задачи.

Шаг 6. Вывод данных на печать.

#### Структура программы.

Программа состоит из главной программы и четырех подпрограмм.

Главная программа *МГР* предназначена для ввода исходных данных, контроля их правильности и передачи управления подпрограмме *ГР*.

Подпрограмма *ГР* предназначена для решения задачи геометрического программирования нулевой степени трудности.

Подпрограмма имеет заголовок

*SUBROUTINE GP(A, AI, W, NDIM, N, NP2, NOGR, C, IPVT, WRA, NOP),*

где *A* - матрица коэффициентов для определения значений двойственных переменных;

*AI* - матрица коэффициентов для определения значений натуральных логарифмов;

*W* - вектор, содержащий на выходе значения переменных прямой задачи;

*NDIM* - размерность матрицы *A*, объединенная в главной программе;

*N* - число переменных задачи;

*NPZ* - число позиномов задачи;

*NOGR* - число ограничений задачи;

*C* - вектор коэффициентов позиномов задачи;

*IPVT, WRK* - рабочие массивы;

*NOP* - вектор значений числа позиномов в ограничениях.

Подпрограмма содержит обращение к подпрограммам *DECOMP* и *SOLV*, предназначенных для решения линейных уравнений.

Характеристики программ: программа предназначена для решения задач, содержащих не более 10 позиномов; режим работы диалоговый.

Обращение к программе, входные и выходные данные.

Процедуры вызова программы:

: *AN, B, Z* /устройство вывода/

: *CT, MGR*

Входные данные: число позиномов, число переменных, число ограничений, матрица экспонент, коэффициенты позиномов.

Выходные данные: значения двойственных переменных, оптимальное значение целевой функции, значения переменных прямой задачи.

Контрольный пример, сообщения. Рассмотрим задачу оптимизации режимов резания, состоящую в минимизации целевой функции - машинное время обработки ( $t_M = FM/N$ ) стали длиной  $L = 250$  мм и снимаемым припуском  $\Delta = 0,7$  мм. Оптимизируемые переменные:  $n = X_1$  - частота вращения шпинделя /об/мин/;  $S = X_2$  - подача инструмента /мм/об/;  $t^* = X_3$  - глубина резания /мм/. Ниже приведена постановка прямой задачи ЛП с одночленными позиномами.

Минимизировать функцию  $175 * X_1^{-1} * X_2^{-1} * X_3^{-1}$ .

При ограничениях

$$\Phi \Phi \Phi 17 * X_1 * X_2^{0,2} * X_3^{0,15} \leq 1;$$

$$1.43 * X_1^0 * X_2^0 * X_3^1 \leq 1;$$

$$2. \Phi 4 * X_1^0 * X_2^{0,7} * X_3^{0,2} \leq 1;$$

После вызова программы на выполнение ЭВМ и оператор ведут диалог:

ЭВМ: ВВЕДИ ЧИСЛО ПОЗИНOMОВ

ОПЕРАТОР: 4

ЭВМ: ВВЕДИ ЧИСЛО ПЕРЕМЕННЫХ

ОПЕРАТОР: 3

ЭВМ: ВВЕДИ МАТРИЦУ ЭКСПОНЕНТ ПО СТРОКАМ

X1 X2 X3

СТРОКА 1

ОПЕРАТОР: -1, -1, -1

ЭВМ: СТРОКА 2

ОПЕРАТОР: 1, 0, 2, 0, 15

ЭВМ: СТРОКА 3

ОПЕРАТОР: 0, 0, 1

ЭВМ: СТРОКА 4

ОПЕРАТОР: 0, 0, 7, 0, 2

ЭВМ: ВВЕДИ ЧИСЛО ПОЗИНOMОВ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ

ОПЕРАТОР: 1

ЭВМ: ВВЕДИ ЧИСЛО ОГРАНИЧЕНИЙ

ОПЕРАТОР: 3

ЭВМ: ВВЕДИ ЧИСЛО ПОЗИНOMОВ В ОГРАНИЧЕНИЯХ

ОГРАНИЧЕНИЕ 1

ОПЕРАТОР: 1

ЭВМ: ОГРАНИЧЕНИЕ 2

ОПЕРАТОР: 1

ЭВМ: ОГРАНИЧЕНИЕ 3

ОПЕРАТОР: 1

ЭВМ: ВВЕДИ КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЗИНOMОВ

ЭВМ: КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЗИНOMОВ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ

ОПЕРАТОР: 175

ЭВМ: КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЗИНOMОВ ОГРАНИЧЕНИЯ 1

ОПЕРАТОР: 0.0017

ЭВМ: КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЗИНOMОВ ОГРАНИЧЕНИЯ 2

ОПЕРАТОР: 1.43

ЭВМ: КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЗИНOMОВ ОГРАНИЧЕНИЯ 3

ОПЕРАТОР: 2.04

После ввода исходных данных ЭВМ выдает решение:  
минимизировать функцию

$$F = 175.000 * X1 - 1.000 * X2 - 1.000 * X3 - 1.000.$$

при ограничениях:

$$1 > = . \phi \phi 2 * X1 ** . 1. \phi \phi 7 * X2 ** . 2 \phi \phi * X3 ** . 15 \phi$$

$$1 > = 1,43 \phi * X1 **, \phi \phi \phi * X2 **, \phi \phi \phi * X3 ** 1. \phi \phi \phi$$

$$1 > = 2. \phi 4 \phi * X1 **, \phi \phi \phi * X2 **, 7 \phi \phi * X3 **, 2 \phi \phi$$

Решение задачи III нулевой степени трудности

Значения двойственных переменных  $W$

1.000	1.000	.621	1.143
-------	-------	------	-------

Оптимальное решение задачи III

$$FMIN = .839$$

Значения переменных прямой задачи

X1	X2	X3
745.4889	.4000	.6993

При ошибочном вводе параметров задачи выдаются сообщения:

СТЕПЕНЬ ТРУДНОСТИ ДАННОЙ ЗАДАЧИ ОТЛИЧНА ОТ НУЛЯ

ЧИСЛО ПОЗИНОВ РАВНО..., ЧИСЛО ПЕРЕМЕННЫХ РАВНО...

или

ПРИ ВВОДЕ ЧИСЛА ПОЗИНОВ ДОПУЩЕНЫ ОШИБКИ

Это значит, что не выполняется равенство: число позинмов задачи =

= число позинмов целевой функции + число позинмов ограничений.

Если задача сформулирована некорректно, то выдаются сообщения:

СТОЛБЦЫ МАТРИЦЫ ЭКСПОНЕНТ НЕ СОДЕРЖАТ ПЕРЕМЕННЫЕ ЗНАКОВ

или

МАТРИЦА КОЭФФИЦИЕНТОВ СЛАУ ВЫРОЖДЕНА

/СЛАУ - система линейных алгебраических уравнений/.

После перечисленных сообщений выполнение программы прекращается.

Рекомендуется проверить постановку задачи. При каких-либо сбоях в ходе

выполнения программы следует выполнить процедуру: : OP, а затем

снова вызвать программу на выполнение: ST, MGR.

Образцы программы поиска экстремума одного переменного методами золотого сечения и Фибоначчи

FTN, B, L

```

PROGRAM ZCH
EXTERNAL F
CALL ZS(1, 0, 0.2, 0.0005, F, X, U, 1PR)
WRITE(6, 100) X, U
100 FORMAT("X=", F12.5, "U=", F12.5)
STOP
END

FUNCTION F(X)
F = (0.465/(1-X)) * (0.19 * (1-X)/X) ** X
RETURN
END
END

```

FTN, B, L

```

PROGRAM FBH
EXTERNAL F
CALL FIB(1, 0, 0.2, 0.0005, F, X, U)
WRITE(6, 100) X, U
100 FORMAT("X=", F12.5, "U=", F12.5)
STOP
END

FUNCTION F(X)
F = (0.465/(1-X)) * (0.19 * (1-X)/X) ** X
RETURN
END
END

```

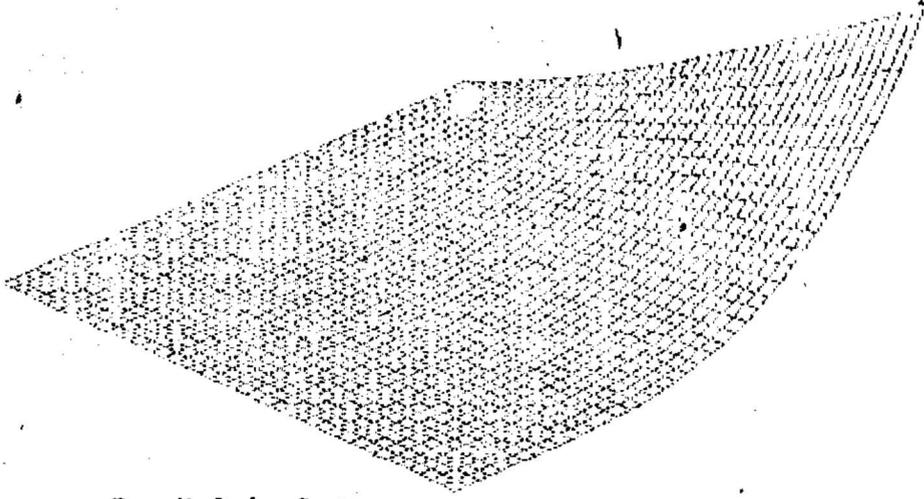


Рис. П.6.1. Себестоимость операции точения в два прохода

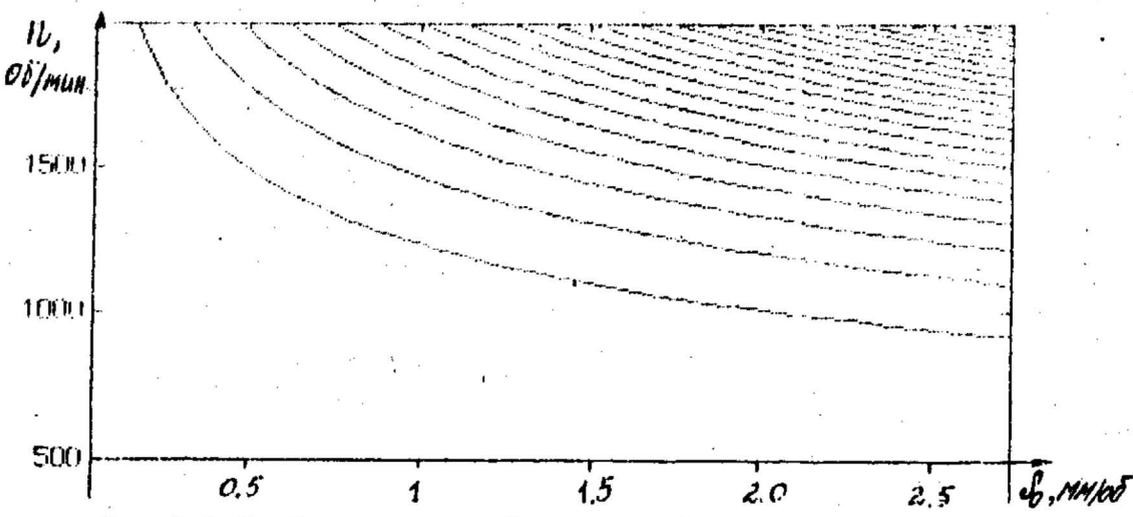


Рис. П.6.2. Линии уровня функции себестоимости

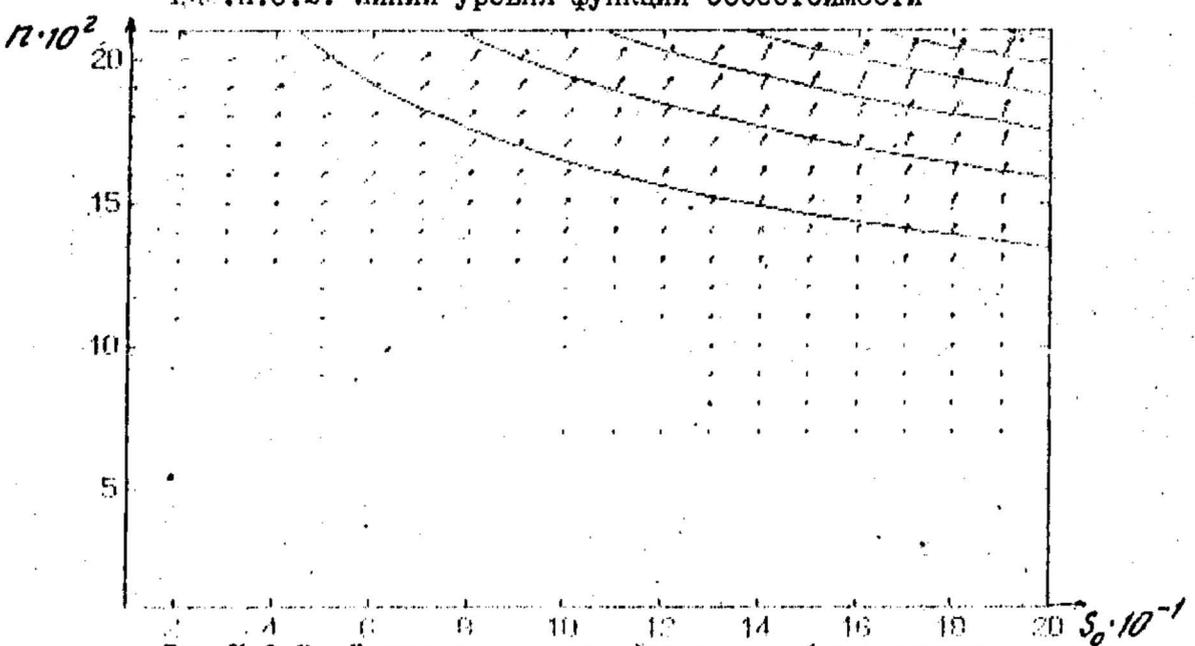


Рис. П.6.3. Линии градиентов функции себестоимости

1. Методические указания к лабораторной работе "Конструкция и геометрия резца" по курсу "Теория резания" /для студентов специальности 0501 всех форм обучения/ / Сост.: О.С.Кроль, А.П.Конский, В.А.Плахотник. - Ворошиловград: ВМСИ, 1988. - 16 с.
2. Бобров В.Ф. Основы теории резания металлов. - М.: Машиностроение, 1975. - 344 с.
3. Грановский Г.И., Грановский В.Г. Резание металлов. - М.: Высш. шк., 1985. - 304 с.
4. Коженкова Т.И., Фельдштейн Е.Э. Лабораторные работы по резанию металлов. - Минск: Вышэйш.шк., 1985. - 176 с.
5. ГОСТ 25762-83. Обработка резанием. Термины, определения и обозначения общих понятий. - Введ. 01.07.84. - М.: Изд-во стандартов. - 41 с.
6. Методические указания к лабораторной работе "Исследование износа резцов и стойкостные зависимости при точении /для студентов всех форм обучения специальности 0501/ / Сост.: О.С.Кроль, П.М.Андронов. - Ворошиловград: ВМСИ, 1988. - 12 с.
7. Справочник технолога-машиностроителя: В 2 т. / Под ред. А.Г.Косиловой и Р.К.Мещерякова. - М.: Машиностроение, 1986. - Т.2. - 496 с.
8. Справочник нормировщика-машиностроителя: В 2 т. / Под ред. Е.М.Стружестраха. - М.: Госиздат, 1961. - Т.2. - 892 с.
9. Общемашиностроительные нормативы режимов резания для технического нормирования работ на металлорежущих станках / ЦБПНТ. - М.: Машиностроение, 1974. - Ч.1. - 347 с.
10. Контрольные задания по курсу "Теория резания" и методические указания к их выполнению /для студентов специальности 0501 заочной формы обучения/ / Сост.: О.С.Кроль, В.А.Плахотник. - Ворошиловград: ВМСИ, 1987. - 44 с.
11. Металлорежущие станки с числовым программным управлением: Каталог. - М.: НИИМаш, 1982. - 63 с.
12. Обработка металлов резанием: Справочник технолога / Под общ. ред. А.А.Панова. - М.: Машиностроение, 1988. - 736 с.
13. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгдел К. Оптимизация в технике: В 2-х кн. - М.: Мир, 1986. - Кн.1. - 348 с.

14. Основы автоматизации технологического проектирования: Учеб. пособие / Г.Л.Хмеловский, О.С.Кроль, Ю.М.Сурнин. - К.: УМК ВО, 1989. - 188 с.
15. Уайлд Д. Оптимальное проектирование. - М.: Мир, 1981. - 272 с.
16. Методические указания к практическим занятиям и дипломному проектированию по теме "Расчет оптимальных режимов резания на ЭВМ с помощью метода геометрического программирования" / Сост.: О.С.Кроль, Г.Л.Хмеловский, Т.Ю.Турина. - Луганск: ЛМСИ, 1988. - 36 с.
17. Даффин Р., Питерсон Э., Зенер К. Геометрическое программирование. - М.: Мир, 1972. - 311 с.
18. Методические указания к практическим занятиям "Оптимизация технологических решений методом множителей Лагранжа" / Сост.: Г.Л.Хмеловский, О.С.Кроль, Б.С.Зуй. - Луганск: ЛМСИ, 1989. - 20 с.
19. Трошенский С.П. Расчеты точности обработки на металлорежущих станках. - М.: Машиностроение, 1964. - 127 с.
20. Методические указания к практическим занятиям по теме "Многокритериальная оптимизация проектных решений" / Сост.: О.С.Кроль, Г.Л.Хмеловский. - Ворошиловград: ВМСИ, 1988. - 32 с.
21. Вентцель Е.С. Введение в исследование операций. - М.: Сов. радио, 1972. - 442 с.
22. Методические указания к практическим занятиям по теории резания "Расчет оптимальных режимов резания на ЭВМ" / Сост.: О.С.Кроль, Г.Л.Хмеловский, В.А.Плахотник. - Ворошиловград: ВМСИ, 1987. - 36 с.
23. Зарубицкий Е.У. Обработка плоскостей диском резания // Судостроение. - 1983. - № 10. - С. 39-40.
24. Зарубицкий Е.М. и др. Температура предварительного нагрева при термофрикционном резании // Физика и химия обработки материалов. - 1987. - № 5. - С. 155-157.
25. Зарубицкий Е.У. Температура снимаемого припуска при термофрикционном резании. Оптимизация процессов резания жаропрочных и особопроочных материалов: Сб. докл. - Уфа, 1986. - С. 106-110.
26. Режимы резания труднообрабатываемых материалов: Справочник / Я.Г.Гуревич, В.М.Горохов, В.И.Захаров и др. - М.: Машиностроение, 1986. - 240 с.
27. Лищинский Л.Ю. Структурный и параметрический синтез гибких производственных систем. - М.: Машиностроение, 1990. - 312 с.
28. Великанов К.М. Расчеты экономической эффективности новой техники: Справочник. - Л.: Машиностроение, 1975. - 432 с.

29. Зенер К. Геометрическое программирование и техническое проектирование. - М.: Мир, 1973. - 112 с.

30. Кузин Л.Т. Основы кибернетики. - М.: Энергия, 1973. - Т.1. - 504 с.

31. Армарего И.Д., Браун Р.Х. Обработка металлов резанием. - М.: Машиностроение, 1977. - 325 с.

32. Кроль О.С. Оптимизация двухпроходной обработки методом геометрического программирования // Изв. вузов. Машиностроение. - 1990. - № 1. - С. 122-124.

33. Общемашиностроительные нормативы времени вспомогательного на обслуживание рабочего места и подготовительно-заключительного для технического нормирования станочных работ. - М.: Машиностроение, 1974. - 421 с.

34. Библиотека программ численного анализа для ЭВМ СМ-2М: Руководство по пользованию З.302.05 Т. - 1980. - Вып.6. - 124 с.

35. Могильный Н.И., Киселев В.Н. Станочнику-машиностроителю: Справ. пособие. - 2-е изд., перераб. и доп. - Донецк: Донбасс, 1984. - 127 с.

36. Типовые методические рекомендации по использованию ЭВМ при расчете оптимальных режимов резания для операций точения, сверления, фрезерования / Сост.: А.И.Грabcенко, И.Н.Пыжов, Н.В.Верезуб и др. - К.: УМК ВО, 1988. - 44 с.

37. Методические указания к практическим занятиям по теме "Оптимизация режимов резания при сверлении и фрезеровании" / Сост.: О.С.Кроль, Г.Л.Хмеловский. - Луганск: ЛМСИ, 1990. - 40 с.

Теория резания металлов в примерах и задачах: Учеб. пособие / О.С. Кроль, Е.У. Зарубицкий, В.Н. Кисилев. - К.: УМК ВО, 1992. - 124 с.

В учебном пособии рассмотрены теоретико-логические основы решения задач, связанных с изучением процесса резания конструкционных сталей и сплавов. В него включены восемь основных разделов в соответствии с рабочей программой курса. Каждый раздел пособия состоит из кратких теоретических сведений, решения типовой задачи /задач/ и контрольных заданий для самостоятельного решения. Рассмотрены вопросы: геометрия режущего инструмента в статическом и кинематическом смыслах; основные физические явления при резании, включая упруго-пластическую деформацию, трение, износ, температурные взаимодействия; расчет и оптимизацию режимов резания при точении, сверлении и фрезеровании.

Пособие предназначено для студентов специальностей 1201 "Технология машиностроения" и 1202 "Металлорежущие станки и инструменты", а также может быть использовано студентами других машиностроительных специальностей, слушателями курсов повышения квалификации.

Ил.36, Табл.30. Библиогр.: 37 назв.

Рецензенты: В.М.Орбинский, д-р техн.наук  
П.Г.Матюха, канд. техн.наук  
М.С.Нерубай, д-р техн.наук

Учебное издание

Кроль Олег Семенович

Зарубицкий Евгений Ульянович

Кисилев Вячеслав Николаевич

Теория резания металлов в примерах и задачах

Учебное пособие

Редактор Л.В.Белюсова

Корректоры: О.А.Ивановская

С.Н.Кушнир

Л.С.Мазэк

Г.С.Чуб

Св.темплан 1992, поз. 2II

Подп. к печ. *23.01.92.* Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага  
тип. № *3*. Печать офсетная. Усл. печ. л. *7, 1/2*. Усл. кр.-отг. *7,34*.  
Уч.-изд. л. *6, 5/8*. Тираж *1000*.  
Зак. № *3091*. Цена *1р. 25к.*

УМК ВО при Минвузе Украины  
252135, г. Киев, проспект Победы, 10.

РАПО «Укрвузполиграф».  
252151, г. Киев, ул. Волинская, 60.